Examenul național de bacalaureat 2021 Proba E. c)

Matematică M tehnologic

Testul 4

(30 de puncte)

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

- **5p 1.** Arătați că $2 \cdot 8, 5 + 10, 5 : 3, 5 = 20$.
- **5p** 2. Determinați numărul real a, știind că punctul A(2, -2) aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x) = -3x + a + 1.
- **5p 3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $10^{6-2x} = 100^2$.
- **5p 4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $M = \{10,20,30,40,50,60,70,80,90\}$, numărul $\sqrt{10n}$ să fie rațional.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(-1,2) și B(3,a), unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că dreptele OA și AB sunt perpendiculare.
- **5p 6.** Se consideră triunghiul ABC cu AB = 12, BC = 8 și unghiul C de măsură egală cu 30° . Calculați $\sin A$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

- **1.** Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- **5p** a) Arătați că det B = -4.
- **5p b)** Determinați numărul real a pentru care $A \cdot A B \cdot B = a(A + B)$.
- **5p** c) Arătați că, pentru orice număr real x, matricea C(x) = xA + 2B este inversabilă.
 - 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=(2x-1)(2y-1)+\frac{1}{2}$.
- **5p** a) Arătați că $2*\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.
- **5p b)** Determinați numărul real x pentru care $(4x)*\frac{1}{4} = 25$.
- **5p** c) Calculați $1*\frac{1}{2}*\frac{1}{3}*\frac{1}{4}*\frac{1}{5}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

- 1. Se consideră funcția $f:(-3,+\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x)=x+\frac{4}{x+3}$.
- **5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x+1)(x+5)}{(x+3)^2}, x \in (-3,+\infty).$
- **5p b**) Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției f.
- **5p** c) Demonstrați că $x^2 + f(x) \ge 1$, pentru orice $x \in (-3, +\infty)$.
 - **2.** Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x) = (2x-1)(x+1).
- **5p** a) Arătați că $\int_{1}^{5} \frac{f(x)}{x+1} dx = 20$.
- **5p b)** Calculați $\int_{1}^{2} \frac{f(x)}{x^2} dx$.
- **5p** c) Determinați numărul real a, $a \in \left[\frac{1}{2}, 2\right)$, știind că $\int_{a}^{2} f'(x) \sqrt{f(x)} dx = 18$.