

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c) – 2 iulie 2014**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Barem de evaluare și de notare**

**Variantă 5**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$	3p
	$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$	2p
2.	$f(0) = 4$	3p
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x = 0$ și $y = 4$	2p
3.	$3x - 1 = 2$	3p
	$x = 1$	2p
4.	Numerele naturale de o cifră mai mici sau egale cu 3 sunt 0, 1, 2 și 3, deci sunt 4 cazuri favorabile	2p
	Sunt 10 numere naturale de o cifră, deci sunt 10 cazuri posibile	1p
	$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$	2p
5.	$AB = 3$	2p
	$BC = 3 \Rightarrow AB = BC$	3p
6.	$AC = 8$	2p
	$\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$	3p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} =$	2p
	$= 1 \cdot 4 - 2 \cdot 2 = 0$	3p
b)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 20 \end{pmatrix} =$	3p
	$= 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = 5A$	2p
c)	$A + \begin{pmatrix} x & y \\ y & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & y \\ y & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+x & 2+y \\ 2+y & 1 \end{pmatrix}$	3p
	$\begin{pmatrix} 1+x & 2+y \\ 2+y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = 0, y = -2$	2p
2.a)	$(-1) \circ 1 = -1 + 1 + (-1) \cdot 1 =$	3p
	$= 0 - 1 = -1$	2p
b)	$x \circ y = x + xy + y + 1 - 1 =$	2p
	$= x(y+1) + (y+1) - 1 = (x+1)(y+1) - 1$ pentru orice numere reale $x$ și $y$	3p

c)	$(x+2)(x-2)-1=4 \Leftrightarrow x^2-9=0$ $x_1=-3$ și $x_2=3$	3p 2p
----	-----------------------------------------------------------------	----------

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1}{x-2} =$ $= \frac{3-1}{3-2} = 2$	2p 3p
b)	$f'(x) = \frac{(x-1)'(x-2) - (x-1)(x-2)'}{(x-2)^2} =$ $= \frac{x-2-x+1}{(x-2)^2} = -\frac{1}{(x-2)^2}, x \in (2, +\infty)$	2p 3p
c)	$y - f(3) = f'(3)(x-3)$ $f(3) = 2, f'(3) = -1$ , deci ecuația tangentei este $y = -x + 5$	2p 3p
2.a)	$\int_{-1}^1 (2x+1)dx = \left(x^2 + x\right) \Big _{-1}^1 =$ $= 2 - 0 = 2$	3p 2p
b)	$V = \pi \int_0^1 g^2(x)dx = \pi \int_0^1 x^4 dx =$ $= \pi \frac{x^5}{5} \Big _0^1 = \frac{\pi}{5}$	2p 3p
c)	$F$ este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x)$ $F'(x) = (x+1)^2 \geq 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$ , deci funcția $F$ este crescătoare pe $\mathbb{R}$	2p 3p

**Examenul de bacalaureat național 2014**  
**Proba E. c) – 2 iulie 2014**  
**Matematică *M\_tehnologic***

**Varianta 5**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 1$ .
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 4$  cu axa  $Oy$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{3x-1} = 9$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie mai mic sau egal cu 3.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,1)$ ,  $B(4,1)$  și  $C(4,4)$ . Arătați că  $AB = BC$ .
- 5p** 6. Determinați aria triunghiului  $ABC$  dreptunghic în  $A$  știind că  $AB = 6$  și  $BC = 10$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\det A = 0$ .
- 5p** b) Arătați că  $A \cdot A = 5A$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  și  $y$  pentru care  $A + \begin{pmatrix} x & y \\ y & -3 \end{pmatrix} = I_2$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = x + y + xy$ .
- 5p** a) Arătați că  $(-1) \circ 1 = -1$ .
- 5p** b) Arătați că  $x \circ y = (x+1)(y+1) - 1$  pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $(x+1) \circ (x-3) = 4$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră funcția  $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$ .
- 5p** b) Arătați că  $f'(x) = -\frac{1}{(x-2)^2}$ ,  $x \in (2, +\infty)$ .
- 5p** c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x_0 = 3$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2x + 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_{-1}^1 (2x+1) dx = 2$ .
- 5p** b) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x) - 2x - 1$ .
- 5p** c) Demonstrați că orice primitivă a funcției  $f$  este o funcție crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c) – 2 iulie 2014**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Barem de evaluare și de notare**

**Variantă 1**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$5(2 + \sqrt{3}) = 10 + 5\sqrt{3}$ $5(2 + \sqrt{3}) - 5\sqrt{3} = 10 + 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 10$	3p 2p
2.	$f(1) = a \Rightarrow 1 + 3 = a$ $a = 4$	3p 2p
3.	$2x + 1 = 5$ $x = 2$ care verifică ecuația	3p 2p
4.	Sunt 9 numere de două cifre care sunt divizibile cu 10, deci sunt 9 cazuri favorabile Sunt 90 de numere de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$	2p 1p 2p
5.	$AB = \sqrt{(2-3)^2 + (5-5)^2}$ $AB = 1$	3p 2p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$ $= 4 \cdot 2 - 1 \cdot 8 = 0$	2p 3p
b)	$B + C = \begin{pmatrix} 4 & 2+x \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 & 2+x \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 6$	3p 2p
c)	$B \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $B \cdot B + B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	3p 2p
2.a)	$0 \circ (-4) = 0 \cdot (-4) + 4 \cdot 0 + 4 \cdot (-4) + 12 =$ $= -16 + 12 = -4$	3p 2p
b)	$x \circ y = xy + 4x + 4y + 16 - 4 =$ $= x(y + 4) + 4(y + 4) - 4 = (x + 4)(y + 4) - 4$ pentru orice numere reale $x$ și $y$	2p 3p

c)	$(x+4)^2 - 4 = 12$	2p
	$x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x_1 = -8 \text{ și } x_2 = 0$	3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \frac{1}{x} - \left(-\frac{1}{x^2}\right) =$	3p
	$= \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{x+1}{x^2}, x \in (0, +\infty)$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) =$	3p
	$= \frac{2+1}{2^2} = \frac{3}{4}$	2p
c)	$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$	2p
	$f(1) = -1, f'(1) = 2$ , deci ecuația tangentei este $y = 2x - 3$	3p
2.a)	$\int_0^1 e^x dx = e^x \Big _0^1 =$	3p
	$= e^1 - e^0 = e - 1$	2p
b)	$F'(x) = \left(e^x - \frac{x^2}{2} - 1\right)' = e^x - x =$	3p
	$= f(x)$ pentru orice număr real $x$ , deci $F$ este o primitivă a funcției $f$	2p
c)	$\int_0^1 F(x) dx = \int_0^1 \left(e^x - \frac{x^2}{2} - 1\right) dx = \int_0^1 e^x dx - \int_0^1 \frac{x^2}{2} dx - \int_0^1 dx =$	2p
	$= e^x \Big _0^1 - \frac{x^3}{6} \Big _0^1 - x \Big _0^1 = e - 1 - \frac{1}{6} - 1 = e - \frac{13}{6}$	3p

**Examenul de bacalaureat național 2014**  
**Proba E. c) – 2 iulie 2014**  
**Matematică M\_tehnologic**

**Varianța 1**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I** (30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că  $5(2 + \sqrt{3}) - 5\sqrt{3} = 10$ .
- 5p** 2. Determinați numărul real  $a$  știind că  $f(1) = a$ , unde  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 3$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(2x + 1) = \log_2 5$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 10.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, 5)$  și  $B(3, 5)$ . Calculați distanța de la punctul  $A$  la punctul  $B$ .
- 5p** 6. Arătați că  $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \frac{3}{4}$ .

**SUBIECTUL al II-lea** (30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$  și  $C = \begin{pmatrix} 3 & x \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det A = 0$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$  știind că  $B + C = A$ .
- 5p** c) Arătați că  $B \cdot B + B = O_2$ , unde  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$ .
- 5p** a) Arătați că  $0 \circ (-4) = -4$ .
- 5p** b) Arătați că  $x \circ y = (x + 4)(y + 4) - 4$  pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $x \circ x = 12$ .

**SUBIECTUL al III-lea** (30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{3}{4}$ .
- 5p** c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x_0 = 1$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - x$  și  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^1 e^x dx = e - 1$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p** c) Calculați  $\int_0^1 F(x) dx$ .

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Barem de evaluare și de notare**

**Variantă 3**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$(1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ $3 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3$	3p 2p
2.	$f(x) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0$ Coordonatele punctului de intersecție sunt $x = 1$ și $y = 0$	3p 2p
3.	$x + 1 = 2$ $x = 1$	3p 2p
4.	Numerele naturale de o cifră, divizori ai lui 8, sunt 1, 2, 4 și 8, deci sunt 4 cazuri favorabile Sunt 10 numere naturale de o cifră, deci sunt 10 cazuri posibile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$	2p 1p 2p
5.	$AB = 2$ $BC = 2 \Rightarrow AB = BC$ , deci $\triangle ABC$ este isoscel	2p 3p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{AB}{10}$ $AB = 5$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\det B = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} =$ $= 3 - 8 = -5$	2p 3p
b)	$\det A = \begin{vmatrix} a & 1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} = 3a - 8$ $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3a - 8 \neq 0$	3p 2p
c)	$A^{-1} = \frac{1}{3a-8} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & a \end{pmatrix}$ $3a - 8 = -1 \Rightarrow a = \frac{7}{3}$ nu este număr întreg $3a - 8 = 1 \Rightarrow a = 3$ pentru care inversa matricei $A$ are toate elementele numere întregi	3p 1p 1p
2.a)	$1 * 5 = 1 \cdot 5 - 5 \cdot 1 - 5 \cdot 5 + 30$ $= -25 + 30 = 5$	3p 2p
b)	$x * y = xy - 5x - 5y + 25 + 5 =$ $= x(y - 5) - 5(y - 5) + 5 = (x - 5)(y - 5) + 5$ pentru orice numere reale $x$ și $y$	2p 3p
c)	$(x - 5)^2 + 5 = x \Leftrightarrow x^2 - 11x + 30 = 0$ $x_1 = 5$ și $x_2 = 6$	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = (x^2 - x)' =$ $= (x^2)' - x' = 2x - 1, \quad x \in \mathbb{R}$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x}{x^2} =$ $= 1$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>c)</b>	$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$ $f(1) = 0, \quad f'(1) = 1, \text{ deci ecuația tangentei este } y = x - 1$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>2.a)</b>	$\int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big _1^e =$ $= \ln e - \ln 1 = 1$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>b)</b>	$F'(x) = (x^2 + \ln x + 2)' = 2x + \frac{1}{x} =$ $= f(x) \text{ pentru orice } x \in (0, +\infty), \text{ deci } F \text{ este o primitivă a funcției } f$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>c)</b>	$\mathcal{A} = \int_1^2  f(x)  dx = \int_1^2 \left( 2x + \frac{1}{x} \right) dx = (x^2 + \ln x) \Big _1^2 = 3 + \ln 2$ $2 < e \Rightarrow \ln 2 < \ln e \Rightarrow 3 + \ln 2 < 3 + 1 \Rightarrow \mathcal{A} < 4$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>



**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Varianta 3**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $(1 + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} = 3$ .
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 1$  cu axa  $Ox$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{x+1} = 3^2$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 8.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,1)$ ,  $B(3,1)$  și  $C(3,3)$ . Arătați că triunghiul  $ABC$  este isoscel.
- 5p** 6. Determinați lungimea laturii  $AB$  a triunghiului  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , știind că  $BC = 10$  și  $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr întreg.
- 5p** a) Arătați că  $\det B = -5$ .
- 5p** b) Arătați că  $\det A \neq 0$  pentru orice număr întreg  $a$ .
- 5p** c) Determinați numărul întreg  $a$  știind că inversa matricei  $A$  are toate elementele numere întregi.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = xy - 5x - 5y + 30$ .
- 5p** a) Arătați că  $1 * 5 = 5$ .
- 5p** b) Arătați că  $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$  pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $x * x = x$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - x$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = 2x - 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2}$ .
- 5p** c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x_0 = 1$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = x^2 + \ln x + 2$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p** c) Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 1$  și  $x = 2$  are aria mai mică strict decât 4.

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Barem de evaluare și de notare**

**Varianța 7**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} =$ $= \frac{9-4}{6} = \frac{5}{6}$	2p 3p
2.	$2x - 3 = x + 1$ $x = 4$	3p 2p
3.	$x^2 + 5 = 9$ $x_1 = -2$ și $x_2 = 2$ , care verifică ecuația	2p 3p
4.	$\frac{10}{100} \cdot 120 = 12$ După scumpire prețul imprimantei este $120 + 12 = 132$ de lei	3p 2p
5.	$AB = 3$ , $BC = 4$ și $AC = 5$ $P_{\triangle ABC} = 3 + 4 + 5 = 12$	3p 2p
6.	$\cos A = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} =$ $= \frac{1}{2}$	3p 2p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} =$ $= 1 \cdot 0 - 1 \cdot 2 = -2$	2p 3p
b)	$A + B = \begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ , $AB = \begin{pmatrix} b & b+2 \\ b & b \end{pmatrix}$ , $AB + C = \begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ b & b \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b+1 & b+2 \\ b & b \end{pmatrix} \Leftrightarrow b = 1$	3p 2p
c)	$\det(B + 2C) = \begin{vmatrix} b+2 & b \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = b + 2$ $\det B = b \Rightarrow \det B - \det A = b + 2 \Rightarrow \det(B + 2C) = \det B - \det A$ pentru orice număr real $b$	3p 2p
2.a)	$f(1) = 1^3 - 4 \cdot 1^2 + 1 + 2 =$ $= 1 - 4 + 3 = 0$	3p 2p
b)	Câtul este $X^2 - 3X - 2$ Restul este 0	3p 2p
c)	$x_1 + x_2 + x_3 = 4$ , $x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 1$ , $x_1x_2x_3 = -2$ $(x_1 + x_2 + x_3) \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) = \frac{(x_1 + x_2 + x_3)(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3)}{x_1x_2x_3} = -2$	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - \ln x) =$ $= 1^2 - \ln 1 = 1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$f'(x) = (x^2 - \ln x)' =$ $= (x^2)' - (\ln x)' = 2x - \frac{1}{x}, \quad x \in (0, +\infty)$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$f''(x) = (2x)' - \left(\frac{1}{x}\right)' =$ $= 2 + \frac{1}{x^2} > 0$ pentru orice $x \in (0, +\infty)$ , deci funcția $f$ este convexă pe intervalul $(0, +\infty)$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 =$ $= \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\mathcal{A} = \int_0^1 \left  \frac{x^2}{x+1} \right  dx = \int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx = \int_0^1 \left( x - 1 + \frac{1}{x+1} \right) dx =$ $= \left( \frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1) \right) \Big _0^1 = \ln 2 - \frac{1}{2}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$F$ este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x)$ $F'(x) = \frac{x^2}{x+1} \geq 0$ pentru orice $x \in (-1, +\infty)$ , deci funcția $F$ este crescătoare pe $(-1, +\infty)$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică M\_tehnologic**

**Varianta 7**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Pentru  $a = 3$  arătați că  $\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = \frac{5}{6}$ .
- 5p** 2. Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor funcțiilor  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 3$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x + 1$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x^2 + 5} = 3$ .
- 5p** 4. Prețul unei imprimante este 120 de lei. Determinați prețul imprimantei după o scumpire cu 10%.
- 5p** 5. În sistemul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, 2)$ ,  $B(2, 5)$  și  $C(6, 5)$ . Determinați perimetrul triunghiului  $ABC$ .
- 5p** 6. Calculați  $\cos A$  știind că  $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$  și unghiul  $A$  este ascuțit.

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} b & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ , unde  $b$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det A = -2$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $b$  pentru care  $A + B = AB + C$ .
- 5p** c) Arătați că  $\det(B + 2C) = \det B - \det A$  pentru orice număr real  $b$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 - 4X^2 + X + 2$ .
- 5p** a) Arătați că  $f(1) = 0$ .
- 5p** b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului  $f$  prin  $X - 1$ .
- 5p** c) Arătați că  $(x_1 + x_2 + x_3) \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) = -2$  știind că  $x_1, x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - \ln x$ .
- 5p** a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$ .
- 5p** b) Arătați că  $f'(x) = 2x - \frac{1}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** c) Arătați că funcția  $f$  este convexă pe intervalul  $(0, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ .
- 5p** b) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$ .
- 5p** c) Arătați că orice primitivă a funcției  $f$  este funcție crescătoare pe intervalul  $(-1, +\infty)$ .

**Examenul de bacalaureat național 2014**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{\text{tehnologic}}$**   
**Barem de evaluare și de notare**

**Model**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$3(4 + \sqrt{3}) = 12 + 3\sqrt{3}$ $12 + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 12 \in \mathbb{N}$	2p 3p
2.	$f(1) + f(2) + \dots + f(10) = 2(1 + 2 + \dots + 10) + 30 =$ $= 140$	2p 3p
3.	$x^2 + 8 = 6x \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$ Rezultă $x_1 = 2$ și $x_2 = 4$ , care verifică ecuația	2p 3p
4.	Se notează cu $x$ prețul înainte de scumpire $\Rightarrow x + 30\% \cdot x = 325$ $x = 250$	2p 3p
5.	$R$ mijlocul lui $(PQ) \Rightarrow x_R = \frac{x_P + x_Q}{2}$ și $y_R = \frac{y_P + y_Q}{2}$ $x_Q = 5$ $y_Q = 3$	1p 2p 2p
6.	$\sin 170^\circ = \sin 10^\circ$ $\sin 10^\circ + \sin 30^\circ - \sin 170^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = 6 - 2 =$ $= 4$	3p 2p
b)	$B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow B \cdot A - A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$	2p 3p
c)	$\det(A + xB) = \begin{vmatrix} -3 & 1+x \\ 2+x & -2 \end{vmatrix} = -x^2 - 3x + 4$ $x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -4$ și $x_2 = 1$	3p 2p
2.a)	$x \circ 3 = 3x - 3(x + 3) + 12 = 3$ , pentru orice număr real $x$ $3 \circ x = 3x - 3(3 + x) + 12 = 3 \Rightarrow x \circ 3 = 3 \circ x = 3$ , pentru orice număr real $x$	2p 3p
b)	$x \circ x = x^2 - 6x + 12$ $x^2 - 6x + 12 = x \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$ $x_1 = 3$ și $x_2 = 4$	1p 2p 2p

<b>c)</b>	$1 \circ 2 \circ \dots \circ 2014 = (1 \circ 2) \circ 3 \circ (4 \circ 5 \circ \dots \circ 2014) =$ $= 3 \circ (4 \circ 5 \circ \dots \circ 2014) = 3$	<b>2p</b> <b>3p</b>
-----------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = (e^x)' - x' =$ $= e^x - 1$ , pentru orice $x \in \mathbb{R}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$y - f(0) = f'(0)(x - 0)$ $f(0) = 1$ , $f'(0) = 0 \Rightarrow$ ecuația tangentei este $y = 1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$f'(0) = 0$ ; $f'(x) < 0$ , pentru $x \in (-\infty, 0)$ și $f'(x) > 0$ , pentru $x \in (0, +\infty)$ $f(x) \geq f(0) \Rightarrow e^x \geq x + 1$ , pentru orice $x \in \mathbb{R}$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_1^2 (3 - f(x)) dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx =$ $= \ln x \Big _1^2 = \ln 2$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$f(x) = 3 - \frac{1}{x} \Rightarrow$ o primitivă $F$ a funcției $f$ este de forma $F(x) = 3x - \ln x + c$ , unde $c \in \mathbb{R}$ $F(1) = 3 \Leftrightarrow c = 0 \Rightarrow F(x) = 3x - \ln x$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$V = \pi \int_1^2 g^2(x) dx = \pi \int_1^2 (3x - 1)^2 dx = \pi \int_1^2 (9x^2 - 6x + 1) dx =$ $= \pi (3x^3 - 3x^2 + x) \Big _1^2 = 13\pi$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**Examenul de bacalaureat național 2014**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_tehnologic***

**Model**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                                                                                    |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5p | 1. Arătați că numărul $3(4 + \sqrt{3}) - \sqrt{27}$ este natural.                                                                                                  |
| 5p | 2. Calculați $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = 2x + 3$ .                                               |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7(x^2 + 8) = \log_7(6x)$ .                                                                                  |
| 5p | 4. După o scumpire cu 30%, prețul unui obiect este 325 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.                                                  |
| 5p | 5. În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $P(1,3)$ și $R(3,3)$ . Determinați coordonatele punctului $Q$ , știind că $R$ este mijlocul segmentului $PQ$ . |
| 5p | 6. Arătați că $\sin 10^\circ + \sin 30^\circ - \sin 170^\circ = \frac{1}{2}$ .                                                                                     |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                                                        |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . |
| 5p | a) Calculați $\det A$ .                                                                                                                |
| 5p | b) Arătați că $B \cdot A - A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ .                                               |
| 5p | c) Determinați numerele reale $x$ pentru care $\det(A + xB) = 0$ .                                                                     |
|    | 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy - 3(x + y) + 12$ .                          |
| 5p | a) Arătați că $x \circ 3 = 3 \circ x = 3$ , pentru orice număr real $x$ .                                                              |
| 5p | b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = x$ .                                                                     |
| 5p | c) Calculați $1 \circ 2 \circ \dots \circ 2014$ .                                                                                      |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                                                                     |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = e^x - x$ .                                                                 |
| 5p | a) Calculați $f'(x)$ , $x \in \mathbb{R}$ .                                                                                                         |
| 5p | b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției $f$ în punctul de abscisă $x_0 = 0$ , situat pe graficul funcției $f$ .                       |
| 5p | c) Demonstrați că $e^x \geq x + 1$ , pentru orice $x \in \mathbb{R}$ .                                                                              |
|    | 2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = 3 - \frac{1}{x}$ .                                                       |
| 5p | a) Calculați $\int_1^2 (3 - f(x)) dx$ .                                                                                                             |
| 5p | b) Determinați primitiva $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției $f$ pentru care $F(1) = 3$ .                                           |
| 5p | c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei $Ox$ a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ , $g(x) = xf(x)$ . |

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Simulare pentru elevii clasei a XII-a**

**Barem de evaluare și de notare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$a_1 + a_2 + a_3 = (a_2 - r) + a_2 + (a_2 + r) =$ $= 3a_2 = 12$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>2.</b>	$f(1) = 1$ $(f(1))^{2014} = 1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>3.</b>	$2 - 3x = x + 6$ $x = -1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>4.</b>	Numerele naturale de o cifră, divizori ai lui 10, sunt 1, 2 și 5, deci sunt 3 cazuri favorabile Sunt 10 numere naturale de o cifră, deci sunt 10 cazuri posibile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{10}$	<b>2p</b> <b>1p</b> <b>2p</b>
<b>5.</b>	$AB: \frac{y-3}{1-3} = \frac{x-1}{-1-1}$ $AB: y = x + 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>6.</b>	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sqrt{3} \cos 30^\circ + \sqrt{2} \sin 45^\circ = \frac{3}{2} + \frac{2}{2} = \frac{5}{2}$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{vmatrix} = 18 + 4 + 3 - 2 - 12 - 9 =$ $= 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$A + mI_3 = \begin{pmatrix} 1+m & 1 & 1 \\ 1 & 2+m & 3 \\ 1 & 4 & 9+m \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1+m & 1 & 1 \\ 1 & 2+m & 3 \\ 1 & 4 & 9+m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 8 \end{pmatrix} \Rightarrow m = -1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ x + 4y + 9z = 3 \end{cases}$ $x = -1, y = 1, z = 0$	<b>2p</b> <b>3p</b>



<b>2.a)</b>	$2 * (-2) = -5$	<b>2p</b>
	$2014 * (-2014) = -5 \Rightarrow 2 * (-2) = 2014 * (-2014)$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$(x * y) * z = (x + y - 5) * z = x + y + z - 10$	<b>2p</b>
	$x * (y * z) = x * (y + z - 5) = x + y + z - 10 = (x * y) * z$ , pentru orice numere reale $x, y$ și $z$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4 = ((-4) * 4) * ((-3) * 3) * ((-2) * 2) * ((-1) * 1) * 0 =$	<b>2p</b>
	$= (-5) * (-5) * (-5) * (-5) * 0 = ((-5) * (-5)) * ((-5) * (-5)) * 0 = (-15) * (-15) * 0 = -40$	<b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0)$	<b>2p</b>
	$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(0) = -3$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x(2x+1)(3x+2)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{7}{x^3}\right)}{x^3 \left(2 + \frac{1}{x}\right) \left(3 + \frac{2}{x}\right)} =$	<b>2p</b>
	$= \frac{1}{6}$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = -1$ sau $x = 1$	<b>2p</b>
	$f$ descrescătoare pe $[-1, 1]$ , $f$ crescătoare pe $[1, +\infty)$ și $f(1) = 5 \Rightarrow f(x) \geq 5, \forall x \in [-1, +\infty)$	<b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_1^2 (f(x) - e^x) dx = \int_1^2 2x dx =$	<b>2p</b>
	$= x^2 \Big _1^2 = 3$	<b>3p</b>
<b>b)</b>	$F'(x) = (e^x + x^2 + 2014)' = e^x + 2x =$	<b>3p</b>
	$= f(x)$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$ , deci $F$ este o primitivă a funcției $f$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_0^1 f(x) F(x) dx = \frac{F^2(x)}{2} \Big _0^1 =$	<b>3p</b>
	$= \frac{(e + 2015)^2 - 2015^2}{2} = \frac{e^2 + 4030e}{2}$	<b>2p</b>

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Simulare pentru elevii clasei a XII-a**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Calculați suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_2 = 4$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2014x - 2013$ . Calculați  $(f(1))^{2014}$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{2-3x} = 3^{x+6}$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 10.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,3)$  și  $B(-1,1)$ . Determinați ecuația dreptei  $AB$ .
- 5p** 6. Arătați că  $\sqrt{3} \cos 30^\circ + \sqrt{2} \sin 45^\circ = \frac{5}{2}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Calculați  $\det A$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $m$  pentru care matricele  $A + mI_3$  și  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 8 \end{pmatrix}$  sunt egale, unde  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** c) Rezolvați ecuația matriceală  $AX = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ , unde  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție comutativă  $x * y = x + y - 5$ .
- 5p** a) Arătați că  $2 * (-2) = 2014 * (-2014)$ .
- 5p** b) Verificați dacă legea „ $*$ ” este asociativă.
- 5p** c) Calculați  $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3x + 7$ .
- 5p** a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -3$ .
- 5p** b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x(2x+1)(3x+2)}$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $f(x) \geq 5$  pentru orice  $x \in [-1, +\infty)$ .
2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x + 2x$  și  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = e^x + x^2 + 2014$ .
- 5p** a) Calculați  $\int_1^2 (f(x) - e^x) dx$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p** c) Calculați  $\int_0^1 f(x) F(x) dx$ .

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Simulare pentru elevii clasei a XI-a**

**Barem de evaluare și de notare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$m + 8 = 4 - 2$ $m = -6$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.</b>	$x^2 - 3x + 2 = 2 \Rightarrow x^2 - 3x = 0$ $x_1 = 0, x_2 = 3$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>3.</b>	$2^{3x} = 2^{x-2}$ $x = -1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>4.</b>	$\frac{5}{100} \cdot x = 3000$ , unde $x$ este profitul anual al firmei $x = 60000$ de lei	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>5.</b>	$A(a, 2) \in d \Rightarrow a - 2 \cdot 2 + 1 = 0$ $a = 3$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>6.</b>	$BC = 5$ $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$	<b>3p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$d = 4 + 16 + 3 - 12 - 8 - 2 =$ $= 23 - 22 = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$D(a) = \begin{vmatrix} 4-a & a-1 \\ a+1 & 4-a \end{vmatrix} = (4-a)^2 - (a-1)(a+1) = 16 - 8a + a^2 - a^2 + 1 = 17 - 8a$ $1 = 17 - 8a \Leftrightarrow a = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & m & 1 \end{vmatrix} = m - 7$ $ m - 7  = 1 \Rightarrow m = 6 \text{ sau } m = 8$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(-2) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $A(2) + A(-2) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} p + 2q \\ 2p + q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ $p = 2$ și $q = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\det(A(x)) = 1 - 2x$ $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow 1 - 2x$ este număr impar $\Rightarrow 1 - 2x \neq 0 \Rightarrow \det(A(x)) \neq 0 \Rightarrow$ matricea $A(x)$ este inversabilă pentru orice număr întreg $x$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2 + 1} = \frac{1}{1^2 + 1} =$ $= \frac{1}{2}$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} =$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{x^2}} = 1$	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>c)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2 + 1} = 0$ <p>Ecuția asimptotei spre <math>+\infty</math> la graficul funcției <math>f</math> este <math>y = 0</math></p>	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>2.a)</b>	$f(1) = -1$ $f(3) = 1 \Rightarrow f(1) \cdot f(3) = -1$	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>b)</b>	$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} (x - 2) = 0$ $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} (x^2 - 4x + 4) = 0$ $f(2) = 0 \Rightarrow f \text{ este continuă în punctul } x = 2$	<p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>1p</b></p>
<b>c)</b>	$f(x) = 0 \Rightarrow x = 2$ <p><math>f</math> continuă pe <math>\mathbb{R} \Rightarrow f</math> are semn constant pe <math>(-\infty, 2)</math> și pe <math>(2, +\infty)</math></p> $f(1) \cdot f(3) < 0 \Rightarrow f(a) \cdot f(b) < 0 \text{ pentru orice } a < 2 \text{ și } b > 2$	<p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p>

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Simulare pentru elevii clasei a XI-a**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați numărul real  $m$  din egalitatea  $m + 2^3 = \sqrt{16} - 2$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ . Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $f(x) = 2$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $8^x = 2^{x-2}$ .
- 5p** 4. O firmă folosește pentru publicitate 3000 de lei, ceea ce reprezintă 5% din profitul anual. Determinați profitul anual al firmei.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră dreapta  $d$  de ecuație  $x - 2y + 1 = 0$ . Determinați numărul real  $a$ , știind că punctul  $A(a, 2)$  aparține dreptei  $d$ .
- 5p** 6. În triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ ,  $AB = 3$  și  $AC = 4$ . Determinați  $\sin B$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră determinanții  $d = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 8 & 1 \end{vmatrix}$  și  $D(a) = \begin{vmatrix} 4-a & a-1 \\ a+1 & 4-a \end{vmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $d = 1$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $D(a) = 1$ .
- 5p** c) În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1, 1)$ ,  $B(2, 4)$  și  $C(3, m)$ . Determinați numerele reale  $m$  știind că  $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}$ .
2. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Calculați  $A(2) + A(-2)$ .
- 5p** b) Determinați numerele reale  $p$  și  $q$  pentru care  $A(2) \cdot \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ .
- 5p** c) Arătați că matricea  $A(x)$  este inversabilă pentru orice număr întreg  $x$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ .
- 5p** a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .
- 5p** b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(x)$ .
- 5p** c) Determinați ecuația asimptotei spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x-2, & x < 2 \\ x^2 - 4x + 4, & x \geq 2 \end{cases}$ .
- 5p** a) Calculați  $f(1) \cdot f(3)$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $f$  este continuă în punctul  $x = 2$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $f(a) \cdot f(b) < 0$ , pentru orice  $a < 2$  și  $b > 2$ .

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Barem de evaluare și de notare**

**Variantă 9**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$	2p
	$3 \cdot \frac{1}{3} = 1$	3p
2.	$m - 4 = 1$	3p
	$m = 5$	2p
3.	$2x^2 + 1 = 1$	3p
	$x = 0$ , care verifică ecuația	2p
4.	$100000 = 4\% \cdot x$ , unde $x$ reprezintă venitul anual al firmei	3p
	$x = 2500000$ de lei	2p
5.	$AB = 3$ , $AC = 4$ și $BC = 5$	3p
	$AB^2 + AC^2 = BC^2$ , deci $\triangle ABC$ este dreptunghic	2p
6.	$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$ și $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$	2p
	$\operatorname{tg}^2 60^\circ + \operatorname{tg}^2 45^\circ = 3 + 1 = 4$	3p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -2 \end{vmatrix} =$	2p
	$= 3 \cdot (-2) - 1 \cdot (-5) = -1$	3p
b)	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	2p
	$B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 2A \cdot B - B \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	3p
c)	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -5 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot A - xA = \begin{pmatrix} 4-3x & 1-x \\ -5+5x & -1+2x \end{pmatrix}$	3p
	$\begin{pmatrix} 4-3x & 1-x \\ -5+5x & -1+2x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 1$	2p
2.a)	$1 * 2 = 2(1 + 2 - 1) - 1 \cdot 2 =$	3p
	$= 4 - 2 = 2$	2p
b)	$x * 2 = 2(x + 2 - 1) - x \cdot 2 = 2$	2p
	$2 * x = 2(2 + x - 1) - 2x = 2 = x * 2$ pentru orice număr real $x$	3p
c)	$-x^2 + 4x - 2 = x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$	3p
	$x_1 = 1$ și $x_2 = 2$	2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x-1)e^x =$ $= -1 \cdot e^0 = -1$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$f'(x) = 1 \cdot e^x + (x-1)e^x =$ $= e^x + f(x)$ pentru orice număr real $x$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} =$ $= f'(0) = 0$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_1^2 3x^2 dx = x^3 \Big _1^2 =$ $= 8 - 1 = 7$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	O primitivă $F$ a funcției $f$ este de forma $F(x) = x^3 + x^2 + c$ , unde $c \in \mathbb{R}$ $F(1) = 2 + c \Rightarrow c = 2012 \Rightarrow F(x) = x^3 + x^2 + 2012$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_1^n \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^n (3x+2) dx = \frac{3n^2 + 4n - 7}{2}$ $\frac{3n^2 + 4n - 7}{2} = \frac{13}{2} \Leftrightarrow 3n^2 + 4n - 20 = 0 \Rightarrow n_1 = -\frac{10}{3}$ nu este număr natural și $n_2 = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>

**Examenul de bacalaureat național 2014**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_tehnologic***

**Varianta 9**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                                                                                                                           |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5p | 1. Arătați că $3 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) = 1$ .                                                                                                                                      |
| 5p | 2. Determinați numărul real $m$ știind că $f(m) = 1$ , unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 4$ .                                                                                        |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x^2 + 1} = 1$ .                                                                                                                                  |
| 5p | 4. În anul 2013, profitul anual al unei firme a fost de 100000 de lei, ceea ce reprezintă 4% din valoarea veniturilor anuale ale firmei. Determinați valoarea veniturilor anuale ale firmei în anul 2013. |
| 5p | 5. În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(5,6)$ , $B(2,6)$ și $C(5,2)$ . Arătați că triunghiul $ABC$ este dreptunghic.                                                                       |
| 5p | 6. Arătați că $\operatorname{tg}^2 60^\circ + \operatorname{tg}^2 45^\circ = 4$ .                                                                                                                         |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                                                                                                                 |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}$ , $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . |
| 5p | a) Arătați că $\det A = -1$ .                                                                                                                                                                   |
| 5p | b) Arătați că $2A \cdot B - B \cdot A = I_2$ .                                                                                                                                                  |
| 5p | c) Determinați numărul real $x$ știind că $A \cdot A - xA = I_2$ .                                                                                                                              |
|    | 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2(x + y - 1) - xy$ .                                                                                                   |
| 5p | a) Arătați că $1 * 2 = 2$ .                                                                                                                                                                     |
| 5p | b) Arătați că $x * 2 = 2 * x = 2$ pentru orice număr real $x$ .                                                                                                                                 |
| 5p | c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x * x = x$ .                                                                                                                                  |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- |    |                                                                                                            |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x-1)e^x$ .                          |
| 5p | a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$ .                                                         |
| 5p | b) Arătați că $f'(x) = e^x + f(x)$ pentru orice număr real $x$ .                                           |
| 5p | c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 1}{x} = 0$ .                                            |
|    | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x^2 + 2x$ .                         |
| 5p | a) Arătați că $\int_1^2 3x^2 dx = 7$ .                                                                     |
| 5p | b) Determinați primitiva $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției $f$ pentru care $F(1) = 2014$ . |
| 5p | c) Determinați numărul natural $n, n \geq 2$ știind că $\int_1^n \frac{f(x)}{x} dx = \frac{13}{2}$ .       |