# Examenul de bacalaureat naţional 2015

## Proba E. c)

## Matematică *M_pedagogic*

## BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

**Varianta 8**

***Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare***

- **<u>Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.</u>**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $\sqrt{32}=4\sqrt{2}$, $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ | **2p** |
| | $4\sqrt{2}-3\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$ | **3p** |
| **2.** | $f(x)=g(x)\Leftrightarrow x+1=4-2x\Leftrightarrow 3x=3$ | **3p** |
| | Coordonatele punctului de intersecție sunt $x=1$ și $y=2$ | **2p** |
| **3.** | $5^{5-3x}=5^2\Leftrightarrow 5-3x=2$ | **3p** |
| | $x=1$ | **2p** |
| **4.** | Cifra unităților poate fi aleasă în 2 moduri | **2p** |
| | Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 5 moduri, deci se pot forma $2\cdot 5=10$ numere | **3p** |
| **5.** | $AB=3$ | **2p** |
| | $BC=3\Rightarrow AB=BC$ | **3p** |
| **6.** | $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$ | **3p** |
| | $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ | **2p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $2015\circ(-1)=2015\cdot(-1)+2015+(-1)=$ | **3p** |
| | $=-2015+2015-1=-1$ | **2p** |
| **2.** | $(x\circ y)\circ z=(xy+x+y)\circ z=xyz+xz+yz+xy+x+y+z$ | **2p** |
| | $x\circ(y\circ z)=x\circ(yz+y+z)=xyz+xy+xz+x+yz+y+z=(x\circ y)\circ z$, pentru orice numere reale $x$, $y$ și $z$ | **3p** |
| **3.** | $x\circ 0=x\cdot 0+x+0=x$ | **2p** |
| | $0\circ x=0\cdot x+0+x=x=x\circ 0$, pentru orice număr real $x$, deci $e=0$ este element neutru al legii de compoziție „$\circ$” | **3p** |
| **4.** | $x\circ x=x\cdot x+x+x=x^2+2x=$ | **2p** |
| | $=x^2+2x+1-1=(x+1)^2-1$, pentru orice număr real $x$ | **3p** |
| **5.** | $x\circ x\circ x\circ x=(x+1)^4-1$ | **2p** |
| | $(x+1)^4=1\Leftrightarrow x_1=-2$ și $x_2=0$ | **3p** |
| **6.** | $x\circ(x+1)-x=x(x+1)+x+x+1-x=x^2+2x+1=$ | **2p** |
| | $=(x+1)^2\geq 0$, deci $x\circ(x+1)\geq x$, pentru orice număr real $x$ | **3p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $A(0)=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(0)\right)=\begin{vmatrix}0 & 2\\ 1 & 1\end{vmatrix}=0\cdot 1-1\cdot 2=$ | **3p** |
| | $=0-2=-2$ | **2p** |
| **2.** | $\det\left(A(a)\right)=\begin{vmatrix}a & 2\\ 1 & a+1\end{vmatrix}=a^2+a-2$ | **3p** |
| | $a^2+a-2=0\Leftrightarrow a_1=-2$ și $a_2=1$ | **2p** |
| **3.** | $A(a)-I_2=\begin{pmatrix}a-1 & 2\\ 1 & a\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(a)-I_2\right)=a^2-a-2$ | **2p** |
| | $a^2-a-2<0\Leftrightarrow a\in(-1,2)$ | **3p** |
| **4.** | $(2a+1)A(a)=\begin{pmatrix}2a^2+a & 4a+2\\ 2a+1 & 2a^2+3a+1\end{pmatrix}$ | **1p** |
| | $A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}a^2+2 & 4a+2\\ 2a+1 & a^2+2a+3\end{pmatrix}$ | **2p** |
| | $(2a+1)A(a)-A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}a^2+a-2 & 0\\ 0 & a^2+a-2\end{pmatrix}=\left(a^2+a-2\right)\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\left(a^2+a-2\right)I_2$, pentru orice număr real $a$ | **2p** |
| **5.** | $A(2)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $\det\left(A(2)\right)=4\neq 0$ | **2p** |
| | $\left(A(2)\right)^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{3}{4} & -\frac{1}{2}\\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$ | **3p** |
| **6.** | $\det\left(A(m)\right)\leq 1\Leftrightarrow m^2+m-3\leq 0$ | **2p** |
| | Cum $m$ este număr natural obținem $m=0$ și $m=1$ | **3p** |

**Examenul de bacalaureat național 2015**

**Proba E. c)**

**Matematică *M_pedagogic***

**Varianta 8**

***Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| **5p** | **1.** Arătați că $\sqrt{32}-\sqrt{18}-\sqrt{2}=0$. |
| **5p** | **2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=4-2x$. |
| **5p** | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{5-3x}=25$. |
| **5p** | **4.** Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4 şi 5. |
| **5p** | **5**. În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(2,3)$, $B(5,3)$ și $C(5,6)$. Arătați că $AB=BC$. |
| **5p** | **6.** Arătați că $\sin 30°+\sin 45°\cdot\cos 45°=1$. |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziţie $x\circ y=xy+x+y$. |
| **5p** | **1.** Arătați că $2015\circ(-1)=-1$. |
| **5p** | **2.** Demonstrați că legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă. |
| **5p** | **3.** Verificați dacă $e=0$ este element neutru al legii de compoziție „$\circ$”. |
| **5p** | **4.** Arătați că $x\circ x=(x+1)^2-1$, pentru orice număr real $x$. |
| **5p** | **5.** Rezolvaţi în mulțimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x\circ x\circ x=0$. |
| **5p** | **6.** Arătaţi că $x\circ(x+1)\geq x$, pentru orice număr real $x$. |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a&2\\1&a+1\end{pmatrix}$, unde $a$ este număr real. |
| **5p** | **1.** Arătați că $\det(A(0))=-2$. |
| **5p** | **2.** Determinaţi numerele reale $a$ pentru care $\det(A(a))=0$. |
| **5p** | **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\det(A(a)-I_2)<0$. |
| **5p** | **4.** Arătați că $(2a+1)A(a)-A(a)\cdot A(a)=(a^2+a-2)I_2$, pentru orice număr real $a$. |
| **5p** | **5.** Determinați inversa matricei $A(2)$. |
| **5p** | **6.** Determinaţi numerele naturale $m$ pentru care $\det(A(m))\leq 1$. |

**Examenul de bacalaureat național 2015**
**Proba E. c)**

**Matematică *M_pedagogic***

**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Varianta 1**

***Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare***

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $2+\left(\frac{1}{2}\right)^4=2+\frac{1}{16}=\frac{33}{16}$ | **3p** |
| | $\frac{33}{16}:\frac{33}{16}=1$ | **2p** |
| **2.** | $f(2)+f(-2)=(2+a)+(-2+a)=2a$ | **3p** |
| | $2a=4\Leftrightarrow a=2$ | **2p** |
| **3.** | $x^2+2=3x\Leftrightarrow x^2-3x+2=0$ | **3p** |
| | $x_1=1$ și $x_2=2$ | **2p** |
| **4.** | După prima scumpire cu $10\%$, prețul obiectului va fi $200+\frac{10}{100}\cdot 200=220$ de lei | **2p** |
| | După a doua scumpire cu $10\%$, prețul obiectului va fi $220+\frac{10}{100}\cdot 220=242$ de lei | **3p** |
| **5.** | $M(0,4)$ | **2p** |
| | $OM=4$ | **3p** |
| **6.** | $\Delta ABC$ este dreptunghic în $A$, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2}=$ | **3p** |
| | $=1$ | **2p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $1007*1008=1007+1008-2015=$ | **3p** |
| | $=2015-2015=0$ | **2p** |
| **2.** | $(x*y)*z=(x+y-2015)+z-2015=x+y+z-4030$ | **2p** |
| | $x*(y*z)=x+(y+z-2015)-2015=x+y+z-4030=(x*y)*z$, pentru orice numere reale $x$, $y$ și $z$ | **3p** |
| **3.** | $x*2015=x+2015-2015=x$ | **2p** |
| | $2015*x=2015+x-2015=x=x*2015$, pentru orice număr real $x$, deci $e=2015$ este element neutru al legii de compoziție „$*$” | **3p** |
| **4.** | $x+x-2015=2015$ | **3p** |
| | $x=2015$ | **2p** |
| **5.** | $x*(x+2015)=x+(x+2015)-2015=2x$ | **2p** |
| | $(x+1007)*(x+1008)=(x+1007)+(x+1008)-2015=2x=x*(x+2015)$, pentru orice număr real $x$ | **3p** |
| **6.** | $5^x+5^{2x}-30=0\Leftrightarrow\left(5^x\right)^2+5^x-30=0$ | **2p** |
| | $5^x=5\Leftrightarrow x=1$ | **2p** |
| | $5^x=-6$ nu are soluţie | **1p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $\det A=\begin{vmatrix}1 & -1\\ 3 & 0\end{vmatrix}=1\cdot 0-(-1)\cdot 3=$ | **3p** |
| | $=0+3=3$ | **2p** |
| **2.** | $\begin{pmatrix}a-1 & b+1\\ 0 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$ | **3p** |
| | $a=5$ și $b=-1$ | **2p** |
| **3.** | $\det B=\begin{vmatrix}0 & b\\ 3 & 4\end{vmatrix}=0\cdot 4-b\cdot 3=-3b$ | **3p** |
| | $-3b=9\Leftrightarrow b=-3$ | **2p** |
| **4.** | $AB=\begin{pmatrix}a-3 & b-4\\ 3a & 3b\end{pmatrix}$, $BA=\begin{pmatrix}a+3b & -a\\ 15 & -3\end{pmatrix}$ | **2p** |
| | $AB=BA\Leftrightarrow a=5$ și $b=-1$ | **3p** |
| **5.** | $A\cdot\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ -1 & \frac{1}{3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$ | **3p** |
| | $\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ -1 & \frac{1}{3}\end{pmatrix}\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$, deci matricea $\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ -1 & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$ este inversa matricei $A$ | **2p** |
| **6.** | $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $\det B=1$, $B^{-1}=\begin{pmatrix}4 & -1\\ -3 & 1\end{pmatrix}$ | **3p** |
| | $X=B^{-1}\cdot A\Leftrightarrow X=\begin{pmatrix}1 & -4\\ 0 & 3\end{pmatrix}$ | **2p** |

**Examenul de bacalaureat național 2015**

**Proba E. c)**

**Matematică *M_pedagogic***

**Varianta 1**

***Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| **5p** | **1.** Arătați că $\left(2+\left(\frac{1}{2}\right)^4\right):\frac{33}{16}=1$. |
| **5p** | **2.** Determinaţi numărul real $a$ pentru care $f(2)+f(-2)=4$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+a$. |
| **5p** | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2+2}=3^{3x}$. |
| **5p** | **4.** Prețul unui obiect este 200 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu câte $10\%$. |
| **5p** | **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $O(0,0)$, $A(-3,4)$ și $B(3,4)$. Determinaţi distanţa de la punctul $O$ la punctul $M$, știind că $M$ este mijlocul segmentului $AB$. |
| **5p** | **6.** Calculaţi aria triunghiului $ABC$, ştiind că $m(\sphericalangle B)=45^\circ$ şi $AB=AC=\sqrt{2}$. |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-2015$. |
| **5p** | **1.** Arătați că $1007*1008=0$. |
| **5p** | **2.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este asociativă. |
| **5p** | **3.** Verificaţi dacă $e=2015$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”. |
| **5p** | **4.** Determinaţi numărul real $x$, știind că $x*x=2015$. |
| **5p** | **5.** Arătaţi că $x*(x+2015)=(x+1007)*(x+1008)$, pentru orice număr real $x$. |
| **5p** | **6.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x*25^x=-1985$. |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 0\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}a & b\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, unde $a$ și $b$ sunt numere reale. |
| **5p** | **1.** Arătați că $\det A=3$. |
| **5p** | **2.** Determinați numerele reale $a$ și $b$ astfel încât $B-A=4I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. |
| **5p** | **3.** Pentru $a=0$, determinați numărul real $b$ pentru care $\det B=9$. |
| **5p** | **4.** Determinați numerele reale $a$ și $b$, știind că $AB=BA$. |
| **5p** | **5.** Arătaţi că inversa matricei $A$ este matricea $\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ -1 & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$. |
| **5p** | **6.** Pentru $a=b=1$, rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $B\cdot X=A$. |

**Examenul de bacalaureat naţional 2015**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_pedagogic***

**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Model**

***Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare***

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$, $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ şi $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ | **3p** |
| | $9-3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-2\sqrt{2}=9$ | **2p** |
| **2.** | $f(2)=2-m$ | **2p** |
| | $2-m=0\Leftrightarrow m=2$ | **3p** |
| **3.** | $x^2+1=1$ | **2p** |
| | $x=0$ care verifică ecuaţia | **3p** |
| **4.** | $5\%\cdot x=\frac{x}{20}$, unde $x$ este profitul anual al firmei | **3p** |
| | $\frac{x}{20}=2\ 000\Rightarrow x=40\ 000$ de lei | **2p** |
| **5.** | $m_d=1$ şi $m=m_d\Rightarrow m=1$ | **3p** |
| | Ecuaţia dreptei este $y=x-2$ | **2p** |
| **6.** | $\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$ | **2p** |
| | $\sin 30°+\sqrt{3}\cdot\cos 30°=\frac{1}{2}+\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=2$ | **3p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $(-2)*2=(-2)+2-2=$ | **3p** |
| | $=-2$ | **2p** |
| **2.** | $(x*y)*z=(x+y-2)*z=x+y+z-4$ | **2p** |
| | $x*(y*z)=x*(y+z-2)=x+y+z-4=(x*y)*z$ pentru orice numere reale $x$, $y$ şi $z$ | **3p** |
| **3.** | $x*2=x+2-2=x$ pentru orice număr real $x$ | **3p** |
| | $2*x=2+x-2=x$ pentru orice număr real $x$ | **2p** |
| **4.** | $(x+1)+x-2=3$ | **3p** |
| | $x=2$ | **2p** |
| **5.** | $9^x+3^x-2=0\Leftrightarrow(3^x+2)(3^x-1)=0$ | **3p** |
| | $x=0$ | **2p** |
| **6.** | $x^2*\frac{1}{x^2}=x^2+\frac{1}{x^2}-2=\frac{x^4-2x^2+1}{x^2}=$ | **2p** |
| | $=\frac{(x^2-1)^2}{x^2}\geq 0$ pentru orice număr real nenul $x$ | **3p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $\det\left(A(0)\right)=\begin{vmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{vmatrix}=0\cdot 0-(-1)\cdot 1=$ | **3p** |
| | $=1$ | **2p** |
| **2.** | $A(1)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $A(-1)=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}$, $A(7)=\begin{pmatrix}7 & 1\\ -1 & 7\end{pmatrix}$ | **3p** |
| | $4\cdot A(1)-3\cdot A(-1)=4\cdot\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}-3\cdot\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & 1\\ -1 & 7\end{pmatrix}=A(7)$ | **2p** |
| **3.** | $\det\left(A(a)\right)=\begin{vmatrix}a & 1\\ -1 & a\end{vmatrix}=a^2+1$ | **2p** |
| | $a^2+1=10\Leftrightarrow a_1=-3$ și $a_2=3$ | **3p** |
| **4.** | $A(a)-I_2=\begin{pmatrix}a-1 & 1\\ -1 & a-1\end{pmatrix}$ | **3p** |
| | $\det\left(A(a)-I_2\right)=\begin{vmatrix}a-1 & 1\\ -1 & a-1\end{vmatrix}=(a-1)^2+1>0$ pentru orice număr real $a$ | **2p** |
| **5.** | $\det\left(A(2)\right)=5$ | **2p** |
| | $A^{-1}(2)=\begin{pmatrix}\frac{2}{5} & -\frac{1}{5}\\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5}\end{pmatrix}$ | **3p** |
| **6.** | $\det\left(A(a)\right)=\begin{vmatrix}a & 1\\ -1 & a\end{vmatrix}=a^2+1$ | **2p** |
| | $a^2\le 400\Leftrightarrow \lvert a\rvert\le 20$ și $a\in\mathbb{Z}$, deci sunt 41 de matrice $A(a)$ care verifică cerința | **3p** |

**Examenul de bacalaureat naţional 2015**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_pedagogic***

**Model**

***Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| **5p** | **1.** Arătaţi că $\sqrt{81}-\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{8}=9$. |
| **5p** | **2.** Determinaţi numărul real $m$ pentru care $f(2)=0$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-m$. |
| **5p** | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+1}=1$. |
| **5p** | **4.** O firmă folosește $2\,000$ de lei pentru publicitate, ceea ce reprezintă $5\%$ din profitul anual al firmei. Determinaţi profitul anual al firmei. |
| **5p** | **5.** Determinaţi ecuaţia dreptei care trece prin punctul $M(1,-1)$ şi este paralelă cu dreapta $d$ de ecuaţie $y=x-1$. |
| **5p** | **6.** Arătaţi că $\sin 30^\circ+\sqrt{3}\cdot\cos 30^\circ=2$. |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-2$. |
| **5p** | **1.** Calculați $(-2)*2$. |
| **5p** | **2.** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă. |
| **5p** | **3.** Verificaţi dacă $e=2$ este element neutru al legii de compoziţie „$*$”. |
| **5p** | **4.** Determinaţi numărul real $x$, ştiind că $(x+1)*x=3$. |
| **5p** | **5.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x*3^x=0$. |
| **5p** | **6.** Arătaţi că $x^2*\frac{1}{x^2}\geq 0$ pentru orice număr real nenul $x$. |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix}$, unde $a$ este număr real. |
| **5p** | **1.** Calculaţi $\det(A(0))$. |
| **5p** | **2.** Arătați că $4\cdot A(1)-3\cdot A(-1)=A(7)$. |
| **5p** | **3.** Determinaţi numerele reale $a$, știind că $\det(A(a))=10$. |
| **5p** | **4.** Arătaţi că $\det(A(a)-I_2)>0$ pentru orice număr real $a$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. |
| **5p** | **5.** Determinați inversa matricei $A(2)$. |
| **5p** | **6.** Determinaţi numărul matricelor $A(a)$, unde $a$ este număr întreg şi $\det(A(a))\leq 401$. |

**Examenul de bacalaureat naţional 2015**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_pedagogic***
**Clasa a XII-a**

**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Simulare**

***Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare***

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $-3+\left(-\frac{1}{2}\right)^2=-3+\frac{1}{4}=-\frac{11}{4}$ | **3p** |
| | $-\frac{11}{4}:\left(-\frac{11}{2}\right)=\frac{1}{2}$ | **2p** |
| **2.** | $f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}=0$ | **3p** |
| | $x=2$ și $y=0$ | **2p** |
| **3.** | $2^{x^2-3x}=2^{2x-4} \Leftrightarrow x^2-5x+4=0$ | **3p** |
| | $x_1=1$ și $x_2=4$ | **2p** |
| **4.** | $p+10\%\cdot p=594$, unde $p$ este prețul obiectului înainte de scumpire | **2p** |
| | $p=540$ de lei | **3p** |
| **5.** | $x_M=2$, $y_M=-2$, unde punctul $M$ este mijlocul segmentului $EF$ | **3p** |
| | $x_N=2$, $y_N=1$, unde punctul $N$ este mijlocul medianei $DM$ | **2p** |
| **6.** | $\operatorname{tg} B=\frac{3}{4} \Rightarrow AB=12$ | **2p** |
| | $BC=15 \Rightarrow P_{\Delta ABC}=36$ | **3p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $4\circ 2=4\cdot 2-2\cdot 4-2\cdot 2+6=$ | **3p** |
| | $=2$ | **2p** |
| **2.** | $y\circ x=yx-2y-2x+6=$ | **2p** |
| | $=xy-2x-2y+6=x\circ y$, pentru orice numere reale $x$ și $y$ | **3p** |
| **3.** | $x\circ y=xy-2x-2y+4+2=$ | **2p** |
| | $=x(y-2)-2(y-2)+2=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale $x$ și $y$ | **3p** |
| **4.** | $2\circ x=(2-2)(x-2)+2=$ | **3p** |
| | $=0+2=2$, pentru orice număr real $x$ | **2p** |
| **5.** | $x\circ x\circ x=(x-2)^3+2$ | **2p** |
| | $x=4$ | **3p** |
| **6.** | $m\circ n=3 \Leftrightarrow (m-2)(n-2)=1$ | **2p** |
| | Cum $m$ și $n$ sunt numere întregi, obținem perechile $(m,n)=(1,1)$ și $(m,n)=(3,3)$ | **3p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | Pentru $x=0$, $A(0)=\begin{pmatrix}1-0 & 0\\ -2\cdot 0 & 1+2\cdot 0\end{pmatrix}=$ | **3p** |
| | $=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\in G$ | **2p** |
| **2.** | $A(1)=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -2 & 3\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(1)\right)=\begin{vmatrix}0 & 1\\ -2 & 3\end{vmatrix}=$ | **2p** |
| | $=2$ | **3p** |
| **3.** | $A\left(x^2\right)=\begin{pmatrix}1-x^2 & x^2\\ -2x^2 & 1+2x^2\end{pmatrix}$, $A(2x)=\begin{pmatrix}1-2x & 2x\\ -4x & 1+4x\end{pmatrix}$, $A\left(x^2\right)-A(2x)=\begin{pmatrix}-x^2+2x & x^2-2x\\ -2x^2+4x & 2x^2-4x\end{pmatrix}$ | **3p** |
| | $\begin{pmatrix}-x^2+2x & x^2-2x\\ -2x^2+4x & 2x^2-4x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\Leftrightarrow x_1=0$ şi $x_2=2$ | **2p** |
| **4.** | $\det\left(A(x)\right)=\begin{vmatrix}1-x & x\\ -2x & 1+2x\end{vmatrix}=1+x$ | **3p** |
| | $1+x\neq 0\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ | **2p** |
| **5.** | $A(x)\cdot A(y)=\begin{pmatrix}1-x-y-xy & x+y+xy\\ -2x-2y-2xy & 1+2x+2y+2xy\end{pmatrix}=$ | **3p** |
| | $=\begin{pmatrix}1-(x+y+xy) & x+y+xy\\ -2(x+y+xy) & 1+2(x+y+xy)\end{pmatrix}=A(x+y+xy)$, pentru orice numere reale $x$ şi $y$ | **2p** |
| **6.** | $\left(A(x)\cdot A(x)\right)\cdot\left(A(x)\cdot A(x)\right)=A\left(x^2+2x\right)\cdot A\left(x^2+2x\right)=A\left((x+1)^2-1\right)\cdot A\left((x+1)^2-1\right)=$<br>$=A\left((x+1)^4-1\right)$ | **3p** |
| | $(x+1)^4-1=0\Rightarrow x_1=-2$ şi $x_2=0$ | **2p** |

**Examenul de bacalaureat naţional 2015**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_pedagogic***
**Clasa a XII-a**

**Simulare**

***Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare***
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

**5p** **1.** Arătați că $\left(-3+\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right):\left(-\frac{11}{2}\right)=\frac{1}{2}$.

**5p** **2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$ cu axa $Ox$.

**5p** **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x^2-3x}=4^{x-2}$.

**5p** **4.** După o scumpire cu $10\%$ un obiect costă 594 lei. Calculați prețul obiectului înainte de scumpire.

**5p** **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $D(2,4)$, $E(-2,-2)$ şi $F(6,-2)$. Determinaţi coordonatele mijlocului medianei din vârful $D$ al triunghiului $DEF$.

**5p** **6.** Calculați perimetrul triunghiului $ABC$ dreptunghic în $A$, știind că $\operatorname{tg} B=\frac{3}{4}$ și $AC=9$.

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy-2x-2y+6$.

**5p** **1.** Calculaţi $4\circ 2$.

**5p** **2.** Verificaţi dacă legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.

**5p** **3.** Arătați că $x\circ y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **4.** Arătați că $2\circ x=2$, pentru orice număr real $x$.

**5p** **5.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x\circ x=10$.

**5p** **6.** Determinaţi perechile de numere întregi $(m,n)$, știind că $m\circ n=3$.

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

Se consideră mulţimea $G=\left\{A(x)=\begin{pmatrix}1-x & x\\ -2x & 1+2x\end{pmatrix}\middle|\, x\in\mathbb{R}\right\}$.

**5p** **1.** Arătați că matricea $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ aparține mulțimii $G$.

**5p** **2.** Calculați $\det(A(1))$.

**5p** **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $A(x^2)-A(2x)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

**5p** **4.** Determinați valorile reale ale lui $x$ pentru care matricea $A(x)$ este inversabilă.

**5p** **5.** Arătați că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y+xy)$, pentru orice numere reale $x$ și $y$.

**5p** **6.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $A(x)\cdot A(x)\cdot A(x)\cdot A(x)=A(0)$.

**Examenul de bacalaureat naţional 2015**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_pedagogic***
**Clasa a XI-a**
**BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE**

**Simulare**

***Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare***

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $2^{-2}=\frac{1}{4}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^0=1$ | **2p** |
| | $\frac{1}{4}\cdot 3-1=-\frac{1}{4}$ | **3p** |
| **2.** | $f(-2)+f(2)=2$, $f(-1)+f(1)=2$, $f(0)=1$ | **3p** |
| | $f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)+f(2)=2+2+1=5$ | **2p** |
| **3.** | $x^2-5x+3=-1$ | **2p** |
| | $x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow x_1=1$ şi $x_2=4$, care verifică ecuaţia | **3p** |
| **4.** | Sunt $12$ numere pare în mulțimea $\{1, 2, ..., 25\}$, deci sunt $12$ cazuri favorabile | **2p** |
| | Sunt $25$ de numere în mulțimea $\{1, 2, ..., 25\}$, deci sunt $25$ de cazuri posibile | **1p** |
| | $p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{12}{25}$ | **2p** |
| **5.** | $\frac{3}{3}=\frac{a+5}{2}$ | **3p** |
| | $a=-3$ | **2p** |
| **6.** | $l_{\text{pătrat}}=3\sqrt{2}$ dm | **3p** |
| | $\mathcal{A}_{\text{pătrat}}=\left(3\sqrt{2}\right)^2=18\text{ dm}^2$ | **2p** |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $0*2=0\cdot 2-3\cdot 0-3\cdot 2+12=$ | **3p** |
| | $=6$ | **2p** |
| **2.** | $x*y=xy-3x-3y+9+3=$ | **2p** |
| | $=x(y-3)-3(y-3)+3=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale $x$ şi $y$ | **3p** |
| **3.** | $x*4=(x-3)(4-3)+3=x$ | **2p** |
| | $4*x=(4-3)(x-3)+3=x$, pentru orice număr real $x$ | **3p** |
| **4.** | $(2x-3)(x-3)+3=3 \Leftrightarrow (2x-3)(x-3)=0$ | **3p** |
| | $x_1=\frac{3}{2}$ şi $x_2=3$ | **2p** |
| **5.** | $x*(-x)=(x-3)(-x-3)+3=$ | **2p** |
| | $=12-x^2\le 12$, pentru orice număr real $x$ | **3p** |
| **6.** | Pentru $x=3m$ și $y=3n$, cu $m$ și $n$ numere întregi, numărul $x*y=(3m-3)(3n-3)+3=$ | **2p** |
| | $=3(m-1)(3n-3)+3=3\left((m-1)(3n-3)+1\right)$ este întreg, multiplu de 3 | **3p** |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | $\hat{2}\cdot\hat{4}=\hat{0}$ | **3p** |
| | $\hat{1}\cdot\hat{2}\cdot\hat{3}\cdot\hat{4}\cdot\hat{5}=\hat{0}$ | **2p** |
| **2.** | $\hat{4}\cdot\left(\hat{3}+\hat{5}\right)=\hat{4}\cdot\hat{0}=\hat{0}$ | **2p** |
| | $\hat{4}\cdot\hat{3}+\hat{4}\cdot\hat{5}=\hat{4}+\hat{4}=\hat{0}\Rightarrow\hat{4}\cdot\left(\hat{3}+\hat{5}\right)=\hat{4}\cdot\hat{3}+\hat{4}\cdot\hat{5}$ | **3p** |
| **3.** | $\hat{3}$ şi $\hat{7}$ sunt soluţii ale ecuaţiei | **3p** |
| | Celelalte elemente ale lui $\mathbb{Z}_8$ nu sunt soluţii ale ecuaţiei | **2p** |
| **4.** | $\hat{3}\cdot\hat{3}=\hat{1}$ | **3p** |
| | Simetricul elementului $\hat{3}$ în raport cu operația de înmulțire din $\mathbb{Z}_8$ este $\hat{3}$ | **2p** |
| **5.** | $\hat{0}^3=\hat{0}$, $\hat{1}^3=\hat{1}$, $\hat{2}^3=\hat{0}$, $\hat{3}^3=\hat{3}$, $\hat{4}^3=\hat{0}$, $\hat{5}^3=\hat{5}$, $\hat{6}^3=\hat{0}$ şi $\hat{7}^3=\hat{7}$ | **3p** |
| | $A=\left\{\hat{0},\hat{1},\hat{3},\hat{5},\hat{7}\right\}$ | **2p** |
| **6.** | $\begin{cases}\hat{2}x+y=\hat{5}\\ \hat{3}x+\hat{7}y=\hat{1}\end{cases}\Rightarrow\hat{5}x=\hat{6}$ | **3p** |
| | $x=\hat{6},\ y=\hat{1}$, care verifică ecuaţiile sistemului | **2p** |

**Examenul de bacalaureat național 2015**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_pedagogic***
**Clasa a XI-a**

**Simulare**

***Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare***
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| **5p** | **1**. Calculați $2^{-2}\cdot 3-\left(\frac{1}{4}\right)^{0}$. |
| **5p** | **2.** Calculați $f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)+f(2)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-4x+1$. |
| **5p** | **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{x^2-5x+3}=-1$. |
| **5p** | **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{1, 2, ..., 25\}$, acesta să fie număr par. |
| **5p** | **5.** Determinați numărul real $a$, știind că dreptele $d_1: 3x+(a+5)y-4=0$ şi $d_2: 3x+2y-5=0$ sunt paralele. |
| **5p** | **6.** Calculaţi aria unui pătrat, știind că lungimea uneia dintre diagonale este egală cu $6\,\text{dm}$. |

**SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-3x-3y+12$. |
| **5p** | **1.** Calculaţi $0*2$. |
| **5p** | **2.** Arătați că $x*y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale $x$ și $y$. |
| **5p** | **3.** Verificați dacă $e=4$ este element neutru al legii de compoziție „$*$”. |
| **5p** | **4.** Rezolvați în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(2x)*x=3$. |
| **5p** | **5.** Arătați că $x*(-x)\le 12$, pentru orice număr real $x$. |
| **5p** | **6.** Arătați că dacă $x$ și $y$ sunt numere întregi, multipli de 3, atunci numărul $x*y$ este întreg, multiplu de 3. |

**SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | Se consideră $\mathbb{Z}_8=\{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}, \hat{6}, \hat{7}\}$, mulţimea claselor de resturi modulo 8. |
| **5p** | **1.** Calculaţi $\hat{1}\cdot\hat{2}\cdot\hat{3}\cdot\hat{4}\cdot\hat{5}$ în $\mathbb{Z}_8$. |
| **5p** | **2.** Arătați că $\hat{4}\cdot(\hat{3}+\hat{5})=\hat{4}\cdot\hat{3}+\hat{4}\cdot\hat{5}$ în $\mathbb{Z}_8$. |
| **5p** | **3.** Rezolvați în $\mathbb{Z}_8$ ecuaţia $\hat{2}x+\hat{2}=\hat{0}$. |
| **5p** | **4.** Determinați simetricul elementului $\hat{3}$ în raport cu operația de înmulțire din $\mathbb{Z}_8$. |
| **5p** | **5.** Determinați mulţimea $A=\{x\in\mathbb{Z}_8 \mid x^3=x\}$. |
| **5p** | **6.** Rezolvați în $\mathbb{Z}_8$ sistemul $\begin{cases}\hat{2}x+y=\hat{5}\\ \hat{3}x+\hat{7}y=\hat{1}\end{cases}$. |