Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$, $1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$, $1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$	**3p**
	$2\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}=5$	**2p**
2.	$f(x)\geq g(x)\Leftrightarrow 3x-2\geq x+4$	**2p**
	$x\geq 3\Leftrightarrow x\in[3,+\infty)$	**3p**
3.	$x^2+3=4x\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=3$	**2p**
4.	$5\%\cdot x=\frac{x}{20}$, unde x este profitul anual al firmei	**3p**
	$\frac{x}{20}=6\ 000\Rightarrow x=120\ 000$ de lei	**2p**
5.	$AB=\sqrt{(6-3)^2+(4-0)^2}=5$, $AC=\sqrt{(0-3)^2+(4-0)^2}=5$	**2p**
	$BC=6\Rightarrow P_{\Delta ABC}=5+5+6=16$	**3p**
6.	$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$	**2p**
	$\sin^2 30^\circ+\cos^2 60^\circ=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-1)\circ 1=(-1)+1+5=$	**3p**
	$=0+5=5$	**2p**
2.	$(x\circ y)\circ z=(x+y+5)\circ z=(x+y+5)+z+5=x+y+z+10$	**2p**
	$x\circ(y\circ z)=x\circ(y+z+5)=x+(y+z+5)+5=x+y+z+10=(x\circ y)\circ z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziție „$\circ$” este asociativă	**3p**
3.	$x\circ(-5)=x+(-5)+5=x$	**2p**
	$(-5)\circ x=(-5)+x+5=x=x\circ(-5)$, pentru orice număr real x, deci $e=-5$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
4.	$x^2+x+5=7\Leftrightarrow x^2+x-2=0$	**3p**
	$x=-2$ sau $x=1$	**2p**
5.	$(x^2-y-5)\circ(x-y^2)=x^2-y-5+x-y^2+5=$	**2p**
	$=x^2-y^2+x-y=(x-y)(x+y)+(x-y)=(x-y)(x+y+1)$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
6.	$m+n+5=6\Leftrightarrow m+n=1$	**2p**
	Cum m și n sunt numere naturale, obținem $m=0$, $n=1$ sau $m=1$, $n=0$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(0)=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(0))=\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}=1\cdot1-0\cdot0=$	**3p**
	$=1-0=1$	**2p**
2.	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}1&a\\a&1\end{vmatrix}=1-a^2$	**2p**
	$\det(A(a))=0\Leftrightarrow1-a^2=0\Leftrightarrow a=-1$ sau $a=1$	**3p**
3.	$A(1)\cdot A(1)=\begin{pmatrix}2&2\\2&2\end{pmatrix}$, $2A(1)=\begin{pmatrix}2&2\\2&2\end{pmatrix}$	**3p**
	$A(1)\cdot A(1)-2A(1)=\begin{pmatrix}2&2\\2&2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&2\\2&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
4.	$\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&a\\a&1\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}1+2a&a+2\\2+a&2a+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&3\\3&3\end{pmatrix}$	**3p**
	$a=1$	**2p**
5.	$A(a)-A(0)=\begin{pmatrix}0&a\\a&0\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(a)-A(0))=\begin{vmatrix}0&a\\a&0\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=-a^2\leq0$, pentru orice număr real a	**2p**
6.	$\begin{pmatrix}1&a\\a&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&b\\b&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}1+ab&b+a\\a+b&ab+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$	**2p**
	Cum $ab=-1$ și $b=-a$, obținem $a=1$, $b=-1$ sau $a=-1$, $b=1$	**3p**

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $2\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)=5$.
5p	**2.** Determinați valorile reale ale lui x, pentru care $f(x)\ge g(x)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+4$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{x^2+3}=7^{4x}$.
5p	**4.** O firmă folosește 6000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 5% din profitul anual al firmei. Calculați profitul anual al firmei.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(6,4)$ și $C(0,4)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătați că $\sin^2 30^\circ+\cos^2 60^\circ=\frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x+y+5$.
5p	**1.** Arătați că $(-1)\circ 1=5$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este asociativă.
5p	**3.** Verificați dacă $e=-5$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.
5p	**4.** Determinați numerele reale x, pentru care $x^2\circ x=7$.
5p	**5.** Demonstrați că $\left(x^2-y-5\right)\circ\left(x-y^2\right)=(x-y)(x+y+1)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**6.** Determinați numerele naturale m și n, știind că $m\circ n=6$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $O_2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}1&a\\a&1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det\left(A(0)\right)=1$.
5p	**2.** Determinați numerele reale a, pentru care $\det\left(A(a)\right)=0$.
5p	**3.** Arătați că $A(1)\cdot A(1)-2A(1)=O_2$.
5p	**4.** Determinați numărul real a, pentru care $A(2)\cdot A(a)=3A(1)$.
5p	**5.** Demonstrați că $\det\left(A(a)-A(0)\right)\le 0$, pentru orice număr real a.
5p	**6.** Determinați numerele reale a și b, știind că $A(a)\cdot A(b)=O_2$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 8

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare
- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{48}=4\sqrt{3}$, $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$	**2p**
	$4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}$	**3p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow 2x-1=2-x\Leftrightarrow 3x=3$	**3p**
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x=1$ și $y=1$	**2p**
3.	$3^{8-3x}=3^2\Leftrightarrow 8-3x=2$	**3p**
	$x=2$	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 2 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 5 moduri, deci se pot forma $2\cdot 5=10$ numere	**3p**
5.	$AB=4$	**2p**
	$BC=4\Rightarrow AB=BC$	**3p**
6.	$\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$	**3p**
	$\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ+\cos 60^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}=1$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1\circ 2016=1\cdot 2016-1-2016+1=$	**3p**
	$=2015-2015=0$	**2p**
2.	$y\circ x=yx-y-x+1=$	**2p**
	$=xy-x-y+1=x\circ y$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$\circ$” este comutativă	**3p**
3.	$x\circ y=xy-x-(y-1)=$	**2p**
	$=x(y-1)-(y-1)=(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
4.	$(x-1)\circ x=(x-2)(x-1)$	**2p**
	$(x-2)(x-1)=0\Leftrightarrow x=1$ sau $x=2$	**3p**
5.	$x^2\circ x^2=\left(x^2-1\right)\left(x^2-1\right)=$	**2p**
	$=(x-1)(x+1)(x-1)(x+1)=(x-1)^2(x+1)^2$, pentru orice număr real x	**3p**
6.	$(a-1)(b-1)=3$	**2p**
	Cum a și b sunt numere naturale, obținem $a=2$, $b=4$ sau $a=4$, $b=2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}2 & 1\\ -4 & -2\end{vmatrix}=2\cdot(-2)-(-4)\cdot 1=$	**3p**
	$=-4+4=0$	**2p**

2.	$M(a)=\begin{pmatrix}2+a & 1\\ -4 & -2+a\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(M(a)\right)=\begin{vmatrix}2+a & 1\\ -4 & -2+a\end{vmatrix}=a^2$	**3p**
	$a^2=16\Leftrightarrow a=-4$ sau $a=4$	**2p**
3.	$M(-1)+M(0)+M(1)=A+(-1)\cdot I_2+A+0\cdot I_2+A+1\cdot I_2=$	**3p**
	$=A-I_2+A+A+I_2=3A$	**2p**
4.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$	**2p**
	$M(a)\cdot M(b)=(A+aI_2)(A+bI_2)=A\cdot A+(a+b)A+abI_2=(a+b)A+abI_2$, pentru orice numere reale a și b	**3p**
5.	Matricea $M(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det\left(M(a)\right)\neq 0$	**2p**
	$a^2\neq 0\Leftrightarrow a\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$	**3p**
6.	$\det\left(M(1)\right)=1\neq 0$ și $\left(M(1)\right)^{-1}=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 4 & 3\end{pmatrix}$	**2p**
	$X=\left(M(1)\right)^{-1}\cdot A\Leftrightarrow X=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & -2\end{pmatrix}$	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2016

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 8

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că $\sqrt{48}-\sqrt{27}=\sqrt{3}$.

5p **2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2-x$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{8-3x}=9$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 5, 6, 7, 8 şi 9.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(5,4)$ şi $C(5,8)$. Arătaţi că $AB=BC$.

5p **6.** Arătaţi că $\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ+\cos 60^\circ=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-x-y+1$.

5p **1.** Arătaţi că $1\circ 2016=0$.

5p **2.** Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.

5p **3.** Demonstraţi că $x\circ y=(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **4.** Determinaţi numerele reale x, pentru care $(x-1)\circ x=0$.

5p **5.** Arătaţi că $x^2\circ x^2=(x-1)^2(x+1)^2$, pentru orice număr real x.

5p **6.** Determinaţi numerele naturale a şi b, ştiind că $a\circ b=3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & -2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=A+aI_2$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătaţi că $\det A=0$.

5p **2.** Determinaţi numerele reale a, pentru care $\det(M(a))=16$.

5p **3.** Arătaţi că $M(-1)+M(0)+M(1)=3A$.

5p **4.** Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=(a+b)A+abI_2$, pentru orice numere reale a şi b.

5p **5.** Determinaţi valorile reale ale lui a, pentru care matricea $M(a)$ este inversabilă.

5p **6.** Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $M(1)\cdot X=A$.

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{25}=5$, $\sqrt{64}=8$, $\sqrt{169}=13$ $5+8-13=0$	**3p** **2p**
2.	$x+2\leq 3$ $x\leq 1$, deci $x\in(-\infty,1]$	**2p** **3p**
3.	$2x-8=2$ $x=5$, care verifică ecuația	**3p** **2p**
4.	După prima ieftinire cu 10%, preţul obiectului este $1000-10\%\cdot 1000=900$ de lei După a doua ieftinire cu 10%, preţul obiectului este $900-10\%\cdot 900=810$ lei	**3p** **2p**
5.	$x_A+x_C=x_O+x_B=5$ $y_A+y_C=y_O+y_B=6$, adică segmentele AC și OB au același mijloc, deci $AOCB$ este paralelogram	**2p** **3p**
6.	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\dfrac{AB\cdot AC\cdot\sin A}{2}=\dfrac{6\cdot 6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}=$ $=9\sqrt{3}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-2)*7=(-2)+7-5=$ $=5-5=0$	**3p** **2p**
2.	$(x*y)*z=(x+y-5)*z=(x+y-5)+z-5=x+y+z-10$ $x*(y*z)=x*(y+z-5)=x+(y+z-5)-5=x+y+z-10=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziţie „$*$” este asociativă	**2p** **3p**
3.	$(1*2)*(8*9)=(1+2-5)*(8+9-5)=(-2)*12=-2+12-5=5$ $(1*9)*(2*8)=(1+9-5)*(2+8-5)=5*5=5+5-5=5=(1*2)*(8*9)$	**2p** **3p**
4.	$x*x=2x-5$, $(x*x)*x=3x-10$ $3x-10=x\Leftrightarrow x=5$	**3p** **2p**
5.	$9^x+3^x-5=7\Leftrightarrow\left(3^x+4\right)\left(3^x-3\right)=0$ Cum $3^x>0$, obținem $x=1$	**3p** **2p**
6.	$x^2*\dfrac{1}{x^2}\geq -3\Leftrightarrow x^2+\dfrac{1}{x^2}-5\geq -3$ $x^2+\dfrac{1}{x^2}-2\geq 0\Leftrightarrow\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2\geq 0$, relație adevărată, pentru orice număr real nenul x	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det B=\begin{vmatrix}1&1\\0&1\end{vmatrix}=1\cdot1-1\cdot0=$	**3p**
	$=1-0=1$	**2p**
2.	$aA(a)=\begin{pmatrix}a^2&a\\2a&3a\end{pmatrix}\Rightarrow\det(aA(a))=\begin{vmatrix}a^2&a\\2a&3a\end{vmatrix}=3a^3-2a^2$	**3p**
	$3a^3-2a^2=0\Leftrightarrow a=0$ sau $a=\frac{2}{3}$	**2p**
3.	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}a&1\\2&3\end{vmatrix}=3a-2$	**2p**
	Matricea $A(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow\det(A(a))\neq0\Leftrightarrow 3a-2\neq0\Leftrightarrow a\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{2}{3}\right\}$	**3p**
4.	$A(a-1)=\begin{pmatrix}a-1&1\\2&3\end{pmatrix}$, $A(a+1)=\begin{pmatrix}a+1&1\\2&3\end{pmatrix}$	**2p**
	$A(a-1)+A(a+1)=\begin{pmatrix}2a&2\\4&6\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}a&1\\2&3\end{pmatrix}=2A(a)$, pentru orice număr real a	**3p**
5.	$A(a)+B=\begin{pmatrix}a+1&2\\2&4\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(a)+B)=\begin{vmatrix}a+1&2\\2&4\end{vmatrix}=4a$	**3p**
	$4a=a+3\Leftrightarrow a=1$	**2p**
6.	$A(1)=\begin{pmatrix}1&1\\2&3\end{pmatrix}\Rightarrow\det A(1)=1\neq0$, $(A(1))^{-1}=\begin{pmatrix}3&-1\\-2&1\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=B\cdot(A(1))^{-1}\Leftrightarrow X=\begin{pmatrix}1&0\\-2&1\end{pmatrix}$	**2p**

Examenul de bacalaureat naţional 2016

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 2

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{25}+\sqrt{64}-\sqrt{169}=0$.
5p	**2.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $3(x+2)\le 9$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x-8)=\log_3 2$.
5p	**4.** Prețul unui obiect este 1000 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se ieftinește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(5,6)$ și $C(5,3)$. Arătați că patrulaterul $AOCB$ este paralelogram.
5p	**6.** Calculaţi aria triunghiului ABC, știind că $m(\sphericalangle A)=60^\circ$ şi $AB=AC=6$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-5$.
5p	**1.** Arătaţi că $(-2)*7=0$.
5p	**2.** Arătaţi că legea de compoziție „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Arătaţi că $(1*2)*(8*9)=(1*9)*(2*8)$.
5p	**4.** Determinaţi numărul real x, pentru care $(x*x)*x=x$.
5p	**5.** Determinaţi numărul real x, pentru care $9^x*3^x=7$.
5p	**6.** Demonstrați că $x^2*\frac{1}{x^2}\ge -3$, pentru orice număr real nenul x.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătaţi că $\det B=1$.
5p	**2.** Determinaţi numerele reale a, știind că $\det(aA(a))=0$.
5p	**3.** Determinați valorile reale ale lui a, pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
5p	**4.** Demonstrați că $A(a-1)+A(a+1)=2A(a)$, pentru orice număr real a.
5p	**5.** Determinați numărul real a, știind că $\det(A(a)+B)=a+3$.
5p	**6.** Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $X\cdot A(1)=B$.

Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{10}=0,1$, $\frac{1}{100}=0,01$, $\frac{1}{1000}=0,001$	**3p**
	$0,1+0,01+0,001=0,111$	**2p**
2.	$f(x)\geq g(x)\Leftrightarrow 2x-1\geq x+1$	**2p**
	$x\geq 2\Leftrightarrow x\in[2,+\infty)$	**3p**
3.	$x^2=4x-3\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$	**3p**
	$x_1=1$ și $x_2=3$	**2p**
4.	$5\%\cdot x=\frac{x}{20}$, unde x este profitul anual al firmei	**3p**
	$\frac{x}{20}=5\ 000\Rightarrow x=100\ 000$ de lei	**2p**
5.	$BC=8$ și lungimea înălțimii din A este 3	**3p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{8\cdot 3}{2}=12$	**2p**
6.	$\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$	**2p**
	$2\sin^2 30°+2\cos^2 60°=2\cdot\frac{1}{4}+2\cdot\frac{1}{4}=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$0\circ(-3)=0\cdot(-3)+3\cdot 0+3\cdot(-3)+6=$	**2p**
	$=0+0-9+6=-3$	**3p**
2.	$x\circ y=xy+3x+3y+9-3=$	**2p**
	$=x(y+3)+3(y+3)-3=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$(-3)\circ x=((-3)+3)(x+3)-3=$	**3p**
	$=0-3=-3$, pentru orice număr real x	**2p**
4.	$x\circ(-2)=(x+3)((-2)+3)-3=x+3-3=x$	**2p**
	$(-2)\circ x=((-2)+3)(x+3)-3=x+3-3=x$, pentru orice număr real x, deci $e=-2$ este element neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
5.	$x\circ(-3)=-3$, pentru x număr real	**2p**
	$(-2016)\circ(-2015)\circ\ldots\circ(-3)=((-2016)\circ(-2015)\circ\ldots\circ(-4))\circ(-3)=-3$	**3p**
6.	$x\circ x=(x+3)^2-3$, $x\circ x\circ x=(x+3)^3-3$	**2p**
	$(x+3)^3-3=5\Leftrightarrow(x+3)^3=8\Leftrightarrow x=-1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot 1 - 2 \cdot 2 =$	**3p**
	$= 5 - 4 = 1$	**2p**
2.	$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 29 & 12 \\ 12 & 5 \end{pmatrix}$	**2p**
	$A^2 - 6A = \begin{pmatrix} 29 & 12 \\ 12 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 & 12 \\ 12 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -I_2$	**3p**
3.	$xA = \begin{pmatrix} 5x & 2x \\ 2x & x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(xA) = \begin{vmatrix} 5x & 2x \\ 2x & x \end{vmatrix} = x^2$	**3p**
	$x^2 = 4 \Leftrightarrow x_1 = -2$ şi $x_2 = 2$	**2p**
4.	$A^2 - 6A + aI_2 = \begin{pmatrix} a-1 & 0 \\ 0 & a-1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det\left(A^2 - 6A + aI_2\right) = \begin{vmatrix} a-1 & 0 \\ 0 & a-1 \end{vmatrix} =$	**3p**
	$= (a-1)^2 \geq 0$, pentru orice număr real a	**2p**
5.	$B = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $\det B = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 8 \neq 0$	**2p**
	$B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$	**3p**
6.	$\det X = \begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix} = a^2 - b^2$, deci $\det X = 8 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = 8 \Leftrightarrow (a-b)(a+b) = 8$	**2p**
	Cum a şi b sunt numere întregi, obţinem matricele $X = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ sau $X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$	**3p**

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătați că $\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}=0{,}111$.
5p	**2.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $f(x)\geq g(x)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+1$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2}=2^{4x-3}$.
5p	**4.** O firmă folosește 5000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 5% din profitul anual al firmei. Calculați profitul anual al firmei.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(8,3)$ și $C(0,3)$. Calculați aria triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătați că $2\sin^2 30°+2\cos^2 60°=1$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=xy+3x+3y+6$.
5p	**1.** Arătați că $0\circ(-3)=-3$.
5p	**2.** Arătați că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Arătați că $(-3)\circ x=-3$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Verificați dacă $e=-2$ este element neutru al legii de compoziție „$\circ$”.
5p	**5.** Calculați $(-2016)\circ(-2015)\circ\ldots\circ(-3)$.
5p	**6.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x\circ x\circ x=5$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5&2\\2&1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.
5p	**1.** Arătați că $\det A=1$.
5p	**2.** Arătați că $A^2-6A=-I_2$, unde $A^2=A\cdot A$.
5p	**3.** Determinați numerele reale x pentru care $\det(xA)=4$.
5p	**4.** Arătați că $\det\left(A^2-6A+aI_2\right)\geq 0$, pentru orice număr real a, unde $A^2=A\cdot A$.
5p	**5.** Determinați inversa matricei B, unde $B=A+I_2$.
5p	**6.** Determinați matricele $X=\begin{pmatrix}a&b\\b&a\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$, știind că $\det X=8$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2016=2^5\cdot 3^2\cdot 7^1$	**2p**
	$a=5$, $b=2$, $c=1$	**3p**
2.	$f(x)=1 \Leftrightarrow x^2-1=0$	**3p**
	$x=-1$ sau $x=1$	**2p**
3.	$\sqrt{3x+10}=4+x \Rightarrow x^2+5x+6=0$	**3p**
	$x=-3$ sau $x=-2$, care verifică ecuația	**2p**
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile	**1p**
	Sunt 54 de numere naturale de două cifre care au suma cifrelor mai mică sau egală cu 10, deci sunt 54 de cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{54}{90}=\dfrac{3}{5}$	**2p**
5.	B este mijlocul segmentului AC, unde $C(x_C,y_C)$ este simetricul punctului A față de punctul B, deci $3=\dfrac{-1+x_C}{2} \Leftrightarrow x_C=7$	**3p**
	$5=\dfrac{2+y_C}{2} \Leftrightarrow y_C=8$	**2p**
6.	$\sin C=\dfrac{AB}{BC} \Rightarrow AB=\dfrac{4}{5}BC$	**1p**
	$AB^2+AC^2=BC^2 \Rightarrow AC=\dfrac{3}{5}BC$	**2p**
	$\dfrac{4}{5}BC+\dfrac{3}{5}BC+BC=72 \Leftrightarrow BC=30$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$\left(-\sqrt{2}\right)\circ\sqrt{2}=\left(-\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}+\left(-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}=$	**3p**
	$=-2$	**2p**
2.	$x\circ y=xy+x+y+1-1=$	**2p**
	$=x(y+1)+(y+1)-1=(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$\left(x^2+1\right)(x+1)-1=-1 \Leftrightarrow \left(x^2+1\right)(x+1)=0$	**3p**
	$x=-1$	**2p**
4.	$(x\circ y)\circ z=\big((x+1)(y+1)-1\big)\circ z=\big((x+1)(y+1)-1+1\big)(z+1)-1=(x+1)(y+1)(z+1)-1$	**2p**
	$x\circ(y\circ z)=x\circ\big((y+1)(z+1)-1\big)=(x+1)\big((y+1)(z+1)-1+1\big)-1=(x+1)(y+1)(z+1)-1=$ $=(x\circ y)\circ z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea „$\circ$” este asociativă	**3p**

5.	$n=2k,\ k\in\mathbb{N}\Rightarrow n\circ n=4k(k+1)$	**3p**
	Deoarece k și $k+1$ sunt numere naturale consecutive, numărul $k(k+1)$ este multiplu de 2, deci numărul $n\circ n$ este multiplu de 8	**2p**
6.	$a\circ b=(a+1)(b+1)-1\in\mathbb{N}\Rightarrow(a+1)(b+1)\in\mathbb{N}^*$	**3p**
	De exemplu, $a=\sqrt{2}-1$ și $b=2\sqrt{2}-1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(2)=\begin{pmatrix}2&1\\1&2\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(2))=\begin{vmatrix}2&1\\1&2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=3$	**3p**
2.	$A(1)+A(3)=\begin{pmatrix}1&0\\1&2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3&2\\1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&2\\2&4\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}2&1\\1&2\end{pmatrix}=2A(2)$	**2p**
3.	$A(n)=\begin{pmatrix}n&n-1\\1&2\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(n))=n+1$	**2p**
	Deoarece $n\in\mathbb{N}$, $\lvert n+1\rvert=1-2n$ implică $n+1=1-2n$, de unde obținem $n=0$, care convine	**3p**
4.	$xA(x)-2I_2=\begin{pmatrix}x^2-2&x^2-x\\x&2x-2\end{pmatrix}\Rightarrow\det(xA(x)-2I_2)=(x-1)(x-2)(x+2)$	**3p**
	$(x-1)(x-2)(x+2)\geq0\Leftrightarrow x\in[-2,1]\cup[2,+\infty)$	**2p**
5.	$A(x^2)=\begin{pmatrix}x^2&x^2-1\\1&2\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(x^2))=\begin{vmatrix}x^2&x^2-1\\1&2\end{vmatrix}=x^2+1$	**3p**
	$x^2+1\neq0$ pentru orice număr real x, deci $A(x^2)$ este inversabilă pentru orice număr real x	**2p**
6.	$2X+3\begin{pmatrix}1&0\\1&2\end{pmatrix}=4\begin{pmatrix}2&1\\1&2\end{pmatrix}\Leftrightarrow2X+\begin{pmatrix}3&0\\3&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&4\\4&8\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=\begin{pmatrix}\frac{5}{2}&2\\\frac{1}{2}&1\end{pmatrix}$	**2p**

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați numerele naturale a, b și c, știind că $2016 = 2^a \cdot 3^b \cdot 7^c$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^2-3$. Determinați abscisele punctelor care au ordonata egală cu 1 și aparțin graficului funcției f.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+10}-2x=4-x$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor mai mică sau egală cu 10.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,2)$ și $B(3,5)$. Determinați coordonatele simetricului punctului A față de punctul B.
5p	**6.** Perimetrul triunghiului dreptunghic ABC este egal cu 72. Determinați lungimea ipotenuzei BC, știind că $\sin C = 0,8$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + x + y$.
5p	**1.** Calculați $\left(-\sqrt{2}\right)\circ\sqrt{2}$.
5p	**2.** Arătați că $x \circ y = (x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 \circ x = -1$.
5p	**4.** Verificați dacă legea de compoziție „$\circ$” este asociativă.
5p	**5.** Demonstrați că numărul $n \circ n$ este multiplu de 8, pentru orice număr natural par n.
5p	**6.** Dați un exemplu de două numere iraționale a și b, pentru care $a \circ b \in \mathbb{N}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & x-1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**1.** Calculați $\det\left(A(2)\right)$.
5p	**2.** Arătați că $A(1)+A(3)=2A(2)$.
5p	**3.** Determinați numărul natural n, pentru care $\left|\det\left(A(n)\right)\right| = 1-2n$.
5p	**4.** Determinați valorile reale ale lui x, pentru care $\det\left(xA(x)-2I_2\right)\geq 0$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5p	**5.** Demonstrați că matricea $A\left(x^2\right)$ este inversabilă, pentru orice număr real x.
5p	**6.** Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, pentru care $2X+3A(1)=4A(2)$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{4}=$	**3p**
	$=0,25>0,24$	**2p**
2.	$f(6-x)=(6-x)^2-6(6-x)+3=36-12x+x^2-36+6x+3=$	**3p**
	$=x^2-6x+3=f(x)$, pentru orice număr real x	**2p**
3.	$x^2+4x-5=(x-1)^2 \Rightarrow x^2+4x-5=x^2-2x+1$	**3p**
	$x=1$, care verifică ecuația	**2p**
4.	Sunt 50 de elemente în mulțimea $\left\{\sqrt{n} \mid n\in\mathbb{N},\ n<50\right\}$, deci sunt 50 de cazuri posibile	**1p**
	Sunt 8 numere raționale în mulțimea $\left\{\sqrt{n} \mid n\in\mathbb{N},\ n<50\right\}$, deoarece sunt 8 numere naturale pătrate perfecte în mulțimea $\{0,1,2,\dots,49\}$, deci sunt 8 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{8}{50}=\frac{4}{25}$	**2p**
5.	$m_{AB}=-1$	**2p**
	$m_{BC}=-1 \Rightarrow m_{AB}=m_{BC}$, deci punctele A, B și C sunt coliniare	**3p**
6.	$m(\sphericalangle AOD)=90^\circ$, unde $\{O\}=AC\cap BD$ și $DO=3\Rightarrow AO=4$	**3p**
	$\sin(\sphericalangle ADB)=\frac{AO}{AD}=\frac{4}{5}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2*(-4)=2+(-4)+3=$	**3p**
	$=1$	**2p**
2.	$(x*y)*z=(x+y+3)*z=(x+y+3)+z+3=x+y+z+6$	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+z+3)=x+(y+z+3)+3=x+y+z+6=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziție „$*$” este asociativă	**3p**
3.	$x*(-3)=x+(-3)+3=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$(-3)*x=(-3)+x+3=x$, pentru orice număr real x, deci $e=-3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$9^x+3^x-90=0 \Leftrightarrow (3^x-9)(3^x+10)=0$	**3p**
	Deoarece $3^x>0$, soluția ecuației este $x=2$	**2p**
5.	$(2n^2-2n-1)*(2n^2-2n-1)=(2n^2-2n-1)+(2n^2-2n-1)+3=4n^2-4n+1=$	**3p**
	$=(2n-1)^2$, care este pătrat perfect pentru orice număr natural n	**2p**

6.	$a=(1*(-3))*(5*(-7))*(9*(-11))*(13*(-15))*(17*(-19))=1*1*1*1*1=5*5*1=13*1=$	**3p**
	$=17=\sqrt{289}\in\left(\sqrt{288},\sqrt{290}\right)$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$1=1+0\sqrt{5}$	**3p**
	Deoarece $0\in\mathbb{Z}$ și $1\in\mathbb{Z}$, obținem $1\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{5}\right]$	**2p**
2.	$x=a+b\sqrt{5}$, $y=c+d\sqrt{5}$, unde $a,b,c,d\in\mathbb{Z}\Rightarrow x+y=(a+c)+(b+d)\sqrt{5}$	**3p**
	Deoarece $a+c\in\mathbb{Z}$ și $b+d\in\mathbb{Z}$, obținem $x+y\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{5}\right]$	**2p**
3.	$x=a+b\sqrt{5}$, $y=c+d\sqrt{5}$, unde $a,b,c,d\in\mathbb{Z}\Rightarrow xy=(ac+5bd)+(ad+bc)\sqrt{5}$	**3p**
	Deoarece $ac+5bd\in\mathbb{Z}$ și $ad+bc\in\mathbb{Z}$, obținem $xy\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{5}\right]$	**2p**
4.	$\dfrac{1}{9+4\sqrt{5}}=\dfrac{9-4\sqrt{5}}{\left(9-4\sqrt{5}\right)\left(9+4\sqrt{5}\right)}=$	**3p**
	$=\dfrac{9-4\sqrt{5}}{9^2-\left(4\sqrt{5}\right)^2}=9-4\sqrt{5}$	**2p**
5.	$\dfrac{1}{9-4\sqrt{5}}=9+4\sqrt{5}$	**3p**
	Deoarece $9\in\mathbb{Z}$ și $4\in\mathbb{Z}$, obținem $\dfrac{1}{9-4\sqrt{5}}\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{5}\right]$	**2p**
6.	De exemplu, pentru $x=9-4\sqrt{5}$, avem $x\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{5}\right]$ și $x=\dfrac{1}{9+4\sqrt{5}}$	**3p**
	Deoarece $2<\sqrt{5}\Rightarrow 8<4\sqrt{5}\Rightarrow 17<9+4\sqrt{5}$, obținem $0<\dfrac{1}{9+4\sqrt{5}}<\dfrac{1}{17}$, adică $0<x<\dfrac{1}{17}$	**2p**

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)>0,24$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+3$. Arătați că $f(6-x)=f(x)$, pentru orice număr real x.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2+4x-5}=x-1$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\left\{\sqrt{n}\mid n\in\mathbb{N}, n<50\right\}$, acesta să fie număr rațional.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,3)$, $B(-4,4)$ și $C(3,-3)$. Verificați dacă punctele A, B și C sunt coliniare.
5p	**6.** Se consideră rombul $ABCD$ cu $AB=5$ și $BD=6$. Calculați $\sin(\sphericalangle ADB)$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y+3$.
5p	**1.** Calculați $2*(-4)$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Verificați dacă $e=-3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.
5p	**4.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x*3^x=93$.
5p	**5.** Demonstrați că numărul $\left(2n^2-2n-1\right)*\left(2n^2-2n-1\right)$ este pătrat perfect, pentru orice număr natural n.
5p	**6.** Se consideră numărul real $a=1*(-3)*5*(-7)*9*(-11)*13*(-15)*17*(-19)$. Arătați că $a\in\left(\sqrt{288},\sqrt{290}\right)$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră mulțimea $\mathbb{Z}\left[\sqrt{5}\right]=\left\{a+b\sqrt{5}\mid a, b\in\mathbb{Z}\right\}$.
5p	**1.** Verificați dacă $1\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{5}\right]$.
5p	**2.** Demonstrați că $x+y\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{5}\right]$, pentru orice $x, y\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{5}\right]$.
5p	**3.** Demonstrați că $xy\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{5}\right]$, pentru orice $x, y\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{5}\right]$.
5p	**4.** Verificați dacă $\frac{1}{9+4\sqrt{5}}=9-4\sqrt{5}$.
5p	**5.** Arătați că $\frac{1}{9-4\sqrt{5}}\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{5}\right]$.
5p	**6.** Dați exemplu de un număr $x\in\mathbb{Z}\left[\sqrt{5}\right]$, astfel încât $0<x<\frac{1}{17}$.