## Examenul de bacalaureat național 2020 Proba E. c) Matematică M st-nat

**Test 14** 

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

## SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 1. Arătati că numerele  $\sqrt{11} \sqrt{5}$ ,  $\sqrt{6}$  și  $\sqrt{11} + \sqrt{5}$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii 5p
- 2. Se consideră funcția  $f:(-1,1)\to\mathbb{R}$ ,  $f(x)=\ln\frac{1+x}{1-x}$ . Demonstrați că funcția f este impară. 5p
- 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $4^x + 2^x = \frac{3}{4}$ . 5p
- **4.** Determinati numărul de submultimi ordonate cu 3 elemente ale multimii {1,3,5,7}. **5p**
- **5p 5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(-1,-2), B(0,3) și C(-1,2). Determinați ecuația dreptei AD, știind că ABCD este paralelogram.
- **6.** Triunghiul ABC are AB = 10 și AC = 5. Arătați că  $\sin C = 2\sin B$ .

## SUBIECTUL al II-lea

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & a \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} x+2y-z=-1 \\ -2x-3y=1 \\ 2x+4y+az=-2 \end{cases}$  este număr real.

este număr real.

- a) Arătați că  $\det(A(a)) = a + 2$ , pentru orice număr real a. **5p**
- **b)** Pentru a = 0, determinați inversa matricei A(a). 5p
- **5p** c) Pentru  $a \neq -2$ , rezolvați sistemul de ecuații.
  - 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă x \* y = 5(x+2)(y+2)-2.
- a) Arătați că x\*(-2) = -2, pentru orice număr real x. **5p**
- **b**) Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x 10}{5}$ . Demonstrați că f(x+y) = f(x) \* f(y), pentru orice numere reale  $x \neq y$ .
- c) Determinați numărul real x, astfel încât x\*x\*x=23.

## **SUBIECTUL al III-lea** (30 de puncte)

- **1.** Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5} x 2$ .
- **a**) Arătați că  $f'(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}} 1, x \in \mathbb{R}$ . **5**p
- b) Demonstrați că axa Ox este asimptotă orizontală spre  $+\infty$  la graficul funcției f. 5p
- c) Demonstrați că imaginea funcției f este intervalul  $(0,+\infty)$ . 5p
  - **2.** Se consideră funcțiile  $f:(0,+\infty) \to \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^3 x 1}{x^2(x+1)}$  și  $F:(0,+\infty) \to \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \frac{x^2 + 1}{x} \ln(x+1)$ .
- a) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f. 5p
- **b)** Calculați  $\int_{1}^{\infty} (x+1) f(x) dx$ . 5p
- c) Determinați numărul real a, a > 1, astfel încât  $\int_{0}^{a} f(x) dx = \frac{1}{2} \ln \frac{a+1}{2}$ . 5p