8

Conform noii programe și noului model de subiect propus de M.E.C.

Gabriel Popa, Adrian Zanoschi, Gheorghe Iurea, Dorel Luchian

EVALUAREA NAȚIONALĂ

matematică

2021

- memorator cu **cele mai importante noțiuni și definiții** din programă
- **teme recapitulative** conținute de programa de examen
- **60 de variante de subiecte** cu soluții de rezolvare, după noul model propus de M.E.C.

EDITURA PARALELA 45 EDUCAȚIONAL

Lucrarea *Matematică. Evaluarea Națională 2021* vine în întâmpinarea așteptărilor elevilor și profesorilor care se află pe traseul pregătirii Evaluării Naționale 2021, în contextul parcurgerii unei noi programe școlare pentru gimnaziu și al lansării unui nou format al subiectului de examen.

Având în vedere competențele vizate prin programa de examen, precum și exigențele firești ale studiului matematicii, am gândit o structură complexă și eficientă a cărții, care implică un **memorator**, **14 teme/lecții recapitulative** din materia pentru examen a claselor V–VIII și **60 de teste după noul model de subiect**. Dintre cele 60 de teste, 10 pot fi detașate din carte (tăiate), iar elevul poate completa răspunsul în spațiul alocat, ca un exercițiu de redactare necesar în perspectiva evaluărilor, care impune viitorilor candidați un ritm de lucru și niște obiective precise. De asemenea, copiii și antrenorii lor au posibilitatea de a studia metodic baremele specifice noului tip de subiect, întrucât testele beneficiază de răspunsuri și sugestii de rezolvare care le oferă un feedback necesar și imediat, astfel încât nivelul de pregătire se poate verifica prin autoevaluare.

Problemele au, în general, un caracter aplicativ, dar și unul ludic, iar reperele teoretice reprezintă o formă utilă de sistematizare a aparatului conceptual necesar rezolvării subiectelor, precum și lucrului de zi cu zi, în clasă și acasă.

ISBN 978-973-47-3288-3

9 789734 732883 >

edituraparalela45.ro

25.00 LEI
TVA inclus

EDITURA PARALELA 45
EDUCAȚIONAL

Lucrarea este elaborată în conformitate cu OMEC nr. 3472/10.03.2020 privind aprobarea programelor pentru susținerea Evaluării Naționale pentru absolvenții clasei a VIII-a, începând cu anul 2020-2021.

La realizarea lucrării s-au avut în vedere modelul de structură de subiect și baremul de evaluare și de notare de la Evaluarea Națională pentru absolvenții clasei a VIII-a, disciplina Matematică, anul școlar 2020-2021, publicate de C.N.P.E.E. în data de 16 iulie 2020.

Redactare: Iuliana Ene, Roxana Pietreanu, Ionuț Burcioiu
Tehnoredactare: Adriana Vlădescu, Carmen Rădulescu, Mioara Benza
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
Evaluarea Națională 2021 : Matematică : clasa a VIII-a / Adrian Zanoschi, Gheorghe Iurea, Gabriel Popa, Dorel Luchian. - Pitești : Paralela 45, 2020
ISBN 978-973-47-3288-3

I. Zanoschi, Adrian
II. Iurea, Gheorghe
III. Popa, Gabriel
IV. Luchian, Dorel

51

Editura Paralela 45

Copyright © Editura Paralela 45, 2020
Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.
www.edituraparalela45.ro

Gabriel Popa, Adrian Zanoschi,
Gheorghe Iurea, Dorel Luchian

MATEMATICĂ

EVALUAREA NAȚIONALĂ 2021

Clasa a VIII-a

- Memorator cu cele mai importante noțiuni și definiții din programă
- Teme recapitulative conținute de programa de examen
- 60 de variante de subiecte cu soluții de rezolvare, după noul model de subiect propus de M.E.C.

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE®
antrenament

Editura Paralela 45

CUVÂNT-ÎNAINTE

Lucrarea *Matematică. Evaluarea Națională 2021* vine în întâmpinarea așteptărilor elevilor și profesorilor care se află pe traseul pregătirii Evaluării Naționale 2021, în contextul parcurgerii unei noi programe școlare pentru gimnaziu și al lansării unui nou format al subiectului de examen.

Având în vedere competențele vizate prin programa de examen, precum și exigențele firești ale studiului matematicii, am gândit o structură complexă și eficientă a cărții, care implică un memorator, 14 teme/lecții recapitulative din materia pentru examen a claselor V-VIII și 60 de teste după noul model. Dintre cele 60 de teste, 10 pot fi detașate din carte (tăiate), iar elevul poate completa răspunsul în spațiul alocat, ca un exercițiu de redactare necesar în perspectiva evaluărilor, care impune viitorilor candidați un ritm de lucru și niște obiective precise. De asemenea, copiii și antrenorii lor au posibilitatea de a studia metodic baremele specifice noului tip de subiect, întrucât testele beneficiază de răspunsuri și sugestii de rezolvare care le oferă un feedback necesar și imediat, astfel încât nivelul de pregătire se poate verifica prin autoevaluare.

Problemele au, în general, un caracter aplicativ, dar și unul ludic, iar reperele teoretice reprezintă o formă utilă de sistematizare a aparatului conceptual necesar rezolvării subiectelor, precum și lucrului de zi cu zi, în clasă și acasă.

Să fie un exercițiu cu sens, aducător de succes!

Autorii

CUVÂNT-ÎNAINTE

[illegible] vine în întâmpinarea așteptărilor elevilor [illegible] Evaluarea Națională 2021, în contextul particular [illegible] al subiectului de examen, [illegible] precum și exigențele firești [illegible] a cărții, care implică un [illegible] a VIII-a și 60 de teste [illegible] iar elevul poate [illegible] evaluărilor, [illegible] copiii [illegible] de-a lungul [illegible] și [illegible]

[illegible]

MEMORATOR DE MATEMATICĂ

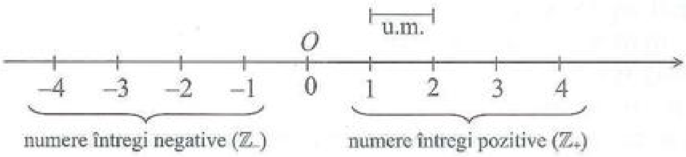
ALGEBRĂ

MULŢIMI NUMERICE

$\mathbb{N}$ – mulţimea numerelor naturale; $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$, $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{Z}$ – mulţimea numerelor întregi; $\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{Z}_+ = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Z}_- = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 0\}$.



$\mathbb{Q}$ – mulţimea numerelor raţionale; $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \,\middle|\, a \in \mathbb{Z} \text{ şi } b \in \mathbb{Z}^*\right\}$. $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\mathbb{Q}_+ = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Q}_- = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0\}$.

$\mathbb{R}$ – mulţimea numerelor reale, $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ = mulţimea numerelor iraţionale.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

OPERAŢII CU MULŢIMI

Reuniunea: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$. Intersecţia: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ şi } x \in B\}$.

Diferenţa: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ şi } x \notin B\}$.

OPERAŢII CU NUMERE

Factor comun: $f \cdot a \pm f \cdot b = f \cdot (a \pm b)$, $\forall\, a, b, f \in \mathbb{R}$.

$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \dfrac{(1+n)\cdot n}{2}$, $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$. $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$, $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$ (citim: „n factorial"); $0! = 1$.

Opusul numărului real r este numărul real $-r$. Inversul numărului real nenul r este numărul real $r^{-1} = \dfrac{1}{r}$.

TEOREMA ÎMPĂRŢIRII CU REST

În $\mathbb{N}$: $\forall\, a, b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$, $\exists!\, c, r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r$, $0 \leq r < b$.

În $\mathbb{Z}$: $\forall\, a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, $\exists!\, c \in \mathbb{Z}$, $r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r$, $0 \leq r < |b|$.

DIVIZIBILITATE ÎN $\mathbb{N}$

Pentru $d, m \in \mathbb{N}$ spunem că $d \mid m$ dacă există $x \in \mathbb{N}$ astfel încât $m = d \cdot x$.

Proprietăţi:

P_1: $1 \mid n$; $n \mid 0$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$;

P_2: Dacă $a, d \in \mathbb{N}$ şi $d \mid a$, atunci $d \mid a \cdot n$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$;

P_3: Dacă $a, b, d \in \mathbb{N}$, $d \mid a$ şi $d \mid b$, atunci $d \mid (a \pm b)$.

Criterii de divizibilitate:

I. Folosind ultima cifră a numărului: $2 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$; $5 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 5\}$; $10 \mid n \Leftrightarrow u(n) = 0$.

II. Folosind suma cifrelor numărului: $3 \mid n \Leftrightarrow 3 \mid S(n)$; $9 \mid n \Leftrightarrow 9 \mid S(n)$.

III. Folosind ultimele două cifre ale numărului: $4 \mid \overline{a...xy} \Leftrightarrow 4 \mid \overline{xy}$; $25 \mid \overline{a...xy} \Leftrightarrow 25 \mid \overline{xy}$.

Număr prim: număr natural care are exact doi divizori.

C.m.m.d.c.: $d = (a, b)$ dacă: i) $d \mid a$ și $d \mid b$;
ii) dacă $d' \mid a$ și $d' \mid b$, atunci $d' \mid d$.

Pentru a calcula (a, b) procedăm astfel:
- descompunem numerele a și b în factori primi;
- luăm factorii primi comuni, o singură dată, la exponentul cel mai mic și îi înmulțim.

Numerele a și b sunt relativ prime (prime între ele) dacă $(a, b) = 1$.

Dacă $d = (a, b)$, atunci $a = dx$, $b = dy$, cu $x, y \in \mathbb{N}$, $(x, y) = 1$.

Dacă $n \mid a$ și $n \mid b$, atunci $n \mid (a, b)$.
Dacă $a \mid b \cdot c$ și $(a, b) = 1$, atunci $a \mid c$.

C.m.m.m.c.: $m = [a, b]$ dacă: i) $a \mid m$ și $b \mid m$;
ii) dacă $a \mid m'$ și $b \mid m'$, atunci $m \mid m'$.

Pentru a calcula $[a, b]$ procedăm astfel:
- descompunem numerele a și b în factori primi;
- luăm factorii primi comuni și necomuni, o singură dată, la exponentul cel mai mare și îi înmulțim.

Dacă $a \mid n$ și $b \mid n$, atunci $[a, b] \mid n$.
Oricare ar fi $a, b \in \mathbb{N}$, are loc egalitatea $(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$.

PUTERI

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{de } n \text{ ori}}$, $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*$;

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, $a \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{N}$.

$a^0 = 1, \forall a \in \mathbb{R}^*$; $a^1 = a, \forall a \in \mathbb{R}$; $1^n = 1, \forall n \in \mathbb{N}$; 0^0 nu are sens.

OPERAȚII CU PUTERI

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \forall a \in \mathbb{R}^*, m, n \in \mathbb{Z}$.
2. $a^m : a^n = a^{m-n}, \forall a \in \mathbb{R}^*, m, n \in \mathbb{Z}$.
3. $(a^m)^n = a^{mn}, \forall a \in \mathbb{R}^*, m, n \in \mathbb{Z}$.
4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n, \forall a, b \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{Z}$.
5. $(a : b)^n = a^n : b^n, a, b \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{Z}$.
6. $(-1)^n = \begin{cases} 1, & \text{dacă } n \text{ este număr par;} \\ -1, & \text{dacă } n \text{ este număr impar.} \end{cases}$

FRACȚII ORDINARE, FRACȚII ZECIMALE

Fracție ireductibilă: $\dfrac{a}{b}$, cu $a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0, (a, b) = 1$.

Fracții echivalente: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ dacă $a \cdot d = b \cdot c$.

Dacă $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^*$, atunci $\dfrac{a}{b} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow b \mid a$.

Transformarea fracțiilor zecimale în fracții ordinare:

Tipul fracției zecimale	Mod de transformare	Exemplu
zecimală finită	$\overline{a,b_1b_2...b_k} = a\dfrac{\overline{b_1b_2...b_k}}{10^k}$	$2,79 = 2\dfrac{79}{10^2} = \dfrac{279}{100}$
periodică simplă	$\overline{a,(b_1b_2...b_k)} = a\dfrac{\overline{b_1b_2...b_k}}{\underbrace{99...9}_{k \text{ ori}}}$	$13,(24) = 13\dfrac{24}{99}$
periodică mixtă	$\overline{a,b_1b_2...b_k(c_1c_2...c_p)} = a\dfrac{\overline{b_1b_2...c_p} - \overline{b_1b_2...b_k}}{\underbrace{99...9}_{p \text{ ori}}\underbrace{00...0}_{k \text{ ori}}}$	$3,61(754) = 3\dfrac{61754-61}{99900}$

MEDIA ARITMETICĂ

$m_a = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$; $m_a = \dfrac{x_1 + x_2 + ... + x_k}{k}$, $\forall\, x_1, x_2, \ldots, x_k \in \mathbb{R}$.

Dacă $p_1, p_2, \ldots, p_k$ sunt respectiv ponderile numerelor $x_1, x_2, \ldots, x_k$, atunci:

$$m_p = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_k p_k}{p_1 + p_2 + ... + p_k} \text{ (media aritmetică ponderată).}$$

MODULUL UNUI NUMĂR REAL

$|x|$ – modulul (sau valoarea absolută) a unui număr real; $|x| = \begin{cases} x, \text{ dacă } x \geq 0 \\ -x, \text{ dacă } x < 0 \end{cases}$.

Proprietăți ale modulului:

P_1: $|x| \geq 0$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$; $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$;

P_2: $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$, $\forall\, x, y \in \mathbb{R}$;

P_3: $\left|\dfrac{x}{y}\right| = \dfrac{|x|}{|y|}$, $\forall\, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}^*$;

P_4: $|x + y| \leq |x| + |y|$, $\forall\, x, y \in \mathbb{R}$.

PARTEA ÎNTREAGĂ A UNUI NUMĂR REAL: [x]

$[x] \leq x < [x] + 1$; $[x] \in \mathbb{Z}$.

PARTEA FRACȚIONARĂ A UNUI NUMĂR REAL: {x}

$\{x\} = x - [x]$; $0 \leq \{x\} < 1$.

RĂDĂCINA PĂTRATĂ (RADICALUL)

$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow x^2 = a$, unde $a, x \in \mathbb{R}$, $a, x \geq 0$.

REGULI DE CALCUL CU RADICALI

1. Dacă $a \geq 0$, $b \geq 0$, atunci $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$.
2. Dacă $a \geq 0$, $b > 0$, atunci $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$.
3. $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$, $a \geq 0, b \geq 0$.
4. $\sqrt{a^2} = |a|$, $a \in \mathbb{R}$; $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a$, dacă $a \in \mathbb{R}_+$; $\sqrt{a^2 b} = |a|\sqrt{b}$, $a \in \mathbb{R}, b \geq 0$.

RAȚIONALIZAREA NUMITORULUI

1. $\dfrac{^{\sqrt{b})}c}{a\sqrt{b}} = \dfrac{c\sqrt{b}}{a \cdot b}$, $b > 0, a \neq 0$.
2. $\dfrac{^{\sqrt{a}-\sqrt{b})}c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \dfrac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$, $\dfrac{^{\sqrt{a}+\sqrt{b})}c}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \dfrac{c(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a - b}$, $a > 0, b > 0, a \neq b$.
3. $\dfrac{n}{a\sqrt{b} \pm c\sqrt{d}} = \dfrac{n(a\sqrt{b} \mp c\sqrt{d})}{a^2 \cdot b - c^2 \cdot d}$, $b > 0, d > 0, a \in \mathbb{Q}^*, c \in \mathbb{Q}^*$ și $a^2 b \neq c^2 d$.

FORMULA RADICALILOR COMPUȘI

$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a + c}{2}} \pm \sqrt{\dfrac{a - c}{2}}$, unde $c = \sqrt{a^2 - b}$

INTERVALE ÎN $\mathbb{R}$

$(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$; $(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$; $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$; $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$.

$[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$; $(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$; $(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$; $(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$.

$\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq a\} = [-a; a]$. $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq a\} = (-\infty; -a] \cup [a; +\infty)$.

FORMULE DE CALCUL PRESCURTAT

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. 2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. 3. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

MEDIA GEOMETRICĂ (PROPORŢIONALĂ)

$m_g = \sqrt{a \cdot b}$, $a \geq 0, b \geq 0$; $a \leq m_g \leq m_a \leq b$, pentru $0 \leq a \leq b$ (inegalitatea mediilor).

PRODUSUL CARTEZIAN

$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ şi } y \in B\}$.

Dacă alegem în plan un sistem de coordonate xOy, putem identifica elementele produsului cartezian $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ cu punctele planului. Oricărei perechi ordonate de numere reale (x_A, y_A) îi corespunde un unic punct $A(x_A, y_A)$; x_A se numeşte abscisa punctului A, iar y_A se numeşte ordonata punctului A.

Distanţa dintre două puncte $A(x_A, y_A)$ şi $B(x_B, y_B)$ se calculează după formula: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Coordonatele mijlocului segmentului AB sunt: $x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2}$; $y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2}$.

FUNCŢII

Fie A şi B două mulţimi nevide. Dacă printr-un procedeu oarecare facem ca *fiecărui* element din mulţimea A să-i corespundă *un singur* element din mulţimea B, atunci spunem că am definit o funcţie de la A la B.

$f: A \to B$; A – domeniul de definiţie; B – codomeniul.

Graficul unei funcţii: $G_f = \{(x, y) \in A \times B \mid x \in A, y = f(x)\}$.

$M(x, y) \in G_f \Leftrightarrow f(x) = y$, cu $x \in A, y \in B$.

Funcţiile $f: A \to B$ şi $g: C \to D$ sunt egale dacă $A = C$, $B = D$ şi $f(x) = g(x)$, $\forall x \in A$.

FUNCŢIA DE GRADUL I

Este o funcţie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Graficul unei asemenea funcţii este o dreaptă oblică.

$$\left.\begin{array}{l} G_f \cap O_y = \{A(0; b)\} \\ G_f \cap O_x = \left\{B\left(-\dfrac{b}{a}; 0\right)\right\} \end{array}\right\} \text{ Punctele de intersecţie a graficului cu axele de coordonate.}$$

Dacă $a = 0$, atunci $f(x) = b$ (funcţia este constantă); graficul este o dreaptă orizontală.

ECUAŢIA DE GRADUL AL II-LEA

Forma generală: $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a \in \mathbb{R}^*$, $b, c \in \mathbb{R}$. Discriminantul ecuaţiei: $\Delta = b^2 - 4ac$.

Dacă $\Delta > 0$, ecuaţia are două soluţii reale distincte: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Dacă $\Delta = 0$, cele două soluţii sunt egale: $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$.

Dacă $\Delta < 0$, ecuaţia nu are soluţii reale.

Pentru $\Delta \geq 0$, expresia $ax^2 + bx + c$ se descompune în factori astfel: $a(x - x_1)(x - x_2)$.

GEOMETRIE

UNITĂȚI DE MĂSURĂ

Unitatea de exprimare / Tipul măsurătorii	Submultiplii	Unitatea principală	Multiplii
Lungime	$\text{mm} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{cm} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{dm} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}}$	m	$\underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{dam} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{hm} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{km}$
Suprafață	$\text{mm}^2 \underset{\times 10^2}{\overset{:10^2}{\rightleftarrows}} \text{cm}^2 \underset{\times 10^2}{\overset{:10^2}{\rightleftarrows}} \text{dm}^2 \underset{\times 10^2}{\overset{:10^2}{\rightleftarrows}}$	m^2	$\underset{\times 10^2}{\overset{:10^2}{\rightleftarrows}} \text{dam}^2 \underset{\times 10^2}{\overset{:10^2}{\rightleftarrows}} \text{hm}^2 \underset{\times 10^2}{\overset{:10^2}{\rightleftarrows}} \text{km}^2$
Volum	$\text{mm}^3 \underset{\times 10^3}{\overset{:10^3}{\rightleftarrows}} \text{cm}^3 \underset{\times 10^3}{\overset{:10^3}{\rightleftarrows}} \text{dm}^3 \underset{\times 10^3}{\overset{:10^3}{\rightleftarrows}}$	m^3	$\underset{\times 10^3}{\overset{:10^3}{\rightleftarrows}} \text{dam}^3 \underset{\times 10^3}{\overset{:10^3}{\rightleftarrows}} \text{hm}^3 \underset{\times 10^3}{\overset{:10^3}{\rightleftarrows}} \text{km}^3$

Pentru suprafețe:
1 ha = 100 ari = 10 000 m^2;   1 ar = 100 m^2.

Pentru capacitate, unitatea principală este litrul (ℓ).
1 dm^3 = 1 ℓ;   1 cm^3 = 1 mℓ;   1 m^3 = 1000 ℓ.

Unitatea principală pentru masă este kilogramul (kg).
1 kg = 1000 g;   1 t = 1000 kg;   1 q = 100 kg.

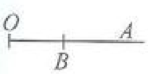
Unitatea principală pentru măsurarea timpului este secunda (s).
1 min = 60 s;   1 h = 60 min;   1 zi = 24 h.

UNGHIUL

Unghi = reuniunea a două semidrepte închise cu aceeași origine.
Unghiurile se măsoară în grade, minute și secunde: $1° = 60'$; $1' = 60''$.

Clasificarea unghiurilor:

Unghi nul



$\sphericalangle AOB = 0°$

Unghi alungit

$\sphericalangle AOB = 180°$

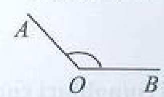
Unghi ascuțit

$\sphericalangle AOB < 90°$

Unghi drept

$\sphericalangle AOB = 90°$

Unghi obtuz

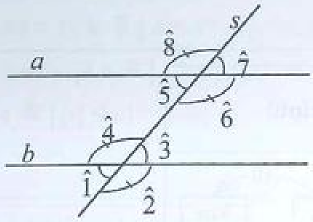


$\sphericalangle AOB > 90°$

Unghiuri congruente = unghiuri care au aceeași măsură.
Bisectoarea unui unghi = semidreapta cu originea în vârful unghiului, situată în interiorul acestuia, care îl împarte în două unghiuri congruente.
Unghiuri adiacente: au același vârf, o latură comună și nu au puncte interioare comune.
Unghiuri complementare: două unghiuri care au suma măsurilor de 90°.
Unghiuri suplementare: două unghiuri care au suma măsurilor de 180°.
Unghiuri opuse la vârf: două unghiuri cu vârful comun și laturile în prelungire.
Două unghiuri opuse la vârf sunt congruente.

Drepte paralele: două drepte coplanare, fără puncte comune.
Drepte perpendiculare: două drepte concurente care formează un unghi drept.

Unghiuri congruente formate de două drepte paralele cu o secantă:

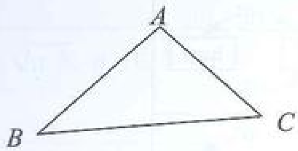


$\hat{3} \equiv \hat{5}$, $\hat{4} \equiv \hat{6}$ — alterne interne

$\hat{1} \equiv \hat{7}$, $\hat{2} \equiv \hat{8}$ — alterne externe

$\hat{1} \equiv \hat{5}$, $\hat{4} \equiv \hat{8}$, $\hat{2} \equiv \hat{6}$, $\hat{3} \equiv \hat{7}$ — corespondente

TRIUNGHIUL



Notație: ΔABC

Elemente:

- vârfuri: A, B, C
- laturi: AB, BC, AC
- unghiuri: $\sphericalangle BAC, \sphericalangle ABC, \sphericalangle BCA$

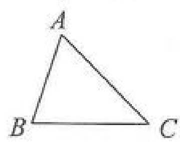
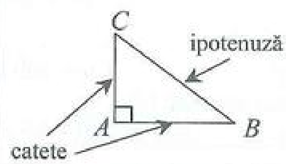
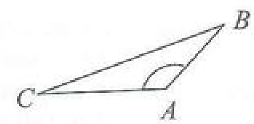
$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180°$

Inegalitatea triunghiului:

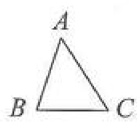
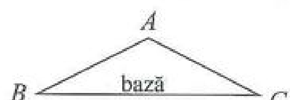
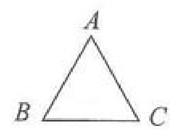
$|AB - AC| < BC < AB + AC$

Clasificare:

I. După unghiuri

Ascuțitunghic	Dreptunghic	Obtuzunghic
		

II. După laturi

Oarecare	Isoscel	Echilateral
	 $AB = AC$	 $AB = BC = CA$

Triunghiuri congruente: au laturile omoloage congruente și unghiurile omoloage congruente.

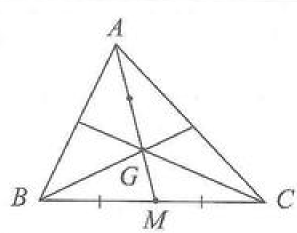
Cazuri de congruență:

Triunghiuri oarecare	Triunghiuri dreptunghice
1. L.U.L.	1. C.C.
2. U.L.U.	2. C.U.
3. L.L.L.	3. I.U.
	4. I.C.

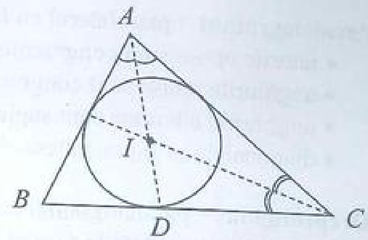
LINII IMPORTANTE ÎN TRIUNGHI

Mediana: segmentul care unește un vârf al triunghiului cu mijlocul laturii opuse.
Centrul de greutate (G) = punctul de intersecție a medianelor.

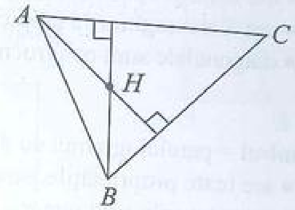
$AG = \frac{2}{3} AM$; $GM = \frac{1}{3} AM$.



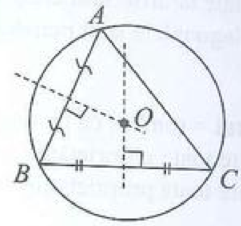
Bisectoarea: semidreapta cu originea în vârful unghiului, interioară unghiului, ce formează cu laturile unghiului două unghiuri congruente.
Centrul cercului înscris (I) = punctul de intersecție a bisectoarelor.
$d(I, AB) = d(I, AC) = d(I, BC) = r.$



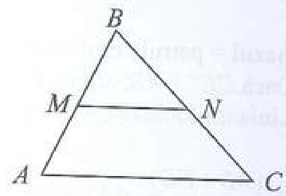
Înălțimea: segmentul ce trece printr-un vârf al triunghiului și este perpendicular pe latura opusă.
Ortocentrul triunghiului (H) = punctul de intersecție a înălțimilor.



Mediatoarea: dreapta perpendiculară pe o latură a triunghiului, ce trece prin mijlocul acesteia.
Centrul cercului circumscris (O) = punctul de intersecție a mediatoarelor.
$OA = OB = OC = R.$



Linia mijlocie în triunghi: segment care unește mijloacele a două laturi ale triunghiului.
Linia mijlocie este paralelă cu a treia latură și egală cu jumătate din lungimea acesteia.



TRIUNGHIURI SPECIALE

Triunghiul isoscel:
- are două laturi congruente (a treia se numește bază);
- unghiurile alăturate bazei sunt congruente;
- bisectoarea unghiului din vârf este mediană, înălțime și mediatoare corespunzătoare bazei.

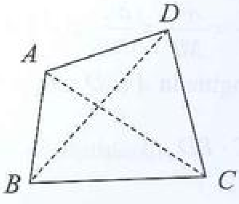
Triunghiul echilateral:
- are toate laturile congruente;
- are toate unghiurile congruente (fiecare având măsura de 60°);
- bisectoarea oricărui unghi este mediană, înălțime și mediatoare corespunzătoare laturii opuse.

Triunghiul dreptunghic:
- are un unghi drept, iar celelalte două sunt ascuțite și complementare;
- mediana corespunzătoare ipotenuzei este egală cu jumătate din lungimea ipotenuzei;
- cateta opusă unui unghi de 30° este egală cu jumătate din ipotenuză (teorema 30°-60°-90°).

PATRULATERE

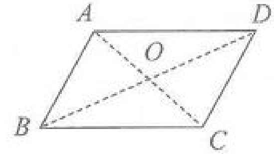
Elemente:
- vârfuri: A, B, C, D;
- laturi: AB, BC, CD, AD;
- unghiuri: $\sphericalangle A, \sphericalangle B, \sphericalangle C, \sphericalangle D$;
- diagonale: AC, BD.

$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = 360°$



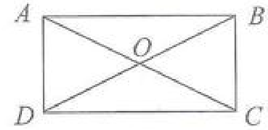
patrulater convex

Paralelogramul = patrulaterul cu laturile opuse paralele.



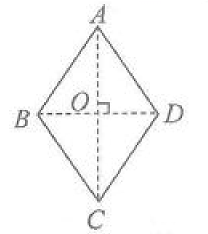
- laturile opuse sunt congruente;
- unghiurile opuse sunt congruente;
- unghiurile alăturate sunt suplementare;
- diagonalele se înjumătățesc.

Dreptunghiul = paralelogramul cu un unghi drept.



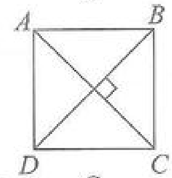
- are toate proprietățile paralelogramului;
- are toate unghiurile drepte;
- diagonalele sunt congruente.

Rombul = paralelogramul cu două laturi consecutive congruente.



- are toate proprietățile paralelogramului;
- toate laturile sunt congruente;
- diagonalele sunt perpendiculare și sunt bisectoarele unghiurilor rombului.

Pătratul = rombul cu un unghi drept.

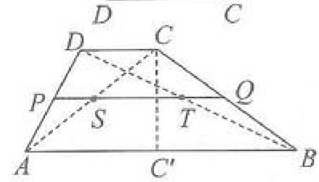


- are toate proprietățile rombului;
- are toate proprietățile dreptunghiului.

Trapezul = patrulaterul cu două laturi paralele și celelalte două laturi neparalele.

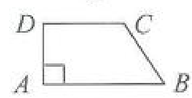
Dacă $CC' \perp AB$, atunci CC' = înălțimea trapezului.

Linia mijlocie (PQ) = segmentul ce unește mijloacele laturilor neparalele.

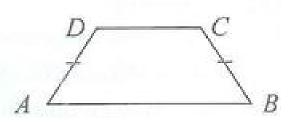


$PQ = \dfrac{(AB+CD)}{2}$ și $ST = \dfrac{|AB-CD|}{2}$, unde $\{T\} = PQ \cap BD$, $\{S\} = PQ \cap AC$.

Trapez dreptunghic = trapezul având un unghi drept.



Trapez isoscel = trapezul având laturile neparalele congruente.

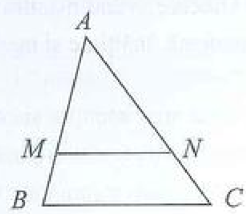


- unghiurile alăturate bazelor sunt congruente;
- unghiurile opuse sunt suplementare;
- diagonalele sunt congruente.

RELAȚII METRICE

Teorema lui Thales:

$$MN \parallel BC \Leftrightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$



Triunghiuri asemenea:

$\Delta ABC \sim \Delta MNP$ dacă $\dfrac{AB}{MN} = \dfrac{AC}{MP} = \dfrac{BC}{NP}$ și $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle M$, $\sphericalangle B \equiv \sphericalangle N$, $\sphericalangle C \equiv \sphericalangle P$.

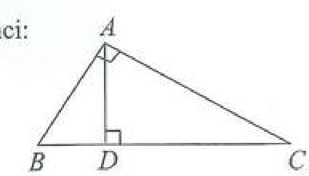
- Dacă ΔABC este dreptunghic în A și $D = \text{pr}_{BC} A$, atunci:

Teorema catetei:

$AC^2 = BC \cdot CD$; $AB^2 = BC \cdot BD$.

Teorema înălțimii:

$AD^2 = BD \cdot DC$.

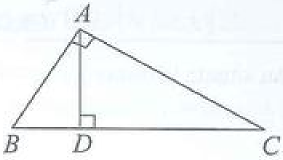


Teorema lui Pitagora:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Reciproca teoremei lui Pitagora:

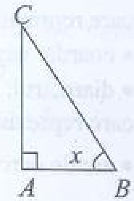
Dacă $BC^2 = AB^2 + AC^2$, atunci $m(\sphericalangle BAC) = 90°$.



Elemente de trigonometrie

Dacă ABC este triunghi dreptunghic în A și $x \in (0°, 90°)$ este măsura unui unghi ascuțit, atunci:

$$\sin x = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{ipotenuză}}; \ \cos x = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{ipotenuză}}; \ \text{tg}\, x = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{cateta alăturată}}; \ \text{ctg}\, x = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{cateta opusă}}$$

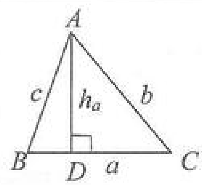


Unghiul / Funcția trigonometrică	30°	45°	60°
sin *t*	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos *t*	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg *t*	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
ctg *t*	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

ARII

Triunghi oarecare:

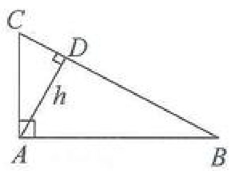
$$\mathscr{A} = \frac{BC \cdot AD}{2} \left(= \frac{a \cdot h_a}{2} \right) = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin(\sphericalangle BAC)}{2}$$



Triunghi dreptunghic:

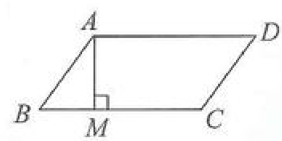
$$\mathscr{A} = \frac{AB \cdot AC}{2} \left(= \frac{c_1 \cdot c_2}{2} \right) = \frac{h \cdot ip}{2};$$

$$h = \frac{c_1 \cdot c_2}{ip}$$



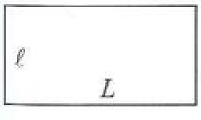
Paralelogram:

$$\mathscr{A} = BC \cdot AM = AB \cdot BC \cdot \sin(\sphericalangle ABC)$$



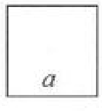
Dreptunghi:

$$\mathscr{A} = L \cdot \ell$$



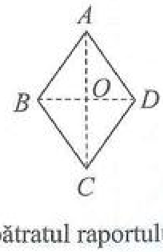
Pătrat:

$$\mathscr{A} = a^2$$



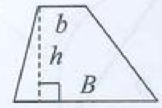
Romb:

$$\mathscr{A} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = \ell^2 \sin(\sphericalangle A)$$



Trapez:

$$\mathscr{A} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

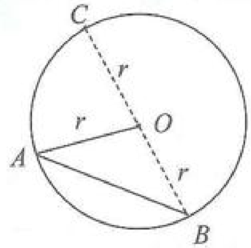


Raportul ariilor a două figuri asemenea este egal cu pătratul raportului de asemănare.

CERCUL

Cerc = mulţimea punctelor din plan situate la distanţa r ($r > 0$) faţă de un punct fix O; notăm $\mathscr{C}(O, r)$.

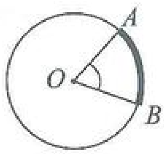
- centrul cercului: punctul O;
- raza cercului: segmentul OA sau numărul care reprezintă lungimea acestuia;
- coardă: segmentul AB;
- diametrul: segmentul BC sau numărul care reprezintă lungimea acestuia;
- arc de cerc: $\overset{\frown}{AB}$.



Unghiuri relative la cerc:

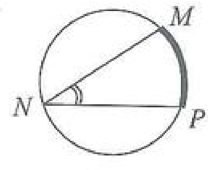
- unghi la centru: $\sphericalangle AOB$

$$m(\overset{\frown}{AB}) = \sphericalangle AOB$$



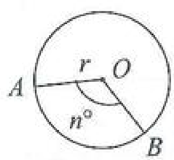
- unghi înscris în cerc: $\sphericalangle MNP$

$$\sphericalangle MNP = \frac{m(\overset{\frown}{MP})}{2}$$



$L_{cerc} = 2\pi r$; $\mathscr{A}_{disc} = \pi r^2$;

$L_{\overset{\frown}{AB}} = \dfrac{\pi r n}{180}$; $\mathscr{A}_{sector(AOB)} = \dfrac{\pi r^2 n}{360}$.



POLIGOANE REGULATE

Poligon regulat = poligonul având toate laturile congruente şi toate unghiurile congruente.
Orice poligon regulat poate fi înscris într-un cerc şi poate fi circumscris unui cerc, cele două cercuri fiind concentrice.
Apotema poligonului regulat = distanţa de la centrul cercului circumscris la o latură.

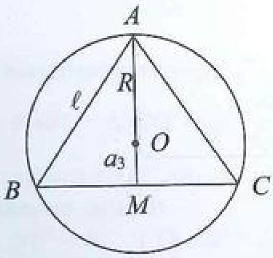
Triunghiul echilateral:

$h = \dfrac{\ell\sqrt{3}}{2}$;

$R = AO = \dfrac{2}{3}h$;

$a_3 = OM = \dfrac{1}{3}h$;

$\mathscr{A} = \dfrac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$.



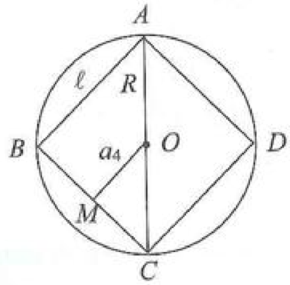
Pătratul:

$AC = d = 2R = \ell\sqrt{2}$;

$R = AO = \dfrac{\ell\sqrt{2}}{2}$;

$a_4 = OM = \dfrac{\ell}{2}$;

$\mathscr{A} = \ell^2$.



Hexagonul regulat:

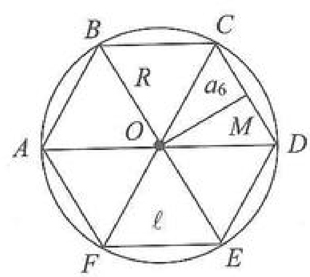
$AD = 2R$;

$AC = R\sqrt{3}$;

ΔAOB echilateral, deci $R = AO = \ell$;

$a_6 = OM = \dfrac{\ell\sqrt{3}}{2}$;

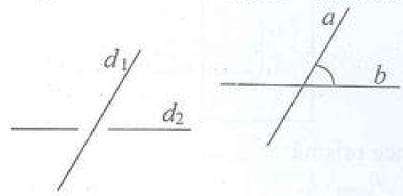
$\mathscr{A} = 6 \cdot \mathscr{A}_{AOB} = 6 \cdot \dfrac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$.



Unghiul a două drepte în spațiu

- Dacă d_1 și d_2 sunt coplanare și concurente, atunci $\sphericalangle(d_1, d_2)$ reprezintă măsura unuia dintre unghiurile neobtuze care se obțin în jurul punctului lor comun.
- Dacă $d_1 = d_2$ sau $d_1 \parallel d_2$, atunci $\sphericalangle(d_1, d_2) = 0°$.
- Dacă d_1 și d_2 sunt necoplanare, atunci $m(\sphericalangle(d_1, d_2))$ este măsura unghiului dintre dreptele coplanare obținute construind, prin același punct, paralele la d_1 și d_2.

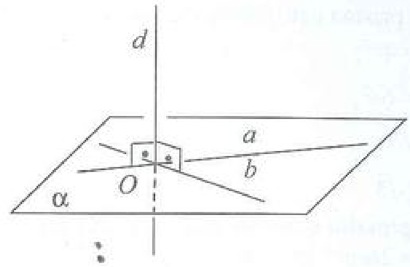
$$\left.\begin{array}{l} a \parallel d_1 \\ b \parallel d_2 \\ a \cap b = \{O\} \end{array}\right\} \Rightarrow \sphericalangle(d_1, d_2) = \sphericalangle(a, b).$$



Dreaptă perpendiculară pe plan

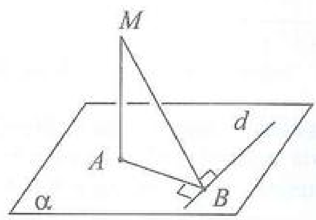
- $a \perp b$ dacă $\sphericalangle(a, b) = 90°$;
- $d \perp \alpha$ dacă d este perpendiculară pe orice dreaptă din α.

Teoremă: Dacă $d \perp a$, $d \perp b$, $a \cap b = \{O\}$, $a, b \subset \alpha$, atunci $d \perp \alpha$.



Teorema celor trei perpendiculare

$$\left.\begin{array}{l} MA \perp \alpha \\ AB,\ d \subset \alpha \\ AB \perp d \end{array}\right\} \overset{\text{T3}\perp}{\Rightarrow} MB \perp d.$$

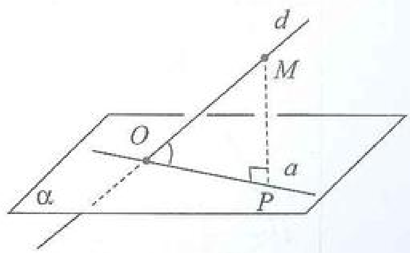


Reciproca 1:

Dacă $MA \perp \alpha$, $d \subset \alpha$, $MB \perp d$, atunci $AB \perp d$.

Reciproca 2:

Dacă $MA \perp AB$, $AB \perp d$, $MB \perp d$, $AB, d \subset \alpha$, atunci $MA \perp \alpha$.

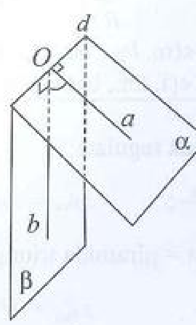


Unghiul dintre o dreaptă și un plan

- Dacă $d \parallel \alpha$, atunci $\sphericalangle(d, \alpha) = 0°$.
- Dacă $d \perp \alpha$, atunci $\sphericalangle(d, \alpha) = 90°$.
- În celelalte situații, $\sphericalangle(d, \alpha) = \sphericalangle(d, a) = \sphericalangle MOP$, unde $a = pr_\alpha\, d$.

Unghi diedru

- Dacă $\alpha \cap \beta = d$, $a \perp d$, $a \subset \alpha$, $b \perp d$, $b \subset \beta$, atunci $\sphericalangle(\alpha, \beta) \overset{\text{def.}}{=} \sphericalangle(a, b)$.

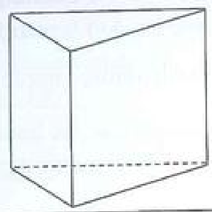
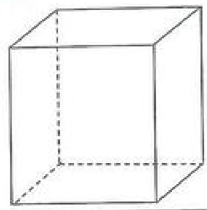
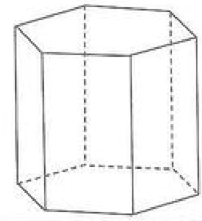


Plane perpendiculare

- $\alpha \perp \beta$ dacă $\sphericalangle(\alpha, \beta) = 90°$.

Dacă $d \perp \alpha$ și $d \subset \beta$, atunci $\alpha \perp \beta$.

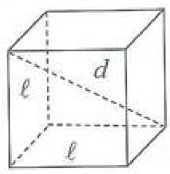
Prisma regulată = prisma dreaptă cu baza poligon regulat.

Prisma triunghiulară regulată	**Prisma patrulateră regulată**	**Prisma hexagonală regulată**
		

Pentru orice prismă:

$\mathcal{A}_{\text{lat}} = \mathcal{P}_{\text{bazei}} \cdot h$; $\mathcal{A}_{\text{tot}} = \mathcal{A}_{\text{lat}} + 2\mathcal{A}_{\text{bazei}}$; $\mathcal{V} = \mathcal{A}_{\text{bazei}} \cdot h$.

Cubul = prisma patrulateră regulată cu înălţimea egală cu muchia bazei.



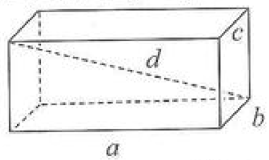
$\mathcal{A}_{\text{lat}} = 4\ell^2$;

$\mathcal{A}_{\text{tot}} = 6\ell^2$;

$\mathcal{V} = \ell^3$;

$d = \ell\sqrt{3}$.

Paralelipipedul dreptunghic = prisma dreaptă cu baza dreptunghi.

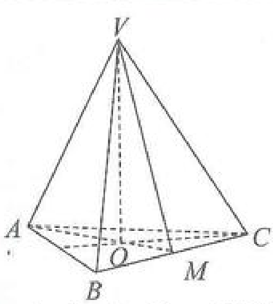
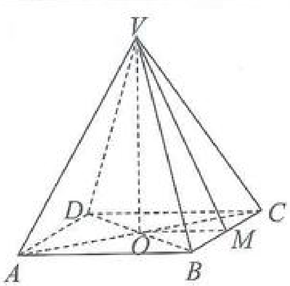
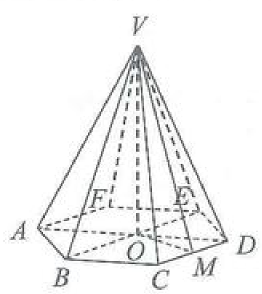


$\mathcal{A}_{\text{tot}} = 2(ab + ac + bc)$;

$\mathcal{V} = a \cdot b \cdot c$;

$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

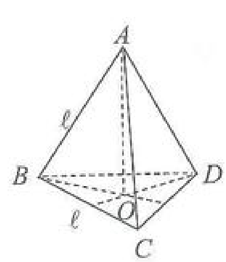
Piramida regulată = piramida cu baza poligon regulat şi cu muchiile laterale egale.
Într-o piramidă regulată, înălţimea cade în centrul bazei.
Apotema piramidei = înălţimea unei feţe laterale.

Piramida triunghiulară regulată	**Piramida patrulateră regulată**	**Piramida hexagonală regulată**
		
$\sphericalangle$(m. lat., bază) = $\sphericalangle VAO$ $\sphericalangle$(f. lat., bază) = $\sphericalangle VMO$	$\sphericalangle$(m. lat., bază) = $\sphericalangle VAO$ $\sphericalangle$(f. lat., bază) = $\sphericalangle VMO$	$\sphericalangle$(m. lat., bază) = $\sphericalangle VAO$ $\sphericalangle$(f. lat., bază) = $\sphericalangle VMO$

Pentru orice piramidă regulată:

$\mathcal{A}_{\text{lat}} = \dfrac{\mathcal{P}_{\text{bazei}} \cdot a_{\text{pir.}}}{2}$; $\mathcal{A}_{\text{tot}} = \mathcal{A}_{\text{lat}} + \mathcal{A}_{\text{bazei}}$; $\mathcal{V} = \dfrac{\mathcal{A}_{\text{bazei}} \cdot h}{3}$.

Tetraedrul regulat = piramida triunghiulară cu toate muchiile egale.



$\mathcal{A}_{\text{lat}} = 3 \cdot \dfrac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$; $\mathcal{A}_{\text{tot}} = \ell^2\sqrt{3}$;

$\mathcal{V} = \dfrac{\ell^3\sqrt{2}}{12}$; $h = AO = \dfrac{\ell\sqrt{6}}{3}$.

Trunchiul de piramidă regulată = poliedrul obținut în urma secționării unei piramide regulate cu un plan paralel cu baza, eliminând piramida ce se formează la vârf.

$$\mathcal{A}_{lat} = \frac{(\mathcal{P}_{bazei\ mari} + \mathcal{P}_{bazei\ mici}) \cdot \text{apotema trunchi}}{2}; \quad \mathcal{A}_{tot} = \mathcal{A}_{lat} + \mathcal{A}_{bazei\ mari} + \mathcal{A}_{bazei\ mici}$$

$$\mathcal{V} = \frac{h}{3}\left(\mathcal{A}_{bazei\ mari} + \mathcal{A}_{bazei\ mici} + \sqrt{\mathcal{A}_{bazei\ mari} \cdot \mathcal{A}_{bazei\ mici}}\ \right)$$

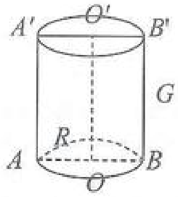
Cilindrul circular drept

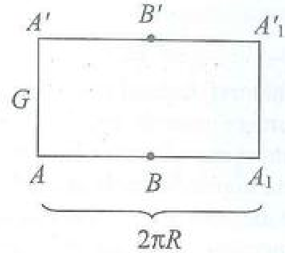
$H = G$

$\mathcal{A}_l = 2\pi RG;$

$\mathcal{A}_t = 2\pi R(G + R)$

$\mathcal{V} = \pi R^2 H$

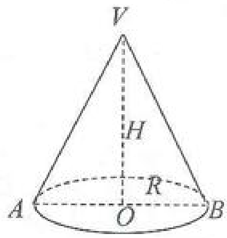


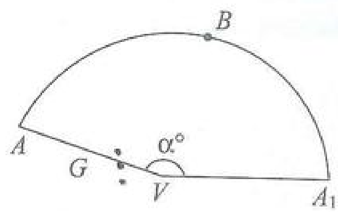


Conul circular drept

$G^2 = R^2 + H^2$; $\alpha° = \dfrac{360° \times R}{G}$;

$\mathcal{A}_l = \pi RG$; $\mathcal{A}_t = \pi R(G + R)$; $\mathcal{V} = \dfrac{\pi R^2 H}{3}$

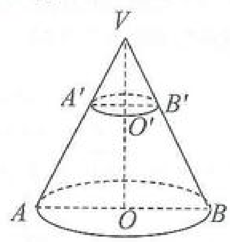




Secțiuni paralele cu baza în conul circular drept

$\dfrac{r}{R} = \dfrac{h}{H} = \dfrac{g}{G}$; $\dfrac{\mathcal{A}_{l\ con\ mic}}{\mathcal{A}_{l\ con\ mare}} = \left(\dfrac{r}{R}\right)^2$;

$\dfrac{\mathcal{A}_{t\ con\ mic}}{\mathcal{A}_{t\ con\ mare}} = \left(\dfrac{r}{R}\right)^2$; $\dfrac{\mathcal{V}_{con\ mic}}{\mathcal{V}_{con\ mare}} = \left(\dfrac{r}{R}\right)^3$;



Trunchiul de con circular drept

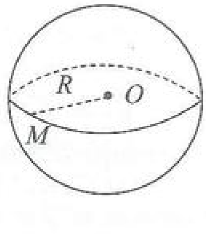
$G_1 = G - g$; $I = H - h$; $G_1^2 = I^2 + (R - r)^2$;

$\mathcal{A}_l = \pi G_1(R + r)$; $\mathcal{A}_t = \pi G_1(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$;

$\mathcal{V} = \dfrac{\pi \times I}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$.

Sfera

$\mathcal{A}_{sferă} = 4\pi R^2$; $\mathcal{V}_{sferă} = \dfrac{4\pi R^3}{3}$



TEME RECAPITULATIVE

TEMA 1. Numere naturale. Numere întregi

1. Calculați:
a) $60 - 40 : 4$; b) $25 - 20 : (13 - 8)$; c) $142 : (1 + 2 \cdot 35)$; d) $12 + 60 : [14 - 2 \cdot (3 + 2)]$.

2. Aflați numărul natural de două cifre care adunat cu suma cifrelor sale dă 54.

3. Suma a două numere naturale este 11. Care este valoarea minimă și valoarea maximă a produsului lor?

4. Determinați toate numerele naturale n, știind că n împărțit la 12 dă câtul 5 și restul un pătrat perfect.

5. Determinați toate numerele naturale care, împărțite la un număr de două cifre, dau câtul 10 și restul 97.

6. Aflați numerele naturale a și b, știind că suma lor este egală cu 19, iar a împărțit la b dă câtul și restul 3.

7. Suma a trei numere naturale este 502. Aflați cele trei numere, știind că al doilea este triplul primului și că, împărțind pe al treilea la al doilea, obținem câtul 7 și restul 2.

8. Determinați numărul $\overline{abc}$, știind că $b = a + 2c$ și $\overline{abc}$ împărțit la 112 dă câtul a și restul 59.

9. Calculați:
a) $2^3 + 3^2 - 4^0$; b) $0^7 + 3^{10} : 3^8 - 9$;
c) $(2^5)^{12} : 2^{56} - 3^{20} : 3^{18}$; d) $25^7 : 5^{14} + 3^{90} : 27^{29}$;
e) $(2 \cdot 2^2 \cdot 2^5)^{10} : 2^{75}$; f) $(2^3 \cdot 3^4)^{12} : (2^{35} \cdot 3^{45})$;
g) $(2^{10} + 2^{11} + 2^{12}) : 2^{10}$; h) $2^5 - 3 \cdot [3 \cdot 7 - 2 \cdot (6^2 - 2^3) : 4] + 1^{123}$.

10. Fie numerele naturale $a = 2^{29} + 2^{40} : 2^{11}$ și $b = 12^{20} : 2^{40}$.
a) Arătați că $a = 2^{30}$. b) Comparați numerele a și b.

11. a) Arătați că numărul natural $a = 5 \cdot 3^{42} + 9^{20} - 10 \cdot 3^{40}$ este pătrat perfect.
b) Demonstrați că numărul natural $b = 3^{42} + 2^{43}$ nu este pătrat perfect.

12. Fie numărul natural $a = 1 + 3 + 3^2 + ... + 3^{10} + 3^{11}$.
a) Arătați că a este număr par. b) Arătați că numărul a este divizibil cu 10.

13. Demonstrați că numărul natural $a = 2^{n+3} \cdot 7^n + 7^{n+1} \cdot 2^n - 3 \cdot 14^n$ se divide cu 12, pentru orice număr natural n.

14. Demonstrați că, dacă $\overline{ab} = 3 \cdot \overline{cd}$, atunci numărul natural $\overline{abcd}$ se divide cu 7.

15. Determinați toate numerele prime p, q, r, știind că $p + 4q + 54r = 392$.

16. a) Descompuneți în factori primi fiecare dintre numerele: 56, 72, 144 și 2700.
b) Câți divizori naturali are numărul 48?

17. Determinați toate valorile posibile ale numărului natural n în fiecare dintre următoarele cazuri:
a) $n = \overline{7x}$ și $2 \mid n$; b) $n = \overline{6xy}$, $2 \mid n$ și $9 \mid n$;
c) $n = \overline{x5y}$, $4 \mid n$ și $3 \mid n$; d) $n = \overline{1xy}$, $5 \mid n$ și suma cifrelor lui n este 8.

18. Calculați cel mai mare divizor comun și cel mai mic multiplu comun pentru următoarele numere:
a) 48, 60; b) 12, 15, 18.

19. Elevii unei clase au cumpărat 168 de mere, 96 de portocale și 72 de banane. Ei vor să facă pachete cu fructe pentru a le oferi unui cămin de bătrâni. Toate pachetele trebuie să fie la fel și să conțină și mere și portocale și banane. Care este cel mai mare număr de pachete pe care pot să le facă elevii?

20. La o florărie, vânzătoarea observă că, dacă grupează toate florile câte 18 și toate florile câte 24, rămân de fiecare dată trei flori. Aflați câte flori sunt în florărie, știind că numărul lor este cuprins între 450 și 570.

21. La o ședință de pregătire, antrenorul împarte sportivii în grupe numeric egale (cu cel puțin 2 sportivi) pentru diverse exerciții. Dacă face grupele de câte 6 sportivi, rămân 3 sportivi în afară, dacă face grupele de câte 4, rămâne unul în afară, iar dacă face grupele de câte 9, atunci 6 dintre sportivi nu sunt folosiți. Aflați câți sportivi are antrenorul, știind că numărul lor este mai mic decât 50. Cum ar trebui să facă grupele antrenorul, pentru ca să nu rămână sportivi pe dinafară și numărul grupelor să fie cât mai mare?

22. Sanda a cumpărat CD-uri în valoare de 486 lei. Unele CD-uri au costat 54 lei, iar celelalte au costat 90 lei. Aflați câte CD-uri a cumpărat Sanda.

23. a) Ordonați crescător numerele întregi: 1, –3, 0, –2, –7, 9, 4.
b) Ordonați descrescător numerele întregi: –4, 1, 3, –2, 7, –1, –5.

24. a) Produsul a trei numere întregi a, b şi c este egal cu 8. Aflaţi cea mai mică valoare posibilă a sumei $a + b + c$.

25. Calculaţi:

a) $3 \cdot (-5) - (-12)$;
b) $(1 - 2 + 3 - 4) : (-2)$;
c) $(-45) : (3 - 8) + (-2) \cdot 2$;
d) $13 + 24 : (-2)$;
e) $(-1)^4 + 2 \cdot (-1)^3$;
f) $(-2)^2 - (-2)^3 + 3^2$;
g) $2^8 : (-2)^6 - (-5)^0$;
h) $2 - (-3)^4 \cdot 3^5 : (-3)^7$.

26. Un meteorolog a urmărit temperatura medie în şase zile consecutive. În prima zi, temperatura medie a fost de –22°C, iar în fiecare din zilele următoare, temperatura medie a crescut cu câte două grade faţă de ziua precedentă. Calculaţi media temperaturilor medii din cele şase zile.

27. Calculaţi suma tuturor divizorilor întregi ai numărului 288.

28. Determinaţi toate numerele întregi x cu proprietatea că $x + 1$ divide $2x + 5$.

29. Determinaţi toate numerele întregi x cu proprietatea că $|x| > 3$ şi $|x + 1| \leq 6$.

30. Determinaţi toate perechile ordonate de numere întregi (x, y) cu proprietatea că $xy + x + y = 4$.

TEMA 2. Numere raţionale

1. Calculaţi:

a) $2{,}25 + 3{,}75 - 5$;
b) $4 \cdot 0{,}5 + 5 \cdot (-0{,}2)$;
c) $1{,}4 \cdot 1{,}5 - 4{,}1$;
d) $4{,}35 : 0{,}15 - 140 \cdot 0{,}2$;
e) $\frac{1}{12} - \frac{1}{18} - \frac{1}{9}$;
f) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{12}{5}$;
g) $15 \cdot \left(0{,}5 - \frac{1}{6} + 0{,}6\right)$;
h) $[0{,}5 + 0{,}(3)] : \left[1{,}1(6) - \frac{1}{6}\right]$.

2. Determinaţi numărul natural n în fiecare dintre următoarele cazuri:

a) fracţia $\frac{2n+1}{n+4}$ este subunitară; b) fracţia $\frac{2n}{n+3}$ este echiunitară; c) fracţia $\frac{n+13}{3n+1}$ este supraunitară.

3. Determinaţi opusul, inversul şi modulul numărului raţional $a = -1{,}25$.

4. Stabiliţi care dintre următoarele numere raţionale se pot reprezenta sub formă de fracţie zecimală finită (cu un număr finit de zecimale nenule): $\frac{6}{15}, \frac{11}{2}, \frac{5}{7}, \frac{13}{24}, \frac{8}{15}, \frac{2}{3}, \frac{1}{625}$.

5. a) Ordonaţi crescător următoarele numere raţionale: $-\frac{1}{2}$; $1{,}1(3)$, $-0{,}(4)$; $1{,}7$; $\frac{4}{3}$; $-\frac{5}{4}$.

b) Ordonaţi descrescător următoarele numere raţionale: $0{,}33$; $0{,}(3)$; $0{,}3(2)$; $0{,}(32)$; $0{,}2(3)$; $0{,}3$.

6. Aflaţi partea întreagă şi partea fracţionară a numărului $a = \frac{23}{4}$ şi a numărului $b = -\frac{9}{5}$.

7. Se consideră mulţimea $A = \left\{-\frac{23}{3}; -7; -3{,}4;\ 0{,}5;\ 1{,}(2);\ 2;\ 5\right\}$. Determinaţi mulţimile $A \cap \mathbb{N}$, $A \cap \mathbb{Z}$, $A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z})$.

8. Fie numerele raţionale $a = 30 - 5 \cdot [40 : (-8) - 2 \cdot (5 - 10)]$ şi $b = 3 - 6 \cdot \left[\frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{7}\right) : \left(-\frac{22}{7}\right)\right]$. Arătaţi că $a = 5b$.

9. Se consideră numărul $a = \frac{360}{59} \cdot \left(\frac{1}{45} + \frac{7}{60} + \frac{1}{40}\right)$. Calculaţi $(a - 2)^{10}$.

10. Fie $a = \left[\frac{1}{30} + \frac{1}{19} \cdot (0{,}(6) + 0{,}6)\right] : 0{,}01$. Arătaţi că a este un număr natural.

11. Se consideră numărul raţional $a = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + ... + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10}$. Arătaţi că $0{,}8 < a < 1$.

12. Fie $a=\left(\frac{2}{3}\right)^n:\frac{2^{n+1}+6^{n+1}}{3^{n+1}+9^{n+1}}$, unde $n\in\mathbb{N}$. Calculați $\left(\frac{2a}{3}\right)^{100}$.

13. Media armonică a unor numere nenule este inversul mediei aritmetice a inverselor numerelor considerate. Calculați media armonică a numerelor 1, 2 și 4.

14. Fie numărul rațional $a=(-1)^n\cdot\frac{2}{3}+(-1)^{n+1}\cdot\frac{3}{4}+(-1)^{n+2}\cdot\frac{5}{6}$, unde $n\in\mathbb{N}$. Calculați $|a|$.

15. Se consideră numărul rațional $x=\frac{\overline{a,b(c)}+\overline{b,c(a)}+\overline{c,a(b)}}{a+b+c}$, unde $a, b, c\in\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ și $a\neq b\neq c\neq a$.

Arătați că $9x$ este un număr natural.

16. Aflați cea mai mică fracție ireductibilă $\frac{a}{b}$ ($a, b\in\mathbb{N}^*$, $(a, b)=1$) cu proprietatea că înmulțită cu $\frac{48}{5}$ și cu $\frac{36}{7}$ dă, de fiecare dată, un număr natural.

17. În clasa de 28 de elevi a doamnei învățătoare Sofia sunt cu 4 băieți mai mulți decât fete. Determinați raportul dintre numărul fetelor și cel al băieților din clasa doamnei Sofia.

18. Într-o școală, numărul fetelor este egal cu cel al băieților. Într-o zi, $\frac{3}{4}$ dintre fete și $\frac{2}{3}$ dintre băieți au plecat în excursie. Aflați raportul dintre numărul fetelor care au mers în excursie și cel al elevilor care au mers în excursie.

19. a) Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr de două cifre, acesta să fie format din cifre consecutive.

b) Determinați probabilitatea ca, aruncând două zaruri, suma numerelor obținute să fie 6.

20. Patru studente și șase studenți au plecat într-o expediție. Media vârstelor studentelor este 22,5 ani, iar media vârstelor studenților este 25 ani. Calculați vârsta medie a grupului expediționar.

21. În tabelul de mai jos sunt înregistrate notele obținute de elevii unei clase la un test. Aflați media clasei la acest test.

Nota	6	7	8	9	10
Nr. elevi	6	1	5	5	11

22. Dacă se amestecă 20 kg de bomboane de 20 lei kilogramul cu 5 kg de bomboane de 24 lei kilogramul și cu 15 kg de bomboane de 16 lei kilogramul, care va fi prețul unui kilogram de amestec?

23. Se știe că media semestrială la matematică a unui elev este egală cu media aritmetică ponderată dintre media aritmetică a notelor din timpul semestrului, cu ponderea 3 și nota de la teză, cu ponderea 1; rezultatul se rotunjește la cel mai apropiat întreg (6,50 se rotunjește la 7; 7,50 se rotunjește la 8 etc.). Calculați media la matematică a unui elev din clasa a VIII-a care are într-un semestru notele: 6, 7, 8, 8, 9 și a obținut 8 la teză.

24. O grădină în formă de dreptunghi se împrejmuiește cu un gard. Lungimea grădinii este de 153 de metri, iar lățimea este egală cu $\frac{7}{9}$ din lungime. Aflați lungimea totală a gardului.

25. Andrei are 100 de lei. Cu trei sferturi din suma pe care o are, el cumpără 6 caiete de același fel. Aflați prețul unui caiet.

26. Aurel are cu 10 lei și 50 de bani mai mult decât Bogdan, iar cei doi au, împreună, 90 de lei și 50 de bani. Aflați câți lei are Aurel și câți lei are Bogdan.

27. Fiecare dintre fetele înscrise la un club de echitație ar vrea să aibă calul ei, dar, din păcate, la club sunt cai doar pentru $\frac{10}{13}$ dintre fete. Se știe că numărul de picioare ale cailor și fetelor este 990. Aflați numărul fetelor care trebuie să aștepte pe margine la începerea unei lecții de echitație.

28. Un drumeț a parcurs o distanță în trei zile. În prima zi a mers $\frac{3}{8}$ din distanță. A doua zi a mers $\frac{2}{5}$ din rest și încă 8 km. A treia zi a parcurs restul de 28 km. Aflați ce distanță a parcurs drumețul în cele trei zile.

29. Iulia citește într-o zi 0,(3) din numărul total de pagini ale unei cărți, a doua zi ea citește 0,6 din numărul de pagini rămase, iar a treia zi Iulia citește ultimele 108 pagini. Aflați câte pagini are cartea citită de Iulia.

30. Andrei are două pâini, Barbu are trei pâini și Călin nu are nicio pâine. La ora prânzului, cei trei colegi se așază la masă și împart în mod egal cele 5 pâini. La sfârșit, Călin plătește 10 lei colegilor săi pentru ceea ce a mâncat. Stabiliți cum trebuie împărțiți banii primiți între Andrei și Barbu.

TEMA 3. Rapoarte. Proporții. Procente

1. Într-o clasă cu 30 de elevi, raportul dintre numărul fetelor și numărul băieților este egal cu $\frac{3}{7}$. Aflați câți băieți sunt în clasă.
2. Raportul dintre lățimea și lungimea unui dreptunghi este $\frac{2}{3}$, iar perimetrul dreptunghiului este egal cu 20 cm. Calculați aria dreptunghiului.
3. Triunghiurile asemenea ABC și DEF au laturile omoloage $AB = 3$ m și $DE = 5$ m. Determinați valoarea raportului dintre aria lui ABC și aria lui DEF.
4. Aflați scara unei hărți, știind că unei distanțe de 250 km în teren îi corespunde o distanță de 2 cm pe hartă.
5. Fie x, y două numere raționale pozitive. Arătați că $\frac{2x+3y}{3x+5y}=\frac{13}{21}$ dacă și numai dacă $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$.
6. a) Împărțiți numărul 68 în trei părți direct proporționale cu numerele 4, 5 și 8.
   b) Împărțiți numărul 77 în trei părți invers proporționale cu numerele 2, 4 și 6.
7. Ana a cumpărat patru cadouri pentru părinții și frații săi. Prețurile acestor cadouri, exprimate în lei, sunt direct proporționale cu 3, 4, 5, și 6, iar suma cheltuită de Ana a fost 360 de lei. Aflați prețul fiecărui cadou.
8. Ariile a două pătrate, măsurate în m^2, se exprimă prin numere direct proporționale cu 9 și 25. Aflați cele două arii, știind că suma perimetrelor pătratelor considerate este egală cu 160 m.
9. Numerele raționale x, y, z sunt direct proporționale cu 2, 3, respectiv 4.
   a) Ce procent reprezintă y din z?
   b) Determinați numerele x, y, z, știind că $2x + 3y + 4z = 261$.
10. Fie x, y, z trei numere raționale astfel încât $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}$ și $\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$. Determinați cele trei numere, știind că $xy + yz + zx = 396$.
11. Trei colegi colecționează timbre. Aflați numărul minim de timbre pe care le-ar putea avea fiecare dintre cei trei colegi dacă numerele respective ar fi direct proporționale cu $\frac{16}{3}$, $\frac{15}{4}$ și $\frac{11}{7}$.
12. Primii trei elevi clasați la un concurs de gramatică primesc, împreună, 30 de cărți. Acestea sunt împărțite invers proporțional cu numărul de greșeli făcute în concurs. Aflați câte cărți a primit fiecare dintre cei trei premianți, știind că ei au făcut 2, 3, respectiv 6 greșeli.
13. Bunicul împarte 52 de caise, culese din livadă, celor trei nepoți ai săi, în părți invers proporționale cu vârstele lor. Aflați câte caise primește fiecare nepot, știind că ei au 6 ani, 9 ani, respectiv 12 ani.
14. Doi piloți participă la o cursă pe un circuit. Primul a terminat cursa în t_1 ore, conducând cu viteza medie $v_1 = 200$ km/h, iar al doilea a terminat cursa în t_2 ore, conducând cu viteza medie $v_2 = 160$ km/h. Aflați lungimea circuitului, știind că $t_1 + t_2 = 9$.
15. Numerele raționale nenule x, y, z sunt invers proporționale cu 0,(3), 0,25, respectiv 0,2.
    a) Demonstrați că $\frac{2x+2z}{5y+z}$ este pătratul unui număr rațional.
    b) Determinați cele trei numere, știind că $\frac{3}{x}+\frac{4}{y}+\frac{5}{z}=1$.
16. Fie x, y, z trei numere raționale astfel încât x și y sunt direct proporționale cu 5, respectiv 6, iar y și z sunt invers proporționale cu $\frac{1}{2}$, respectiv $\frac{1}{7}$.
    a) Determinați $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care $\frac{x}{10}=\frac{y}{12}=\frac{z}{n}$.
    b) Calculați $3x + y - z$.
17. Fie a, b, c numere raționale astfel încât numerele $a + b$, $b + c$, $c + a$ sunt direct proporționale cu 7, 8, respectiv 9.
    a) Ce procent reprezintă a din $b + c$?
    c) Găsiți numerele a, b, c, știind că media lor aritmetică este 80.

18. a) Prețul unei cărți este de 30 de lei. Aflați prețul cărții după o reducere de 10%.
b) Prețul unui stilou este de 25 de lei. Cât va deveni prețul stiloului dacă acesta se majorează cu 20%?
19. Într-o clasă sunt 21 de băieți. Aflați câți elevi sunt în clasă, știind că fetele reprezintă 30% din numărul tuturor elevilor.
20. Câtă faianță trebuie cumpărată pentru a acoperi o suprafață de 76 m^2, știind că 5% din cantitatea de faianță cumpărată se pierde la montaj.
21. Un telefon se ieftinește cu 20% din prețul pe care îl are. După un timp, telefonul se scumpește cu 20% din noul preț, ajungând astfel să coste 2304 lei.
a) Aflați prețul telefonului după ieftinire.
b) Determinați prețul inițial al telefonului.
22. Prețul unui costum se mărește cu 20%. După un timp, costumul se scumpește din nou cu 10% din noul preț, ajungând astfel la prețul de 792 lei.
a) Aflați prețul inițial al costumului.
b) Determinați cu ce procent din prețul inițial s-a mărit prețul costumului după cele două scumpiri.
23. Într-o clasă, numărul fetelor reprezintă 75% din numărul băieților. Aflați câte fete și câți băieți sunt în clasă, știind că, dacă pleacă 2 fete și vin 4 băieți, numărul fetelor va fi egal cu 50% din numărul băieților.
24. Într-o clasă, numărul băieților este 25% din numărul fetelor. Ce procent reprezintă numărul băieților din numărul tuturor elevilor clasei.
25. Suma a două numere naturale este 270, iar 40% din primul număr este cu 45 mai mare decât 30% din celălalt număr. Aflați cele două numere.
26. Într-un coș sunt 36 de prune și câteva mere. Dacă alegem la întâmplare un fruct din coș, probabilitatea ca acesta să fie un măr este de 40%. Aflați câte mere sunt în coș.
27. Gina are o pungă plină cu bomboane. Ea a dat colegei de bancă 20% din bomboane, apoi 10% din rest surorii ei și 25% din noul rest, bunicii. Cu ce procent din numărul inițial de bomboane a rămas Gina?
28. O persoană investește o sumă de bani în două companii. Prima companie, în care a investit $\frac{3}{8}$ din sumă, îi aduce un profit anual de 15% din suma investită, iar a doua companie, în care a investit restul sumei, îi aduce un profit anual de 32% din suma investită. Aflați suma investită, știind că profitul lunar a fost de 410 lei.
29. Jumătate din cantitatea de cireșe dintr-un magazin s-a vândut cu un profit de 30%, iar cealaltă jumătate s-a vândut cu 20% în pierdere. Calculați profitul, în procente, obținut din vânzarea întregii cantități de cireșe.
30. Prețul unui bilet la operă a crescut cu 40%, dar încasările au crescut numai cu 26%. Aflați cu ce procent a scăzut numărul spectatorilor în urma scumpirii biletelor.

TEMA 4. Numere reale

1. Calculați:
a) $\sqrt{64}$; b) $\sqrt{(-35)^2}$; c) $\sqrt{4}+\sqrt{121}$; d) $\sqrt{0,49}+\sqrt{1,69}$;
e) $\sqrt{\frac{1}{4}}+\sqrt{\frac{1}{9}}:\sqrt{\frac{49}{36}}$; f) $\sqrt{8^2+15^2}$; g) $\sqrt{3^2+3^3}$; h) $\sqrt{2^4\cdot 3^2\cdot 5^2}$.
2. Calculați:
a) $|3-\sqrt{5}|+|\sqrt{5}+\sqrt{3}|+|\sqrt{3}-2|$; b) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}-(3+\sqrt{5})$.
3. Calculați:
a) $\sqrt{27}+\sqrt{12}-\sqrt{75}$; b) $2\sqrt{8}+3\sqrt{18}-13\sqrt{2}$;
c) $\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{3}(2\sqrt{3}+\sqrt{2})$; d) $(\sqrt{2}-\sqrt{12})(\sqrt{8}+\sqrt{3})$.
4. Calculați:
a) $\frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}-\frac{3}{\sqrt{10}}$; b) $\left(\sqrt{2}+\frac{3}{\sqrt{2}}\right):(\sqrt{2})^{-1}$;
c) $3\cdot\left(3\frac{1}{2}-1,25\cdot 2\right)-\left(\sqrt{5}-\frac{2,5}{\sqrt{5}}\right)\cdot\sqrt{5}$; d) $(-1)^{21}+2\frac{1}{2}:\sqrt{0,25}-\frac{20}{\sqrt{300}}+\frac{\sqrt{48}}{6}$.

5. Calculați:

a) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})$;

b) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2+2\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{2})$;

c) $(3+2\sqrt{2})^2-(3-\sqrt{8})^2$;

d) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})$.

6. Calculați:

a) $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}+\frac{3}{\sqrt{10}}\right)\cdot(\sqrt{10})^{-1}$;

b) $\left(\frac{2}{5\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{12}}+\frac{3}{\sqrt{75}}\right)\cdot 2\sqrt{3}$;

c) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$;

d) $\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\frac{3}{\sqrt{8}+\sqrt{5}}$.

7. Determinați $x \in \mathbb{Z}$, știind că $4\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{75}=x\sqrt{3}$.

8. Determinați $x \in \mathbb{Z}$ astfel încât $x-1<-\sqrt{3}<x$.

9. Determinați $x \in \mathbb{R}$ în fiecare dintre următoarele cazuri:

a) $|x|=\sqrt{3}$;

b) $|x-\sqrt{2}|=\sqrt{8}$.

10. Determinați numărul real x, în fiecare dintre următoarele cazuri:

a) $\frac{x}{2\sqrt{3}}=\frac{8\sqrt{3}}{x}$;

b) $\frac{x}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}+\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$.

11. a) Ordonați descrescător numerele: $a=5\sqrt{2}$, $b=2\sqrt{13}$, $c=4\sqrt{3}$.

b) Ordonați crescător numerele $a=\sqrt{8}-\sqrt{50}-\sqrt{18}$, $b=-\sqrt{12}-\sqrt{27}$ și $c=-\sqrt{74}$.

12. a) Care dintre numerele 12, $-\frac{5}{7}$, $\sqrt{18}$, $2,(4)$ este irațional?

b) Care dintre numerele π, $\sqrt{72}$, $-\sqrt{36}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{\frac{8}{81}}$ este rațional?

13. Care dintre următoarele propoziții este adevărată?

P_1: Suma oricăror două numere iraționale este un număr irațional.

P_2: Suma oricăror două numere raționale este un număr rațional.

Scrieți un număr rațional din intervalul $(2, 3)$.

14. a) Scrieți un număr rațional din intervalul $(2, 3)$.

b) Scrieți un număr irațional din intervalul $(1, 2)$.

c) Scrieți numărul real 2 ca o sumă și apoi ca un produs de două numere raționale.

d) Scrieți numărul real 2 ca o sumă și apoi ca un produs de două numere iraționale.

15. Se consideră mulțimea $A=\{\sqrt{1}; \sqrt{2}; \sqrt{3}; ...; \sqrt{99}; \sqrt{100}\}$.

a) Calculați suma numerelor raționale din mulțimea A.

b) Câte numere din mulțimea A sunt mai mici decât 5,1?

16. Scrieți sub formă de interval fiecare dintre următoarele mulțimi: $A=\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \le x \le 3\}$, $B=\{x \in \mathbb{R} \mid x<-2\}$, $C=$ $=\{x \in \mathbb{R} \mid -1<5-2x\le 7\}$, $D=\{x \in \mathbb{R} \mid |1-x|<3\}$.

17. Se consideră mulțimile $A=\{x \in \mathbb{R} \mid -3<1-2x<11\}$ și $B=\left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, \frac{1}{2} \le \frac{x+2}{6} \le \frac{5}{3}\right\}$.

a) Scrieți mulțimile A și B sub formă de intervale.

b) Determinați $A \cup B$, $A \cap B$ și $A \setminus B$.

18. Determinați $A \cup B$ în fiecare dintre următoarele cazuri:

a) $A=\mathbb{Q}$, $B=\mathbb{R}$;

b) $A=(0, +\infty)$, $B=\mathbb{N}$;

c) $A=(-\infty, 2)$, $B=(-1, 3]$;

d) $A=\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \le x \le 4\}$, $B=\{x \in \mathbb{R} \mid |x+2|<2\}$.

19. Determinați $A \cap B$ în fiecare dintre următoarele cazuri:

a) $A = (-\infty, 3)$, $B = \mathbb{N}$;

b) $A = (-5, +\infty)$, $B = \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$;

c) $A = (-2, 5]$, $B = [-1, 7]$;

d) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 6\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| = x\}$.

20. a) Calculați $\left(x+\sqrt{x^2}\right)^{10}$, știind că $x \in \mathbb{R}, x \leq 0$.

b) Calculați $|x-\sqrt{3}|+|x+\sqrt{3}|$, știind că $x \in \mathbb{R}$ și $|x| \leq \sqrt{3}$.

21. Fie numerele reale $a=\sqrt{2}-1$ și $b=\sqrt{2}+1$.

a) Calculați $a \cdot b$ și $a^2 + b^2$.

b) Determinați media aritmetică și media geometrică a numerelor a și b.

22. Se consideră numerele reale $a=\left(\sqrt{75}+3\sqrt{12}-\dfrac{9}{\sqrt{3}}\right)\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ și $b=[0,(3)]^{-1}$.

a) Determinați numerele a și b.

b) Calculați diferența dintre media aritmetică și cea geometrică a numerelor a și b.

23. Se consideră numerele reale $a=\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$ și $b=\dfrac{\sqrt{1}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}}+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{\sqrt{12}}$.

a) Demonstrați că a și b sunt numere raționale.

b) Arătați că $m_p=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$ este mai mare decât aritmetică a numerelor a și b.

24. Se consideră numerele reale $a=\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{4}-\sqrt{3}\right)$ și $b=\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{4}+\sqrt{3}\right)$.

a) Calculați media geometrică a numerelor a și b.

b) Comparați numerele a și b.

25. a) Arătați că $\left(2\sqrt{2}-3\right)^2=17-12\sqrt{2}$.

b) Determinați $x \in \mathbb{R}$ pentru care $x^2 = 17-12\sqrt{2}$.

26. Fie numerele reale $a=\sqrt{2-\sqrt{2}}$ și $b=\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

a) Calculați $(a + b)^2$.

b) Arătați că numărul $\dfrac{b}{a}-\sqrt{2}$ este rațional.

27. Fie $a=2\left(\sqrt{2}+3\right)^2-\left(2+\sqrt{2}\right)\left(2-\sqrt{2}\right)-2\left(\sqrt{50}+5\right)$. Demonstrați că numărul a aparține intervalului $(12, 13)$.

28. Se consideră expresia $E(x) = |x - 1| + |x + 1|$, unde $x \in \mathbb{R}$.

a) Arătați că $E(x) = 2$, oricare ar fi numărul real x din intervalul $[-1, 1]$.

b) Demonștrați că $E(x) \geq 2$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

29. Fie x și y două numere reale astfel încât $x \in [-2, 1]$ și $y \in [-1, 3]$.

a) Determinați valoarea cea mai mică și valoarea cea mai mare pe care o poate lua expresia $3 - 2x$.

b) Demonstrați că $2x + 3y \in [-7, 11]$.

30. Fie x și y două numere raționale.

a) Arătați că, dacă $x + y\sqrt{2} = 0$, atunci $x = y = 0$.

b) Determinați x și y, știind că $x\left(1+2\sqrt{2}\right)+y\left(1+\sqrt{2}\right)=2+4\sqrt{2}$.

TEMA 5. Calcul algebric

1. Fie $a = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$.

a) Arătați că $a^2 - a - 1 = 0$.

b) Calculați $(3a^2 - 3a - 4)^{2021}$.

2. Fie a, b, x numere reale astfel încât $2a - x = -5$ și $x - 3b = 7$.

a) Găsiți trei numere a, b, x care verifică condițiile date.

b) Calculați $E = x^2 - x(2a + 3b) + 6ab$.

3. Considerăm numerele naturale a, b, c, astfel încât $a - 3b + 9c = 0$.

a) Determinați a și c, știind că $b = 8$.

b) Arătați că numărul $n = b^2 - 4ac$ este pătrat perfect.

4. Fie $a = 1-\sqrt{2}$ și $E(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 9x + 4$.

a) Arătați că $a^2 - 2a - 1 = 0$.

b) Arătați că $E(a)$ este număr întreg.

5. Considerăm $E(x) = (2x + 1)^2 - (x - 1)^2 + (x - 2)(x + 2) - 3x^2 + 13$.

a) Calculați $E(-5)$.

b) Arătați că $E(n)$ este număr natural pătrat perfect, pentru orice număr întreg.

6. Fie a și b două numere reale astfel încât $25a^2 - 9b^2 = 175$ și $3b - 5a = 5$.

a) Determinați b, știind că $a = -4$.

b) Calculați $15a + 9b + 100$.

7. Fie $n = x^2 + 2x - 35$, $x \in \mathbb{R}$.

a) Verificați că $n = (x - 5)(x + 7)$.

b) Determinați numerele întregi x pentru care n este număr prim.

8. Fie a cifră nenulă și numărul $E = \sqrt{\overline{a6}\cdot\overline{a8}+1} - \sqrt{\overline{a2}\cdot\overline{a6}+4}$.

a) Verificați că $\overline{a6}\cdot\overline{a8}+1$ este pătrat perfect.

b) Arătați că numărul E nu depinde de a.

9. Considerăm expresia $E(a, b) = -a^2 - 5b^2 - 6ab + 6b - 6a + 9$, $a, b \in \mathbb{R}$.

a) Dacă $a + b = 3$, arătați că $E(a, b)$ nu depinde de a și b.

b) Calculați suma $S = E(-10, 13) + E(-9, 12) + E(-8, 11) + ... + E(-1, 4) + E(0, 3)$.

10. Fie x, y numere reale și expresia $E(x, y) = 6xy + 4x - 3y - 19$.

a) Arătați că $E(x, y) = (2x - 1)(3y + 2) - 17$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

b) Dați un exemplu de două numere iraționale a și b, pentru care numărul $E(a, b)$ este natural.

11. Considerăm $E(x) = x^2 - x - 2$, $x \in \mathbb{R}$.

a) Arătați că $4E(x) = (2x - 1)^2 - 9$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

b) Determinați minimul expresiei $E(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

12. Pentru fiecare număr întreg n considerăm numărul $a(n) = \dfrac{n^3}{6} - \dfrac{n^2}{2} + \dfrac{n}{3}$.

a) Calculați $a(-5)$.

b) Arătați că $a(n)$ este număr întreg, pentru orice n număr întreg.

13. a) Dacă $a, b \in \mathbb{Q}$ și $a + b\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$, arătați că $b = 0$.

b) Determinați numerele naturale n pentru care $\dfrac{n}{10}(\sqrt{2}+1)^2 + (-1)^n(\sqrt{2}-1) \in \mathbb{Q}$.

14. Considerăm expresia $E(x) = x^2 + 4x + 5$, $x \in \mathbb{R}$.

a) Arătați că $E(x) \geq 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

b) Determinați numerele reale a, b, c, știind că $E(a) + E(b) + E(c) = 3$.

15. a) Verificați că $x^2 - x\sqrt{8} + 2 = (x - \sqrt{2})^2$.

b) Determinați numerele reale x, y, știind că $x^2 + 9y^2 - 2x\sqrt{2} + 6y + 3 = 0$.

16. Fie $\overline{ab}$ un număr cu proprietatea că $\overline{ab} = \dfrac{b^2 + 1320}{\overline{ab}}$.

a) Numărul 24 are proprietatea din enunț?

b) Determinați $\overline{ab}$.

17. Considerăm expresia $E(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 6x + 9}$, $x \in \mathbb{R}$.

a) Arătați că $E(-2)$.

b) Arătați că pentru orice $x \in [3, +\infty)$, $E(x)$ are o valoare constantă.

18. Considerăm expresia $E(x) = \dfrac{(x^2 + 2x + 3)^2 - 5(x^2 + 2x) - 9}{x^3 + 3x^2 + 2x}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0\}$.

a) Arătați că $E(x) = x + 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0\}$.

b) Calculați $n = [E(2021)]^2 - E(2020) \cdot E(2022)$.

19. Considerăm expresia $E(x) = \left[\left(\dfrac{1}{1+x} - 1\right) : \left(1 - \dfrac{1 - 2x^2}{1+x}\right)\right] \cdot \dfrac{4x^2 + 4x + 1}{4x^2 - 1}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1, -\dfrac{1}{2}, 0, \dfrac{1}{2}\right\}$.

a) Arătați că $E(x) = \dfrac{1}{1 - 2x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1, -\dfrac{1}{2}, 0, \dfrac{1}{2}\right\}$.

b) Calculați suma $S = \dfrac{1}{E(1)} + \dfrac{1}{E(2)} + \ldots + \dfrac{1}{E(10)}$.

20. Considerăm expresia $E(x) = \left[\dfrac{x-6}{x^2 - 25} + \dfrac{x^2}{x^2 - 5x} - \dfrac{2x-2}{x+5} : (x-1)\right] : \dfrac{2x^2 + x - 6}{x^2 - 25}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-5, -2, 0, 1, \dfrac{3}{2}, 5\right\}$.

a) Arătați că $2x^2 + x - 6 = (x + 2)(2x - 3)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

b) Arătați că $E(x) = \dfrac{x+2}{2x-3}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-5, -2, 0, 1, \dfrac{3}{2}, 5\right\}$.

21. Considerăm expresia $E(x) = \dfrac{(x-3)^3 - x + 3}{(x-1)(x-5) + 3}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{2, 4\}$.

a) Arătați că $(x - 3)^3 - x + 3 = (x - 4)(x - 3)(x - 2)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

b) Arătați că pentru orice n număr natural, $n \geq 5$, $E(n)$ este număr natural.

22. Considerăm expresia $E(x) = \left(\dfrac{1}{x+3} + \dfrac{2}{x-3} - \dfrac{3}{x^2 - 9}\right) \cdot \dfrac{x^2 + 2x - 3}{3x - 3}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 1, 3\}$.

a) Arătați că $E(x) = \dfrac{x}{x-3}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 1, 3\}$.

b) Determinați numerele întregi n pentru care $E(n)$ este număr natural.

23. Considerăm expresia $E(x) = \dfrac{x-1}{x-2} : (2x - 2) + \dfrac{x}{x^2 + 2x} + \dfrac{2}{4 - x^2}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 1, 2\}$.

a) Arătați că $E(x) = \dfrac{3}{2(x+2)}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 1, 2\}$.

b) Determinați $a \in \mathbb{R}$, dacă $4E(a) = 1$.

24. Considerăm expresia $E(x) = \left(\dfrac{2}{x+1} + \dfrac{1}{x+4}\right) : \left(x + 6 - \dfrac{x-3}{x+1}\right)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, -3, -1\}$.

a) Arătați că $E(x) = \dfrac{3}{(x+3)(x+4)}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, -3, -1\}$.

b) Arătați că numărul $a = E(0) + E(1) + \ldots + E(5) + \dfrac{1}{3}$ este natural.

25. Considerăm expresia $E(x) = \left(\dfrac{2x}{x-1} - \dfrac{x}{x+1}\right) : \dfrac{2x^2+6x}{x^2+2x+1}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 0, 1\}$.

a) Arătaţi că $E(x) = \dfrac{x+1}{2(x-1)}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 0, 1\}$.

b) Pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 0, 1\}$, arătaţi că $E(x) \cdot E(-x)$ nu depinde de x.

26. Fie $E(x) = \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+1}\right) : \dfrac{2x+6}{x^2+3x}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 0\}$.

a) Arătaţi că $E(x) = \dfrac{1}{2(x+1)}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 0\}$.

b) Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $E(n) \geq \dfrac{1}{10}$.

27. Considerăm expresia $E(x) = \left[1 - \dfrac{2x+2}{x+3} + \dfrac{(x+1)^2}{(x+3)^2}\right] \cdot \dfrac{x^2+4x+3}{4}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

a) Arătaţi că $E(x) = \dfrac{x+1}{x+3}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

b) Verificaţi că $a = E(0) \cdot E(1) \cdot E(2) \cdot ... \cdot E(12) < 0{,}01$.

28. Considerăm expresia $E(x) = \left(\dfrac{x-2}{x+2} - \dfrac{2}{x-2}\right) : \dfrac{x-6}{x^3-4x}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2, 6\}$.

a) Arătaţi că $E(x) = x^2$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2, 6\}$.

b) Determinaţi numerele reale a, b, ştiind că $E(a+b+1) + E(a) - 2b = 0$.

29. Considerăm expresia $E(x) = \left(\dfrac{x^2-x}{x^2+1} - \dfrac{2x^2}{1-x+x^2-x^3}\right) : \dfrac{x}{x+1}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

a) Arătaţi că $E(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

b) Daţi un exemplu de număr $a \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ pentru care $E(a)$ este număr natural.

30. a) Simplificaţi fracţia $F(x) = \dfrac{x^2+11x+24}{9x+27}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

b) Arătaţi că numărul $a = \dfrac{10^{2n}+11 \cdot 10^n+24}{9 \cdot 10^n+27}$ este natural, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

TEMA 6. Funcţii

1. Considerăm funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x-3, & x \in (-\infty, 0) \\ -x+2, & x \in [0, 2) \\ -x, & x \in [2, +\infty) \end{cases}$.

   a) Calculaţi $f(3)$, $f(-3)$, $f(0)$ şi $f(2)$.

   b) Care dintre punctele $A(0, -3)$, $B(-1, 1)$, $C(1, -1)$, $D(0, 2)$ este situat pe graficul fucnţiei f?

2. Considerăm funcţiile $f, g, h : \{-1, 0, 1\} \to [0, +\infty)$, $f(x) = x^4$, $g(x) = |x|$, $h(x) = x^3$.

   a) Arătaţi că funcţiile f şi g sunt egale.

   b) Arătaţi că funcţiile f şi h nu sunt egale.

3. Considerăm mulţimea $A = \left\{-\sqrt{3}, -\sqrt{2}, -2, -1, -\sqrt{3}-\sqrt{2}\right\}$ şi funcţia $f: A \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{3} + \sqrt{6}$.

   a) Arătaţi că mulţimea valorilor funcţiei f este $\operatorname{Im} f = \left\{-3+\sqrt{6}, 0, -2\sqrt{3}+\sqrt{6}, -\sqrt{3}+\sqrt{6}, -3\right\}$.

   b) Care este cel mai mic element din mulţimea $\operatorname{Im} f$? Dar cel mai mare?

4. Considerăm funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 5x + 4$.

a) Calculaţi produsul $P = f\left(-\frac{9}{10}\right) \cdot f\left(-\frac{8}{9}\right) \cdot \ldots \cdot f\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot f\left(-\frac{1}{2}\right)$.

b) Determinaţi valorile întregi ale lui n pentru care $\frac{6}{f(n)}$ este număr întreg.

5. Se consideră funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$.

a) Calculaţi media geometrică a numerelor $a = f(\sqrt{2})$ şi $b = f(1+\sqrt{2})$.

b) Demonstraţi că numărul $A = f(1) + f(2) + \ldots + f(20)$ este pătrat perfect.

6. Considerăm funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ având proprietatea $f(x + 1) = 2x + 4 - f(2)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

a) Arată că $f(2) = 3$.

b) Determinaţi legea de corespondenţă a funcţiei.

7. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x + 1$.

a) Determinaţi $a \in \mathbb{R}$, dacă punctul $A(2a - 1, a - 2)$ este situat pe graficul funcţiei f.

b) Calculaţi suma $S = f(0) + f(1) + f(2) + \ldots + f(2021)$.

8. Considerăm funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{5}{2}x - 0,5$ şi punctele $A(1, 2)$, $B(7, 17)$.

a) Verificaţi că punctele A şi B sunt situate pe graficul funcţiei f.

b) Determinaţi punctele de coordonate întregi situate pe segmentul închis AB.

9. Considerăm funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x + 3$.

a) Calculaţi media geometrică a numerelor $a = f(\sqrt{2})$ şi $b = f(-\sqrt{2})$.

b) Determinaţi punctele situate pe graficul funcţiei f situate la distanţa 5 faţă de axa Ox.

10. Considerăm funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$.

a) Determinaţi coordonatele punctelor A şi B situate pe graficul funcţiei f la distanţa 3 faţă de Oy.

b) Calculaţi distanţa dintre A şi B.

11. Considerăm funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 5$.

a) Reprezentaţi grafic f într-un sistem de coordonate xOy.

b) Arătaţi că simetricul punctului $M(-2, 1)$ faţă de punctul O este situat pe graficul lui f.

12. Considerăm funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -3x + 4$ şi punctele A, B situate pe graficul funcţiei f, A de abscisă -1, iar B de ordonată -5.

a) Determinaţi coordonatele punctelor A şi B.

b) Calculaţi distanţa dintre punctele A şi B.

13. Considerăm funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2 - 3x$.

a) Calculaţi media geometrică a numerelor $a = f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ şi $b = f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

b) Determinaţi punctul de pe graficul funcţiei f care are coordonate egale.

14. Considerăm funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = (2a + 3)x - 3a + 2$, al cărei grafic conţine punctul $M(-1, -6)$.

a) Arătaţi că $a = 1$.

b) Determinaţi punctul de pe graficul lui f care are abscisa egală cu un sfert din ordonată.

15. Considerăm funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x - 2$.

a) Arătaţi că expresia $E(x) = (f(x))^2 - f(x + 1) \cdot f(x - 1)$ nu depinde de numărul real x.

b) Determinaţi punctul de pe graficul funcţiei f care are coordonatele de module egale.

16. Pentru fiecare a număr real, definim funcţia $f_a: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f_a(x) = (2a - 1)x - 4a + 3$.

a) Arătaţi că punctul $A(2, 1)$ este situat pe graficul funcţiei f_a pentru orice $a \in \mathbb{R}$.

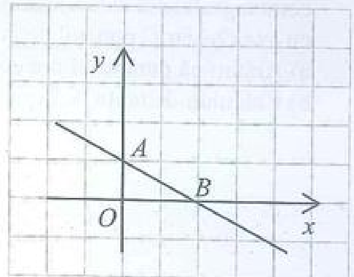
b) Determinaţi a, ştiind că punctul $B(-1, 10)$ este situat pe graficul funcţiei f_a.

17. Considerăm funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x+4$.

a) Reprezentaţi grafic funcţia într-un sistem de axe de coordonate xOy.

b) Determinaţi distanţa de la punctul $P(3, 0)$ la graficul funcţiei f.

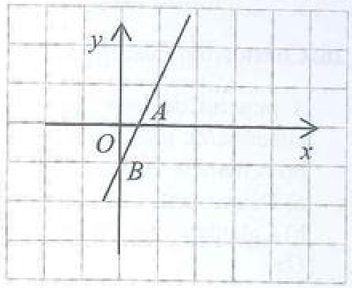
18. Considerăm funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{2-x}{2}$, având graficul din figura alăturată. Fie A şi B punctele de intersecţie a graficului funcţiei cu axele Oy, respectiv Ox.



a) Arătaţi că $a=f(\sqrt{2}-1)-f(\sqrt{2}-3)$ este număr întreg.

b) Calculaţi perimetrul triunghiului determinat de graficul funcţiei f cu axele de coordonate.

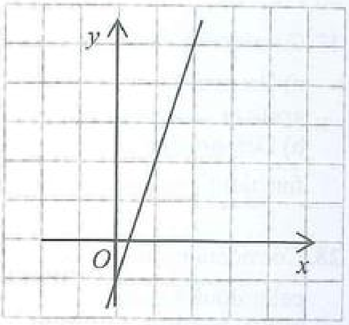
19. Considerăm funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-1$, având graficul din figura alăturată.



a) Arătaţi că numărul $a=\dfrac{f(\sqrt{2})-f(1)}{\sqrt{2}-1}+\dfrac{f(\sqrt{3})-f(\sqrt{2})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ este natural.

b) Aflaţi $\cos(\sphericalangle OAB)$, A şi B fiind punctele de intersecţie a graficului funcţiei f cu axele Ox, respectiv Oy.

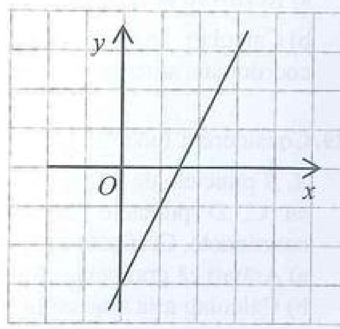
20. Considerăm funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x-1$, având graficul din figura alăturată, şi punctele $A(1, 2)$, $B(2, 5)$.



a) Arătaţi că punctele A şi B sunt situate pe graficul funcţiei f.

b) Notăm cu A' şi B' proiecţiile punctelor A şi B pe axa Ox. Calculaţi aria patrulaterului $AA'B'B$.

21. Considerăm funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-3$, având graficul din figura alăturată, şi punctele $A(4, 0)$, $B(0, 2)$.



a) Arătaţi că punctele A şi B nu sunt situate pe graficul funcţiei f.

b) Demonstraţi că orice punct M situat pe graficul funcţiei f este egal depărtat de punctele A şi B.

22. Considerăm funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(1-\sqrt{2})x+\sqrt{2}$.

a) Calculaţi media aritmetică a numerelor $a=f(0)$ şi $b=f(2)$.

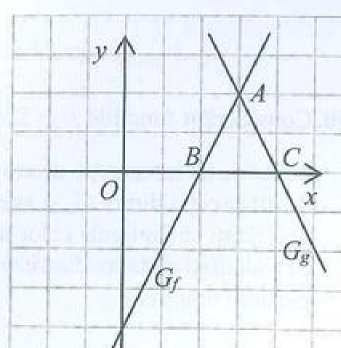
b) Determinaţi numerele raţionale a şi b, ştiind că punctul $A(a\sqrt{2}, b)$ este situat pe graficul funcţiei f.

23. Considerăm punctele $A(1, 3)$, $B(3, 7)$ şi $C(-4, -7)$.

a) Determinaţi funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax+b$, $a, b\in\mathbb{R}$, ştiind că graficul funcţiei f conţine punctele A şi B.

b) Demonstraţi că punctele A, B şi C sunt coliniare.

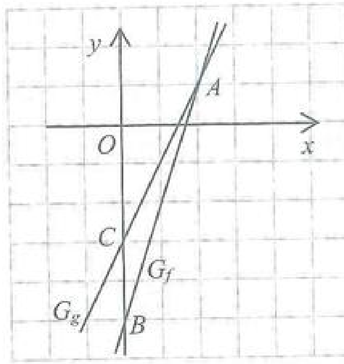
24. Considerăm funcţiile $f, g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-4$, $g(x)=-2x+8$ şi punctele $\{A\}=G_f\cap G_g$, $\{B\}=G_f\cap Ox$, iar $\{C\}=G_g\cap Ox$. Reprezentarea grafică a funcţiilor este prezentată în figura alăturată.



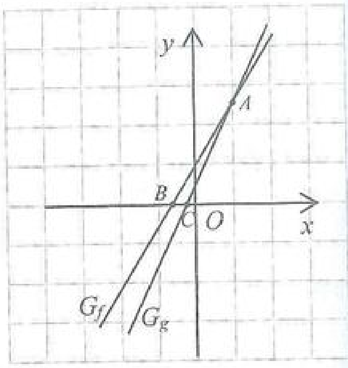
a) Aflaţi coordonatele punctului A.

b) Demonstraţi că triunghiul ABC este isoscel.

25. Considerăm funcţiile f, g: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 5$ şi $g(x) = 2x - 3$, A punctul comun graficelor celor două funcţii, B punctul de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy, iar C punctul de intersecţie a graficului funcţiei g cu axa Oy.
a) Arătaţi că punctul A are coordonatele (2, 1)
b) Calculaţi distanţa de la punctul C la graficul funcţiei f.

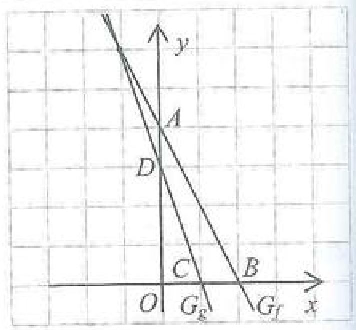


26. Considerăm funcţiile f, g: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3}{2}x + 1$ şi $g(x) = 2x + \frac{1}{2}$. Notăm cu A punctul de intersecţie dintre graficele celor două funcţii, iar cu B şi C punctele de intersecţie a graficelor cu axa Ox. Graficele funcţiilor f şi g sunt prezentate în figura alăturată.
a) Determinaţi coordonatele punctului A.
b) Calculaţi aria determinată de graficul funcţiei f, graficul funcţiei g şi axa Ox.

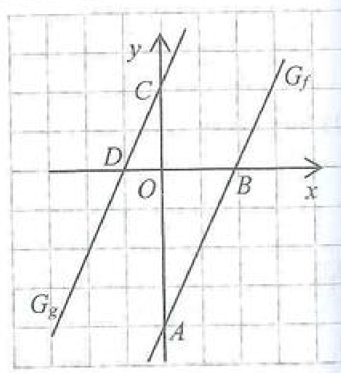


27. Considerăm funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + 2, a \in \mathbb{R}^*$.
a) Determinaţi coordonatele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei f cu axele de coordonate.
b) Determinaţi a, ştiind că distanţa de la originea reperului xOy la graficul funcţiei f este egală cu $\sqrt{2}$.

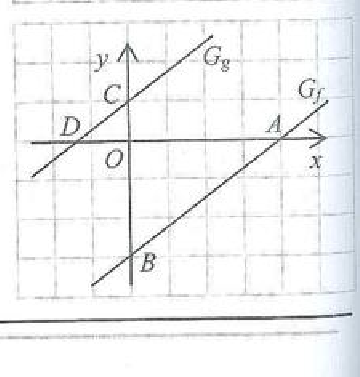
28. Considerăm funcţiile f, g: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 4$ şi $g(x) = -3x + 3$. Graficele celor două funcţii sunt trasate în figura alăturată.
a) Rezolvaţi ecuaţia $f(x) = g(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
b) Calculaţi aria determinată de graficele celor două funcţii şi axele de coordonate, adică aria patrulaterului $ABCD$.



29. Considerăm funcţiile f, g: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$ şi $g(x) = 2x + 2$. Notăm cu A, B punctele de intersecţie dintre graficul funcţiei f şi axele de coordonate şi cu C, D punctele de intersecţie dintre graficul funcţiei g şi axele de coordonate. Graficele celor două funcţii sunt reprezentate în figura alăturată.
a) Arătaţi că graficele celor două funcţii sunt drepte paralele.
b) Calculaţi aria trapezului $ABCD$.



30. Considerăm funcţiile f, g: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ şi $g(x) = \frac{3}{4}x + 1$. A, B sunt punctele de intersecţie dintre G_f şi axele de coordonate, iar C, D sunt punctele de intersecţie dintre G_g şi axele de coordonate.
a) Arătaţi că graficele celor două funcţii sunt drepte paralele.
b) Calculaţi distanţa dintre cele două drepte ce reprezintă graficul funcţiei f şi graficul funcţiei g.



TEMA 7. Ecuații. Sisteme de ecuații. Inecuații

1. a) Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „3 este soluție a ecuației $6 - x = 1, x \in \mathbb{N}$".

b) Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „-2 este soluție a ecuației $x + 3 = 1, x \in \mathbb{N}$".

2. Rezolvați ecuațiile:

a) $x + 1 = 7, x \in \mathbb{N}$;
b) $x - 2 = -3, x \in \mathbb{Z}$;
c) $3{,}25 + x = 1{,}65, x \in \mathbb{Q}$;
d) $13{,}2 - x = 0{,}65, x \in \mathbb{Q}$;
e) $x \cdot 3 = -6, x \in \mathbb{Z}$;
f) $(-8) : x = -4, x \in \mathbb{Z}$;
g) $x : 1{,}1 = 3, x \in \mathbb{R}$;
h) $1{,}2 : x = 3, x \in \mathbb{Q}$.

3. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuațiile:

a) $\dfrac{3x-1}{4} - \dfrac{5x-2}{7} = \dfrac{3}{14}$;
b) $2(x+2)^2 - (x-1)^2 = x(x-3) - 6$;
c) $\dfrac{2x+1}{3x-2} = \dfrac{2x+5}{3x+1}$;
d) $\dfrac{2x-1}{6x-3} = \dfrac{4x+4}{12x-5}$;
e) $\dfrac{1}{2x-2} + \dfrac{1}{3x-3} + \dfrac{1}{6x-6} = \dfrac{1}{x-1}$;
f) $(x+2)^2 + \dfrac{x^2-9}{x+3} = (x-1)(x+1) - 13$.

4. Considerăm $a, b, x, y \in \mathbb{R}$, astfel încât $\begin{cases}(a-1)x + (b+1)(y+1) = -5\\ 2a(x+1) - (2b-1)y = 22\end{cases}$.

a) Determinați x și y dacă $a = 2$, $b = -3$.
b) Determinați a și b dacă $x = 1$, $y = 2$.

5. a) Care dintre elementele mulțimii $\left\{-1, 1, \dfrac{3}{2}\right\}$ este soluție a inecuației $x - 1{,}25 > 0, x \in \mathbb{R}$?

b) Care dintre elementele mulțimii $\{-3, 1, 2, 3\}$ nu este soluție a inecuației $2x^2 - 1 < 17, x \in \mathbb{R}$?

6. Rezolvați inecuațiile:

a) $x - 1 < 3, x \in \mathbb{N}$;
b) $5x > 30{,}15, x \in \mathbb{Z}$;
c) $-1{,}2x + 0{,}8 < -1{,}6, x \in \mathbb{Z}$;
d) $2x - 3 > 1 + 3x, x \in \mathbb{R}$;
e) $6 - 2x < 4, x \in \mathbb{R}$;
e) $\dfrac{x}{3} + 1 > x + \dfrac{1}{2}, x \in \mathbb{N}$.

7. Fie a număr real și inecuația $\dfrac{2x-1}{3} + \dfrac{x}{2} \leq \dfrac{a-1}{6}, x \in \mathbb{R}$.

a) Determinați valorile lui a pentru care $x = 1$ este soluție a inecuației.
b) Determinați numerele naturale x care verifică inecuația pentru $a = 6$.

8. a) Determinați valorile întregi ale lui x pentru care $\dfrac{4x}{3x+1}$ este număr întreg.

b) Arătați că există o infinitate de numere raționale x, pentru care numărul $\dfrac{4x}{3x+1}$ este întreg.

9. După trei note primite la matematică, media aritmetică a notelor unui elev este 7.
a) Dacă a patra notă este 5, care este media aritmetică a primelor patru note?
b) Dacă media primelor patru note este 7,50, care este a patra notă primită de elev?

10. Un televizor costă 1540 lei. Prețul televizorului se mărește cu 25%.
a) Cât costă televizorul după mărirea de preț?
b) Cu ce procent trebuie micșorat noul preț pentru ca televizorul să aibă același preț ca înainte de mărire?

11. Andrei are o sumă de bani. În prima zi el cheltuieşte 30% din sumă. A doua zi cheltuieşte $\frac{2}{7}$ din rest, iar a treia zi 0,(6) din noul rest.
a) În care zi cheltuieşte cel mai mult?
b) Dacă după cele trei zile îi mai rămân 100 lei, care era suma iniţială?

12. Pe un raft al unei biblioteci sunt de trei ori mai multe cărţi decât pe un alt raft. Dacă mutăm 20 de cărţi de pe primul raft pe al doilea, numărul cărţilor de pe al doilea raft devine de trei ori mai mare decât numărul cărţilor de pe primul raft.
a) Pot fi 36 de cărţi pe cele două rafturi?
b) Câte cărţi sunt pe primul raft?

13. Un autoturism parcurge un traseu în trei zile. În prima zi parcurge $\frac{1}{5}$ din drum, a doua zi $\frac{2}{5}$ din rest, iar a treia zi parcurge restul drumului.
a) Dacă traseul are 500 km, câţi kilometri parcurge autoturismul a treia zi?
b) Dacă a treia zi autoturismul a parcurs 120 km, care este lungimea traseului?

14. Într-un depozit sunt 320 t de combustibil, iar în altul sunt 180 t de combustibil. Din primul depozit se livrează 15 t zilnic, iar din al doilea 10 t zilnic.
a) După câte zile cantitatea rămasă în primul depozit este de două ori mai mare decât cantitatea rămasă în cel de-al doilea depozit?
b) Este posibil ca, după un anumit număr de zile, cantităţile rămase în cele două depozite să fie egale?

15. Fie x, y numere reale pozitive, astfel încât 75% din x este egal cu $1\frac{1}{3}$ din y. Notăm cu d diferenţa dintre media aritmetică şi media geometrică ale celor două numere.
a) Aflaţi d, ştiind că $x=\frac{2}{3}$.
b) Dacă $d = 0{,}5$, aflaţi numerele x şi y.

16. Un teren agricol a fost arat în trei zile, astfel: în prima zi 30% din suprafaţă, a doua zi $\frac{5}{14}$ din rest, iar a treia zi toată suprafaţa rămasă.
a) Dacă terenul are 200 ha, în ce zi s-a arat cea mai mare suprafaţă?
b) Dacă în ultima zi s-au arat 90 ha, câte hectare are terenul agricol?

17. Ionel are de rezolvat, într-un anumit număr de zile, mai multe probleme. Dacă ar rezolva câte 15 probleme pe zi, i-ar rămâne 10 probleme nerezolvate. Dacă ar rezolva câte 20 de probleme pe zi, ar termina cu trei zile mai devreme.
a) În câte zile şi-a propus Ionel să rezolve toate problemele?
b) Câte probleme avea de rezolvat Ionel?

18. Mai mulţi copii vor să cumpere un cadou. Dacă fiecare copil ar da câte 20 lei, ar mai fi nevoie de 30 lei, iar dacă fiecare copil ar da câte 30 lei, unul dintre copii nu ar trebui să dea niciun leu.
a) Pot fi zece copii?
b) Care este preţul cadoului?

19. Elevii unei clase au obţinut o sponsorizare pentru a pleca într-o excursie. Ei primesc două oferte pentru transport. Dacă transportul ar costa 150 lei de persoană, atunci le-ar mai trebui 500 lei. Dacă transportul ar costa 130 lei de persoană, atunci le-ar rămâne 100 lei.
a) Câţi copii sunt în clasă?
b) Ce sumă au obţinut din sponsorizare?

20. Cinci caiete şi patru pixuri costă 62 lei, iar patru caiete şi cinci pixuri costă 64 lei.
a) Cât costă împreună un pix şi un caiet?
b) Cât costă un pix şi cât costă un caiet?

21. Într-o clasă numărul băieţilor reprezintă 80% din numărul fetelor.
a) Pot fi 12 fete în clasă?
b) Cât la sută din numărul băieţilor reprezintă numărul fetelor?

22. Andrei şi Vlad au împreună 100 de timbre. 40% din numărul timbrelor pe care le are Andrei este cu 12 mai mare decât 30% din numărul timbrelor lui Vlad.
a) Aflaţi câte timbre are fiecare copil.
b) De câte ori mai multe timbre are Vlad decât Andrei?

23. Trei frați au împreună 180 lei. După ce primul a cheltuit $\frac{1}{2}$ din suma sa, al doilea $\frac{2}{3}$ din suma sa, iar al treilea $\frac{3}{4}$ din suma sa, cei trei au rămas cu sume egale de bani. Notăm cu a, b, c (lei) sumele de bani pe care le aveau, la început, primul, al doilea, respectiv al treilea copil.
   a) Arătați că a, b, c sunt direct proporționale cu 2, 3 și 4.
   b) Ce sumă de bani avea fiecare copil la început?
24. Numerele 319, 945 și 333, împărțite la un număr natural n, dau resturile 7, 9 și, respectiv, 8.
   a) Stabiliți dacă n poate fi egal cu 12.
   b) Determinați numărul n.
25. Împărțind numărul natural n la numerele 18, 30 și 24, se obțin câturi nenule și de fiecare dată restul 2.
   a) Aflați cel mai mic număr n cu această proprietate.
   b) Aflați toate numerele n cu această proprietate, astfel încât $1500 < n < 2500$.
26. Într-un coș se află nuci. Dacă le grupăm câte 2, câte 3 sau câte 5, de fiecare dată rămâne o nucă, iar dacă le grupăm câte 7, nu mai rămâne nicio nucă.
   a) Pot fi în coș 301 nuci?
   b) Care este numărul minim de nuci din coș?
27. Într-o clasă sunt băieți și fete. Dacă ar mai veni 8 fete, numărul lor ar fi $\frac{2}{3}$ din numărul băieților. Dacă ar pleca n băieți, numărul fetelor ar fi tot $\frac{2}{3}$ din numărul băieților.
   a) Determinați numărul n.
   b) Arătați că sunt cel puțin 12 băieți în clasă.
28. Un amestec de apă și sare cântărește 10 kg și are concentrația de 5%.
   a) Ce cantitate de sare conține amestecul?
   b) Ce cantitate de sare trebuie adăugată pentru a obține un amestec cu concentrația de 20%?
   c) Dacă s-ar adăuga 30 kg de amestec de apă cu sare, cu concentrația de 10%, care ar fi concentrația noului amestec?
29. La o disciplină, Ionuț are trei note: 5, 7 și 8.
   a) Care este media aritmetică a notelor lui Ionuț?
   b) Ce notă ar trebui să mai primească Ionuț pentru ca media să fie cel puțin 7?
30. Un test-grilă conține 100 de întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 5 puncte și pentru fiecare răspuns greșit se scad 3 puncte. Se consideră admis un elev care obține cel puțin 200 de puncte.
   a) Este admis un elev care răspunde corect la 50 de întrebări?
   b) Care este numărul minim de răspunsuri corecte pe care trebuie să le dea un elev pentru a fi admis?

TEMA 8. Unghiuri. Triunghiuri. Patrulatere

1. În figura 1, punctele A, B și C sunt coliniare în această ordine. Se știe că $7AB = 2BC$, iar $AC = 27$ cm. Aflați lungimea segmentului AB.
2. În figura 2, M este un punct situat pe segmentul AB, iar N și P sunt mijloacele segmentelor AM, respectiv MB. Segmentul NP are lungimea de 17 cm. Aflați lungimea segmentului AB.

Figura 1

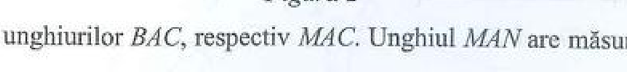


Figura 2

3. În figura 3, semidreptele AM și AN sunt bisectoarele unghiurilor BAC, respectiv MAC. Unghiul MAN are măsura de 20°. Aflați măsura unghiului BAN.
4. În figura 4, $\sphericalangle BAC$ și $\sphericalangle CAD$ sunt unghiuri adiacente complementare, cu $\sphericalangle BAC = \frac{5}{4} \cdot \sphericalangle CAD$. Aflați măsura unghiului CAD.

5. În figura 5 sunt date măsurile a două dintre unghiurile formate în jurul punctului de intersecție a dreptelor d_1 și d_2. Aflați valoarea lui x.
6. În figura 6 sunt date măsurile a două dintre unghiurile formate în jurul punctului de intersecție a dreptelor d_1 și d_2. Aflați valoarea lui x.

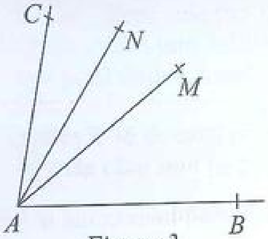


Figura 3

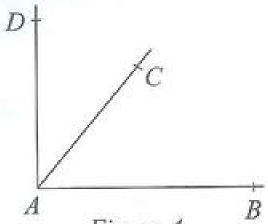


Figura 4

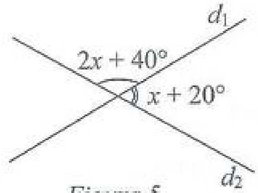


Figura 5

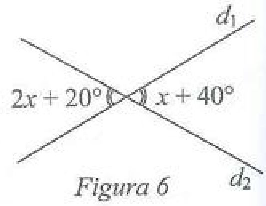


Figura 6

7. În figura 7 sunt date măsurile a două dintre unghiurile pe care dreapta d_3 le formează cu dreptele paralele d_1 și d_2. Aflați valoarea lui x.
8. În figura 8, punctele A, B, C sunt necoliniare, iar punctele B, C și D sunt coliniare. Măsurile unghiurilor A și C sunt $60°$, respectiv $50°$. Determinați măsura unghiului ABD.
9. În figura 9, BD este înălțime a triunghiului ABC. Măsurile unghiurilor ABD și CBD sunt $25°$, respectiv $40°$. Determinați diferența dintre măsurile unghiurilor A și C.
10. În figura 10, AI și BI sunt bisectoarele unghiurilor A, respectiv B ale triunghiului ABC. Măsura unghiului C este $40°$. Determinați măsura unghiului AIB.

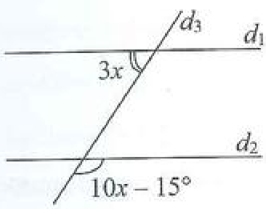


Figura 7

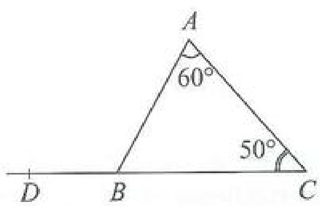


Figura 8

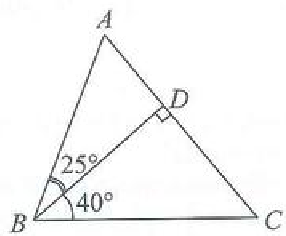


Figura 9

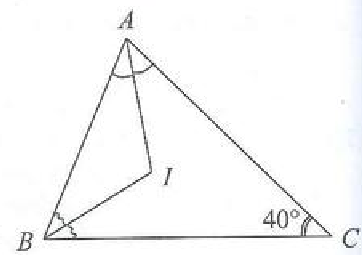


Figura 10

11. În figura 11 este reprezentat un triunghi isoscel ABC. Două dintre laturile triunghiului au lungimile de 6 cm, respectiv 3 cm. Calculați perimetrul triunghiului.
12. În figura 12 este reprezentat un triunghi ABC cu $AB = AC = 9$ cm și $\sphericalangle B = 60°$. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor BC, respectiv AC. Calculați $BM + MN + NC$.
13. În figura 13 este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC cu $\sphericalangle A = 90°$, $\sphericalangle B = 30°$ și $BC = 10$ cm. Punctul D este piciorul înălțimii din A. Aflați lungimea segmentului CD.
14. În figura 14 este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC cu $\sphericalangle A = 90°$ și $BC = 18$ cm. Medianele BN și CM se intersectează în punctul G. Determinați lungimea segmentului AG.

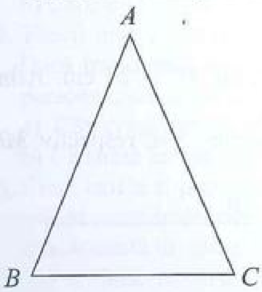


Figura 11

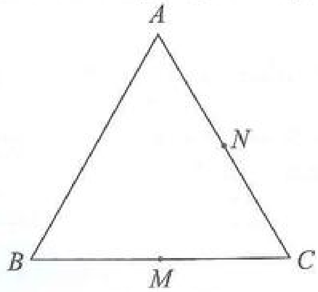


Figura 12

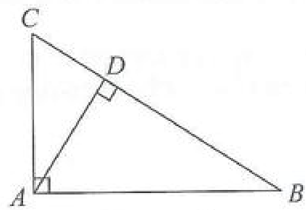


Figura 13

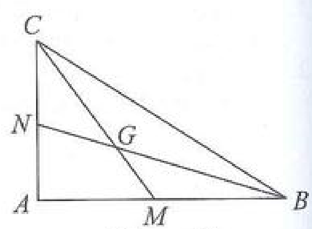


Figura 14

15. Măsurile unghiurilor A, B, C și D ale patrulaterului $ABCD$ din figura 15 sunt direct proporționale cu numerele 2, 3, 4 și, respectiv, 3. Aflați măsura unghiului C.

16. În figura 16 este reprezentat un paralelogram $ABCD$. Diagonalele AC şi BD se intersectează în O. Calculaţi suma $S = \frac{BO}{BD} + \frac{AD}{BC} + \frac{AO}{OC}$.

17. Fie dreptunghiul $ABCD$ din figura 17, cu $AD = 5$ cm şi $\sphericalangle BAC = 30°$. Aflaţi distanţa dintre punctele B şi D.

18. Fie $ABCD$ un romb cu $\sphericalangle CAD = 25°$ (figura 18). Determinaţi măsura unghiului CBD.

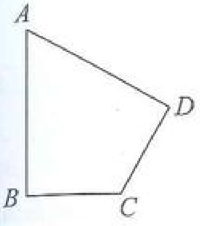


Figura 15

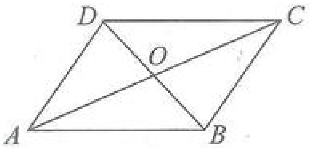


Figura 16

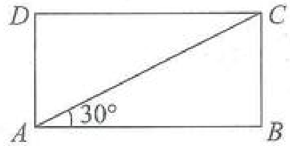


Figura 17

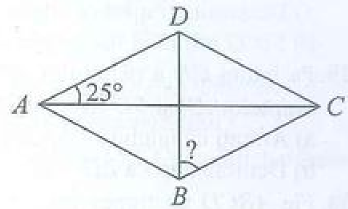


Figura 18

19. Pătratul $ABCD$ are latura $AB = 7$ cm (figura 19). Aflaţi distanţa dintre simetricul punctului A faţă de dreapta BD şi simetricul punctului D faţă de dreapta AC.

20. În trapezul isoscel $ABCD$, unghiul C are măsura 115° (figura 20). Calculaţi $\sphericalangle A + \sphericalangle B - \sphericalangle D$.

21. Patrulaterul $ABCD$ este un trapez dreptunghic cu $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90°$, $\sphericalangle B = 45°$, $AD = 8$ cm şi $CD = 6$ cm (figura 21). Aflaţi lungimea segmentului AB.

22. Linia mijlocie MN a trapezului $ABCD$ intersectează diagonalele AC şi BD în punctele P, respectiv Q (figura 22). Determinaţi lungimile bazelor AB şi CD, dacă $AB > CD$, $MN = 10$ cm şi $PQ = 4$ cm.

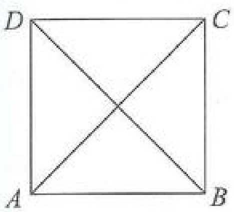


Figura 19

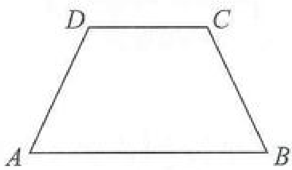


Figura 20

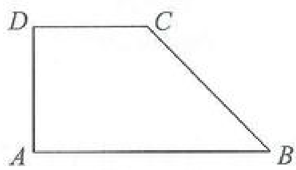


Figura 21

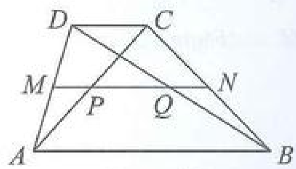


Figura 22

23. Fie ABC un triunghi cu $BC = 9$ cm. Notăm cu P simetricul punctului B faţă de mijlocul M al laturii AC (figura 23).

a) Arătaţi că $AP = 9$ cm.

b) Dacă Q este simetricul lui C faţă de mijlocul N al laturii AB, demonstraţi că punctul A este mijlocul segmentului PQ.

24. În triunghiul ABC, unghiurile B şi C au măsurile 50°, respectiv 70°. Pe laturile BC şi AB se consideră punctele M, respectiv N, astfel încât $\sphericalangle BMA = 100°$ şi $\sphericalangle BNC = 120°$ (figura 24).

a) Arătaţi că $\sphericalangle ACN = 60°$.

b) Demonstraţi că dreapta AM este mediatoarea segmentului CN.

25. Fie ABC un triunghi isoscel cu $AB = AC$ şi $\sphericalangle B = 2 \cdot \sphericalangle A$. Pe latura AC se consideră punctul M astfel încât BM să fie bisectoare în triunghiul ABC (figura 25).

a) Arătaţi că unghiul ABM are măsura 36°.

b) Demonstraţi că segmentele AM şi BC sunt congruente.

26. Se consideră triunghiul ABC cu $\sphericalangle A = 90°$ şi $\sphericalangle B = 5 \cdot \sphericalangle C$, iar punctul D este proiecţia punctului A pe BC (figura 26).

a) Arătaţi că unghiul CAD are măsura 75°.

b) Demonstraţi că $BC = 4 \cdot AD$.

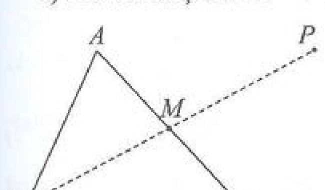


Figura 23

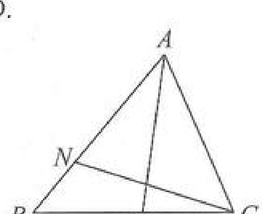


Figura 24

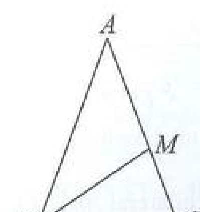


Figura 25

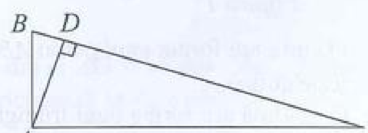


Figura 26

27. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = AC = 10$ cm, $BC = 7$ cm, iar D este piciorul bisectoarei din A. Pe laturile AC și AB se consideră punctele M, respectiv N, astfel încât $DM \parallel AB$ și $DN \parallel AC$ (figura 27).
   a) Aflați lungimea segmentului BD.
   b) Demonstrați că patrulaterul $AMDN$ este un romb și calculați perimetrul său.
28. Pe laturile AB și CD ale dreptunghiului $ABCD$ se consideră punctele M, respectiv N, astfel încât $AM = BC = CN$. Măsura unghiului BNM este $70\,°$ (figura 28).
   a) Determinați măsura unghiului BMN.
   b) Fie O mijlocul diagonalei BD. Demonstrați că punctele M, O și N sunt coliniare.
29. Pe latura CD a pătratului $ABCD$ se consideră punctul R astfel încât $\sphericalangle DAR = 22°30'$. Fie S punctul de intersecție a dreptelor AR și BD (figura 29).
   a) Arătați că unghiul DSR are măsura $67°30'$.
   b) Demonstrați că $BD = AD + DR$.
30. Fie $ABCD$ un trapez isoscel cu $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, $AD = BC = 12$ cm și $\sphericalangle A = 60°$. Punctul M este mijlocul segmentului AB (figura 30).
   a) Arătați că $AM = 12$ cm.
   b) Demonstrați că AC este bisectoarea unghiului BAD.

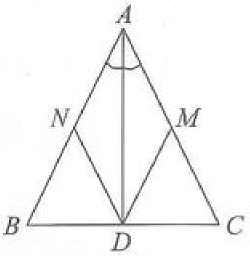


Figura 27

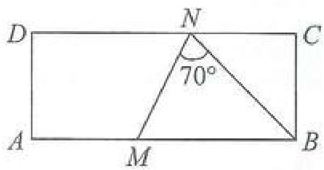


Figura 28

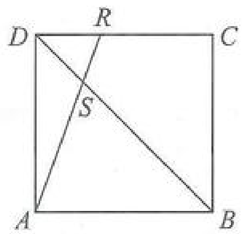


Figura 29

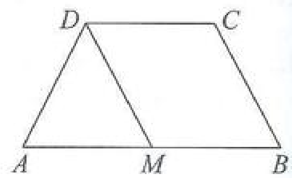


Figura 30

TEMA 9. Asemănare. Relații metrice

1. Pe laturile AB și BC ale triunghiului ABC se consideră punctele M, respectiv N, astfel încât $MN \parallel AC$ (figura 1). Știind că $\frac{AM}{AB} = \frac{5}{8}$, aflați valoarea raportului $\frac{BN}{BC}$.
2. Figura 2 reprezintă o hartă, punctele A, B și C corespunzând unor localități. Se știe că $AB = 3$ cm și $BC = 5$ cm. În realitate, distanța dintre localitățile A și B este de 7,5 km. Aflați distanța reală dintre localitățile B și C.
3. Fie trapez isoscel $ABCD$ are $AB = 12$ cm, $BC = AD = 5$ cm și $CD = 8$ cm. Laturile neparalele AD și BC se întâlnesc în punctul P (figura 3). Aflați lungimea segmentului AP.
4. În figura 4, G este centrul de greutate al triunghiului ABC, iar $GH \parallel AB$, cu $H \in BC$. Știind că $BH = 5$ cm, aflați lungimea segmentului BC.

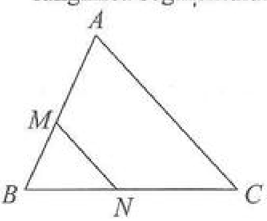


Figura 1

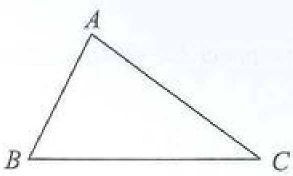


Figura 2

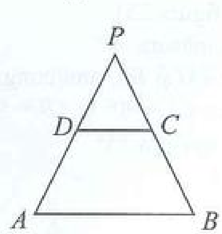


Figura 3

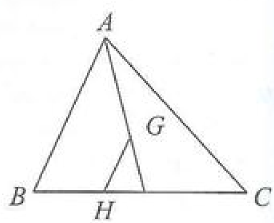


Figura 4

5. O curte are forma unui pătrat $ABCD$ cu diagonala $AC = 24\sqrt{2}$ m (figura 5). Aflați lungimea gardului care împrejmuiește curtea.
6. O grădină are forma unui triunghi echilateral ABC. O cărare pleacă din B și ajunge în punctul P al laturii AC, având lungime minimă posibilă (figura 6). Știind că $BP = 18$ m, aflați distanța dintre punctele P și C.
7. Ecranului unui televizor are forma unui dreptunghi $ABCD$ cu dimensiunile $AB = 120$ cm și $AD = 80$ cm (figura 7). Aflați lungimea diagonalei ecranului, rotunjind rezultatul la un număr întreg de centimetri.

8. Fie ABC un triunghi dreptunghic cu $\sphericalangle A = 90°$ şi AD înălţimea corespunzătoare ipotenuzei. Proiecţiile catetelor AB şi AC pe ipotenuză au lungimile 16 cm, respectiv 9 cm (figura 8). Aflaţi lungimea segmentului AD.

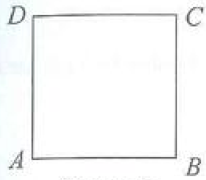


Figura 5

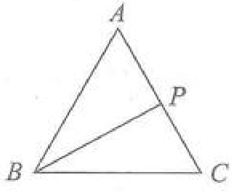


Figura 6

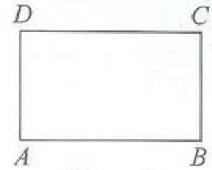


Figura 7

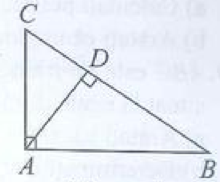


Figura 8

9. Triunghiul ABC are $AB = 6$ cm, $BC = 4\sqrt{3}$ cm şi $AC = 2\sqrt{3}$ cm (figura 9). Determinaţi măsura unghiului C.

10. $ABCD$ este un romb cu perimetrul de 40 cm. Diagonala BD are lungimea 16 cm (figura 10). Calculaţi tangenta unghiului ABD.

11. $ABCD$ este un dreptunghi cu $BD = 26$ cm şi $\sin(\sphericalangle DBC) = \dfrac{12}{13}$ (figura 11). Determinaţi perimetrul dreptunghiului.

12. $ABCD$ este un trapez cu înălţimea de 8 cm, baza mare $AB = 20$ cm, baza mică $CD = 6$ cm şi $\sin(\sphericalangle A) = 0{,}8$ (figura 12). Aflaţi măsura unghiului B.

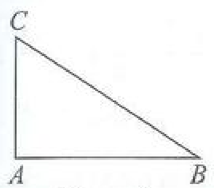


Figura 9

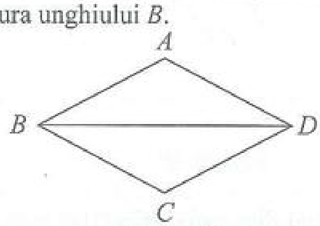


Figura 10

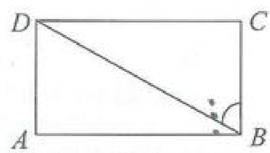


Figura 11

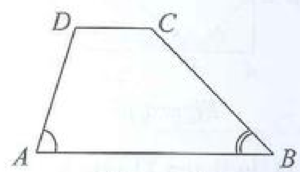


Figura 12

13. Fie ABC un triunghi cu $AB = 9$ cm, $BC = 10$ cm şi $AC = 12$ cm. Pe laturile AB şi AC se consideră punctele M, respectiv N astfel încât $AM = 5{,}4$ cm şi $CN = 4{,}8$ cm (figura 13).

a) Determinaţi valoarea raportului $\dfrac{AN}{AC}$.

b) Calculaţi perimetrul patrulaterului $BCNM$.

14. Un trapez isoscel $ABCD$ are $\sphericalangle D = 135°$, $AD = 4\sqrt{2}$ cm şi baza mică $CD = 4$ cm (figura 14).

a) Arătaţi că lungimea bazei mari este $AB = 12$ cm.

b) Dacă $\{O\} = AC \cap BD$, determinaţi valoarea raportului $\dfrac{AO}{OC}$.

15. Fie $ABCD$ un romb cu perimetrul de 24 cm. Perimetrul triunghiului ABC este 18 cm. Punctul M este mijlocul segmentului AB, iar $\{N\} = AC \cap MD$ (figura 15).

a) Arătaţi că unghiul BAD are măsura 120°.

b) Determinaţi lungimea segmentului CN.

16. $ABCD$ este un pătrat cu $AB = 24$ cm. Pe latura BC se consideră punctele M şi N astfel încât $BC = 3BM = 2BN$; notăm $\{P\} = DM \cap AB$ şi $\{Q\} = PN \cap CD$.

a) Determinaţi lungimea segmentului BP.

b) Arătaţi că unghiul CQP are măsura 45°.

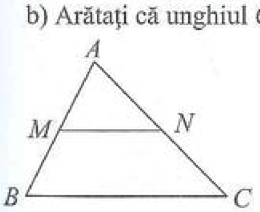


Figura 13

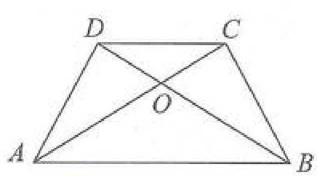


Figura 14

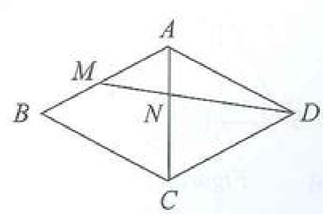


Figura 15

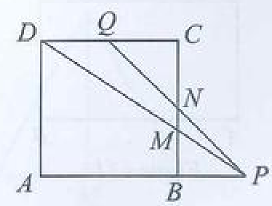


Figura 16

17. În figura 17 este schiţa unei mese de biliard $ABCD$: un dreptunghi cu $AB = 24$ dm şi $AD = 16$ dm. Din punctul E (mijlocul segmentului AD) este lansată o bilă care atinge manta AB în F, apoi ricoşează în C, astfel încât $\sphericalangle AFE \equiv \sphericalangle BFC$.

a) Arătaţi că $AF = 8$ dm.

b) Demonstraţi că $\sphericalangle EFC = 90°$ şi calculaţi lungimea drumului parcurs de bilă.

18. Fie ABC un triunghi dreptunghic cu $\sphericalangle A = 90°$, $AB = 12$ cm şi $AC = 9$ cm. Pe laturile AB şi AC se consideră punctele D, respectiv E astfel încât $AD = 3$ cm şi $AE = 4$ cm (figura 18).

a) Calculaţi perimetrul patrulaterului $BCED$.

b) Arătaţi că unghiurile AED şi ABC sunt congruente.

19. ABC este un triunghi cu $AB = AC = 10$ cm şi $BC = 12$ cm. Pe înălţimea AD a triunghiului se consideră un punct E situat la egală distanţă de dreptele BC şi AC (figura 19).

a) Arătaţi că $AD = 8$ cm

b) Determinaţi distanţa de la E la dreapta BC.

20. Un teren are forma unui dreptunghi $ABCD$, cu $AC = 24$ dam, $\sphericalangle(AC, BD) = 60°$ şi $AB > BC$. În mijlocul F al laturii AB se află o fântână (figura 20).

a) Arătaţi că $BC = 12$ dam şi $AB = 12\sqrt{3}$ dam.

b) Determinaţi lungimea minimă pe care trebuie să o aibă un furtun de irigat, astfel încât acesta să ajungă de la fântână la orice punct al terenului.

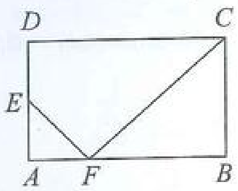


Figura 17

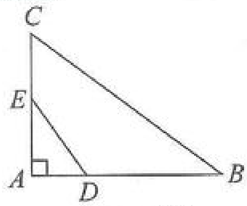


Figura 18

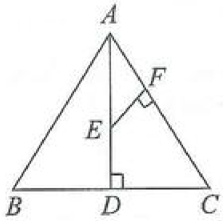


Figura 19

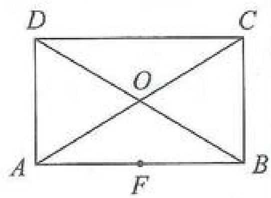


Figura 20

21. În figura 21 este schiţa unui teren dreptunghiular $ABCD$ având diagonala $AC = 100$ m şi raportul dintre lungime şi lăţime $AB : BC = 4 : 3$. Terenul se împrejmuieşte cu un gard sârmă, oricare doi stâlpi consecutivi de susţinere aflându-se la distanţă de 4 m unul de altul; în punctul A se află un stâlp.

a) Arătaţi că lungimea terenului este 80 m.

b) Aflaţi numărul stâlpilor. Câţi stâlpi se află de-a lungul lui AB?

22. Un topograf vrea să determine distanţa dintre doi pomi, B şi C, situaţi de o parte şi de alta a unui iaz. Topograful determină: $AB = 300$ m, $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ADB = \sphericalangle ADC = 90°$ şi $\sphericalangle CAD = 60°$ (figura 22).

a) Arătaţi că punctele B, C şi D sunt coliniare.

b) Determinaţi distanţa dintre pomii B şi C.

23. $ABCD$ este un romb cu $AB = 6$ cm şi $\sphericalangle A = 60°$ (figura 23).

a) Aflaţi lungimea diagonalei BD.

b) Arătaţi că distanţa dintre oricare două puncte situate în interiorul rombului este mai mică decât 10,5 cm.

24. Fie $ABCD$ un paralelogram cu $AB = 8$ cm, $AD = 6$ cm şi $\sphericalangle BAD = 60°$. Segmentul DE, $E \in AB$, este înălţime a paralelogramului (figura 24).

a) Arătaţi că $DE = 3\sqrt{3}$ cm.

b) Determinaţi lungimile diagonalelor BD şi AC ale paralelogramului.

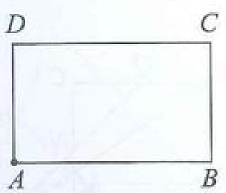


Figura 21

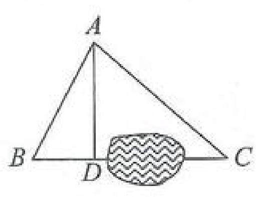


Figura 22

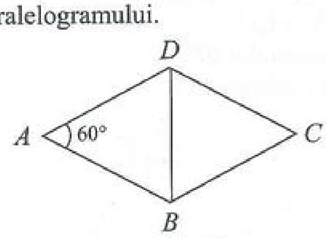


Figura 23

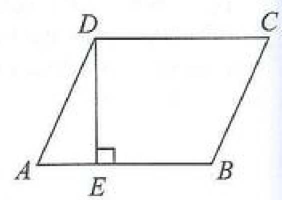


Figura 24

25. Andrei a construit un zmeu din hârtie $ABCD$ cu proprietăţile: BCD este triunghi echilateral cu latura de 60 cm, iar BAD este triunghi dreptunghic isoscel cu ipotenuza BD (figura 25). Andrei a întărit zmeul cu baghetă de lemn lipită pe diagonalele AC şi BD.

a) Arătaţi că lungimea lui AB este mai mică decât 45 cm.

b) Aflaţi lungimea totală a baghetei pe care o foloseşte Andrei.

26. În figura 26 este reprezentată o fereastră. Rama din lemn are forma dreptunghiului $ABCD$, cu $BC = 2$ m. Fereastra are niște lamele de susținere: $AE = EB = EF = FC = FD = 1$ m și $EF \parallel BC$.

a) Arătați că unghiul $\sphericalangle DAE$ are măsura $60°$.

b) Determinați lungimea laturii AB.

27. Fie $ABCD$ un trapez dreptunghic cu $AB \parallel DC$, $AD \perp AB$, $AC \perp CB$, $AB = 12$ cm, $CD = 6$ cm (figura 27).

a) Arătați că unghiul B are măsura $45°$.

b) Dacă $\{O\} = AD \cap BC$, aflați lungimea segmentului OB.

28. Fie $ABCD$ un trapez dreptunghic cu $AB \parallel CD$, $AD \perp AB$, $AB = 6$ cm, $CD = 2$ cm și $AD = 2\sqrt{3}$ cm. Notăm cu O intersecția diagonalelor (figura 28).

a) Arătați că $AO = 3$ cm și $OC = 1$ cm.

b) Demonstrați că diagonale trapezului sunt perpendiculare.

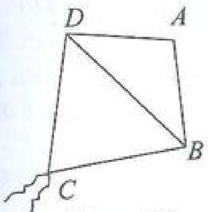


Figura 25

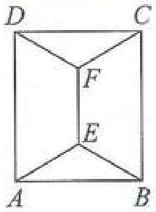


Figura 26

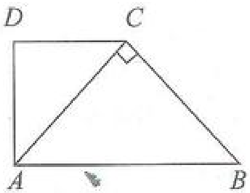


Figura 27

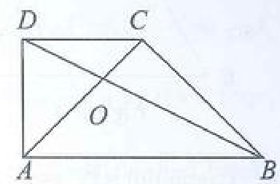


Figura 25

29. $ABCD$ este un dreptunghi cu $AB = 10$ cm și $AD = 4$ cm. Pe latura AB se consideră punctul E astfel încât $AB : BE = 4 : 1$, iar M și N sunt mijloacele segmentelor DE, respectiv CE (figura 29).

a) Arătați că dreptele DE și CE sunt perpendiculare.

b) Aflați lungimea drumului A–M–N–B.

30. $ABCD$ este un dreptunghi cu $AB = 4$ cm și $BC = 6$ cm. Punctul M este mijlocul laturii BC, iar E este un punct pe latura CD, astfel încât $DE = x$ cm (figura 30).

a) Aflați, în funcție de x, lungimea segmentului EM.

b) Determinați valoarea lui x pentru care dreptele AM și ME sunt perpendiculare.

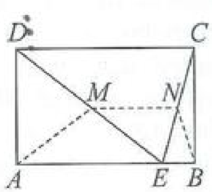


Figura 29

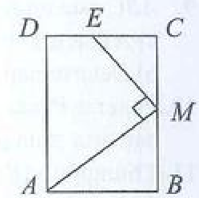


Figura 30

TEMA 10. Arii

1. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5, 4)$, $B(-3, 0)$ și $C(2, 0)$ (figura 1). Aflați aria triunghiului ABC.
2. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(4, 3)$ (figura 2). Punctul B este simetricul lui A față de axa Oy. Aflați aria triunghiului OAB.
3. Punctul M este mijlocul laturii BC a triunghiului echilateral ABC (figura 3). Știind că $AM = 3$ cm, aflați aria triunghiului ABC.

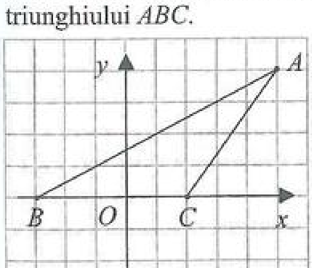


Figura 1

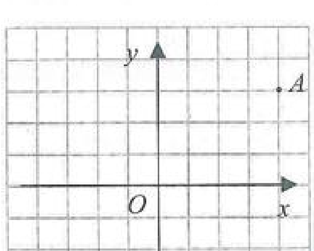


Figura 2

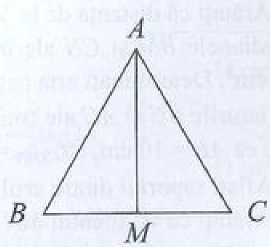


Figura 3

4. În figura 4 este reprezentat triunghiului echilateral ABC. Perimetrul său este x cm, iar aria sa este x cm^2. Determinați valoarea numărului real pozitiv x.
5. Triunghiul ABC este dreptunghic, cu $\sphericalangle A = 90°$, $BC = 50$ cm și $\sin(\sphericalangle B) = \dfrac{24}{25}$ (figura 5). Aflați aria triunghiului.

6. Triunghiul ABC este dreptunghic, cu $\sphericalangle A = 90°$, $AB = 30$ cm şi $BC = 50$ cm, iar M este un punct variabil pe latura BC (figura 6). Determinaţi lungimea minimă posibilă a segmentului AM.

7. Fie ABC un triunghi dreptunghic. Segmentele AM şi AD sunt mediana, respectiv înălţimea corespunzătoare ipotenuzei BC, punctul D este între punctele B şi M (figura 7). Se ştie că $AM = 13$ cm şi $AD = 12$ cm.
   a) Calculaţi aria triunghiului ABC.
   b) Arătaţi că lungimea catetei AB este $4\sqrt{13}$ cm.

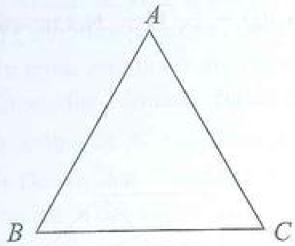


Figura 4

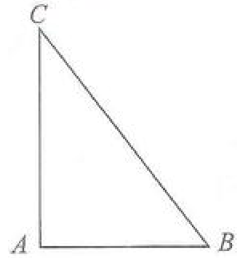


Figura 5

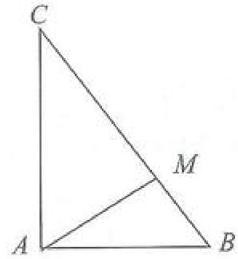


Figura 6

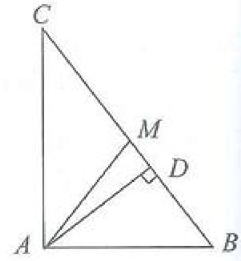


Figura 7

8. Triunghiul ABC este isoscel, cu $AB = AC = 10$ cm şi $\sphericalangle C = 75°$ (figura 8).
   a) Aflaţi lungimea înălţimii BD.
   b) Calculaţi aria triunghiului ABC.

9. ABC este un triunghi cu $AB = AC = 10$ cm, iar $BC = 12$ cm (figura 9).
   a) Aflaţi aria triunghiului.
   b) Determinaţi sinusul unghiului A.

10. Punctul P este mijlocul medianei BM a triunghiului ABC (figura 10). Aria triunghiului PBC este 17 cm^2. Determinaţi aria triunghiului ABC.

11. Triunghiul ABC are $AB = 5$ cm, iar aria sa este 20 cm^2. Punctul M este mijlocul laturii AC (figura 11). Aflaţi distanţa de la M la dreapta AB.

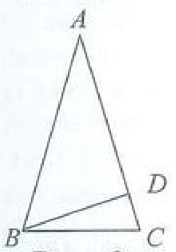


Figura 8

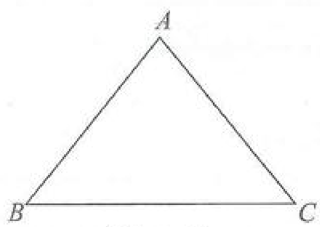


Figura 9

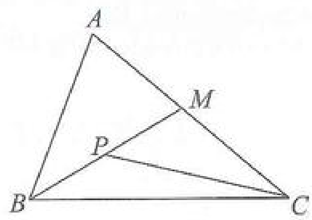


Figura 10

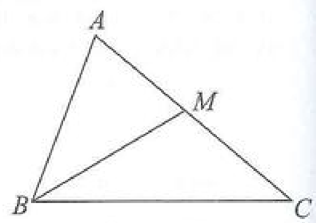


Figura 11

12. Fie ABC un triunghi dreptunghic în A, cu $AB = 9$ cm şi $AC = 12$ cm. Pe cateta AC se consideră punctul M astfel încât $MC = 2AM$ (figura 12).
   a) Calculaţi aria triunghiului BCM.
   b) Arătaţi că distanţa de la M la dreapta BC este 4,8 cm.

13. Medianele BM şi CN ale triunghiului ABC se intersectează în punctul G (figura 13). Aria triunghiului BGN este 17 cm^2. Determinaţi aria patrulaterului $AMGN$.

14. Pe laturile BC şi AC ale triunghiului ABC se consideră punctele M, respectiv N, astfel încât $MN \parallel AB$ (figura 14). Se ştie că $AB = 10$ cm, $\mathcal{A}_{ABMN} = 42$ cm^2 şi $\mathcal{A}_{CMN} = 8$ cm^2.
   a) Aflaţi raportul dintre ariile triunghiurilor ABC şi NMC.
   b) Arătaţi că segmentul MN are lungimea 4 cm.

15. Fie ABC un triunghi dreptunghic în A, cu $AB = 2$ cm şi $AC = 6$ cm. Pe latura BC se consideră punctul M astfel încât $CM = x$ cm. Perpendiculara în M pe BC intersectează dreapta AC în punctul N (figura 15).
   a) Demonstraţi că $MN = \dfrac{x}{3}$ cm.
   b) Ştiind că $\mathcal{A}_{ABMN} = 3 \cdot \mathcal{A}_{CMN}$, determinaţi valoarea lui x.

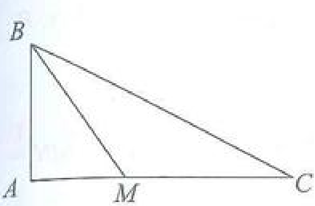


Figura 12

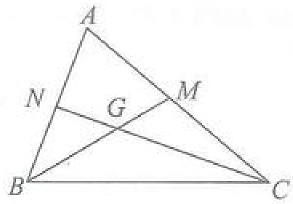


Figura 13

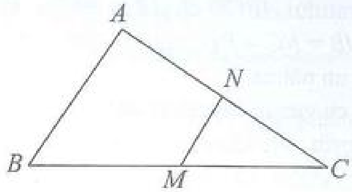


Figura 14

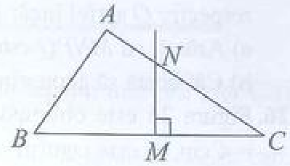


Figura 15

16. Fie ABC un triunghi cu $AB = 5$ cm, $BC = 7$ cm și $AC = 4\sqrt{2}$ cm. Punctul D este proiecția vârfului A pe latura BC (figura 16).

a) Arătați că $BD = 3$ cm.

b) Calculați aria triunghiului ABC.

17. În figura 17 este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AB = 16$ cm și $BC = 12$ cm. Știind că $\mathcal{A}_{ABCD} = 96$ cm^2, calculați $d(C, AB) + d(C, AD)$.

18. În figura 17 este reprezentat un paralelogram $ABCD$ de centru O, în care $AC = 28$ cm, $BD = 16$ cm și $\sphericalangle AOB = 120°$. Aflați aria paralelogramului.

19. O curte are forma dreptunghiului $ADFI$ și are perimetrul de 70 m. În punctele $A, B, C, \ldots, J$, situate de-a lungul gardului împrejmuitor, se plantează copăcei (figura 19). Distanța dintre oricare doi pomi consecutivi este aceeași. Aflați suprafața curții.

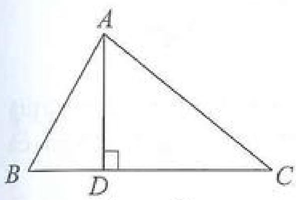


Figura 16

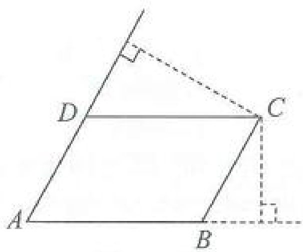


Figura 17

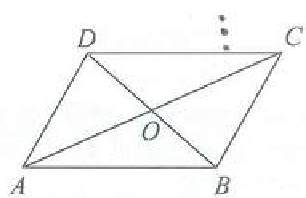


Figura 18

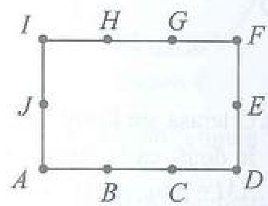


Figura 19

20. În figura 20, $ABCD$ este un dreptunghi cu $AB = 6$ cm și $BC = 5$ cm. Pe laturile BC și CD se consideră punctele P, respectiv Q astfel încât $BP = DQ = 2$ cm.

a) Calculați aria triunghiului APQ.

b) Arătați că distanța de la A la dreapta PQ este 5,2 cm.

21. Rombul $ABCD$ are diagonalele de 12 cm, respectiv 16 cm. Aflați distanța dintre laturile opuse AB și CD ale rombului (figura 21).

22. Rombul $ABCD$ are perimetrul 300 cm, iar diagonala BD are lungimea de 42 cm (figura 22).

a) Aflați aria rombului.

b) Determinați sinusul unghiului BAD.

23. Un pătrat de carton este împărțit în două bucăți, având ariile 31 cm^2, respectiv 33 cm^2 (figura 23). Aflați perimetrul pătratului.

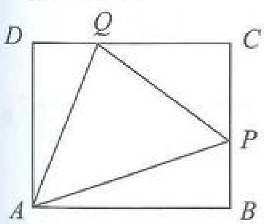


Figura 20

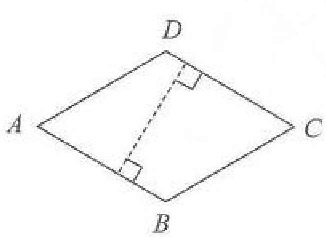


Figura 21

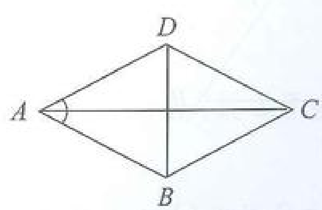


Figura 22

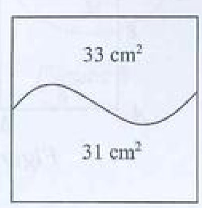


Figura 23

24. Pe latura BC a pătratului $ABCD$ se consideră punctul M astfel încât $\text{tg}(\sphericalangle BAM) = 0{,}5$. Fie $\{E\} = BD \cap AM$; se știe că $BE = 4$ cm (figura 24).

a) Arătați că $AD = 2BM$.

b) Determinați aria pătratului.

25. O grădină are forma pătratului $ABCD$ cu $AB = 300$ m. Pe laturile AB, BC, CD şi DA se consideră punctele M, N, P, respectiv Q astfel încât $MB = NC = PD = QA = 100$ m (figura 25).
a) Arătaţi că $MNPQ$ este un pătrat.
b) Cât costă să acoperim cu gazon suprafaţa $MNPQ$, dacă 1 m^2 de gazon costă 22 lei.

26. Figura 26 este obţinută prin suprapunerea a două foi pătratice de hârtie, $ABCD$ şi $MNPO$. Se ştie că $AB = MN = 4$ cm, O este centrul pătratului $ABCD$, $OM \parallel AB$ şi $OP \parallel AD$, iar $\{Q\} = OP \cap CD$ şi $\{R\} = OM \cap BC$.
a) Demonstraţi că $OQCR$ este un pătrat.
b) Calculaţi aria întregii suprafeţe ($ADQPNMRB$).

27. În figura 27, $ABCD$ şi $AEFG$ sunt dreptunghiuri cu $AB = AG = 2$ cm şi $AD = AE = 4$ cm. Punctele A, B şi E sunt coliniare, la fel şi punctele A, D şi G.
a) Demonstraţi că $BDEG$ este trapez isoscel.
b) Calculaţi aria trapezului $BDEG$.

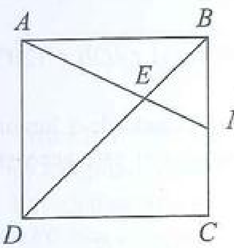


Figura 24

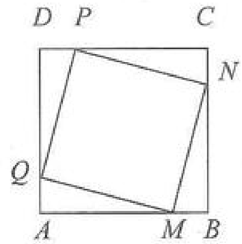


Figura 25

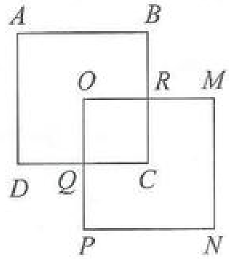


Figura 26

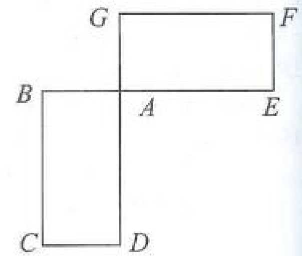


Figura 27

28. O terasă are forma unui trapez dreptunghic $ABCD$, cu $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90°$, $BC = 10$ m şi $AD = 8$ m. Terasa este împărţită în două, ca în figura 28, astfel: dreptunghiul $AMND$ este un restaurant, iar trapezul $BMNC$ este o cofetărie. Ştim că $AM = 6$ m, iar $NC = x$ m, cu $0 < x < 9$.
a) Arătaţi că $\mathcal{A}_{MBNC} = 8(3 + x)$ m^2.
b) Determinaţi x pentru care restaurantul şi cofetăria au suprafeţe egale.

29. Fie $ABCD$ un trapez isoscel cu $AB \parallel CD$, $AD = BC$, $AB = 16$ cm şi $CD = 12$ cm. Diagonalele AC şi BD ale trapezului sunt perpendiculare (figura 29).
a) Arătaţi că aria trapezului este 196 cm^2.
b) Determinaţi perimetrul trapezului.

30. Fie ABC un triunghi dreptunghic cu $\sphericalangle A = 90°$, $AB = 15$ cm şi $BC = 25$ cm. Notăm cu D proiecţia punctului A pe BC şi cu M, N, P mijloacele laturilor BC, AC, respectiv AB.
a) Demonstraţi că $DMNP$ este trapez isoscel.
b) Calculaţi aria trapezului $DMNP$.

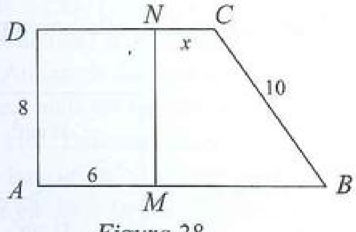


Figura 28

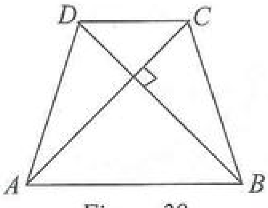


Figura 29

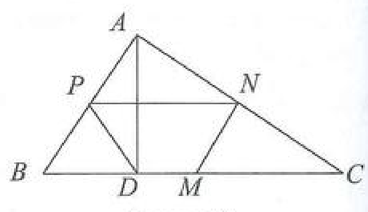


Figura 30

TEMA 11. Cercul

1. Fie OA și OB două raze perpendiculare ale cercului $\mathscr{C}(O, r)$, cu $r = 6$ cm, M este punct al arcului mic $\overset{\frown}{AB}$, iar C și D sunt proiecțiile lui M pe OA, respectiv OB (figura 1). Determinați lungimea segmentului CD.
2. Două cercuri $\mathscr{C}_1(O_1, 6$ cm$)$ și $\mathscr{C}_2(O_2, 6$ cm$)$ se intersectează în punctele A și B. Centrul O_2 al celui de-al doilea cerc se află pe cercul $\mathscr{C}_1$ (figura 2).
   a) Care este natura patrulaterului AO_1BO_2?
   b) Determinați aria patrulaterului AO_1BO_2.
3. Fie A, B, C trei puncte ale cercului $\mathscr{C}(O)$ astfel încât $\sphericalangle AOB = 120°$ și $\sphericalangle BOC = 140°$ (figura 3). Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC.
4. Fie A, B, C trei puncte pe cercul de centru O astfel încât $\sphericalangle ABC = 90°$ și $\sphericalangle BAC = 30°$ (figura 4).
   a) Aflați măsurile arcelor mici $\overset{\frown}{AB}$ și $\overset{\frown}{BC}$.
   b) Demonstrați că punctele A, O și C sunt coliniare.

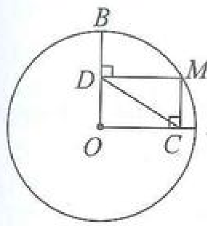


Figura 1

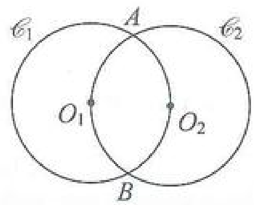


Figura 2

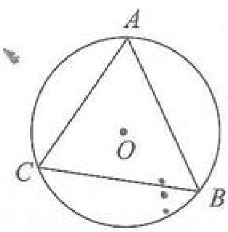


Figura 3

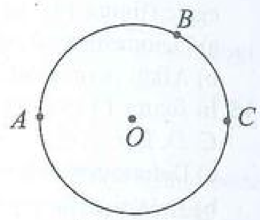


Figura 4

5. Pe un cerc se consideră punctele A, B, C, D, în această ordine, astfel încât $\sphericalangle ADC = 100°$ și $\sphericalangle ACB = 30°$ (figura 5). Determinați măsura unghiului BAC.
6. Fie AB și CD două diametre ale cercului $\mathscr{C}(O)$, astfel încât $\sphericalangle BCD = 50°$ (figura 6). Determinați măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOD$ și $\sphericalangle ACD$.
7. Coardele AB și CD ale cercului $\mathscr{C}$ se intersectează în punctul P (figura 7). Se știe că $\sphericalangle BAC = 25°$ și $\sphericalangle ABD = 20°$. Determinați măsura unghiului $\sphericalangle BPC$.
8. În interiorul cercului $\mathscr{C}(O, r)$, cu $r = 5$ cm, se consideră punctul M astfel încât $OM = 3$ cm. Coarda AB are mijlocul în punctul M (figura 8).
   a) Demonstrați că $OM \perp AB$.
   b) Determinați lungimea coardei AB.

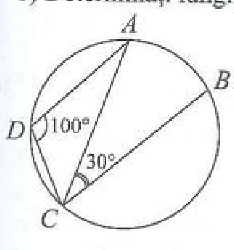


Figura 5

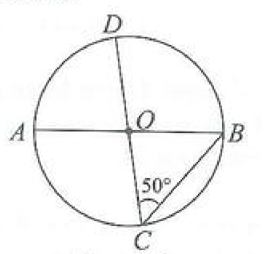


Figura 6

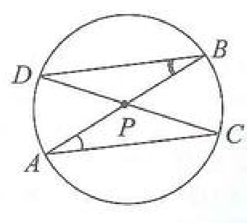


Figura 7

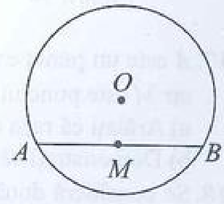


Figura 8

9. Fie AB o coardă a cercului $\mathscr{C}(O, r)$, cu $r = 4$ cm (figura 9). Lungimea coardei AB este $4\sqrt{3}$ cm.
   a) Aflați distanța de la centrul cercului la dreapta AB.
   b) Determinați măsura unghiului $\sphericalangle AOB$.
10. În figura 10, AB și CD sunt două coarde paralele ale cercului $\mathscr{C}(O, r)$, astfel încât $O \in \text{Int}(ABCD)$. Se știe că $r = 8$ cm, $AB = 8$ cm și $CD = 4\sqrt{13}$ cm. Aflați distanța dintre dreptele AB și CD.
11. AB și AC sunt două coarde perpendiculare și congruente ale cercului $\mathscr{C}(O, r)$, cu $r = 4\sqrt{2}$ cm.
    a) Demonstrați că punctele B, O și C sunt coliniare (figura 11).
    b) Aflați lungimea coardei AB și distanța de la centrul cercului la coarda AB.

12. Pe cercul $\mathscr{C}(O, r)$, cu $r = 4$ cm, se consideră punctele A și B astfel încât unghiul $\sphericalangle AOB$ este ascuțit, iar $\mathscr{A}_{AOB} = 4\sqrt{3}$ cm^2 (figura 12). Determinați măsurile arcelor cu extremitățile în A și B.

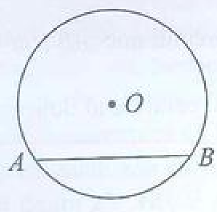


Figura 9

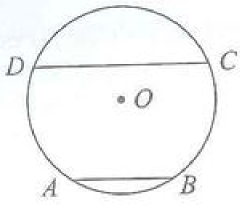


Figura 10

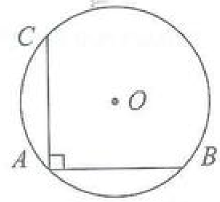


Figura 11

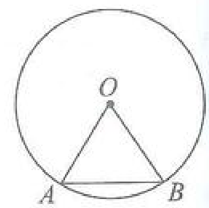


Figura 12

13. Fie M mijlocul coardei AB a cercului $\mathscr{C}(O, r)$, iar N punctul în care semidreapta OM intersectează cercul (figura 13). Dacă $MN = 2OM$ și $AB = 4\sqrt{2}$ cm, aflați lungimea razei r.

14. Punctele C și D se află pe unul dintre semicercurile de diametru AB, astfel încât arcele $\overset{\frown}{AD}$, $\overset{\frown}{DC}$ și $\overset{\frown}{BC}$ au măsuri egale (figura 14). Se știe că $CD = 6$ cm.

a) Demonstrați că $ABCD$ este un trapez isoscel.

b) Aflați perimetrul acestui trapez.

15. În figura 15 este reprezentat un semicerc de diametru $AB = 12$ cm, împărțit în șase arce egale cu ajutorul punctelor C, D, E, F și G.

a) Determinați măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOC$, $\sphericalangle FAB$ și $\sphericalangle BCG$.

b) Arătați că lungimea segmentului AC este mai mică decât 3,6 cm.

16. Fie $\mathscr{C}(O)$ cercul circumscris triunghiului isoscel ABC ($AB = AC = 10$ cm, $BC = 12$ cm). Notăm cu M mijlocul lui BC și cu D punctul de intersecție a semidreptei AM cu $\mathscr{C}$ (figura 16).

a) Arătați că punctele A, O și M sunt coliniare.

b) Demonstrați că raza cercului are lungimea 6,25 cm.

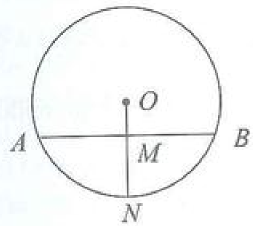


Figura 13

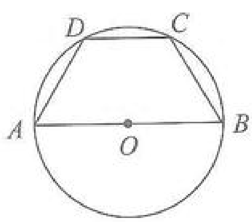


Figura 14

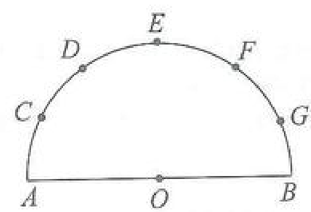


Figura 15

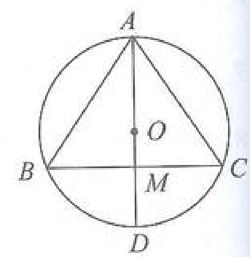


Figura 16

17. A este un punct exterior cercului $\mathscr{C}(O, r)$, iar $AO = 12$ cm. Dreapta AT este tangentă cercului ($T \in \mathscr{C}$), $\sphericalangle OAT = 30°$, iar M este punctul de intersecție dintre cerc și segmentul OA (figura 17).

a) Arătați că raza cercului are lungimea 6 cm.

b) Demonstrați că triunghiul AMT este isoscel.

18. Se consideră două cercuri $\mathscr{C}_1(O_1)$ și $\mathscr{C}_2(O_2)$, tangente exterior în T. AB este o tangentă exterioară comună ($A \in \mathscr{C}_1$, $B \in \mathscr{C}_2$), iar M este intersecția perpendicularei în T pe O_1O_2 cu AB (figura 18).

a) Arătați că M este mijlocul lui AB.

b) Demonstrați că dreptele MO_1 și MO_2 sunt perpendiculare.

19. O foaie de tablă are forma unui pătrat cu latura de 4 cm. Decupăm din foaie discul de rază maximă, iar din acesta decupăm un pătrat cu latura maximă (figura 19). Determinați latura noului pătrat.

20. Triunghiul echilateral ABC are apotema $OM = \sqrt{3}$ cm (figura 20).

a) Aflați raza cercului înscris și raza cercului circumscris triunghiului.

b) Determinați aria triunghiului.

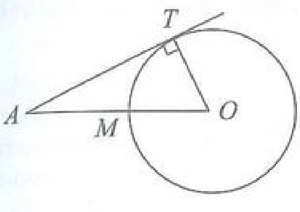


Figura 17

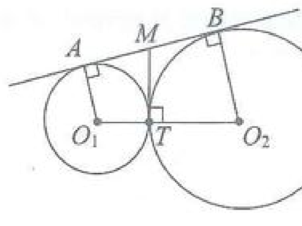


Figura 18

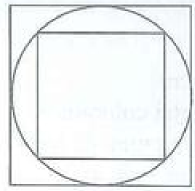


Figura 19

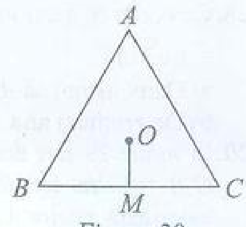


Figura 20

21. Fie $ABCDEF$ un hexagon regulat înscris în cercul $\mathscr{C}(O, r)$ (figura 21). Diagonala AC are lungimea $10\sqrt{3}$ cm.

a) Arătați că raza cercului este $r = 10$ cm.

b) Calculați valoarea raportului dintre ariile triunghiurilor ACD și ACE.

22. Se consideră cercul $\mathscr{C}(O, r)$, cu $r = 10$ cm și fie A, B două puncte ale sale. Aria sectorului OAB din figura 22 este 30% din aria întregului disc.

a) Arătați că unghiul AOB are măsura 108°.

b) Calculați lungimea arcului $\overset{\frown}{AB}$.

23. Pe cercul $\mathscr{C}(O, r)$ se consideră punctele A, B, C, D, în această ordine, astfel încât arcele $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$ și $\overset{\frown}{CD}$ au lungimile 2 cm, 5 cm, respectiv 6 cm, iar $\sphericalangle AOB = 30°$ (figura 23).

a) Determinați măsurile unghiurilor BOC și COD.

b) Aflați lungimea razei cercului.

24. Un grădinar a împărțit terenul său, în formă de pătrat cu latura de 8 m, în patru pătrate egale. În fiecare din aceste pătrate a înscris un cerc și a sădit flori în interiorul fiecărui cerc (figura 24). Pe terenul rămas a însămânțat iarbă.

a) Aflați aria suprafeței pe care sunt flori.

b) Demonstrați că suprafața acoperită cu iarbă este mai mică decât o treime din cea cu flori.

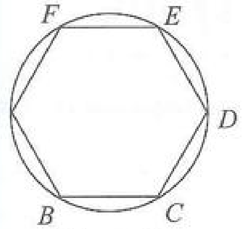


Figura 21

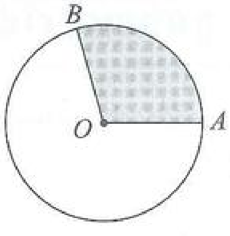


Figura 22

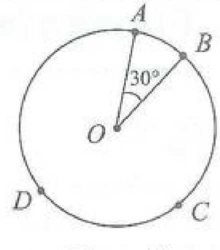


Figura 23

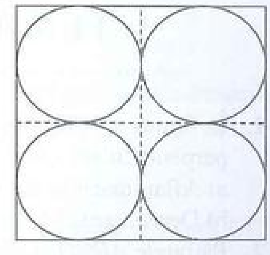


Figura 24

25. În figura 25, $ABCD$ este un dreptunghi cu aria de 48 cm². Cercurile $\mathscr{C}_1(O_1, r_1)$ și $\mathscr{C}_2(O_2, r_2)$ sunt tangente exterior în T, $\mathscr{C}_1$ este tangent în D la AD, iar $\mathscr{C}_2$ este tangent în C la BC și în E la AB. Se știe că $AB = 3BC$.

a) Arătați că $r_1 + r_2 = \dfrac{1}{2}AB$.

b) Determinați aria sectorului colorat.

26. Triunghiul echilateral ABC, cu $AB = 12$ cm, are vârfurile situate pe cercul $\mathscr{C}(O, r)$ (figura 26).

a) Determinați lungimea razei r.

b) Calculați aria porțiunii colorate din figură.

27. În figura 27, punctul C aparține unui semicerc de diametru AB, iar pe laturile AC și BC, ca diametre, sunt construite două semicercuri. Se știe că $AB = 10$ cm și $AC = 6$ cm.

a) Calculați lungimea segmentului BC.

b) Determinați aria suprafeței colorate.

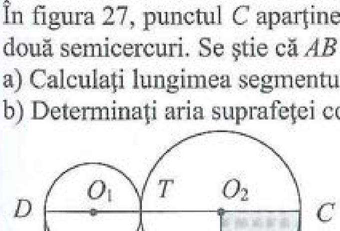


Figura 25

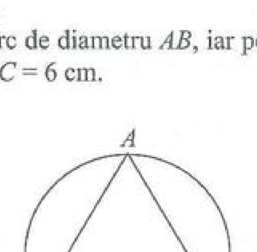


Figura 26

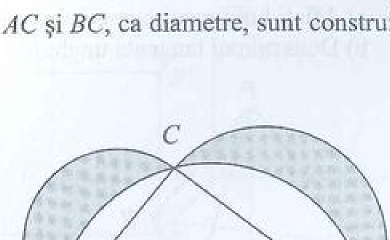


Figura 27

28. Cercurile $\mathscr{C}_1(O_1, r)$ și $\mathscr{C}_2(O_2, r)$, cu $r = 6$ cm, se intersectează în punctele A și B (figura 28). Se știe că $O_1O_2 = 6\sqrt{3}$ cm.
a) Demonstrați că $AB = 6$ cm.
b) Determinați aria suprafeței colorate.

29. În figura 29 este desenată o curea de transmisie între două roți dințate, prima cu raza $O_1A = 6$ dm și a doua cu raza $O_2B = 1$ dm, ale căror centre se află la distanța $O_1O_2 = 10$ dm unul față de celălalt. AB este o tangentă comună exterioară a celor două cercuri.
a) Arătați că măsura unghiului AO_1O_2 este 60°.
b) Determinați lungimea curelei de transmisie.

30. O pistă de atletism are forma și dimensiunile din figura 30: la capete, pista este mărginită de semicercuri cu centrele în A și B, cu diametrele de 32 m și 40 m, iar porțiunile în linie dreaptă au câte 100 m.
a) Determinați suprafața pistei.
b) În câte secunde parcurge un sportiv un tur complet de pistă, alergând la coardă (pe drumul cel mai scurt), cu viteza 4 m/s? (Aproximați numărul π cu 3.)

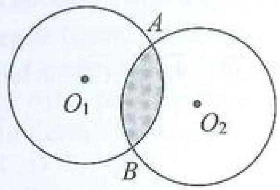


Figura 28

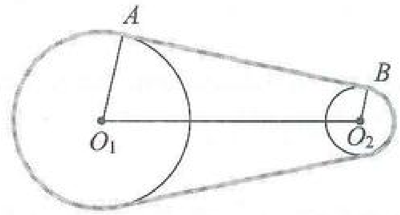


Figura 29

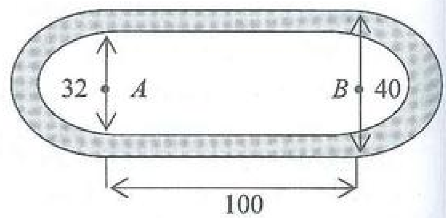


Figura 30

TEMA 12. Elemente ale geometriei în spațiu

1. În figura 1, ABC este un triunghi echilateral cu $AB = 18$ cm, iar O este centrul triunghiului. În punctul O construim perpendiculara OP pe planul (ABC), cu lungimea $OP = 3$ cm.
a) Aflați distanța de la punctul P la dreapta BC.
b) Demonstrați că dreptele AP și BC sunt perpendiculare.

2. Pătratele $ABCD$ și $ABEF$ sunt situate în plane perpendiculare (figura 2).
a) Aflați intersecția planelor (CEF) și (AEB).
b) Determinați măsura unghiului format de dreptele AE și BD.

3. Pătratul $ABCD$ și triunghiul dreptunghic isoscel ABM ($\sphericalangle BAM = 90°$) sunt situate în plane diferite, astfel încât triunghiul BDM este echilateral (figura 3).
a) Aflați măsura unghiului determinat de dreptele BM și DC.
b) Demonstrați că dreapta AM este perpendiculară pe planul (BCD).

4. În figura 4, ABC este un triunghi echilateral, iar V este un punct exterior planului (ABC), egal depărtat de punctele A, B și C. Punctul M este mijlocul laturii BC, $VA = 12$ cm și distanța de la punctul V la planul (ABC) este egală cu 6 cm.
a) Aflați lungimea segmentului AB.
b) Determinați tangenta unghiului format de dreapta VB cu planul (VAM).

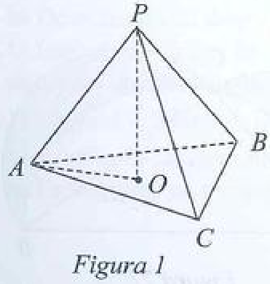


Figura 1

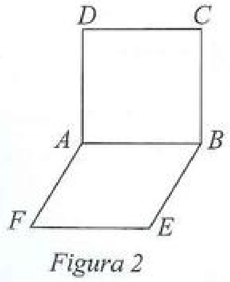


Figura 2

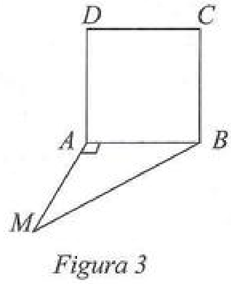


Figura 3

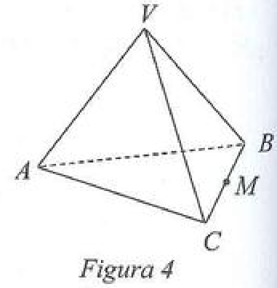


Figura 4

5. Pe planul triunghiului dreptunghic AMB ($\sphericalangle M = 90°$) se ridică perpendiculara QP, unde P este un punct situat pe cateta AM, cu $3PM = AM$ (figura 5). Punctul C este simetricul punctului B față de dreapta AM. Se știe că $AB = 12$ cm, $MB = 6$ cm și $QP = 4\sqrt{6}$ cm.

a) Aflați măsura unghiului format de dreapta AC cu planul (QAM).

b) Demonstrați că punctul Q este egal depărtat de punctele A, B și C.

6. De aceeași parte a pătratului $ABCD$ se ridică perpendicularele AM și BN pe planul acestuia, astfel încât $BN = 8$ cm, $MA = 4$ cm și $AB = 4$ cm (figura 6).

a) Determinați dreapta de intersecție a planelor (MNC) și (ABD).

b) Aflați măsura unghiului format de dreptele MN și AC).

7. Fie $ABCD$ un dreptunghi cu $AB = 2\sqrt{3}$ cm și $AD = 2$ cm. De o parte și de alta a planului (ABC) construim perpendicularele AM și CN pe planul dreptunghiului, astfel încât $AM = 1$ cm și $CN = 3$ cm (figura 7).

a) Aflați măsura unghiului format de dreapta MN cu planul (ABC).

a) Determinați lungimea segmentului MN.

8. Pe planul pătratului $ABCD$, $AB = 18$ cm, se ridică perpendiculara MO, $\{O\} = AC \cap BD$, $MO = 9\sqrt{2}$ cm. Notăm cu P și Q mijloacele segmentelor MC, respectiv AB (figura 8).

a) Aflați măsura unghiului determinat de dreptele OP și AD.

b) Demonstrați că planele (POQ) și (MAD) sunt paralele.

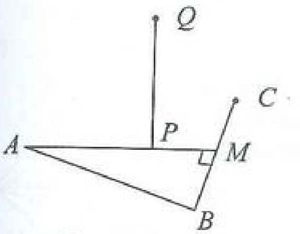


Figura 5

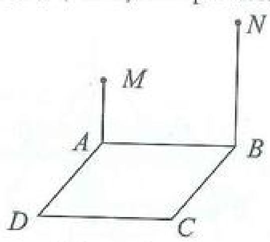


Figura 6

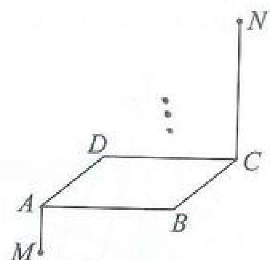


Figura 7

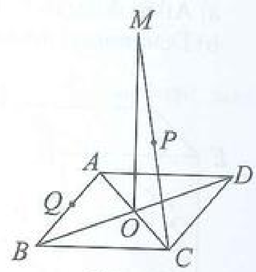


Figura 8

9. Fie ABC un triunghi dreptunghic ($\sphericalangle A = 90°$) cu $AB = 6$ cm și $BC = 12$ cm. În punctul C construim perpendiculara MC pe planul (ABC), cu lungimea $MC = 6$ cm (figura 9).

a) Aflați distanța de la punctul C la planul (MAB).

b) Arătați că planele (MAB) și (MAC) sunt perpendiculare.

10. Fie $ABCDA'B'C'D'$ o prismă patrulateră regulată cu $AB = 3\sqrt{2}$ cm, $AA' = 4\sqrt{3}$ cm, iar M mijlocul muchiei CC' (figura 10).

a) Arătați că $BD \perp A'M$.

b) Determinați măsura unghiului format de dreapta $A'M$ cu planul (ABC).

11. În figura 10, $ABCDA'B'C'D'$ este o prismă patrulateră regulată cu muchia laterală $AA' = 10$ cm. Pe muchiile AA' și CC' se consideră punctele N, respectiv M, astfel încât $MC = 3$ cm și $AN = 7$ cm.

a) Aflați măsura unghiului dintre dreptele BM și DC.

b) Demonstrați că punctele B, M, D' și N sunt coplanare.

12. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un cub, iar S simetricul punctului D față de punctul C (figura 11).

a) Aflați măsura unghiului dintre dreptele SB și $D'C'$.

b) Arătați că $SB \perp (DD'B')$.

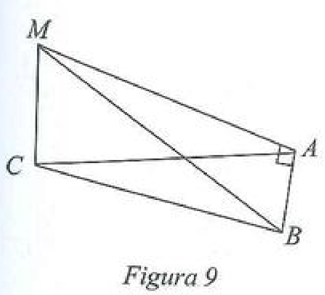


Figura 9

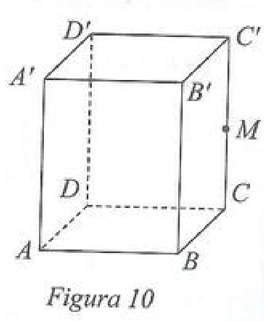


Figura 10

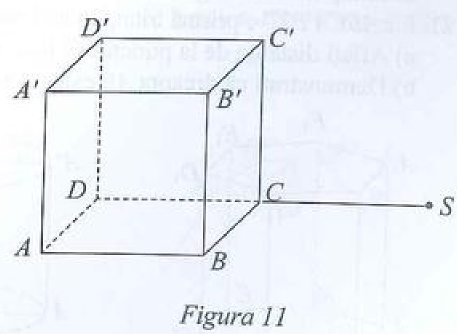


Figura 11

13. În cubul $POLIEDRU$, punctele O_1 și O_2 sunt centrele fețelor $DRLO$, respectiv $EUIP$ (figura 12).
a) Aflați măsura unghiului format de dreptele EI și PD.
b) Demonstrați că $PO_1 \parallel RO_2$.

14. Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată, cu muchia bazei $AB = 12$ cm. Punctul O este centrul bazei $ABCD$, M este mijlocul laturii BC, P este mijlocul apotemei VM și $VM = 10$ cm (figura 13).
a) Aflați distanța de la punctul P la planul (ABC).
b) Demonstrați că $OP \parallel (VAD)$.

15. Piramida patrulateră $VABCD$ are toate muchiile egale cu 6 cm, iar O este centrul bazei $ABCD$ (figura 13).
a) Aflați tangenta unghiului planelor (VBC) și (ABC).
b) Demonstrați că punctul O este egal depărtat de toate muchiile piramidei.

16. Tetraedrul regulat $ABCD$ are înălțimea AO de lungime $2\sqrt{6}$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele muchiilor AB, respectiv AD (figura 14).
a) Aflați lungimea segmentului MN.
b) Determinați măsura unghiului format de dreptele MN și AC.

17. În figura 15, $VABCD$ este o piramidă patrulateră regulată cu muchia bazei $AB = 6$ cm și înălțimea $VO = 3\sqrt{3}$ cm. Punctul M este mijlocul laturii BC.
a) Aflați distanța de la M la planul (VAC).
b) Determinați măsura unghiului planelor (VAD) și (VBC).

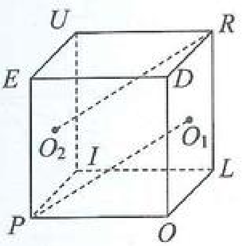


Figura 12

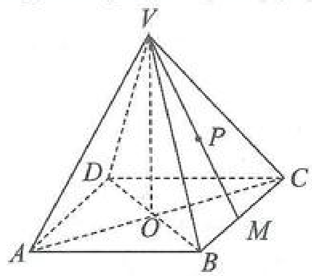


Figura 13

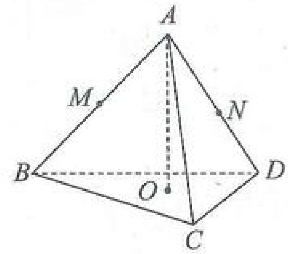


Figura 14

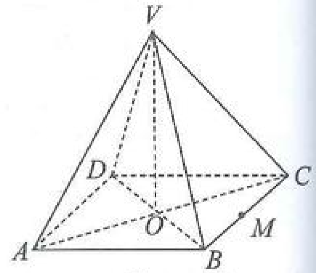


Figura 15

18. Fie $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ o prismă hexagonală regulată cu muchia bazei $AB = 4$ cm și muchia laterală $AA_1 = 1$ cm (figura 16).
a) Aflați distanța de la punctul A_1 la dreapta CD.
b) Demonstrați că planele (A_1AC) și (D_1DF) sunt paralele.

19. Dreptunghiul $ABB'A'$ este o secțiune axială a unui cilindru circular drept, iar M este un punct pe conturul bazei inferioare, astfel încât măsura arcului $\overset{\frown}{AM}$ este 120° (figura 17).
a) Aflați măsura unghiului determinat de dreptele MB și $A'B'$.
b) Demonstrați că $(A'AM) \perp (B'BM)$.

20. Triunghiul echilateral VAB, cu $VA = 12$ cm, este o secțiune axială a unui con circular drept. Punctele M și N aparțin conturului bazei, astfel încât arcele $\overset{\frown}{AM}$, $\overset{\frown}{MN}$ și $\overset{\frown}{NB}$ au măsuri egale (figura 18).
a) Arătați că aria proiecției triunghiului VMN pe planul bazei conului nu depășește 18 cm^2.
b) Aflați măsura unghiului determinat de dreptele VB și MN.

21. Fie $ABCA'B'C'$ o prismă triunghiulară regulată, în care $AB = AA' = 6$ cm, iar O este mijlocul segmentului AC' (figura 19).
a) Aflați distanța de la punctul C' la dreapta AB.
b) Demonstrați că dreapta AB este paralelă cu planul $(B'OC)$.

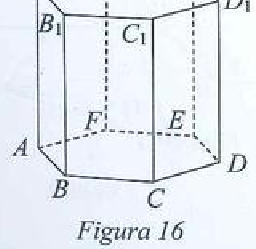


Figura 16

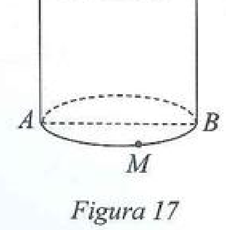


Figura 17

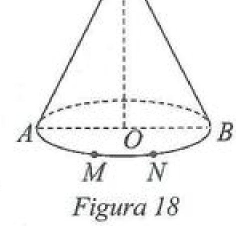


Figura 18

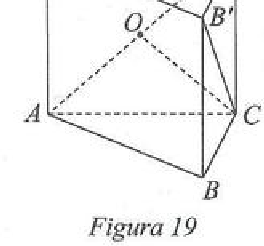


Figura 19

22. În figura 20, $ABCA'B'C'$ este o prismă triunghiulară regulată, iar punctul M este mijlocul muchiei $A'B'$.
a) Aflați măsura unghiului dintre dreptele AB și $B'C'$.
b) Demonstrați că $A'C \parallel (BC'M)$.

23. Un paralelipiped dreptunghic $ABCDA_1B_1C_1D_1$ are dimensiunile $AB = 2\sqrt{6}$, $AD = 2\sqrt{3}$ cm și $AA_1 = 6$ cm. Fie S un punct oarecare pe muchia DD_1 (figura 21).
a) Arătați că dreptele BD_1 și DB_1 sunt perpendiculare.
b) Determinați distanța de la punctul S la planul (ACC_1).

24. Fie $ABCDA_1B_1C_1D_1$ un paralelipiped dreptunghic în care $AB = AA_1 = 4$ cm, $BC = 2\sqrt{3}$ cm și M este mijlocul muchiei AB (figura 21).
a) Aflați lungimea proiecției segmentului MD_1 pe planul (ABC).
b) Determinați măsura unghiului planelor (MDD_1) și (MCC_1).

25. În figura 22, $SABC$ este o piramidă triunghiulară regulată cu baza ABC. Punctul M este mijlocul laturii BC, $AB = 12$ cm și $SM = 6$ cm.
a) Aflați lungimea proiecției segmentului SM pe planul bazei.
a) Demonstrați că dreptele SA și SM sunt perpendiculare.

26. Fie $SABC$ o piramidă triunghiulară regulată cu latura bazei $AB = 12$ cm și înălțimea $SO = 6$ cm. Punctul M este mijlocul muchiei BC, iar punctul N aparține segmentului SO, astfel încât $SN = 2NO$ (figura 22).
a) Arătați că segmentele MN și SN au aceeași lungime.
b) Determinați măsura unghiului format de planele (NBC) și (SBC).

27. Un con circular drept are generatoarea de lungime $6\sqrt{2}$ cm. Există trei generatoare, VA, VB, VC, care sunt, două câte două, perpendiculare (figura 23).
a) Arătați că raza bazei conului este mai mică de 7 cm.
b) Determinați tangenta unghiului format de dreapta OA cu planul (VBC).

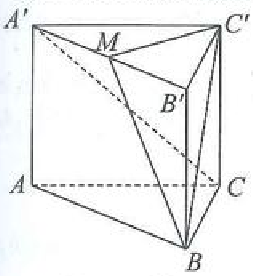


Figura 20

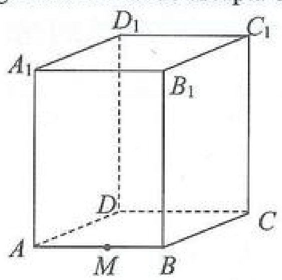


Figura 21

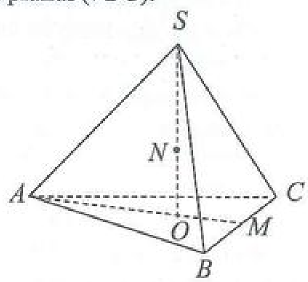


Figura 22

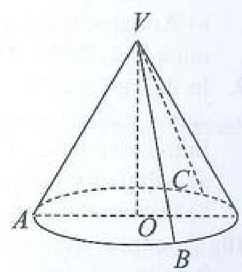


Figura 23

28. Fie $VABCDEF$ o piramidă hexagonală regulată cu muchia bazei $AB = 4$ cm și muchia laterală $VA = 8$ cm. Punctul Q este situat pe muchia VB, astfel încât $BQ = 2$ cm (figura 24).
a) Aflați distanța de la punctul Q la dreapta CF.
b) Demonstrați că $VE \parallel (AQC)$.

29. $ABCA'B'C'$ este un trunchi de piramidă triunghiulară regulată, în care $AB = 24$ cm, $A'B' = 12$ cm și $AA' = 6\sqrt{2}$ cm; O și O' sunt centrele bazelor ABC, respectiv $A'B'C'$, iar M și M' sunt mijloacele segmentelor BC, respectiv $B'C'$ (figura 25).
a) Arătați că punctele A', M și mijlocul segmentului OO' sunt coliniare.
b) Demonstrați că dreptele AA' și MM' sunt perpendiculare.

30. În figura 26, $ABCDA'B'C'D'$ este un trunchi de piramidă patrulateră regulată cu muchiile bazelor $AB = 8$ cm și $A'B' = 2$ cm, înălțimea $OO' = 3$ cm, iar M este mijlocul laturii BC.
a) Aflați măsura unghiului planelor (BCC') și (ABC).
b) Determinați lungimea segmentului $A'M$.

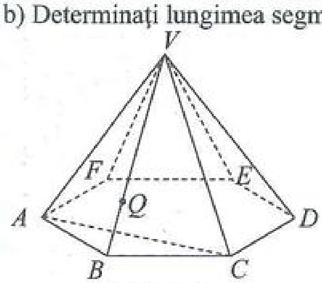


Figura 24

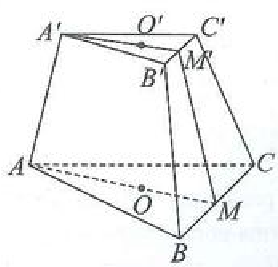


Figura 25

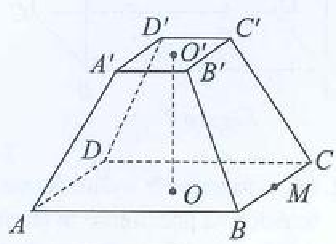


Figura 26

TEMA 13. Poliedre

1. Într-un paralelipiped dreptunghic, ariile a trei fețe care au un vârf comun sunt egale cu 12 cm^2, 36 cm^2, respectiv 48 cm^2. Aflați volumul paralelipipedului.
2. Aflați câte cuburi mici cu muchia de 2 cm sunt necesare pentru a forma un cub cu muchia de 6 dm.
3. O vază are forma unei prisme patrulatere regulate cu latura bazei egală cu 10 cm și înălțimea egală cu 40 cm. Până la ce înălțime se ridica apa, atunci când turnăm 3 litri de apă în vază?
4. O prismă triunghiulară regulată are volumul egal cu $12\sqrt{3}$ cm^3 și înălțimea de 4 cm. Arătați că aria laterală a prismei este mai mare de 40 cm^2.
5. O prismă hexagonală regulată are aria laterală egală cu $72\sqrt{3}$ cm^3 și înălțimea egală cu $2\sqrt{3}$ cm. Aflați volumul prismei.
6. Pentru construcția unui zid lung de 25 m, înalt de 18 dm și lat de 20 dm, s-au folosit 2880 de cărămizi. Pentru a vopsi 1 m^2 de zid, se folosesc 200 g de vopsea.
   a) Aflați câte cărămizi s-au folosit pentru 1 m^3 de zid.
   b) Arătați că 30 kg de vopsea ajung pentru a vopsi complet zidul.
7. O piscină are forma unui paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 15$ m, $AD = 6$ m și adâncimea $AA' = 2$ m (figura 1).
   a) Arătați că cinci robinete, având fiecare debitul de 190 ℓ/min, nu pot umple piscina în trei ore.
   b) Aflați câte plăcuțe de faianță de formă pătrată cu latura de 50 cm sunt necesare pentru a acoperi pereții laterali și baza piscinei ($ABCD$).
8. Un stup are forma unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 30 cm, 40 cm, respectiv 50 cm.
   a) Justificați că în interiorul stupului încape o tijă cu lungimea de 70 cm.
   b) Arătați că, oricum ar fi dispuse 61 de albine în interiorul stupului, există cel puțin două aflate la o distanță mai mică de 1,75 dm una față de cealaltă.
9. În figura 2, $ABCDA'B'C'D'$ este un vas cubic, fără capac. Vasul a fost umplut folosind exact un litru de apă, dar, din cauza căldurii, o parte din apă s-a evaporat, ajungând la nivelul $AM = 8$ cm, unde M este un punct pe muchia AA'. Inițial, în cub se află o tijă cu capetele în punctele B și D'.
   a) Aflați ce volum de apă s-a evaporat.
   b) Determinați lungimea porțiunii din tijă care a rămas în apă.
10. Un suport de umbrele are forma unei prisme patrulatere regulate $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 40$ cm. O umbrelă cu lungimea de 90 cm stă în suport, cu capetele în B și în D' (figura 3).
    a) Aflați înălțimea suportului.
    b) Determinați volumul suportului (în litri).
11. O cutie de ambalat are forma prismei patrulatere regulate $ABCDA'B'C'D'$ cu muchia bazei $AB = 12$ cm și muchia laterală $AA' = 20$ cm. Punctul M este mijlocul muchiei CC' (figura 4).
    a) În procesul de fabricație a cutiei, există pierderi de material egale cu 15% din suprafața prismei. Aflați cât material este necesar pentru confecționarea unei cutii.
    b) Se aplică o bandă adezivă de lungime minimă, din punctul A în punctul M, pe suprafața laterală a cutiei. Găsiți lungimea benzii.

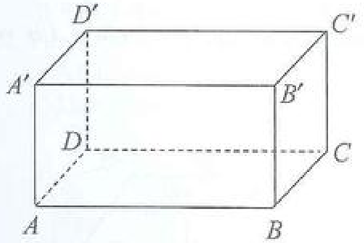


Figura 1

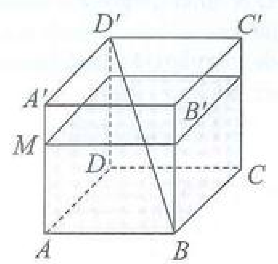


Figura 2

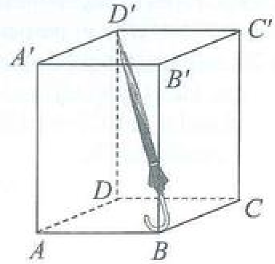


Figura 3

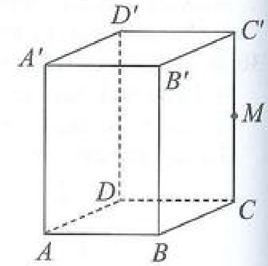


Figura 4

12. Un corp metalic având forma unei prisme patrulatere regulate cu latura bazei de 16 cm și înălțimea de $12\sqrt{3}$ cm se transformă prin topire în șuruburi având forma unor prisme hexagonale regulate cu latura bazei de 8 mm și înălțimea de 10 mm. Aflați câte șuruburi se vor obține.

13. O prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ are volumul egal cu $216\sqrt{3}$ cm² și înălțimea de 6 cm (figura 5).
a) Aflați aria laterală a prismei.
b) Găsiți măsura unghiului planelor $(A'BC)$ și (ABC).

14. Un panou publicitar are forma prismei triunghiulare regulate $ABCMNP$, cu $AB = 60$ cm și $AN = 100$ cm. Punctul Q este mijlocul segmentului AP (figura 6). Înscrisurile publicitare se află pe toate fețele, în afară de $ABMN$.
a) Arătați că suprafața destinată înscrisurilor publicitare este mai mică de 15500 cm².
b) Demonstrați că dreapta PM este paralelă cu planul (BQN).

15. În trusa cu corpuri geometrice a Alinei se află o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ având toate muchiile egale și volumul de $\dfrac{256\sqrt{2}}{3}$ cm³ (figura 7). Alina alege punctul M pe muchia CV astfel încât $MC = 3$ cm.
a) Demonstrați că $OM \perp BD$.
b) Aflați $MB + MD$.

16. Cortul unui circ are forma unei piramide patrulatere regulate $VABCD$ cu muchia bazei $AB = 16$ m și înălțimea $VO = 8$ m (figura 8). La 4 m de sol se pune o plasă de siguranță ancorată de muchiile laterale ale piramidei. Materialul din care este confecționată plasa costă 25 € metrul pătrat.
a) Aflați prețul plasei de siguranță.
b) Demonstrați că două fețe laterale opuse ale piramidei sunt situate în plane perpendiculare.

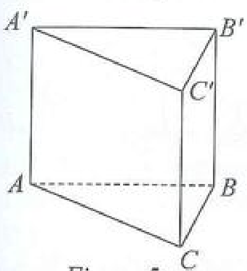


Figura 5

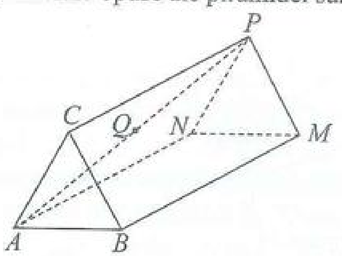


Figura 6

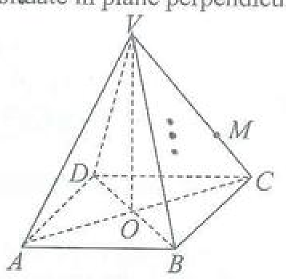


Figura 7

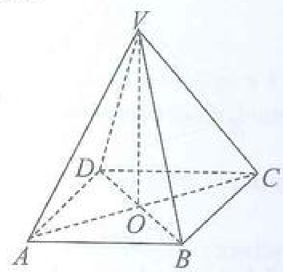


Figura 8

17. Un cub din lemn $ABCDA'B'C'D'$, având suprafața totală egală cu 864 cm², se prelucrează pentru a se obține piramida patrulateră regulată $VABCD$, unde V este centrul pătratului $A'B'C'D'$ (figura 9).
a) Aflați lungimea muchiei laterale a piramidei.
b) Demonstrați că prin prelucrare se pierde mai mult de 66% din lemnul inițial.

18. În figura 10 este reprezentat un siloz de cereale sub forma prismei patrulatere regulate $ABCDEFGH$, continuată cu piramida patrulateră regulată $VABCD$; O este centrul pătratului $ABCD$ și M este mijlocul laturii AD. Se știe că $VO = 3$ m, $VM = 5$ m și $AE = 5$ m. Pentru a-l proteja, se vopsesc toți pereții exteriori ai silozului, folosindu-se 150 g vopsea pentru 2 m² de suprafață.
a) Arătați că 24 kg de vopsea sunt suficiente pentru a vopsi silozul.
b) Aflați capacitatea silozului.

19. În figura 11, $VABCD$ este o piramidă patrulateră regulată reprezentând un obiect de mobilier stradal. Piramida este construită din sticlă. Se știe că muchia bazei este $AB = 8$ m, iar muchia laterală este $VA = 5$ m. Pentru lucrări de curățenie, un alpinist utilitar parcurge traseul $A–T–C$, pe drum de lungime minimă, unde T este un punct pe muchia VB.
a) Aflați câți metri pătrați de sticlă s-au utilizat pentru construcția piramidei (inclusiv baza).
b) Determinați lungimea traseului alpinistului utilitar.

20. O bomboană de ciocolată are forma piramidei triunghiulare regulate $VABC$ cu muchia laterală $VA = 2$ cm și înălțimea $VO = 1$ cm (figura 12).
a) Aflați volumul unei bomboane.
b) Demonstrați că $VA \perp BC$.

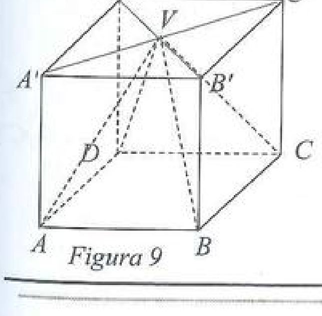


Figura 9

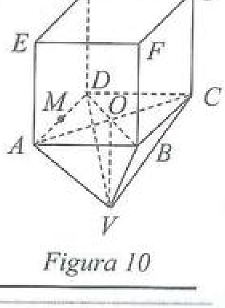


Figura 10

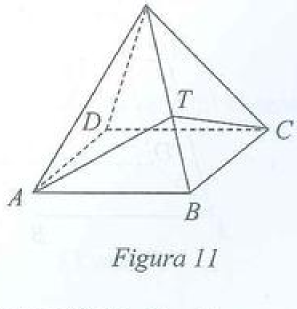


Figura 11

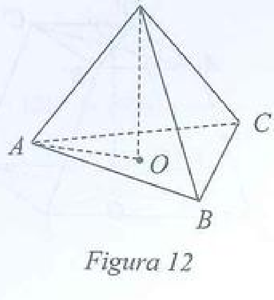


Figura 12

21. O cutie de lapte are forma tetraedrului regulat $ABCD$ cu muchia de 12 cm (figura 13). Suprafaţa de carton necesară pentru fabricarea unei cutii este cu 15% mai mare decât aria totală a tetraedrului. Stabiliţi câte cutii se pot confecţiona din 500 dm^2 de carton. (Se va utiliza valoarea aproximativă $\sqrt{3} = 1,73$.)

22. Fie tetraedrul regulat $ABCD$ cu muchia $AB = 6$ mm. Punctele M şi N sunt mijloacele muchiilor AB, respectiv CD (figura 14).
a) Aflaţi volumul tetraedrului.
b) Determinaţi măsura unghiului dintre dreptele MN şi AC.

23. Un diamant are forma piramidei hexagonale regulate $VABCDEF$ cu înălţimea $VO = 6\sqrt{3}$ mm şi măsura unghiului format de o faţă laterală cu planul bazei de 45° (figura 15). Arătaţi că, introducând diamantul într-un pahar plin cu apă, vor curge pe dinafară mai puţin de 1,3 ml de apă.

24. O piramidă hexagonală regulată $VABCDEF$ are $VA = 15$ cm şi $AB = 12$ cm (figura 15).
a) Aflaţi înălţimea piramidei.
b) Se secţionează piramida cu un plan paralel cu baza, astfel încât volumul trunchiului să reprezinte $\frac{26}{27}$ din volumul piramidei iniţiale. La ce distanţă de bază se realizează secţiunea?

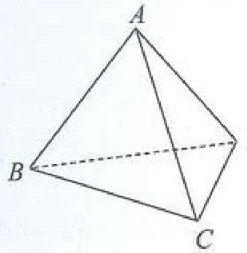


Figura 13

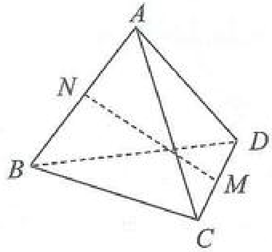


Figura 14

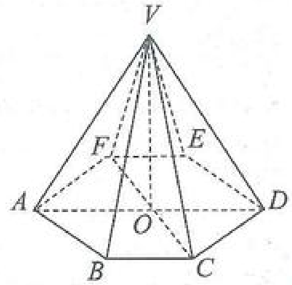


Figura 15

25. Un tetraedru regulat cu muchia de 1 dm cântăreşte 5 kg. Aflaţi masa unui tetraedru regulat cu muchia de 2 dm, confecţionat din acelaşi material.

26. Dacă am dori să vopsim o piramidă din lemn, am avea nevoie de 1200 g vopsea. Secţionam piramida printr-o tăietură paralelă cu planul bazei, făcută prin mijlocul înălţimii. Aflaţi cantitatea de vopsea necesară acoperirii piramidei mici astfel obţinute.

27. Un trunchi de piramidă patrulateră regulată $ABCDA'B'C'D'$ are volumul egal cu 992 cm^2, $AB = 2$ cm, înălţimea $OO' = 6$ cm şi $A'B' = l$ cm (figura 16).
a) Arătaţi că $l^2 + 20l - 96 = 0$.
b) Calculaţi aria laterală a trunchiului.

28. Postamentul unei statui este construit din beton sub forma trunchiului de piramidă patrulateră regulată $ABCDA'B'C'D'$ având $AA' = 3$ m, $AC = 6$ m şi $A'C' = 2,4$ m (figura 17).
a) Aflaţi înălţimea postamentului.
b) Demonstraţi că la construcţia postamentului se folosesc mai mult de 22 m^3 de beton.

29. O foaie de tablă are forma hexagonului regulat $ABCDEF$ cu latura de 60 cm (figura 18). Notăm cu M, N, P mijloacele laturilor AB, CD, respectiv EF şi îndoim tabla după dreptele MN, NP şi PM. Se obţine astfel un vas fără capac, având forma unui trunchi de piramidă triunghiulară regulată.
a) Aflaţi suprafaţa foii folosite pentru confecţionarea vasului.
b) Calculaţi capacitatea vasului.

30. O lumânare decorativă are forma unui trunchi de piramidă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ (figura 19). Se ştie că 13 cm^3 de materialul din care este făcută lumânarea cântăresc 10 g. Muchiile bazelor trunchiului sunt $AB = 15$ cm şi $A'B' = 6$ cm, iar înălţimea sa este $OO' = 9$ cm. Arătaţi că masa lumânării este mai mică de 405 g.

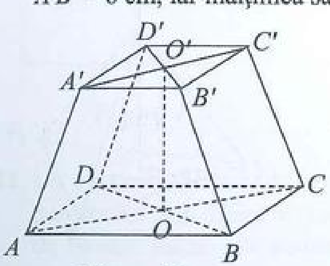


Figura 16

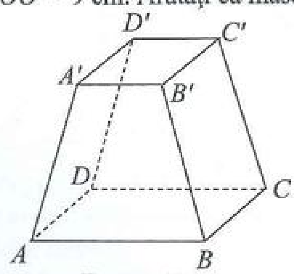


Figura 17

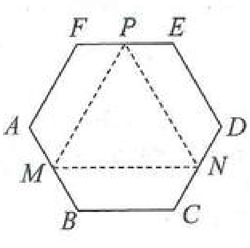


Figura 18

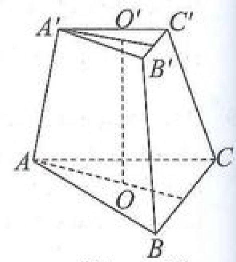


Figura 19

TEMA 14. Corpuri rotunde

1. Pătratul $ABCD$, cu $AB = 10$ cm, este secțiunea axială a unui vas cilindric circular drept (figura 1). Se toarnă în vas 157 ml de apă. Determinați înălțimea la care se ridică apa. (Se va considera valoarea aproximativă $\pi = 3,14$.)
2. Un cilindru metalic are raza de 6 cm și înălțimea de 25 cm (figura 1). Se cunoaște că 3 cm^3 de metal cântăresc 5 g. Arătați că masa cilindrului este mai mare de 4,7 kg.
3. O piesă metalică are forma unui cilindru circular drept având diametrul bazei de 14 cm și generatoarea de 12,5 cm (figura 1). Se vopsește suprafața laterală a piesei utilizând câte trei grame de vopsea la fiecare 5 cm^2 de suprafață.
   a) Arătați că 330 g vopsea sunt suficiente pentru a vopsi piesa.
   b) Se scufundă piesa într-un vas mai mare, plin cu apă. Demonstrați că din vas vor curge mai puțin de 2 ℓ de apă.
   (Se va utiliza valoarea aproximativă $\pi = 3\frac{1}{7}$.)
4. În figura 2, dreptunghiul AA_1D_1D, cu $AA_1 = 12$ dm și $AD = 10$ dm, reprezintă desfășurarea suprafeței laterale a unui cilindru.
   a) Aflați aria laterală a cilindrului.
   b) Determinați volumul cilindrului.
5. O doză de suc are forma unui cilindru circular drept cu volumul egal cu 90π cm^3 și generatoarea de 10 cm (figura 3). Dreptunghiul $ABCD$ este o secțiune axială a cilindrului, iar E este un punct pe segmentul BC, astfel încât $CE = 3$ cm.
   a) Aflați lungimea razei bazei.
   b) O furnică se deplasează pe suprafața laterală a dozei, din punctul A în punctul E, pe un drum de lungime minimă. Demonstrați că lungimea drumului este mai mică de 12 cm.
6. O piesă din lemn având forma unui cilindru circular drept cu $\mathcal{A}_l = 560\pi$ cm^2 și $\mathcal{A}_t = 760\pi$ cm^2 se ciopleşte, transformându-se într-o prismă patrulateră regulată $ABCDA_1B_1C_1D_1$, cu pierderi minime de material (figura 4).
   a) Aflați lungimea generatoarei cilindrului.
   b) Determinați volumul de lemn pierdut prin cioplire.
   (Se va utiliza valoarea aproximativă $\pi = \frac{22}{7}$.)

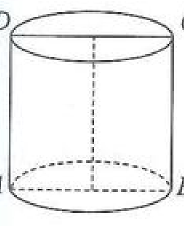


Figura 1

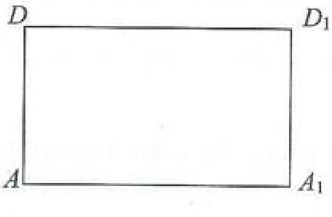


Figura 2

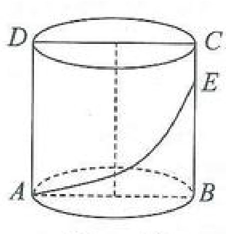


Figura 3

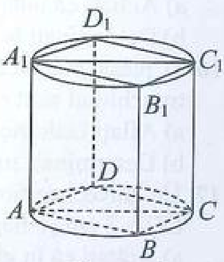


Figura 4

7. Triunghiul echilateral VAB este o secțiune axială a unui con circular drept (figura 5). Aria triunghiului VAB este $9\sqrt{3}$ cm^2. Aflați aria laterală a conului.
8. Un comerciant vinde popcorn în cornete de hârtie având formă de con circular drept cu generatoarea $VA = 12,5$ cm și înălțimea $VO = 12$ cm (figura 6).
   a) Aflați numărul maxim de cornete ce pot fi confecționate dintr-un metru pătrat de hârtie.
   b) Se știe că 56 cm^3 de popcorn cântăresc 40 g. Aflați masa unei cornet plin.
   (Se va considera valoarea aproximativă $\pi = 3\frac{1}{7}$.)
9. Prin înfășurarea unei foi de tablă având forma unui sector de disc cu unghiul la centru $\alpha = 120°$ se obține un vas în formă de con circular drept cu înălțimea de 20 cm (figura 7).
   a) Aflați raza bazei conului.
   b) Stabiliți dacă încape 1 litru de apă în vasul obținut.

10. În figura 8 este reprezentată o pâlnie așezată pe o masă orizontală. Triunghiul VAB este o secțiune axială a conului, raza bazei conului este de 6 cm și aria laterală este egală cu 72π cm^2.

a) Arătați că înălțimea pâlniei este mai mică decât 10,5 cm.

b) O furnică se deplasează din punctul A în punctul B pe suprafața laterală. Aflați lungimea minimă a drumului furnicii.

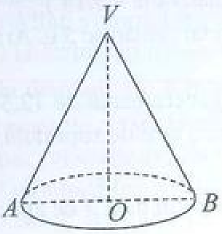


Figura 5

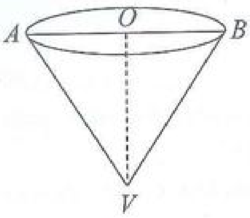


Figura 6

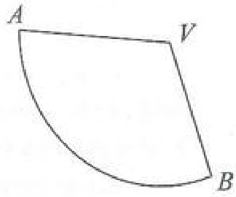


Figura 7

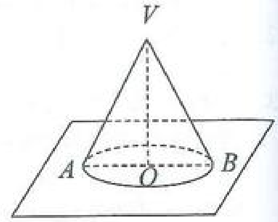


Figura 8

11. Pentru a vopsi un con din lemn, avem nevoie de 459 g de vopsea. La o treime din înălțime față de vârf se realizează o secțiune paralelă cu planul bazei. Ce cantitate de vopsea este necesară pentru a acoperi conul mic format?

12. Un con circular drept din lemn are $\mathcal{A}_l = 135\pi$ cm^2 și $\mathcal{A}_t = 216\pi$ cm^2 (figura 5).

a) Aflați înălțimea conului.

b) Secționăm conul printr-un plan paralel cu planul bazei, astfel încât volumul trunchiului obținut să fie de 7 ori mai mare decât volumul conului mic. La ce distanță de planul bazei se realizează secțiunea?

13. O găleată are forma unui trunchi de con circular drept, cu razele bazelor $r = 15$ cm, $R = 20$ cm și înălțimea $h = 36$ cm (figura 9). Poate fi umplută găleata, într-un minut, de un robinet care are debitul de 0,5 ℓ/s?

14. Un pahar de unică folosință are forma unui trunchi de con circular drept cu raza bazei mari $R = 5{,}5$ cm, înălțimea $h = 12$ cm și generatoarea $g = 12{,}5$ cm (figura 10).

a) Aflați raza bazei mici a trunchiului.

b) Stabiliți dacă încap în pahar 500 ml de suc.

15. Un buștean are forma unui trunchi de con circular drept, iar trapezul isoscel $ABCD$ este o secțiune axială a sa (figura 11). Generatoarea are lungimea de 12 dm și formează cu planul bazei mari un unghi cu măsura de 60°. Diametrul bazei mici este $DC = 4$ dm.

a) Arătați că înălțimea bușteanului este mai mică de 11 dm.

b) Determinați la ce distanță de planul bazei mici se întâlnesc generatoarele AD și BC.

16. O piesă metalică are forma unui trunchi de con circular drept, cu o gaură cilindrică (figura 12). Dimensiunile trunchiului sunt $r = 4$ cm, $R = 13$ cm, $g = 15$ cm, iar gaura cilindrica are diametrul $d = 4$ cm.

a) Aflați înălțimea trunchiului.

b) Determinați suprafața întregii piese.

17. Un ghiveci de flori are forma unui trunchi de con circular drept (figura 13). Trapezul isoscel $ABCD$, având $AB = 14$ cm, $CD = 2$ cm și diagonalele AC și BD perpendiculare, este o secțiune axială a trunchiului.

a) Arătați că în ghiveci încap mai mult de 475 cm^3 de pământ.

b) Atunci când ambalăm ghiveciul, lăsând descoperită baza mare a acestuia, 10% din hârtia utilizată reprezintă pierderi la îmbinări. Stabiliți ce suprafață minimă are hârtia necesară pentru a ambala ghiveciul.

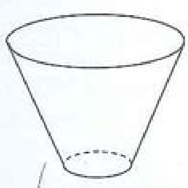


Figura 9


Figura 10

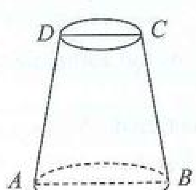


Figura 11

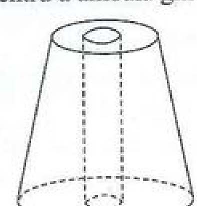


Figura 12

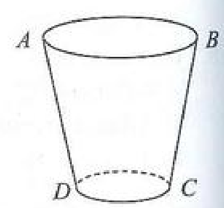


Figura 13

18. În figura 11 este reprezentat un trunchi de con circular drept având $\mathcal{A}_l = 240\pi$ cm^2, $g = 10$ cm și $h = 8$ cm.

a) Aflați volumul trunchiului de con.

b) Determinați măsura unghiului sectorului de disc care se obține prin desfășurarea suprafeței laterale a conului din care provine trunchiul.

19. O bilă metalică are raza $R = 6$ cm (figura 14).

a) Aflați suprafața bilei.

b) Topim bila și, din metalul obținut, fabricăm un con circular drept cu raza bazei de 12 cm. Aflați înălțimea conului.

20. Scufundăm un dovleac sferic în apa dintr-un butoi cilindric cu $R = 24$ cm. Apa se ridică în butoi cu 4 cm (figura 15). Aflați raza dovleacului.

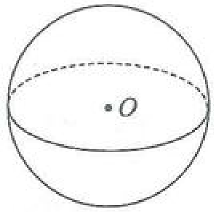


Figura 14

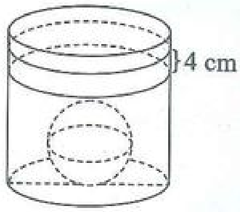
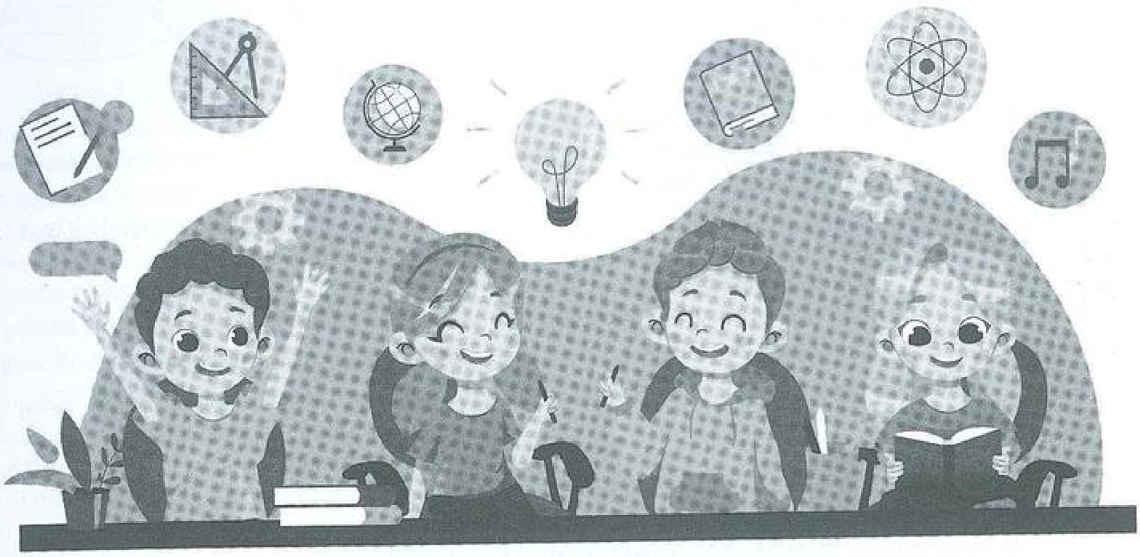


Figura 15



MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ

✦ TESTUL 1 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Suma numerelor prime care divid numărul 420 este egală cu:

a) 15; **b)** 17; **c)** 18; **d)** 19.

(5p) **2.** În tabelul alăturat sunt prezentate rezultatele obținute de patru elevi la câte un test. Elevii care au acelaşi procent de probleme rezolvate din totalul problemelor date la test sunt:

a) Maria şi Ioana; **b)** Ioana şi Matei;
c) Ioana şi Alex; **d)** Alex şi Matei.

	Nr. probleme rezolvate	Nr. probleme test
Maria	15	20
Ioana	20	25
Matei	20	30
Alex	8	10

(5p) **3.** Temperaturile medii zilnice din luna ianuarie a anului 2021 sunt înregistrate în tabelul următor.

Număr zile	4	10	11	6
Temperatura	–10°C	–6°C	3°C	6°C

Temperatura medie din luna ianuarie 2021 a fost:

a) –6°C; **b)** –1°C; **c)** –2°C; **d)** 3°C.

(5p) **4.** Inversul numărului $a = 0,5 + 0,(3)$ este egal cu:

a) $\frac{5}{6}$; **b)** $\frac{6}{5}$; **c)** $\frac{5}{4}$; **d)** $\frac{15}{8}$.

(5p) **5.** Numărul real $x = \sqrt{3^6 + 3^7}$ este egal cu:

a) $2 \cdot 3^3$; **b)** $\sqrt{3^{13}}$; **c)** 3^{12}; **d)** $3^3\sqrt{3}$.

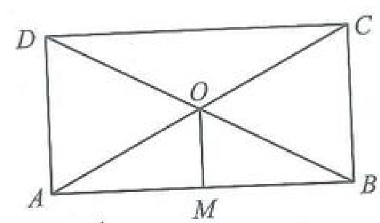
(5p) 6. Rareş afirmă: „Reuniunea dintre mulţimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ şi mulţimea $B = \{-1, 0, 3, 7, 8, 9\}$ este o mulţime cu douăsprezece elemente." Afirmaţia lui Rareş este:

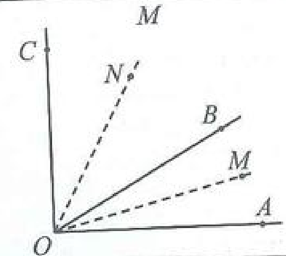
a) adevărată; b) falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. În figura alăturată este desenat un dreptunghi $ABCD$. Punctul O este intersecţia diagonalelor, iar punctul M este mijlocul laturii AB. Simetricul punctului A faţă de dreapta OM este punctul:

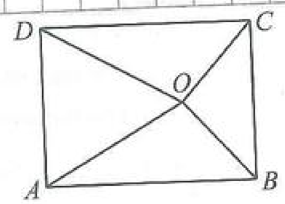
a) M; b) B;
c) C; d) D.





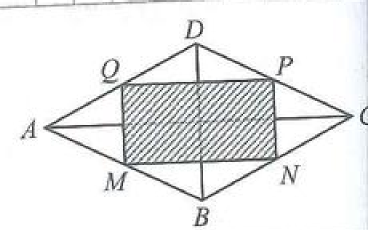
(5p) 2. În figura alăturată sunt desenate două unghiuri adiacente complementare, AOB şi BOC, şi bisectoarele lor, OM, respectiv ON. Măsura unghiului MON este egală cu:

a) $15°$; b) $30°$;
c) $45°$; d) $90°$.



(5p) 3. Figura alăturată reprezintă schiţa unui covor, având forma unui dreptunghi $ABCD$ cu $AD = 4$ m. Modelul covorului este format din triunghiul echilateral AOD şi triunghiul dreptunghic BOC cu ipotenuza BC. Lungimea covorului este:

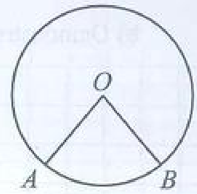
a) 4 m; b) $2\sqrt{3}$ m;
c) $2(1+\sqrt{3})$ m; d) 8 m.



(5p) 4. Figura alăturată reprezintă schiţa unei grădini în formă de romb $ABCD$ cu diagonalele $AC = 8$ m şi $BD = 6$ m. Mijloacele laturilor rombului sunt vârfurile dreptunghiului $MNPQ$, iar în interiorul acestui dreptunghi au fost plantate flori. Aria suprafeţei acoperite cu flori este:

a) $48\ m^2$; b) $24\ m^2$;
c) $12\ m^2$; d) $6\ m^2$.

(5p) **5.** Cercul din figura alăturată are centrul în O şi raza de 8 cm. Arcul AB al cercului are măsura de $60°$. Lungimea segmentului AB este:



a) 4 cm; **b)** $4\sqrt{3}$ cm;
c) 8 cm; **d)** $8\sqrt{3}$ cm.

(5p) **6.** O cutie pentru bomboane are forma unui tetraedru regulat cu latura de 10 cm şi este confecţionată din carton. Pentru confecţionarea cutiei este nevoie de o coală de carton cu suprafaţa minimă de:

a) $40\ cm^2$; **b)** $100\ cm^2$; **c)** $150\ cm^2$; **d)** $100\sqrt{3}\ cm^2$.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Andrei şi Bogdan au împreună 210 lei. Dacă Andrei i-ar da lui Bogdan o şesime din suma pe care o are, atunci Bogdan ar avea jumătate din suma rămasă lui Andrei.

(2p) **a)** Este posibil ca Andrei să aibă 162 lei? Justifică răspunsul dat.

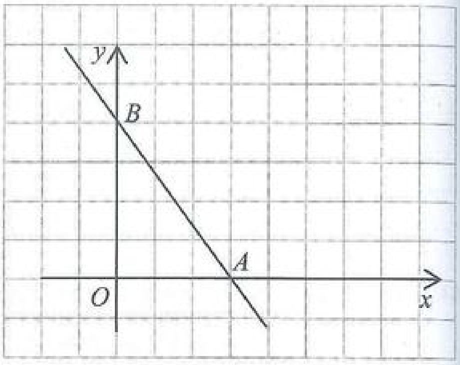
(3p) **b)** Află ce sumă are Andrei.

2. Se consideră expresia $E(x) = \frac{x+1}{x^2+1} : \left(\frac{x+3}{4x-4} - \frac{1}{x-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = \frac{4x}{x^2+1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

(3p) **b)** Demonstrează că $-2 < E(x) < 2$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

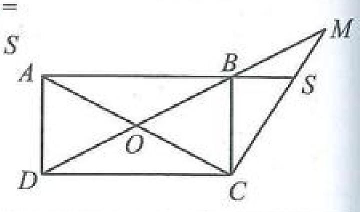
3. Se consideră funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \dfrac{12-4x}{3}$.



(2p) **a)** Calculează $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot f(4)$.

(3p) **b)** Dacă A şi B sunt punctele de intersecţie a reprezentării grafice a funcţiei f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, determină lungimea segmentului AB.

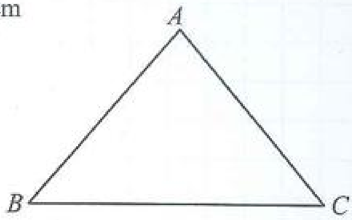
4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ de centru O, cu $AB = 6\sqrt{3}$ cm şi $AO = 6$ cm. Fie M simetricul punctului O faţă de punctul B şi S punctul de intersecţie dintre dreptele AB şi CM.



(2p) **a)** Arată că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $36\sqrt{3}$ cm^2.

(3p) **b)** Află lungimea segmentului SB.

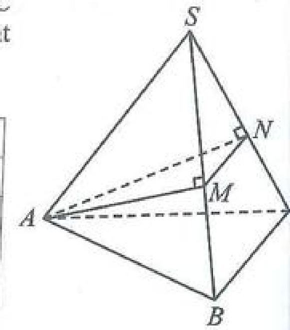
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC = 25$ cm și $BC = 30$ cm.



(2p) **a)** Arată că aria triunghiului ABC este egală cu 300 cm^2.

(3p) **b)** Dacă punctul D aparține dreptei AC, astfel încât $BD = 24$ cm, demonstrează că dreptele AC și BD sunt perpendiculare.

6. În figura alăturată este reprezentată piramida triunghiulară regulată $SABC$ cu latura bazei $AB = 10$ cm şi muchia laterală $SA = 13$ cm. Punctele M şi N sunt proiecţiile punctului A pe dreptele SB, respectiv SC.



(2p) **a)** Arată că aria feţei SBC este egală cu 60 cm^2.

(3p) **b)** Demonstrează că dreapta MN este paralelă cu planul ABC.

✦ TESTUL 2 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $12 - 6 : (1 + 2)$ este:
a) 2; **b)** 4; **c)** 6; **d)** 10.

(5p) **2.** O bluză costă 240 lei. După o reducere de 30%, preţul bluzei va fi egal cu:
a) 72 lei; **b)** 80 lei; **c)** 168 lei; **d)** 210 lei.

(5p) **3.** În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile medii din primele cinci luni ale anului 2021.

Ianuarie	Februarie	Martie	Aprilie	Mai
–8°C	–3°C	4°C	8°C	15°C

Variaţia maximă (diferenţa dintre cea mai mare şi cea mai mică temperatură medie) a temperaturii medii în cele cinci luni este:
a) –8°C; **b)** –5°C; **c)** 15°C; **d)** 23°C.

(5p) **4.** Cel mai mic dintre numerele raţionale 5,(3); 5,3(2); 5,33; 5,(32) este:
a) 5,(3); **b)** 5,3(2); **c)** 5,33; **d)** 5,(32).

(5p) **5.** Patru elevi calculează produsul numerelor $-2\sqrt{2}$, $-3\sqrt{6}$ şi $\sqrt{12}$ şi obţin rezultatele înregistrate în tabelul alăturat. Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect produsul celor trei numere este:
a) Andrei; **b)** Barbu;
c) Cristina; **d)** Dana.

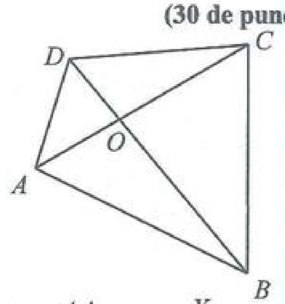
Andrei	-72
Barbu	$-6\sqrt{6}$
Cristina	$6\sqrt{12}$
Dana	$36\sqrt{4}$

(5p) **6.** Sonia a plecat spre şcoală cu 20 de minute înainte de ora 8 şi s-a întors acasă la ora 14:30. Ea i-a spus mamei sale că a fost plecată de acasă timp de 410 minute. Afirmaţia Soniei este:

a) adevărată; b) falsă.

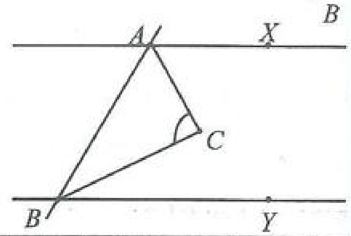
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată este desenat un patrulater convex $ABCD$ şi punctul O, intersecţia diagonalelor sale. Numărul triunghiurilor care au vârfurile printre punctele A, B, C, D, O este:



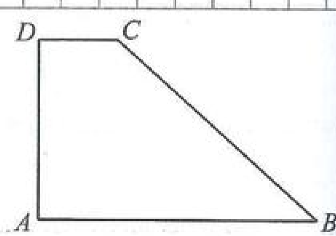
a) 4; b) 5;
c) 6; d) 8.

(5p) **2.** În figura alăturată dreptele AX şi BY sunt paralele, iar semidreptele AC şi BC sunt bisectoarele unghiurilor XAB, respectiv YBA. Măsura unghiului ACB este egală cu:



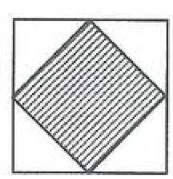
a) 30°; b) 45°;
c) 60°; d) 90°.

(5p) **3.** În figura alăturată sunt reprezentate patru mici localităţi A, B, C, D amplasate în vârfurile trapezului dreptunghic $ABCD$ cu $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90°$ şi $AB = 50$ km, $AD = 30$ km şi $DC = 10$ km. Lungimea celui mai scurt drum de la A la şoseaua care uneşte B cu C este:



a) $10\sqrt{10}$ km; b) 30 km;
c) 40 km; d) 50 km.

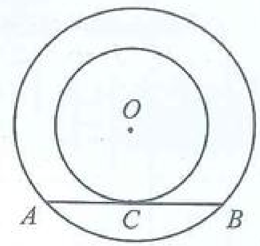
(5p) **4.** Pardoseala unei băi este acoperită cu 80 de plăci de gresie în formă de pătrat cu latura de 0,3 m, ca în figura alăturată. Fiecare placă de gresie are pătratul cu vârfurile în mijlocul laturilor sale de culoare albastră, iar restul plăcii este de culoare albă. Suprafaţa albastră a pardoselei băii are aria egală cu:



a) 3 m^2; b) 3,6 m^2;
c) 4 m^2; d) 7,2 m^2.

(5p) **5.** Cele două cercuri din figura alăturată au același centru O, iar coarda AB este tangentă cercului interior în C. Dacă raza cercului exterior este de 10 cm și coarda AB are 16 cm, atunci raza cercului interior este:

a) 6 cm; **b)** 7 cm;
c) 8 cm; **d)** 9 cm.



(5p) **6.** Un cub de brânză $ABCDA'B'C'D'$ are bazele $ABCD$, $A'B'C'D'$, muchiile laterale AA', BB', CC', DD' și muchia $AB = 8$ cm. Ileana taie cubul cu un cuțit după un plan care trece prin punctele A, M, C' și N, unde M și N sunt mijloacele muchiilor BB', respectiv DD'. Aria secțiunii este:

a) $16\sqrt{3}$ cm^2; **b)** $24\sqrt{3}$ cm^2; **c)** $32\sqrt{6}$ cm^2; **d)** $48\sqrt{2}$ cm^2.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Un turist a parcurs un drum în trei zile. În prima zi a mers 18 km, a doua zi a parcurs $\frac{3}{5}$ din distanța rămasă, iar pentru ultima zi i-a rămas de făcut 25% din distanța inițială.

(2p) **a)** Află ce procent din distanța inițială a parcurs turistul în primele două zile.

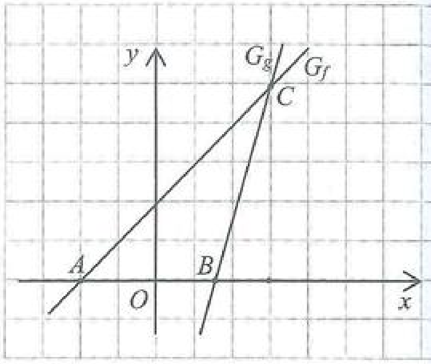
(3p) **b)** Determină lungimea totală a drumului.

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x + 1)^2 - 2(x - 1)^2 + (1 - x)(x + 3)$. unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = x^2 + 6x + 2$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

(3p) b) Determină valoarea minimă a lui $E(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

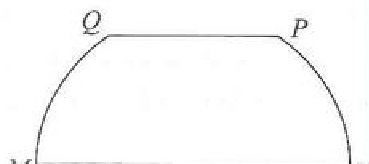
3. Se consideră funcțiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$ și $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = 3x - 4$.



(2p) a) Determină numărul real a pentru care $f(a) = g(a)$.

(3p) b) Fie A și B punctele de intersecție a reprezentărilor grafice ale funcțiilor f, respectiv g cu axa Ox a sistemului de axe ortogonale xOy și C punctul lor comun. Calculează aria triunghiului ABC.

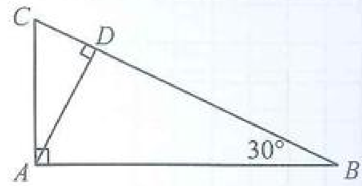
4. În figura alăturată este reprezentată podeaua unui balcon. Arcele MQ și NP aparțin cercului de diametru $MN = 12$ m și fiecare dintre ele are măsura de $60°$.



(2p) a) Demonstrează că $PQ = 6$ m.

(3p) **b)** Determină lungimea conturului podelei.

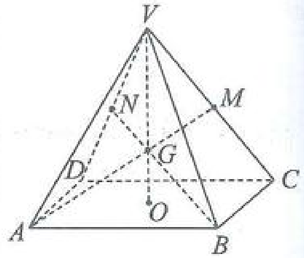
5. În figura alăturată este desenat triunghiul dreptunghic ABC, cu ipotenuza $BC = 24$ cm și $\sphericalangle B = 30°$.



(2p) **a)** Arată că măsura unghiului CAD este de 30°.

(3p) **b)** Determină lungimea segmentului CD.

6. În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră regulată $VABCD$, în care O este centrul bazei $ABCD$, $G \in (VO)$, $VG = 2GO$, $\{M\} = AG \cap CV$ și $\{N\} = BG \cap VD$.



(2p) a) Demonstrează că M este mijlocul muchiei CV.

(3p) b) Demonstrează că planele MON și ABV sunt paralele.

✦ TESTUL 3 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Numărul divizorilor naturali ai numărului 24 este:

a) 2; **b)** 4; **c)** 6; **d)** 8.

(5p) **2.** Andrei şi Bianca au vârstele (exprimate în ani) invers proporţionale cu 3, respectiv 4, iar suma acestor vârste este egală cu 49 ani. Bianca are:

a) 28 ani; **b)** 27 ani; **c)** 24 ani; **d)** 21 ani.

(5p) **3.** În tabelul următor sunt prezentate datele celor trei războaie punice purtate între Roma şi Cartagina.

Primul război punic	264 – 241 î.Hr.
Al doilea război punic	218 – 201 î.Hr.
Al treilea război punic	149 – 146 î.Hr.

În câţi ani din perioada 264 – 146 î.Hr., Roma şi Cartagina nu s-au luptat?

a) 71; **b)** 72; **c)** 73; **d)** 74.

(5p) **4.** Rezultatul calculului $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right)\cdot 2{,}4$ este:

a) 0,4; **b)** 1,2; **c)** 2; **d)** 4.

(5p) **5.** În tabelul alăturat sunt trecute aproximările găsite de patru elevi pentru numărul iraţional $2\sqrt{3}$. Dintre cei patru elevi, cea mai bună aproximare a găsit-o:

a) Alexandra; **b)** Ilinca;
c) Maria; **d)** Victor.

Alexandra	2
Ilinca	3
Maria	5
Victor	6

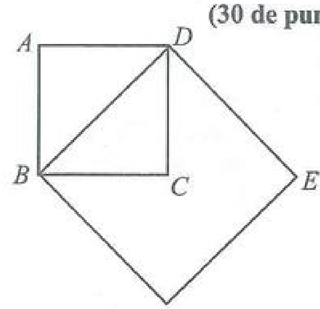
(5p) 6. Bunica lui Radu are de urmat un tratament de 10 zile în care trebuie să ia câte o pastilă galbenă la 6 ore și câte două pastile verzi la 8 ore. Radu a cumpărat de la farmacie, pentru tratamentul bunicii, 40 de pastile galbene și 60 de pastile verzi. Radu a procedat bine?

a) da; b) nu.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

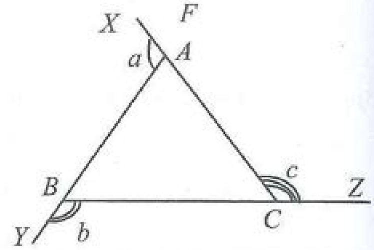
(5p) 1. În figura alăturată sunt reprezentate două pătrate, $ABCD$ și $BDEF$. Triunghiul CEF este:

a) ascuțitunghic; b) echilateral;
c) obtuzunghic; d) dreptunghic isoscel.



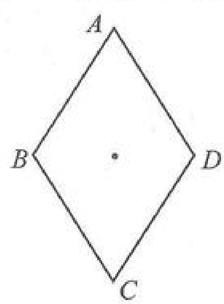
(5p) 2. În figura alăturată, a, b, c sunt măsurile unghiurilor exterioare XAB, YBC, respectiv ZCA ale triunghiului ABC. Suma $a + b + c$ este egală cu:

a) 90°; b) 180°;
c) 360°; d) 540°.



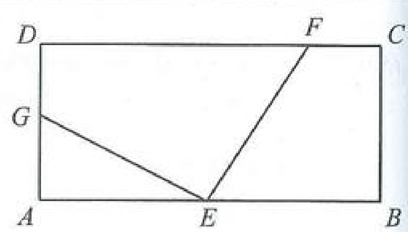
(5p) 3. O ramă are forma unui romb $ABCD$, cu $\sphericalangle B = 120°$ și $BD = 70$ cm, ca în figura alăturată. Lungimea minimă a unei ghirlande care se aplică pe ramă este:

a) 1,4 m; b) 2 m;
c) 2,8 m; d) 3 m.



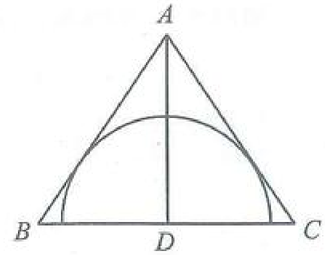
(5p) 4. Figura alăturată reprezintă schița unei grădini în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 16$ m și $BC = 12$ m. Punctele E, F, G sunt situate pe laturile AB, CD, respectiv AD, astfel încât $AE = EB$, $EG = 10$ m și $CF = 3$ m. În interiorul patrulaterului $EFDG$ au fost plantate flori, iar restul grădinii a fost acoperit cu gazon. Aria suprafeței plantate cu flori este:

a) 90 m^2; b) 102 m^2;
c) 160 m^2; d) 192 m^2.



(5p) **5.** În figura alăturată este desenat un semicerc înscris într-un triunghi isoscel cu baza $BC = 30$ cm și înălțimea $AD = 20$ cm. Raza semicercului este:

a) 8 cm; **b)** 9 cm;
c) 10 cm; **d)** 12 cm.



(5p) **6.** Corina are două cutii de suc. Prima cutie are forma unei prisme triunghiulare regulate cu latura bazei de 6 cm și muchia laterală de 8 cm. A doua cutie are forma unui cub cu latura de 5 cm. Dintre cele două cutii, cea cu volumul mai mare este:

a) prima cutie; **b)** a doua cutie; **c)** au același volum; **d)** nu se poate preciza.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. O fermă a vândut, în trei zile, 1000 kg de struguri. În primele două zile a vândut 640 kg de struguri, iar cantitatea vândută în a doua zi este cu 40 kg mai mare decât dublul cantității vândute în prima zi.

(2p) **a)** Află ce cantitate de struguri a vândut ferma în a treia zi.

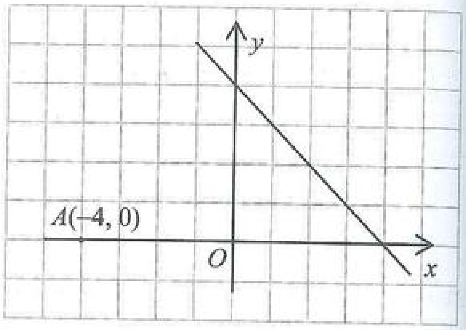
(3p) **b)** Determină cantitatea de struguri vândută în prima zi.

2. Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{x}{x+1}-\frac{1}{1-x}-\frac{2x}{x^2-1}\right):\left(x-\frac{4x}{x+1}+1\right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

(2p) **a)** Arată că $\frac{x}{x+1}-\frac{1}{1-x}-\frac{2x}{x^2-1}=\frac{x-1}{x+1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(x) > 0$, oricare ar fi $x > 1$.

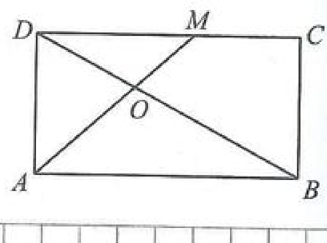
3. Se consideră funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4 - x$.



(2p) **a)** Determină $m \in \mathbb{R}$, pentru care punctul $P(m, 3m)$ aparţine graficului funcţiei f.

(3p) **b)** Calculează distanţa de la punctul $A(-4, 0)$ la reprezentarea grafică a funcţiei f.

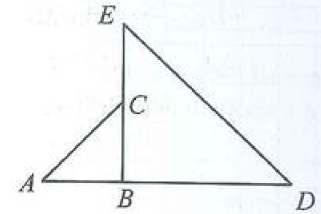
4. Dreptunghiul $ABCD$ din figura alăturată are dimensiunile $AB = 4\sqrt{3}$ cm şi $AD = 4$ cm. Se ştie că AM este bisectoarea unghiului BAD şi $\{O\} = AM \cap BD$.



(2p) **a)** Arată că măsura unghiului BOM este 75°.

(3p) b) Calculează lungimea segmentului DO.

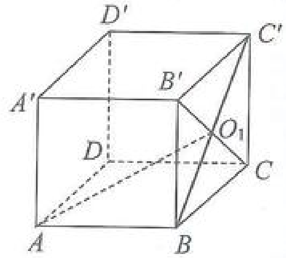
5. În figura alăturată sunt desenate două triunghiuri dreptunghice isoscele ABC și BDE cu ipotenuzele $AC = 4\sqrt{2}$ cm, respectiv $DE = 8\sqrt{2}$ cm.



(2p) a) Află lungimea segmentului AE.

(3p) b) Demonstrează că dreptele AE și CD sunt perpendiculare.

6. În figura alăturată este reprezentată o cutie în formă de cub $ABCDA'B'C'D'$. Punctul O_1 este centrul feței $BCC'B'$ și $AO_1 = 3\sqrt{6}$ dm.



(2p) **a)** Arată că 240 dm^2 de carton ajung pentru a confecționa cutia, știind că în procesul de fabricație se pierde 10% din cartonul folosit.

(3p) **b)** Arată că dreapta $A'C$ este perpendiculară pe planul $C'BD$.

✦ TESTUL 4 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Dintre numerele 20, 111, 13 şi 91, este prim numărul:
a) 20; **b)** 13; **c)** 111; **d)** 91.

(5p) **2.** În tabelul alăturat sunt informaţii cu privire la numărul elevilor de gimnaziu, pe clase, dintr-o şcoală. Clasele pentru care raportul dintre numărul fetelor şi numărul băieţilor este subunitar sunt:
a) a V-a şi a VIII-a; **b)** a VI-a şi a VII-a;
c) a V-a şi a VII-a; **d)** a VI-a şi a VIII-a.

Clasa	Număr fete	Număr băieţi
a V-a	24	26
a VI-a	28	22
a VII-a	25	25
a VIII-a	23	28

(5p) **3.** Într-o piscină exterioară, valoarea maximă pe care a atins-o apa pe timpul zilei a fost de 24°C. Pe timpul nopţii, temperatura apei a scăzut cu 2,5°C. Cea mai mică valoare a temperaturii apei în acele 24 de ore a fost:
a) 28°C; **b)** 22,5°C; **c)** 23°C; **d)** 21,5°C.

(5p) **4.** Se dau numerele $x = 2,(375)$, $y = 2,37(5)$, $z = 2,3(75)$ şi $t = 2,(37)$. Ordinea descrescătoare a numerelor este:
a) z, y, x, t; **b)** t, x, y, z; **c)** x, z, y, t; **d)** z, y, t, x.

(5p) **5.** Patru elevi calculează $a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}$ pentru $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{8}$, $c = \sqrt{18}$ şi obţin rezultatele înregistrate în tabelul alăturat. Elevul care a obţinut rezultatul corect este:
a) Alin; **b)** Bianca;
c) Daniela; **d)** Codrin.

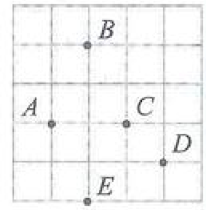
Alin	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
Bianca	$-\sqrt{2}$
Codrin	$-6\sqrt{2}$
Daniela	$\frac{11}{6\sqrt{2}}$

(5p) **6.** Gigel desfăşoară activităţi şcolare, folosind aplicaţia Zoom, fiecare activitate având durata de 40 minute. La 12:10 a început ultima activitate a zilei. Gigel afirmă: „La ora 12:45 am terminat ultima activitate şcolară." Afirmaţia lui Gigel este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

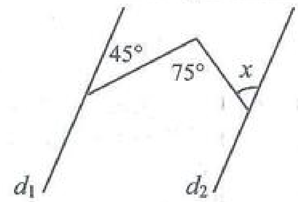
(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, D şi E. Dreapta AB este paralelă cu dreapta:

a) DE; **b)** CD;
c) CE; **d)** BE.



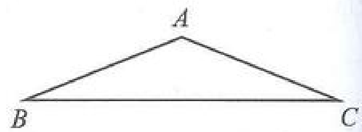
(5p) **2.** În figura alăturată, dreptele d_1 şi d_2 sunt paralele, iar măsurile a trei dintre unghiurile care se formează sunt 45°, 75° şi x°. Valoarea lui x este egală cu:

a) 25; **b)** 45;
c) 120; **d)** 30.



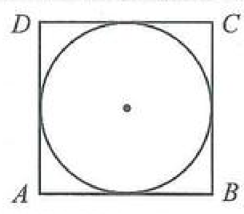
(5p) **3.** Un teren agricol are forma triunghiului isoscel ABC din figura alăturată, în care $AB = AC = 0{,}6$ km şi $\sphericalangle B = 15°$. Distanţa de la punctul B la dreapta AC este:

a) 300 m; **b)** 150 m;
c) 1200 m; **d)** 600 m.

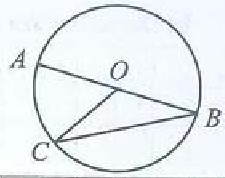


(5p) **4.** În figura alăturată este un reprezentat teren pătratic $ABCD$, în interiorul căruia este un rond circular cu flori cu aria de 49π m^2. Aria terenului $ABCD$ este egală cu:

a) 98 m^2; **b)** 56 m^2;
c) 49 m^2; **d)** 196 m^2.



(5p) 5. Pe cercul de centru O, având diametrul AB, se consideră punctul C, ca în figura alăturată. Dacă $\sphericalangle BCO = 30°$, atunci arcul $\overset{\frown}{AC}$ are măsura de:



a) 60°; b) 120°;
c) 15°; d) 45°.

(5p) 6. Un magazin deține o ladă frigorifică în formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 80 cm, 120 cm și 100 cm. Numărul maxim de cutii cubice cu latura de 40 cm care pot fi depozitate în acea ladă frigorifică este:

a) 15; b) 12; c) 10; d) 8.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieți rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. În curtea bunicii sunt oi și rațe, care au în total 16 capete și 50 de picioare.

(2p) a) Stabilește dacă este posibil să fie 13 oi. Justifică răspunsul.

(3p) b) Determină numărul rațelor din curte.

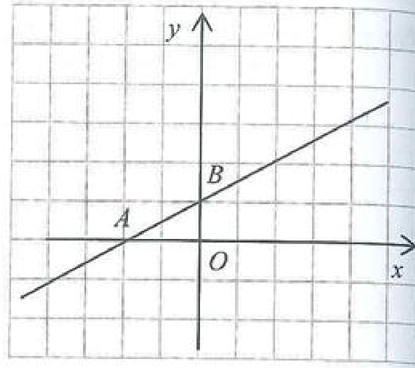
2. Fie $E(x) = x(3x + 1) - (x - 2)^2 - (x + 1)^2 + 5$, unde x este un număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = x^2 + 3x$, pentru orice număr real x.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(n)$ este număr natural par, oricare ar fi numărul natural n.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{2} + 1$.

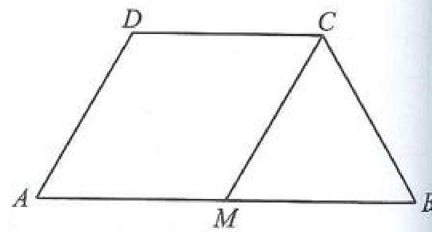
(2p) **a)** Calculează $f(-1) \cdot f(2)$.



(3p) **b)** Știind că A și B sunt punctele de intersecție dintre graficul funcției f și axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, determină aria triunghiului OAB.

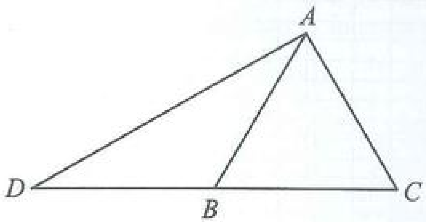
4. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AD = BC = 12$ cm și măsura unghiului ABC de $60°$. Punctul M este mijlocul bazei AB.

(2p) **a)** Arată că $AM = 12$ cm.



(3p) **b)** Determină lungimea segmentului AC.

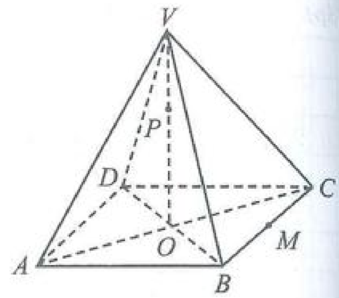
5. Fie ABC un triunghi echilateral cu latura de 6 cm. Perpendiculara în A pe AC intersectează dreapta BC în punctul D, ca în figura alăturată.



(2p) **a)** Arată că $DC = 12$ cm.

(3p) **b)** Demonstrează că perimetrul triunghiului ADC este mai mare de 28 cm.

6. Acoperişul unui turn are forma piramidei patrulatere regulate $VABCD$, ca în figura alăturată. Punctul O este centrul bazei, M este mijlocul laturii BC, iar P este un punct pe înălţimea VO astfel încât $OP = 2VP$. Se ştie că $VO = 12$ m şi $VM = 15$ m.



(2p) **a)** Arată că 200 kg de vopsea sunt suficiente pentru a vopsi pereţii laterali ai acoperişului, ştiind că pentru a vopsi 13,5 m^2 de suprafaţă se folosesc 5 kg de vopsea.

(3p) **b)** Determină măsura unghiului planelor (PBC) şi (ADC).

✦ TESTUL 5 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $2^5 : 2^3 \cdot 2 - 1$ este:
a) 1; **b)** 4; **c)** 7; **d)** 0.

(5p) **2.** Activitatea unei unități de triaj în patru zile consecutive este sintetizată în tabelul alăturat. Zilele în care raportul dintre numărul pacienților consultați și al celor internați este același sunt:
a) luni și marți; **b)** miercuri și joi;
c) luni și miercuri; **d)** marți și joi.

	Nr. pacienți consultați	Nr. pacienți internați
Luni	30	6
Marți	12	1
Miercuri	15	3
Joi	16	2

(5p) **3.** Un tramvai a plecat cu 6 călători de la prima stație. La următoarea stație a urcat un călător și au coborât cinci, iar la a treia stație a urcat un călător și au coborât doi. Numărul călătorilor din tramvai la plecarea din a treia stație este:
a) 1; **b)** 2; **c)** 0; **d)** 3.

(5p) **4.** Se dau numerele: $x = -\frac{1}{3}$, $y = -\frac{1}{4}$, $z = -\frac{1}{2}$ și $t = -\frac{1}{5}$. Ordinea crescătoare a numerelor este:
a) x, y, z, t; **b)** z, x, y, t; **c)** z, y, t, x; **d)** y, x, t, z.

(5p) **5.** Calculând $\left(\frac{2}{a}+\frac{3}{b}\right)(b-a)$, pentru $a = \sqrt{3}$ și $b = \sqrt{27}$, patru elevi au obținut rezultatele din tabelul alăturat. Copilul care a obținut rezultatul corect este:
a) Andrei; **b)** Ingrid;
c) Toma; **d)** Vlad.

Toma	12
Vlad	6
Ingrid	$-\frac{5}{2}$
Andrei	$4\sqrt{3}$

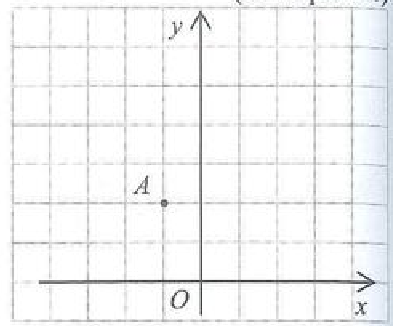
(5p) **6.** Cătălin a prins trei pești, cel mai mare având 3,5 kg. Valoarea de adevăr a propoziției „Cătălin are cel puțin 12 kg de pește." este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

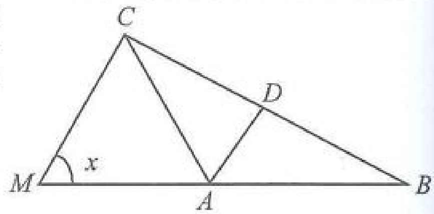
(5p) **1.** În raport cu sistemul de axe ortogonale xOy din figura alăturată, coordonatele punctului A sunt:

a) $(1, -2)$; **b)** $(-2, 1)$;
c) $(-1, 2)$; **d)** $(2, -1)$.



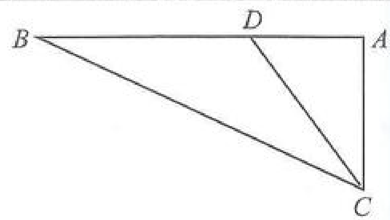
(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC cu măsura unghiului BAC de $110°$. Paralela prin C la bisectoarea AD a unghiului BAC intersectează dreapta AB în M. Măsura unghiului marcat cu x este:

a) $110°$; **b)** $70°$;
c) $45°$; **d)** $55°$.



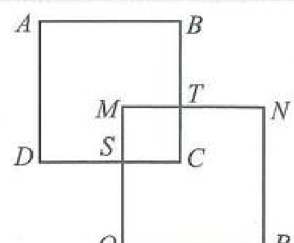
(5p) **3.** Figura alăturată reprezintă o hartă cu scara 1:2500. Măsura unghiului BAC este $90°$, măsura unghiului ABC este $30°$, $AB = 12$ cm și CD este bisectoarea unghiului ACB, $D \in AB$. Distanța dintre punctele A și D, din teren, exprimată în kilometri, este:

a) 0,1 km; **b)** 1 km;
c) 0,01 km; **d)** 100 km.



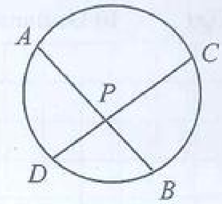
(5p) **4.** Figura alăturată reprezintă schița unei terase. $ABCD$ și $MNPQ$ sunt pătrate, MQ este perpendiculară pe DC, $AB = PQ = 10$ m, iar $MT = TC = 4$ m. Aria suprafeței terasei este:

a) $200\ m^2$; **b)** $216\ m^2$;
c) $184\ m^2$; **d)** $190\ m^2$.



(5p) 5. În figura alăturată, AB şi CD sunt două coarde concurente în punctul P. Dacă arcele $\overset{\frown}{AC}$ şi $\overset{\frown}{BD}$ au măsurile $120°$, respectiv $100°$, atunci măsura unghiului APD este:

a) $70°$; b) $110°$;
c) $20°$; d) $10°$.



(5p) 6. Un corp metalic, având forma unei piramide patrulatere regulare cu latura bazei de 8 m şi înălţimea de 6 m se transformă, prin topire, în piese cubice cu latura de 2 dm, fără pierderi de material. Numărul de piese cubice obţinute este:

a) 24000; b) 160; c) 1600; d) 16000.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Două kilograme de roşii şi trei kilograme de cartofi costă, împreună, 16 lei. Patru kilograme de roşii şi două kilograme de cartofi, de acelaşi fel, costă 24 lei.

(2p) a) Este posibil ca un kilogram de roşii să coste 6 lei? Justifică răspunsul.

(3p) b) Determină preţul unui kilogram de cartofi.

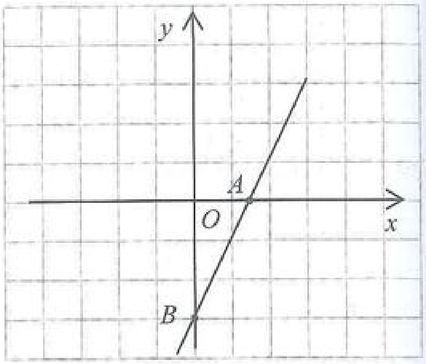
2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2x^2+3x+11}{x^2+2x-3} - \frac{x-2}{x+3}\right) : \frac{1}{x^2-1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 1\}$.

(2p) a) Arată că $x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1)$, pentru orice număr real x.

(3p) **b)** Demonstrează că numărul $1 + E(n)$ este pătrat perfect, pentru orice număr natural n, diferit de 1.

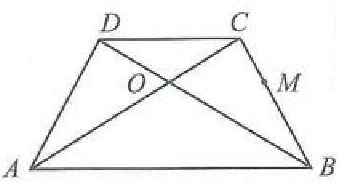
3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x\sqrt{3} - 3$.

(2p) **a)** Calculează $f(\sqrt{3}) - f(0)$.



(3p) **b)** Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, determină distanța de la punctul O la dreapta AB.

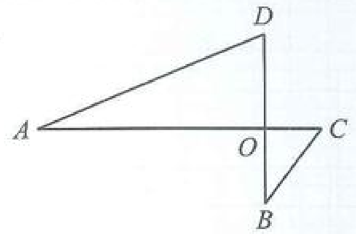
4. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 10$ cm, $CD = 5$ cm și perimetrul de 27 cm. Diagonalele trapezului se intersectează în punctul O, iar M este un punct pe latura BC, astfel încât $BM = 4$ cm.



(2p) **a)** Arată că $BC = 6$ cm.

(3p) b) Determină lungimea segmentului OM.

5. Patru localități A, B, C și D sunt unite prin șoselele AC, AD, BC și BD, ca în figura alăturată. Drumurile AC și BD sunt perpendiculare și se întâlnesc în O. Se știe că $OA = 24$ km, $OB = 8$ km, $OC = 6$ km și $OD = 10$ km.

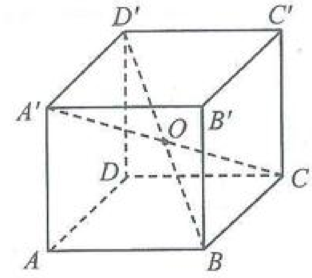


(2p) a) Demonstrează că $BC = OD$.

(3p) b) Plecând din B pe bicicleta sa, poștașul Vasile dorește să ajungă la șoseaua AD, mergând peste câmpuri, pe drumul cel mai scurt. Viteza sa este 18 km/h. Arată că el va parcurge drumul dorit în mai puțin de o oră.

6. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un cub cu latura 30 cm.

(2p) a) Putem împacheta cubul, acoperindu-l în întregime, cu o coală de hârtie având suprafața $0,5\ m^2$?



(3p) b) Diagonalele BD' și CA' ale cubului se intersectează în punctul O. Calculează sinusul unghiului BOC.

✦ TESTUL 6 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

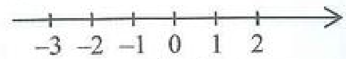
(5p) **1.** Dacă a şi b sunt numere prime, $a < b$ şi $a + 2b = 17$, atunci valoarea lui a este:

a) 7; **b)** 5; **c)** 2; **d)** 3.

(5p) **2.** La deschiderea bursei, o acţiune valora 80€. Pe parcursul zilei, valoarea acţiunilor a scăzut cu 15%. La sfârşitul programului, preţul acţiunii este:

a) 65€; **b)** 68€; **c)** 70€; **d)** 92€.

(5p) **3.** Pe axa numerelor sunt reprezentate câteva numere întregi. Numărul întreg al cărui opus nu se află în reprezentare este:



a) 1; **b)** 0; **c)** −2; **d)** −3.

(5p) **4.** Ionel a avut de transcris tabelul alăturat şi de completat ultimele două coloane. Singurul rezultat greşit este în dreptul numărului:

a) t; **b)** z;
c) x; **d)** y.

Numărul	**Opusul numărului**	**Inversul numărului**
$x = \frac{7}{3}$	$-\frac{7}{3}$	$\frac{3}{7}$
$y = -\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{5}{2}$
$z = -0{,}1(6)$	$0{,}1(6)$	6
$t = 1\frac{1}{4}$	$-\frac{5}{4}$	0,8

(5p) **5.** Rezolvând inecuaţia $\frac{x}{3} + \frac{1-x}{2} < 1$ în mulţimea numerelor reale, patru copii au obţinut rezultatele înregistrate în tabelul alăturat. Dintre cei patru copii, a rezolvat corect inecuaţia:

Cosmin	**Raluca**	**Ioana**	**Matei**
$x \in \left(-\infty, \frac{3}{5}\right)$	$x \in (-\infty, -3)$	$x \in (-3, \infty)$	$x \in (-\infty, -3]$

a) Matei; **b)** Cosmin; **c)** Ioana; **d)** Raluca.

(5p) **6.** Claudiu aşteaptă un tren care trebuie să sosească la ora 17:15. La ora 17:05 aude la staţie anunţul că trenul întârzie 10 minute. Claudiu spune că mai are de aşteptat 25 de minute. Afirmaţia lui Claudiu este:

a) adevărată; b) falsă.

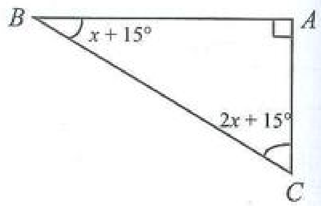
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C, D. Numărul segmentelor care au capetele în două dintre punctele date este:

a) 3; b) 6; c) 10; d) 5.

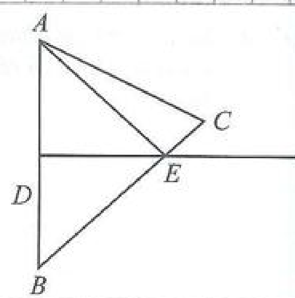
(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi dreptunghic ABC, având $\sphericalangle A = 90°$, $\sphericalangle B = x + 15°$ şi $\sphericalangle C = 2x + 15°$. Valoarea lui x este:

a) 20°; b) 45°;
c) 15°; d) 30°.



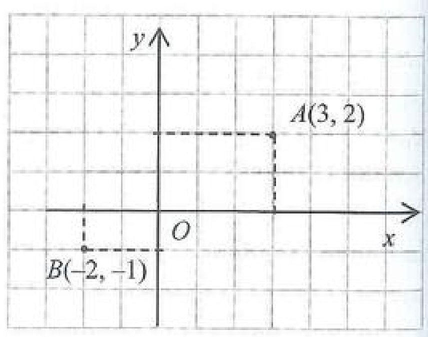
(5p) **3.** Figura alăturată reprezintă schiţa unui traseu turistic. Punctele A, B, C sunt trei obiective, D este mijlocul segmentului AB, DE reprezintă un râu perpendicular pe segmentul AB. Dacă distanţa de la B la C este egală cu 12 km şi la o plimbare pe traseul A–E–C–A se parcurg 22 km, atunci distanţa de la punctul A la punctul C este de:

a) 10 km; b) 8 km;
c) 15 km; d) 9 km.



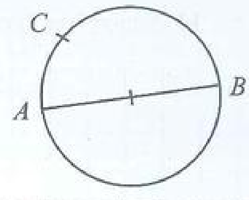
(5p) **4.** În figura alăturată sunt reprezentate, într-un sistem de axe ortogonale xOy, punctele $A(3, 2)$ şi $B(-2, -1)$. Dacă M şi N sunt proiecţiile ortogonale pe axa Ox ale punctelor A, respectiv B, atunci aria patrulaterului $AMBN$ este:

a) 10; b) 15;
c) 7,5; d) 6.



(5p) **5.** În cercul din figura alăturată, segmentul AB este un diametru, iar C este un punct pe cerc, astfel încât măsura unghiului CBA este egală cu $30°$. Măsura arcului mic $\overset{\frown}{CB}$ este:

a) $150°$; **b)** $180°$;
c) $90°$; **d)** $120°$.



(5p) **6.** Un tinichigiu dispune de o foaie dreptunghiulară de tablă cu dimensiunile de 40 dm, respectiv 30 dm. El taie pătrate din această tablă şi, prin sudarea lor, confecţionează cuburi (goale). Numărul maxim de cuburi cu latura de 6 dm pe care le poate construi din tabla pe care o are este:

a) 1; **b)** 3; **c)** 5; **d)** 7.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Într-un bloc sunt apartamente cu două şi trei camere, în total 20 de apartamente şi 49 de camere.

(2p) **a)** Este posibil să fie în bloc 10 apartamente cu trei camere? Justifică răspunsul.

(3p) **b)** Află numărul apartamentelor cu două camere.

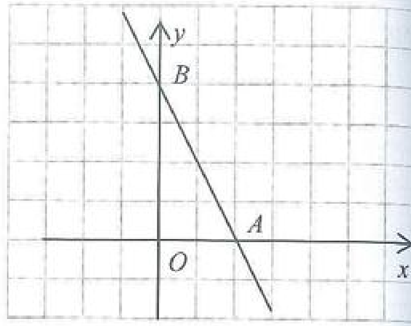
2. Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{x}{x+1}-\frac{x^2+1}{1+2x+x^2}\right):\frac{3x-3}{x^3+2x^2+x}$, unde $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,0,1\}$.

(2p) **a)** Arată că $x^3+2x^2+x=x(x+1)^2$, pentru orice număr real x.

(3p) **b)** Demonstrează că media aritmetică a numerelor $a = E(2+\sqrt{3})$ și $b = E(4-\sqrt{3})$ este număr natural.

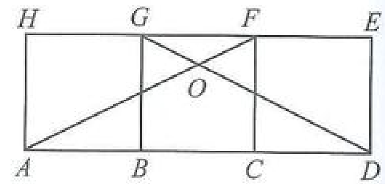
3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x + 4$.

(2p) **a)** Calculează $f(\sqrt{3})+f(-\sqrt{3})$.



(3p) **b)** Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, determină perimetrul triunghiului AOB.

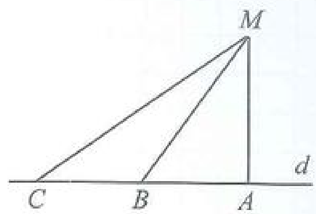
4. În figura alăturată sunt reprezentate trei pătrate cu laturile egale: $ABGH$, $BCFG$ și $CDEF$. O este punctul de intersecție a dreptelor AF și DG, iar aria dreptunghiului $ADEH$ este egală cu 48 cm^2.



(2p) **a)** Arată că $AD = 12$ cm.

(3p) **b)** Determină lungimea segmentului OF.

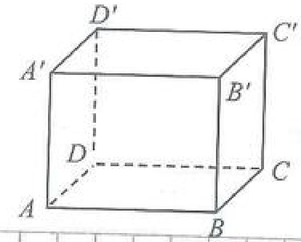
5. În figura alăturată sunt reprezentate o dreaptă d și un punct M, aflat la distanța de 12 cm de dreapta d. Din punctul M construim perpendiculara MA pe dreapta d și oblicele MB și MC, astfel încât $MB = 15$ cm, iar $MC = 20$ cm.



(2p) **a)** Arată că $BC = 7$ cm.

(3p) **b)** Demonstrează că sinusul unghiului BMC are valoarea mai mică de $\frac{2}{7}$.

6. Cristina are un acvariu din sticlă, având forma prismei patrulatere regulate $ABCDA'B'C'D'$ (fără baza superioară) din figura alăturată. Înălţimea prismei este egală cu 30 cm, iar latura bazei este egală cu 40 cm. Cristina toarnă în acvariu 32 litri de apă.



(2p) **a)** Determină suprafaţa sticlei necesare pentru fabricarea acvariului.

(3p) **b)** O tijă cu lungimea de 60 cm este scufundată în acvariu. Demonstrează că putem proceda astfel încât tija să fie complet acoperită de apă.

✦ TESTUL 7 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mare număr natural de forma $\overline{3ab}$ divizibil cu 5 şi cu 9 este:
a) 315; **b)** 330; **c)** 945; **d)** 360.

(5p) **2.** Mai jos este prezentat tabelul unei dependenţe funcţionale.

x	0	1	2	...	50
$y=\frac{x}{14}$	0	$\frac{1}{14}$	$\frac{2}{14}$	...	$\frac{50}{14}$

Numărul valorilor lui x pentru care y aparţine mulţimii $\mathbb{N}$ este:
a) 1; **b)** 2; **c)** 3; **d)** 4.

(5p) **3.** Fie $A=[-7, 7)$. Suma numerelor întregi din intervalul A este:
a) -7; **b)** -6; **c)** 0; **d)** 21.

(5p) **4.** Dacă 12 caiete de acelaşi fel costă 66 lei, atunci 16 caiete ca acestea costă:
a) 77 lei; **b)** 88 lei; **c)** 90 lei; **d)** 99 lei.

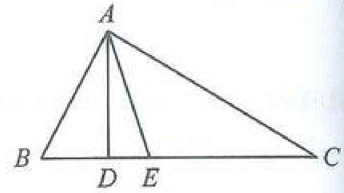
(5p) **5.** Numărul $a=\frac{1}{1-\sqrt{2}}-\frac{7}{3-\sqrt{2}}+\sqrt{8}$ este egal cu:
a) $-\sqrt{2}$; **b)** -6; **c)** -4; **d)** -2.

(5p) **6.** Afirmaţia „Numărul $a=2^{10}\cdot 3^{6}:6^{8}$ este natural, pătrat perfect." este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

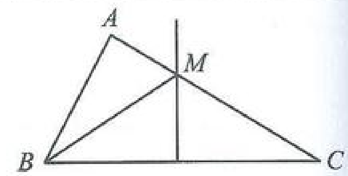
(5p) **1.** În figura alăturată, ABC este un triunghi în care $\sphericalangle B = 60°$, $\sphericalangle C = 40°$, iar AD este înălțimea din A a triunghiului și AE este bisectoarea unghiului BAC, cu $D, E \in BC$. Măsura unghiului DAE este:

a) 5°; **b)** 10°;
c) 20°; **d)** 25°.



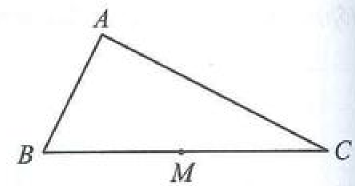
(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC cu $AB = 6$ cm și $AC = 8$ cm. Mediatoarea laturii BC intersectează latura AC în M. Perimetrul triunghiului ABM este:

a) 11 cm; **b)** 10 cm;
c) 14 cm; **d)** 12 cm.



(5p) **3.** În figura alăturată sunt reprezentate trei obiective turistice A, B și C. Unghiul BAC are măsura de 90°, iar distanța dintre B și C este de 30 km. Lungimea traseului A–M–C, M fiind mijlocul lui BC, este:

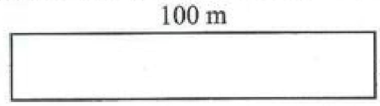
a) 30 km; **b)** 45 km;
c) 50 km; **d)** 15 km.



(5p) **4.** O alee lungă de 100 m și lată de 2 m, ca în figura alăturată, se pavează cu dale pătratice cu latura de 25 cm. Numărul de dale folosite pentru pavarea aleii este:

a) 400; **b)** 500;
c) 600; **d)** 800.

100 m

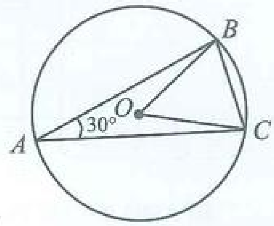


2 m

(5p) **5.** În figura alăturată, cercul $\mathscr{C}(O, R)$ este circumscris triunghiului ABC. Măsura unghiului A este de $30°$, iar $BC = 5$ cm. Perimetrul triunghiului OBC este:

a) 15 cm; **b)** $12\sqrt{3}$ cm;

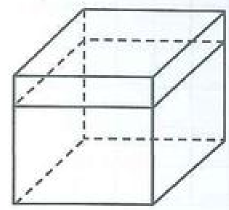
c) $20\sqrt{2}$ cm; **d)** $5\sqrt{3}$ cm.



(5p) **6.** În figura alăturată este reprezentat un vas în formă de cub cu latura de 0,75 m. În vas se toarnă 225 litri de apă. Înălţimea la care se ridică apa este:

a) 0,2 m; **b)** 0,8 m;

c) 0,4 m; **d)** 0,75 m.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Numărul $\overline{ab}$, cu a, b cifre nenule, are proprietatea că $\overline{ba} + 8(a + b) = 90$.

(2p) **a)** Numărul 24 verifică ipoteza problemei?

(3p) **b)** Câte numere $\overline{ab}$ au proprietatea din enunţul problemei?

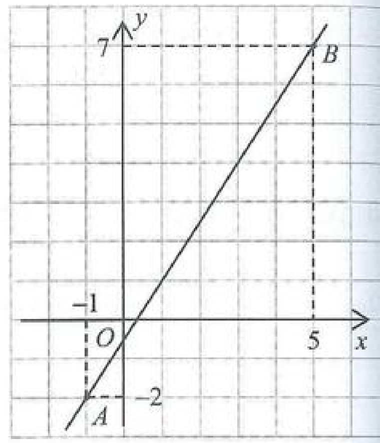
2. Se consideră expresia $E(x) = \left[\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^4}\right) \cdot \frac{x^3}{x-1} - \frac{x}{x+1}\right] \cdot \frac{x^3 + 2x^2 + x}{4x^2 - 1}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\right\}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = \frac{x+1}{2x-1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\right\}$.

(3p) **b)** Arată că $E(x)$ nu ia valoarea $\frac{1}{2}$ pentru niciun număr $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\right\}$.

3. Se dă funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{3}{2}x - 0{,}5$.

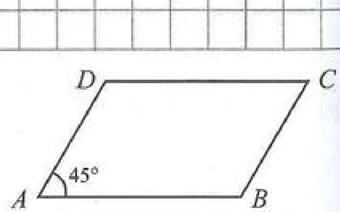
(2p) **a)** Verifică dacă punctele $A(-1, -2)$ şi $B(5, 7)$ sunt situate pe graficul funcţiei f.



(3p) **b)** Determină punctele de coordonate întregi situate pe segmentul AB (fără punctele A şi B).

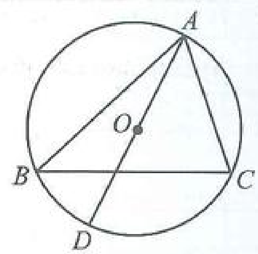
4. Un teren agricol are forma paralelogramului $ABCD$ din figura alăturată şi are dimensiunile $AB = 200$ m, $AD = 50\sqrt{2}$ m şi $\sphericalangle BAD = 45°$.

(2p) **a)** Calculează lungimea gardului ce împrejmuieşte terenul.



(3p) **b)** Arată că aria terenului este de un hectar.

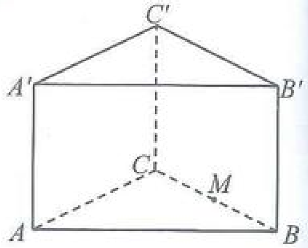
5. În figura alăturată, triunghiul ABC este înscris în cercul $\mathscr{C}(O, R)$, $AB = 12$ cm, $\sphericalangle ACB = 60°$, iar D este punctul diametral opus lui A în cercul dat.



(2p) **a)** Arată că $\sphericalangle BAD = 30°$.

(3p) **b)** Determină lungimea razei cercului $\mathscr{C}(O, R)$.

6. În figura alăturată este reprezentată o prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$, cu $AB = 6$ cm și $AA' = 3$ cm. Punctul M este mijlocul laturii BC.



(2p) **a)** Calculează volumul prismei.

(3p) **b)** Demonstrează că planele $(AB'M)$ și $(AC'M)$ sunt perpendiculare.

✦ TESTUL 8 ✦

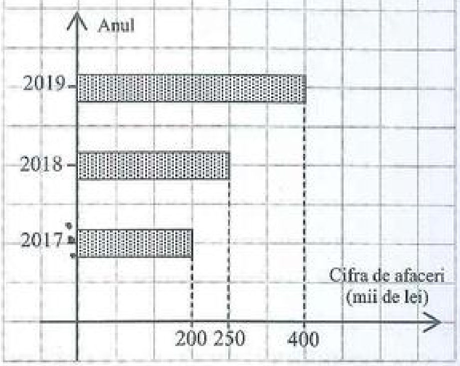
SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Suma numerelor prime de o cifră este:

a) 16; **b)** 17; **c)** 18; **d)** 26.

(5p) **2.** Diagrama alăturată surprinde evoluţia cifrei de afaceri a unei firme în trei ani consecutivi. Diferenţa dintre cifra de afaceri din 2019 şi cea din 2018, exprimată în mii de lei, este:

a) 150; **b)** 200;
c) 50; **d)** –150.



(5p) **3.** Preţul unui televizor este 1500 lei. În cadrul unei promoţii, toate produsele electronice se ieftinesc cu 15%. Noul preţ al televizorului este:

a) 1250 lei; **b)** 1275 lei; **c)** 1350 lei; **d)** 1485 lei.

(5p) **4.** Scriind ca interval mulţimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 - x > 1\}$, obţinem:

a) $(-\infty, 1)$; **b)** $(-\infty, -1)$; **c)** $(1, \infty)$; **d)** $(-1, \infty)$.

(5p) **5.** Se consideră numerele $a = \sqrt{72} + \sqrt{18} - \sqrt{2}$ şi $b = \frac{8}{\sqrt{2}}$. Numărul $a - 2b$ este egal cu:

a) $4\sqrt{2}$; **b)** $-4\sqrt{2}$; **c)** $\sqrt{2}$; **d)** 0.

(5p) **6.** Ana are 10 lei, iar Alina are 2 lei. Alina spune: „Dacă mi-ai da 2 lei, aș avea jumătate din banii tăi." Afirmația este:

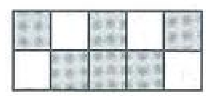
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată este desenat un dreptunghi cu dimensiunile 5 cm × 2 cm, împărțit în pătrate cu latura de 1 cm. Aria părții colorate reprezintă o fracție f din aria întregului dreptunghi. Forma ireductibilă a fracției f este:

a) $\frac{1}{2}$; **b)** $\frac{2}{5}$;

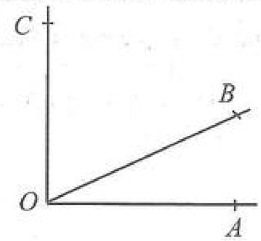
c) $\frac{6}{10}$; **d)** $\frac{3}{5}$.



(5p) **2.** În figura alăturată, unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ sunt adiacente și complementare. Măsurile lor, în grade, sunt $2x - 10$, respectiv $3x$, unde x este un număr real. Măsura unghiului $\sphericalangle AOB$ este:

a) 20°; **b)** 30°;

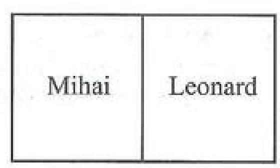
c) 60° lei; **d)** 70°.



(5p) **3.** În figura alăturată sunt schițate proprietatea lui Mihai și cea a lui Leonard. Ambele au forme dreptunghiulare care, împreună, formează un dreptunghi mai mare. Gardul care împrejmuiește proprietatea lui Mihai are lungimea de 120 m, iar gardul care împrejmuiește proprietatea lui Leonard are lungimea de 140 m. Perimetrul dreptunghiului mare este 180 m. Lungimea porțiunii comune de gard, care desparte cele două proprietăți, este:

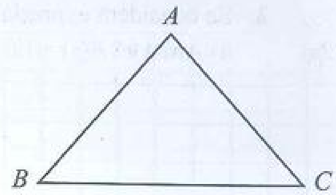
a) 20 m; **b)** 30 m;

c) 40 m; **d)** 45 m.



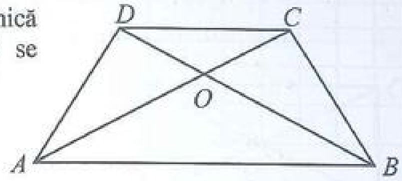
(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC cu $AB = AC = 10$ cm şi $BC = 12$ cm. Lungimea celui mai scurt drum care uneşte punctul B cu un punct situat pe latura AC este:

a) 8,4 cm; **b)** 9 cm;
c) 9,6 cm; **d)** 10 cm.



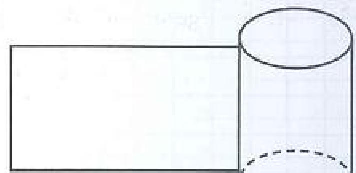
(5p) **5.** Trapezul $ABCD$ din figura alăturată are baza mare $AB = 18$ cm, baza mică $CD = 6$ cm şi diagonala $AC = 12$ cm. Diagonalele trapezului se intersectează în punctul O. Lungimea segmentului OC este:

a) 2,4 cm; **b)** 3 cm;
c) 3,6 cm; **d)** 4 cm.



(5p) **6.** Un dreptunghi are lungimea $L = 63$ cm. Înfăşurându-l ca în figura alăturată, obţinem suprafaţa laterală a unui cilindru circular drept. Raza acestui cilindru, rotunjită la cel mai apropiat număr întreg de centimetri, este:

a) 15 cm; **b)** 9 cm;
c) 20 cm; **d)** 10 cm.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Andrei, Barbu şi Cosmin au, împreună, 45 de timbre. Diferenţa dintre dublul numărului de timbre ale lui Barbu şi numărul timbrelor lui Cosmin este 13. Cosmin are 9 timbre.

(2p) **a)** Câte timbre are Barbu?

(3p) **b)** Câte timbre are Andrei?

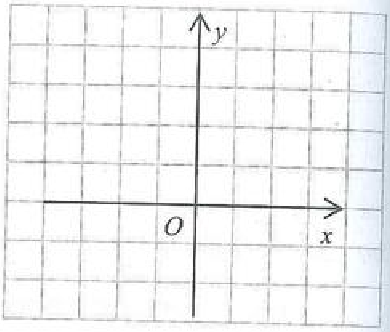
2. Se consideră expresia $E(x) = 4x^2 - 12x + 8$, unde x este un număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = (2x - 3)^2 - 1$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

(3p) b) Determină valoarea minimă pe care o poate lua expresia $E(x)$.

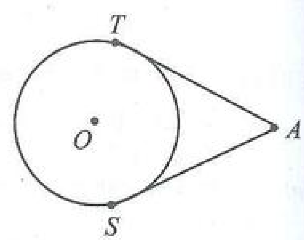
3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \dfrac{x}{2} + 1$.

(2p) a) Reprezintă grafic funcția în sistemul de axe ortogonale xOy alăturat.



(3p) b) Verifică egalitatea $f(\sqrt{3}) + f(3\sqrt{3}) = 2f(2\sqrt{3})$.

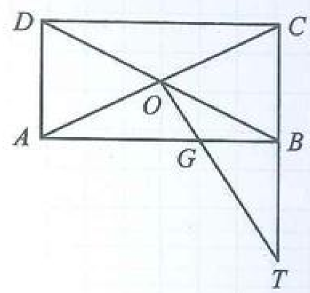
4. În figura alăturată, cercul de centru O reprezintă un lac, iar segmentele AT și AS sunt două alei care pleacă de la ghereta administratorului (A) către două pontoane (T și S). Dreptele AT și AS sunt tangente cercului. Se știe că $AT =$ $= 120$ m și $AO = 130$ m.



(2p) a) Arată că $AS = 120$ m.

(3p) **b)** Demonstrează că suprafața lacului este mai mică decât un hectar.

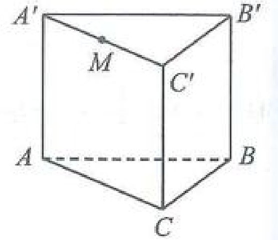
5. În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 6$ cm și $BC = 2$ cm. Prelungim latura BC cu segmentul BT, $BT = 2$ cm și notăm $\{G\} = OT \cap AB$.



(2p) **a)** Arată că dreptele AT și BD sunt paralele.

(3p) **b)** Determină măsura unghiului $\sphericalangle BGC$.

6. În figura alăturată este reprezentată prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$. Se știe că $AB = 4\sqrt{3}$ cm, $AA' = 6$ cm, iar punctul M este mijlocul muchiei $A'C'$.



(2p) a) Determină volumul prismei.

(3p) b) Află distanța de la punctul M la planul $(B'BC)$.

✦ TESTUL 9 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $2 : \frac{1}{2} + 3 : \frac{1}{3}$ este:

a) 2; **b)** 5; **c)** 10; **d)** 13.

(5p) **2.** În tabelul următor este reprezentată o dependenţă funcţională.

x	-1	0	b	2	3
$y = 2x - 2$	-4	a	0	2	c

Valoarea sumei $a + b + c$ este:

a) -2; **b)** 0; **c)** 3; **d)** 5.

(5p) **3.** Numărul întreg n cu proprietatea că $n < 1 - \sqrt{2} < n + 1$ este:

a) -2; **b)** -1; **c)** 0; **d)** 1.

(5p) **4.** Scara unei hărţi este 1 : 250 000. Distanţa între două localităţi, pe hartă, este 12 cm. Distanţa reală dintre cele două localităţi este:

a) 3 km; **b)** 30 km; **c)** 300 km; **d)** 3000 km.

(5p) **5.** Suma soluţiilor ecuaţiei $|x - 1| = 3$ este:

a) 0; **b)** 1; **c)** 2; **d)** 3.

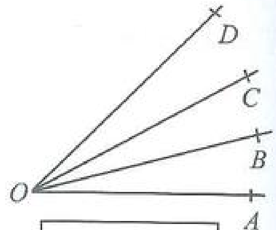
(5p) **6.** La testarea PISA din 2018, scorul mediu la matematică obținut în țările OECD a fost 490 de puncte. Dintre cele 28 de țări europene membre OECD, Estonia a avut cel mai mare scor mediu, 520 de puncte. În România, situată pe poziția 26, scorul mediu a fost 444 de puncte. Cineva afirmă că diferența dintre scorul Estoniei și scorul OECD este mai mare decât diferența dintre scorul OECD și cel al României. Afirmația este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

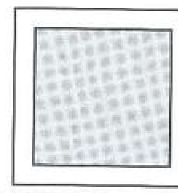
(5p) **1.** Numărul maxim de unghiuri care pot fi identificate în figura alăturată este:

a) 3; b) 4;
c) 5; d) 0.



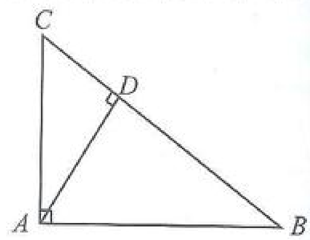
(5p) **2.** Un teren are forma unui pătrat cu latura de 25 m. În exteriorul terenului, la distanță de 2 m față de conturul său, se construiește un gard, ca în figura alăturată. Lungimea gardului este:

a) 108 m; **b)** 102 m;
c) 116 m; **d)** 100 m.



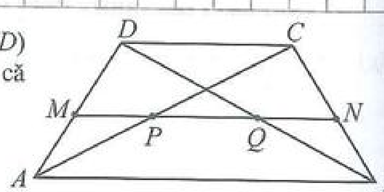
(5p) **3.** În figura alăturată, ABC este un triunghi dreptunghic, $\sphericalangle A = 90°$, iar $AD \perp BC$, cu $D \in BC$. Dacă $BD = 16$ m și $CD = 9$ m, aria triunghiului ABC este:

a) 150 m^2; **b)** 144 m^2;
c) 25 m^2; **d)** 250 m^2.



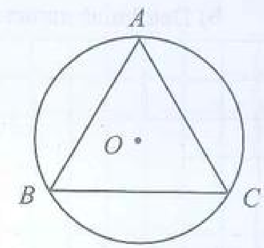
(5p) **4.** În figura alăturată, linia mijlocie MN a trapezului $ABCD$ ($AB \parallel CD$) intersectează diagonalele AC și BD în punctele P, respectiv Q. Se știe că $CD = 7$ cm și $PQ = 4$ cm. Lungimea segmentului MN este:

a) 10 cm; **b)** 10,5 cm;
c) 11 cm; **d)** 11,75 cm.



(5p) 5. Triunghiul echilateral ABC din figura alăturată are vârfurile situate pe cercul de centru O. Perimetrul triunghiului este $12\sqrt{3}$ cm. Raza cercului are lungimea:

a) 4 cm; b) $2\sqrt{3}$ cm;
c) $3\sqrt{3}$ cm; d) 6 cm.



(5p) 6. Marian are o sută de cubuleţe identice şi construieşte, cu ajutorul lor, un cub cât mai mare posibil. Numărul cubuleţelor care rămân nefolosite de Marian este:

a) 0; b) 25; c) 19; d) 36.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Dacă elevii clasei a VIII-a B s-ar aşeza câte unul în fiecare bancă, ar rămâne 13 elevi în picioare. Pentru a fi câte doi elevi în fiecare bancă, ar mai fi nevoie de încă doi elevi.

(2p) a) Arată că, dacă se scoate o bancă din clasă şi elevii se aşază câte doi în fiecare bancă, toate băncile vor fi complet ocupate.

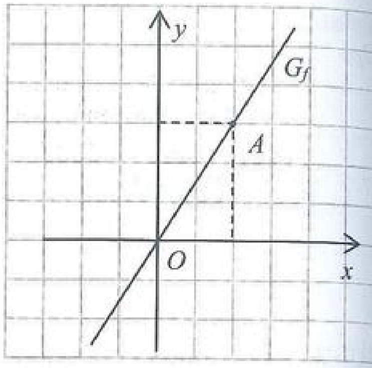
(3p) b) Câţi elevi sunt în clasa a VIII-a B?

2. Se consideră $E(x)=\frac{x^3}{x-1}\cdot\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^4}\right)-\frac{x+3}{x}$, unde x este un număr real, $x\neq 0$ şi $x\neq 1$.

(2p) a) Arată că $E(x)=-\frac{2}{x}$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}\setminus\{0,1\}$.

(3p) **b)** Determină numerele întregi n pentru care $E(n)$ este număr întreg.

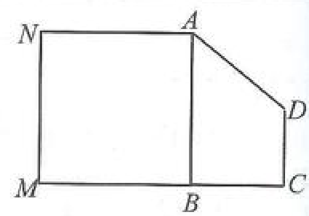
3. În raport cu un sistem de axe ortogonale xOy se consideră punctul $A(2, 3)$. Dreapta OA este graficul funcție $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$.



(2p) **a)** Arată că $a = 1{,}5$ și $b = 0$.

(3p) **b)** Calculează sinusul unghiului format de graficul funcției f și axa Oy.

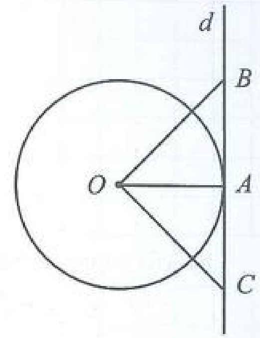
4. În figura alăturată, $ABCD$ este un trapez dreptunghic cu $AB \parallel CD$, $AB = 2CD = 8$ cm, $BC = 4$ cm și $AD = 4\sqrt{2}$ cm, iar $ABMN$ este un pătrat.



(2p) **a)** Arată că unghiul $\sphericalangle BAD$ are măsura $45°$.

(3p) **b)** Demonstrează că lungimea segmentului DN este mai mică de 13 cm.

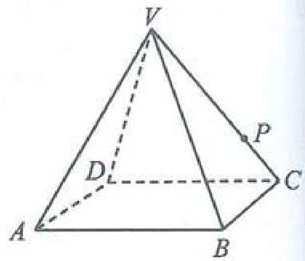
5. În figura alăturată, dreapta d este tangentă în A la cercul de centru O, iar B și C sunt două puncte situate pe dreapta d, astfel încât $AB = AC$, $\sphericalangle BOC = 90°$ și $BC = 10$ cm.



(2p) **a)** Arată că $OB = OC$.

(3p) **b)** Determină lungimea razei cercului.

6. În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră $VABCD$. Toate muchiile piramidei au lungimea de 6 cm. Punctul P se află pe muchia VC, astfel încât $VP = 2PC$.



(2p) **a)** Calculează aria laterală a piramidei.

(3p) **b)** Află tangenta unghiului format de dreptele AD și BP.

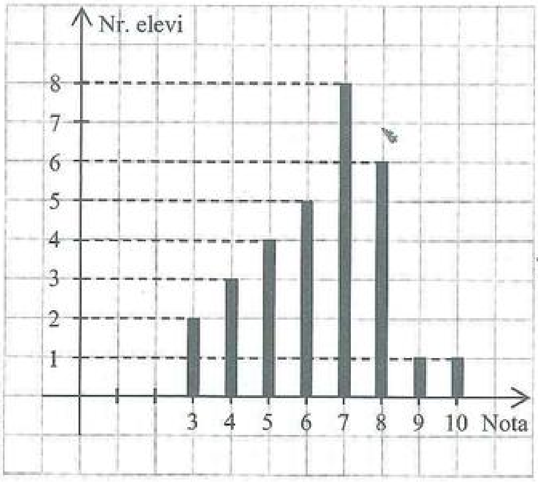
✦ TESTUL 10 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Restul împărţirii numărului 345 la 6 este:

a) 57; **b)** 0; **c)** 1; **d)** 3.

(5p) **2.** În diagrama de mai jos sunt reprezentate rezultatele obţinute de elevii clasei a VIII-a A la teza de matematică.



Dominanta seriei statistice descrisă de diagramă este:

a) 5; **b)** 6; **c)** 7; **d)** 8.

(5p) **3.** A zecea zecimală din scrierea numărului raţional $a = 0,1(23)$ este:

a) 0; **b)** 1; **c)** 2; **d)** 3.

(5p) **4.** Scrierea sub formă de interval a mulţimii $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 3| \leq 2\}$ este:

a) $[-2, 2]$; **b)** $[1, 5]$; **c)** $[-5, 1]$; **d)** $(-\infty, 5]$.

(5p) **5.** Se dau numerele $a = 3 + \sqrt{5}$ şi $b = 3 - \sqrt{5}$. Diferenţa dintre media aritmetică şi media geometrică a celor două numere este:

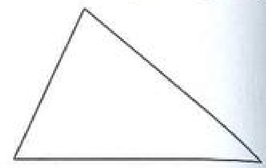
a) 3; **b)** 2; **c)** $3-\sqrt{5}$; **d)** 1.

(5p) **6.** Alexandra cumpără o pâine de 3,50 lei şi două kilograme de cartofi a 3 lei/kg. Alexandra plăteşte cu o bancnotă de 10 lei. Casiera spune că fata ar trebui să îi mai dea încă 50 de bani. Afirmaţia casierei este:

a) adevărată; b) falsă.

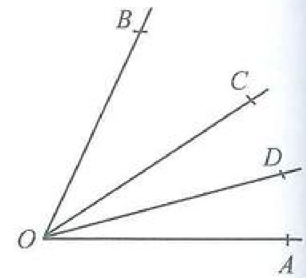
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Matei parcurge un traseu turistic, având forma triunghiului din figura alăturată, cu perimetrul de 1,8 km. Lungimea pasului lui Matei este de 0,6 m. Numărul de paşi pe care îi va face Matei este:



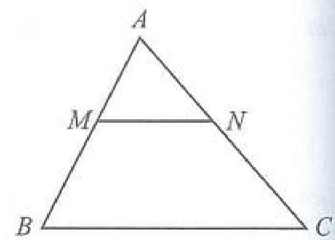
a) 300; **b)** 1080;
c) 3000; **d)** 2160.

(5p) **2.** În figura alăturată, semidreptele OC şi OD sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$, respectiv $\sphericalangle AOC$. Unghiul $\sphericalangle BOD$ are măsura de 45°. Măsura unghiului $\sphericalangle AOD$ este:



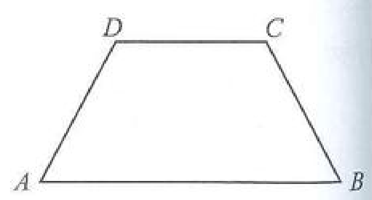
a) 30°; **b)** 15°;
c) 25°; **d)** 45°.

(5p) **3.** În figura alăturată, segmentul MN este în paralel cu latura BC a triunghiului ABC, iar $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$. Segmentul BC are lungimea de 15 cm. Lungimea segmentului MN este:



a) 6 cm; **b)** 10 cm;
c) 9 cm; **d)** 4 cm.

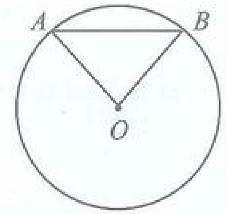
(5p) **4.** O faţă a unui acoperiş are forma trapezului isoscel $ABCD$ din figura alăturată, cu $AB \parallel CD$, $AB = 13$ m, $CD = 7$ m şi $BC = AD = 5$ m. Acoperim cu tablă această suprafaţă; se cumpără cu 10% mai multă tablă decât suprafaţa acoperită, deoarece există pierderi la îmbinări şi tăieturi. Suprafaţa de tablă cumpărată este:



a) 45 m²; **b)** 50 m²;
c) 40 m²; **d)** 44 m².

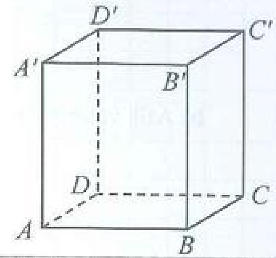
(5p) 5. În figura alăturată, AB este o coardă a cercului de centru O și rază 6 cm. Lungimea coardei AB este $6\sqrt{2}$ cm. Măsura unghiului $\sphericalangle OAB$ este:

a) 30°; b) 45°;
c) 60°; d) 75°.



(5p) 6. O furnică pleacă din vârful A al prismei patrulatere regulate $ABCDA'B'C'D'$ din figura alăturată și ajunge în vârful C', mergând pe fețele laterale ale prismei pe drumul cel mai scurt posibil. Dacă $AB = 5$ cm și $AA' = 10$ cm, lungimea drumului furnicii este:

a) $5\sqrt{5}$ cm; b) $10\sqrt{2}$ cm;
c) $5\sqrt{10}$ cm; d) $5(1+\sqrt{5})$ cm.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieți rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Numărul elevilor dintr-o clasă este cuprins între 15 și 40. Dacă elevii clasei s-ar alinia câte patru sau câte șapte, de fiecare dată ar rămâne un rând cu doar doi elevi.

(2p) a) Este posibil ca numărul elevilor clasei să fie 26? Justifică răspunsul.

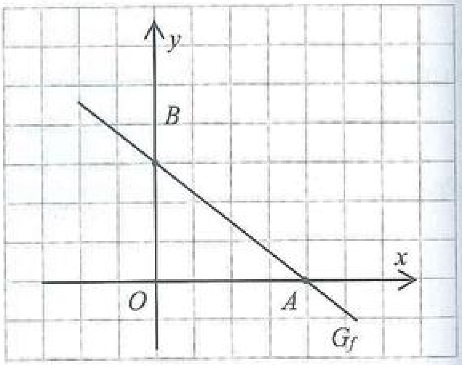
(3p) b) Determină numărul elevilor clasei.

2. Considerăm expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{x^2 + x}\right) \cdot \frac{x^3 - x}{x+2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0, 1\}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = \frac{2}{x+2}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0, 1\}$.

(3p) **b)** Află valorile întregi ale numărului n pentru care $E(n)$ este număr întreg.

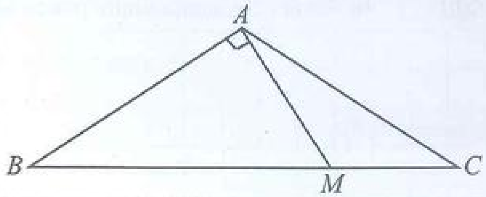
3. Graficul funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, reprezentat în figura alăturată, taie axele Ox și Oy ale sistemului de axe xOy în punctele $A(4, 0)$, respectiv $B(0, 3)$.



(2p) **a)** Arată că $a = -\frac{3}{4}$ și $b = 3$.

(3p) **b)** Calculează perimetrul triunghiul AOB.

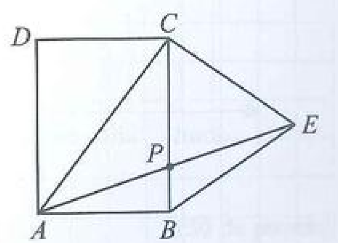
4. Triunghiul ABC din figura alăturată este isoscel, cu $\sphericalangle BAC =$ $= 120°$. Perpendiculara în A pe AB intersectează latura BC în punctul M.



(2p) a) Arată că triunghiul AMC este isoscel.

(3p) b) Determină valoarea raportului $\frac{MC}{BC}$.

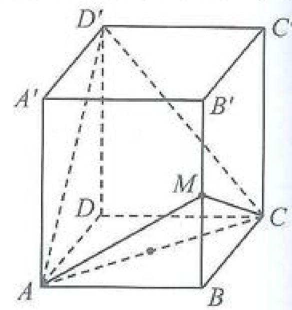
5. În figura alăturată este reprezentată o terasă $ABECD$, unde $ABCD$ este un dreptunghi, iar BCE este un triunghi echilateral. Segmentele AC, AE şi BC reprezintă nişte pereţi despărţitori, iar $\{P\} = AE \cap BC$. Se ştie că $AB =$ $= 8$ m, iar pereţii AC şi CE sunt perpendiculari.



(2p) a) Calculează suprafaţa terasei.

(3p) **b)** Arată că distanţa dintre punctele B şi P este mai mică de 2,8 m.

6. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un cub cu latura de 4 cm, iar M este mijlocul muchiei BB'.



(2p) **a)** Află volumul cubului.

(3p) **b)** Demonstrează că planele $(D'AC)$ şi (MAC) sunt perpendiculare.

✦ TESTUL 11 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mare divizor comun al numerelor 24 şi 36 este:
a) 6; **b)** 8; **c)** 12; **d)** 36.

(5p) **2.** Mihai a depus 2500 de lei la o bancă pentru care a primit, după 1 an, o dobândă de 125 lei. Dobânda anuală oferită de bancă, exprimată în procente, este de:
a) 2%; **b)** 3%; **c)** 4%; **d)** 5%.

(5p) **3.** Valea Morţii din California este situată la –86 m în raport cu nivelul mării, iar Vârful Toaca al Muntelui Ceahlău este situat la +1904 m faţă de nivelul mării. Diferenţa de nivel dintre Vârful Toaca şi Valea Morţii este:
a) 2000 m; **b)** 1990 m; **c)** 1904 m; **d)** 1818 m.

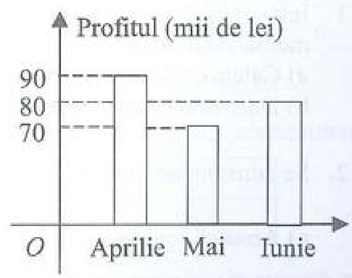
(5p) **4.** Patru colegi sunt parteneri la un proiect. În tabelul de mai jos se poate vedea a câta parte din lucrare a făcut fiecare după trei zile.

Corina	Delia	Dan	Emil
$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{9}$

Cei doi colegi care au lucrat cel mai mult sunt:
a) Corina şi Delia; **b)** Delia şi Dan; **c)** Dan şi Emil; **d)** Corina şi Dan.

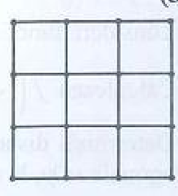
(5p) **5.** Rezultatul calculului $\left(\sqrt{8}+\sqrt{72}\right):\left(\sqrt{50}-\sqrt{2}\right)$ este:
a) 2; **b)** 3; **c)** $\sqrt{2}$; **d)** $3\sqrt{2}$.

(5p) **6.** În graficul alăturat sunt reprezentate profiturile lunare ale unei firme în cel de-al doilea trimestru al anului 2021. Propoziţia „Profitul total realizat de firmă în trimestrul al II-lea din 2021 este de 240 000 lei" este:
a) adevărată; **b)** falsă.

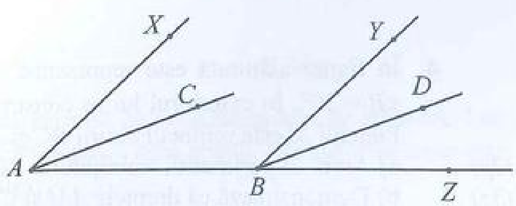


SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Numărul pătratelor desenate în figura alăturată este:
a) 9; **b)** 13;
c) 14; **d)** 16.

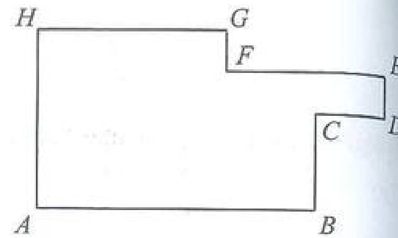


(5p) **2.** În figura alăturată dreptele AX şi BY sunt paralele, punctele A, B, Z sunt coliniare, iar semidreptele AC şi AD sunt bisectoarele unghiurilor XAZ, respectiv YBZ. Dacă măsura unghiului XAZ este 46°, atunci măsura unghiului DBZ este:
a) 23°; **b)** 30°;
c) 46°; **d)** 60°.



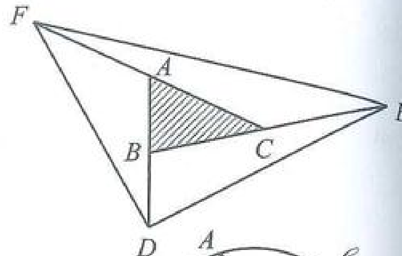
(5p) **3.** Un teren are forma din figura alăturată, cu toate unghiurile din colţuri drepte şi $AH = 100$m, $EF = 80$ m şi $GH = 90$ m. Lungimea gardului care împrejmuieşte terenul este:

a) 270 m; **b)** 340 m;
c) 400 m; **d)** 540 m.



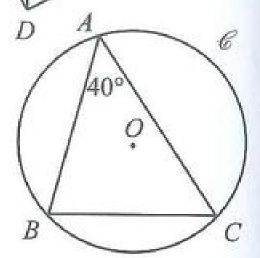
(5p) **4.** În figura alăturată este desenat un fragment de mozaic format din triunghiurile ABC şi DEF, cu proprietatea că punctele A, B şi C sunt mijloacele segmentelor CF, AD, respectiv BE. Raportul dintre aria triunghiului DEF şi aria triunghiului ABC este:

a) 4; **b)** 5;
c) 6; **d)** 7.



(5p) **5.** În figura alăturată, triunghiul ABC, cu $\sphericalangle A = 40°$ este înscris în cercul $\mathscr{C}$ cu centrul în O. Măsura unghiului BOC este:

a) 40°; **b)** 80°;
c) 90°; **d)** 100°.



(5p) **6.** Un bazin în formă de paralelipiped dreptunghic are lungimea de 10 m, lăţimea de 4 m şi înălţimea de 1,5 m. Pentru a umple bazinul este nevoie de:

a) 50 mii ℓ apă; **b)** 60 mii ℓ apă; **c)** 70 mii ℓ apă; **d)** 80 mii ℓ apă.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Într-o şcoală sunt 6 profesori de matematică, având media vârstelor 40 de ani şi 4 profesori de română cu media vârstelor de 25 ani.

(2p) **a)** Calculează suma vârstelor profesorilor de matematică.

(3p) **b)** Determină media vârstelor tuturor profesorilor de matematică şi de română din şcoală.

2. Se consideră expresia $E(x) = \dfrac{x}{x^3 + x^2} : \dfrac{(x+2)(2x-1) - x(x+3) + 1}{(2x+2)(3x-3)}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

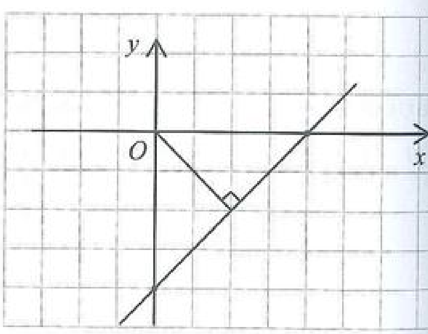
(2p) **a)** Arată că $(x+2)(2x-1) - x(x+3) + 1 = x^2 - 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(x) = \dfrac{6}{x(x+1)}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

3. Se consideră funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 4$.

(2p) **a)** Calculează $f\left(\left(\sqrt{2}+1\right)^2\right) - f\left(\left(\sqrt{2}-1\right)^2\right)$.

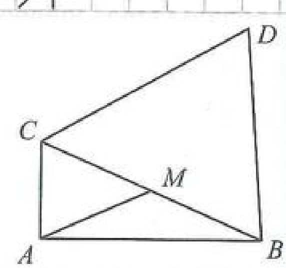
(3p) **b)** Determină distanţa de la O, originea sistemului de axe ortogonale xOy, la reprezentarea grafică a funcţiei f.



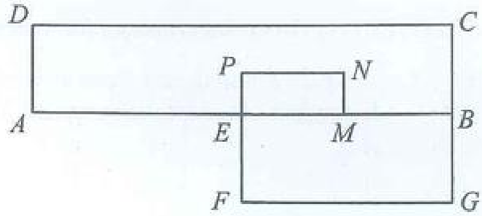
4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, cu $\sphericalangle A = 90°$ şi $\sphericalangle B = 30°$. În exteriorul lui se construieşte triunghiul echilateral BCD. Punctul M este mijlocul laturii BC şi $AM = 3$ cm.

(2p) **a)** Arată că perimetrul triunghiului BCD este egal cu 18 cm.

(3p) **b)** Demonstrează că dreptele AM şi CD sunt paralele.



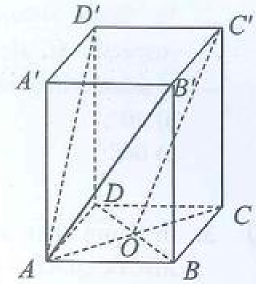
(5p) 5. În figura alăturată este schița unei grădini în care există un bazin $EMNP$. Se știe că $ABCD$, $EFGB$, $EMNP$ sunt dreptunghiuri și $AB = 40$ m, $BE = 20$ m, $BC = BG = EM = 10$ m, $PE = 5$ m.



(2p) a) Arată că suprafața bazinului reprezintă mai puțin de 9% din suprafața grădinii.

(3p) b) Demonstrează că punctele D, E, G sunt coliniare.

6. Figura alăturată reprezintă o prismă patrulateră regulată $ABCDA'B'C'D'$ cu muchia bazei $AB = 6$ cm și muchia laterală $AA' = 6\sqrt{2}$ cm. Punctul O este centrul pătratului $ABCD$.



(2p) a) Arată că patrulaterul $ACC'A'$ este pătrat.

(3p) b) Demonstrează că dreapta $C'O$ este paralelă cu planul $AB'D'$.

✦ TESTUL 12 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 18 și 24 este:

a) 6; **b)** 24; **c)** 72; **d)** 144.

(5p) 2. În tabelul alăturat sunt prezentate rezultatele obținute de trei muncitori într-o săptămână. Dacă cei trei muncitori au primit împreună 3000 lei și această sumă se împarte între ei direct proporțional cu numărul de piese lucrate, atunci Traian primește:

	Număr piese pe zi	Nr. zile lucrate
Vasile	7	3
Mihai	3	3
Traian	5	6

a) 3000 lei; **b)** 1800 lei; **c)** 1500 lei; **d)** 1100 lei.

(5p) 3. În tabelul de mai jos este înregistrată evoluția temperaturii medii din Moldova, în cinci luni consecutive.

Luna	Noiembrie	Decembrie	Ianuarie	Februarie	Martie
Temperatura medie	0°C	−3°C	−9°C	−5°C	+8°C

Diferența dintre cea mai scăzută temperatură medie și cea mai ridicată temperatură medie (în această ordine) este:

a) −17°C; **b)** −8°C; **c)** 8°C; **d)** 17°C.

(5p) 4. Fracția ireductibilă, echivalentă cu $\frac{60}{84}$ este:

a) $\frac{15}{21}$; **b)** $\frac{30}{42}$; **c)** $\frac{5}{7}$; **d)** $\frac{2}{3}$.

(5p) 5. Media geometrică a numerelor $6\sqrt{3}$ și $\sqrt{12}$ este:

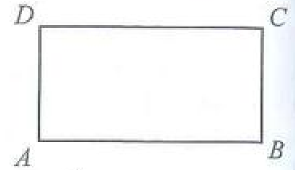
a) $3\sqrt{3}$; **b)** 6; **c)** $4\sqrt{3}$; **d)** 36.

(5p) 6. Un drum de la Iași la București are 400 km, iar viteza maximă permisă pe acest drum este de 90 km/h. Leon spune că poate parcurge acest drum în 4 ore și 30 de minute, fără a depăși viteza legală. Afirmația lui Leon este:

a) adevărată; **b)** falsă.

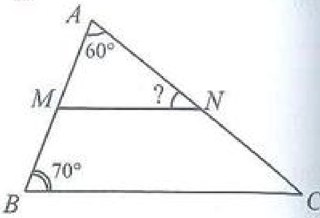
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată este desenat un dreptunghi $ABCD$. Numărul axelor de simetrie ale dreptunghiului $ABCD$ este:



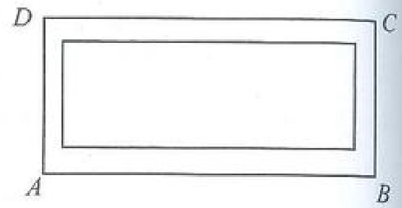
a) 0; **b)** 1;
c) 2; **d)** 4.

(5p) **2.** În figura alăturată punctele M şi N sunt mijloacele laturilor AB, respectiv AC ale triunghiului ABC. Dacă măsura unghiului A este $60°$ şi măsura unghiului B este $70°$, atunci măsura unghiului ANM este:



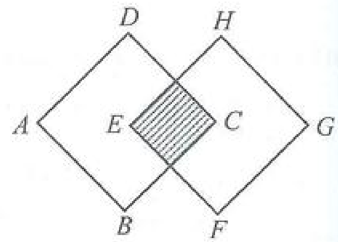
a) $40°$; **b)** $50°$;
c) $60°$; **d)** $70°$.

(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat schematic un tavan dreptunghiular $ABCD$, cu $AB = 10$ m şi $BC = 6$ m. Pe tavan s-a trasat, cu vopsea roşie, o dungă pe conturul unui dreptunghi cu laturile situate la 20 cm de marginile tavanului. Dunga de vopsea are lungimea de:



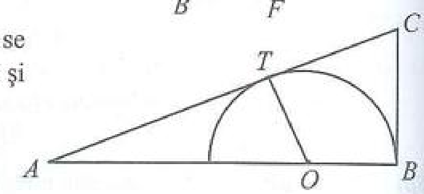
a) 30 m; **b)** 30,4 m;
c) 31,2 m; **d)** 32 m.

(5p) **4.** În figura alăturată este desenat modelul unei bluze format din două pătrate $ABCD$ şi $EFGH$, astfel încât $AB = EF = 30$ cm şi C este centrul lui $EFGH$, iar E este centrul lui $ABCD$. Aria suprafeţei haşurate este egală cu:



a) 60 cm^2; **b)** 225 cm^2;
c) 450 cm^2; **d)** 900 cm^2.

(5p) **5.** În figura alăturată, semicercul desenat are centrul în punctul O, care se află pe AB şi este tangent în T la AC şi în B la BC. Dacă $AB = 36$ cm şi $BC = 15$ cm, atunci lungimea razei semicercului, OT, este egală cu:



a) 3,5 cm; **b)** 7,8 cm;
c) 10 cm; **d)** 12 cm.

(5p) **6.** Cuşca câinelui lui Mihai are forma unui paralelipiped dreptunghic. Mihai vrea să vopsească toate muchiile cuştii care sunt paralele între ele cu aceeaşi culoare. Numărul maxim de culori de care are nevoie Mihai pentru a face acest lucru este:

a) 3; **b)** 4; **c)** 6; **d)** 12.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Notăm cu n un număr natural care, împărţit pe rând la 12 şi la 18, dă câturile nenule şi acelaşi rest, 7.

(2p) a) Este posibil ca n să fie 43? Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Află toate valorile lui n pentru care $100 < n < 200$.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(x - \frac{1}{1-x}\right) : \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 2x + 1}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

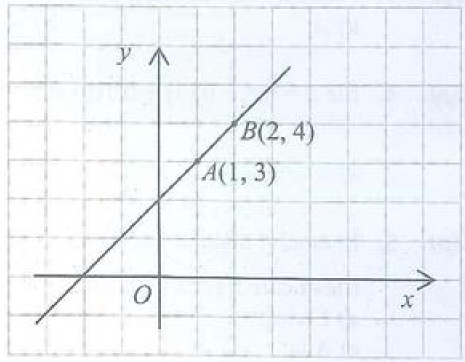
(2p) a) Arată că $E(x) = x - 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

(3p) b) Rezolvă ecuaţia $|2E(x) - 1| = 1$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

3. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = mx + n$, unde şi n sunt numere reale.

(2p) a) Dacă punctele $A(1, 3)$ şi $B(2, 4)$ aparţin graficului funcţiei f, determină m şi n.

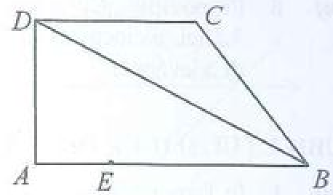
(3p) b) Pentru $m = 1$ şi $n = 2$ determină unghiul format de reprezentarea grafică a funcţiei f cu axa Ox, a sistemului de axe ortogonale xOy.



4. Trapezul dreptunghic $ABCD$ din figura alăturată are măsura unghiului A de 90° şi bazele $AB = 8$ cm, $CD = 5$ cm. Diagonala BD este bisectoarea unghiului ABC.

(2p) a) Arată că $AD = 4$ cm.

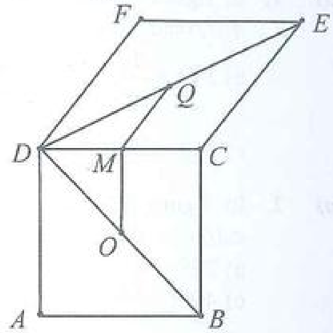
(3p) b) Dacă punctul E aparţine laturii AB, astfel încât $AE = 3$ cm, demonstrează că dreptele BD şi CE sunt perpendiculare.



5. În figura alăturată $ABCD$ este pătrat, iar $DCEF$ este romb cu măsura unghiului CDF egală cu 45°.

(2p) a) Arată că punctele A, C şi E sunt coliniare.

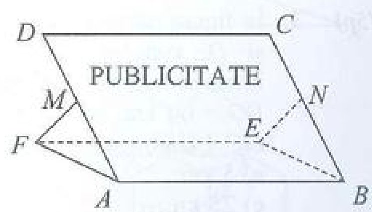
(3p) b) Dacă O, M, Q sunt mijloacele segmentelor DB, DC, respectiv DE, demonstrează că $OM = QM$.



6. În figura alăturată este reprezentat un panou publicitar format din două dreptunghiuri $ABCD$ şi $ABEF$, situate în plane diferite şi fixate cu tijele FM şi EN, unde M şi N sunt mijloacele segmentelor AD, respectiv BC. Se ştie că $AB = 1{,}2$ m, $AD = 2$ m, $FD = \sqrt{3}$ m, $FM = 1$ m.

(2p) a) Arată că punctele D, C, E şi F sunt coplanare.

(3p) b) Calculează aria suportului $ABEF$.

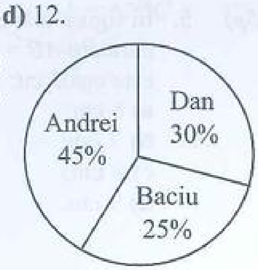


✦ TESTUL 13 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Numărul numerelor de două cifre care sunt multiplii lui 9 este:
a) 9; **b)** 10; **c)** 11; **d)** 12.

(5p) 2. Andrei, Baciu şi Dan au participat la un concurs cu public. În diagrama alăturată se poate vedea cum au fost distribuite voturile publicului. Dacă Dan a primit 36 de voturi, atunci numărul persoanelor care au votat este:
a) 84; **b)** 100;
c) 106; **d)** 120.



(5p) **3.** Cel mai mare dintre numerele $A = 2^{16} : (-2)^{11}$, $B = (-4) \cdot (-3)$, $C = 2^{10} : (-2)^6$, $D = (3 - 8) \cdot (-3)$ este:

a) A; **b)** B; **c)** C; **d)** D.

(5p) **4.** Fie $a = 0{,}5 + 0{,}(3) + 0{,}1(6)$ și $b = \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) \cdot 12$. Dintre următoarele relații, cea adevărată este:

a) $a > 1$; **b)** $b \geq \frac{3}{2}$; **c)** $a = b$; **d)** $a + b < 2$.

(5p) **5.** În tabelul alăturat sunt trecute numerele scrise pe tablă de patru eleve.

Eleva care a scris pe tablă un număr irațional este:

a) Elvira; **b)** Daria;
c) Ana; **d)** Iulia.

Elvira	$\sqrt{3^2+4^2}$
Daria	$-\sqrt{3 \cdot 12}$
Ana	$-\sqrt{4+4}$
Iulia	$\sqrt{1\frac{7}{9}}$

(5p) **6.** Propoziția: „Cu o bancnotă de 50 lei, Costin a cumpărat 3 înghețate de 4,5 lei, o ciocolată de 10 lei și 3 prăjituri de 9 lei.” este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

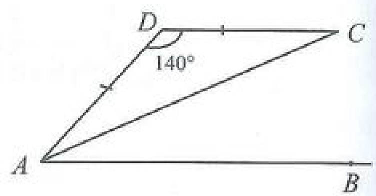
(5p) **1.** În figura alăturată, punctul B se află pe segmentul AC, iar M, N, P, Q sunt mijloacele segmentelor AB, BC, AM, respectiv CN. Relația adevărată este:

a) $PQ = \frac{AC}{2}$; **b)** $PQ = \frac{3}{4}AC$;

c) $PQ = 2MN$; **d)** $PQ = \frac{4}{3}MN$.

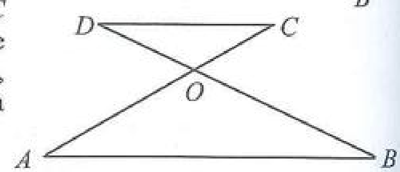
(5p) **2.** În figura alăturată dreptele AB și DC sunt paralele, $AD = DC$ și $\sphericalangle ADC = 140°$. Măsura unghiului BAC este:

a) 20°; **b)** 30°;
c) 40°; **d)** 60°.



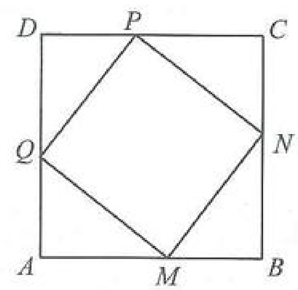
(5p) **3.** În figura alăturată sunt reprezentate schematic patru localități A, B, C și D, conectate prin două drumuri drepte AC și BD care se intersectează în O. Dreptele AB și CD sunt paralele și $AO = 50$ km, $BO = 60$ km, iar distanța DO este cu 5 km mai mare decât distanța OC. Lungimea drumului OC este:

a) 5 km; **b)** 10 km;
c) 25 km; **d)** 50 km.



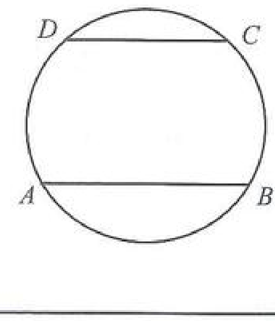
(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat un tort $ABCD$, în formă de pătrat cu latura $AB = 35$ cm. Ioana taie cele patru colțuri AMQ, BNM, CPN și DQP, unde $AM = BN = CP = DQ = 20$ cm. Aria suprafeței rămase este:

a) 225 cm^2; **b)** 400 cm^2;
c) 600 cm^2; **d)** 625 cm^2.



(5p) **5.** În figura alăturată este desenat un cerc cu raza de 5 cm și două coarde paralele $AB = 8$ cm și $CD = 6$ cm. Distanța dintre coardele AB și CD este egală cu:

a) 6 cm;
b) 7 cm;
c) 8 cm;
d) 9 cm.



(5p) 6. Pe cele 6 fețe ale unui cub cu latura de 5 cm se lipește câte un cub cu latura de 5 cm. Aria totală a poliedrului astfel obținut este egală cu:

a) 400 cm^2; **b)** 600 cm^2; **c)** 750 cm^2; **d)** 900 cm^2.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* (30 de puncte)

1. În cabinetul de matematică sunt tetraedre și cuburi din plastic care au, în total, 44 de vârfuri și 38 de fețe.

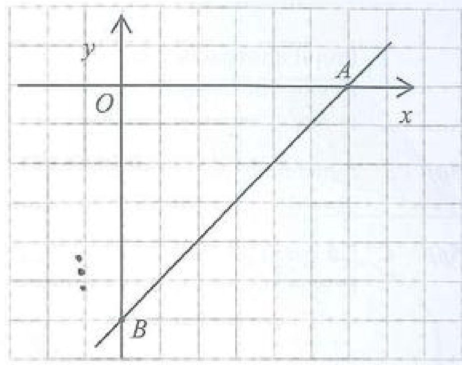
(2p) **a)** Este posibil ca în cabinetul de matematică să fie 6 tetraedre și 3 cuburi? Justificați răspunsul dat.

(3p) **b)** Află câte tetraedre și câte cuburi sunt în cabinetul de matematică.

2. Se consideră expresia $E(x)=\left(\dfrac{x^2-4}{x^2-9}-1\right):\left(\dfrac{1}{x-3}+\dfrac{1}{x+3}-\dfrac{1}{x^2-9}\right)$, unde $x \in \mathbb{R}\setminus\left\{-3, \dfrac{1}{2}, 3\right\}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x)=\dfrac{5}{2x-1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}\setminus\left\{-3, \dfrac{1}{2}, 3\right\}$.

(3p) **b)** Determină toate numerele întregi a, pentru care $E(a)$ este, de asemenea, număr întreg.



3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x-6$.

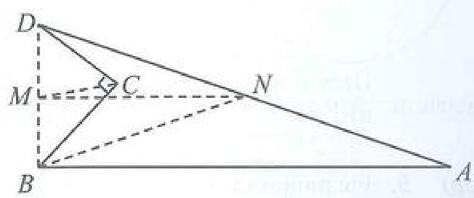
(2p) **a)** Calculează $f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)\cdot ...\cdot f(9)\cdot f(10)$.

(3p) **b)** Determină coordonatele punctelor de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy.

4. În figura alăturată avem: $\sphericalangle BCD = 90°$, $AB = 12$ cm, $BC = 4$ cm, $CD = 3$ cm și $AD = 13$ cm.

(2p) **a)** Arată că dreptele AB și BD sunt perpendiculare.

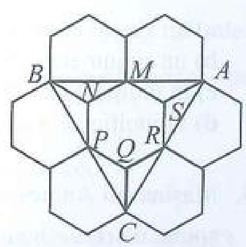
(3p) **b)** Dacă M și N sunt mijloacele segmentelor BD, respectiv AD, calculează suma $CM + MN + NB$.



5. Un fagure de miere este format din șapte hexagoane regulate cu latura de 2 cm, ca în figura alăturată.

(2p) **a)** Arată că vârfurile A, M și B sunt coliniare.

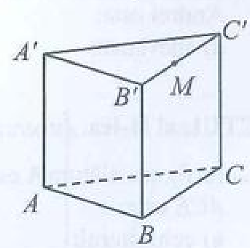
(3p) **b)** Calculează perimetrul triunghiului ABC.



6. În figura alăturată este reprezentată o prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ cu latura bazei $AB = 12$ cm și muchia laterală $AA' = 8$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului $B'C'$

(2p) **a)** Determină lungimea segmentului AM.

(3p) **b)** Calculează tangenta unghiului format de dreapta $A'B$ cu planul BCC'.



✦ TESTUL 14 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Suma numerelor prime mai mici decât douăzeci este:
a) 60; b) 64; c) 77; d) 92.

(5p) **2.** Un pachet de biscuiţi costă 12 lei. În tabelul de mai jos este prezentată o ofertă promoţională.

Nr. pachete cumpărate	**Oferta**
2	-50% la al doilea pachet
3	–25%

Preţul unui pachet de biscuiţi este:
a) mai mic în prima ofertă;
b) cu 3 lei mai mic în prima ofertă;
c) mai mic în a doua ofertă;
d) la fel în cele două oferte.

(5p) **3.** Suma numerelor întregi din intervalul $(-10, 7]$ este:
a) -27; b) -17; c) 0; d) 17.

(5p) **4.** Un bazin gol poate fi umplut cu apă, deschizând oricare dintre robinetele R_1, R_2, R_3, după cum se poate vedea în tabelul următor.

Robinetul	R_1	R_2	R_3
Timpul de umplere al bazinului	$4\ h$	$6\ h$	$12\ h$

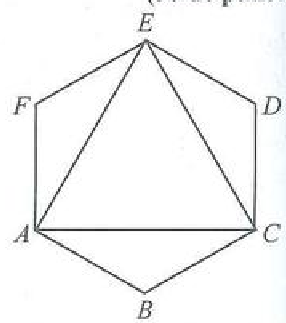
Dacă sunt deschise toate cele trei robinete, atunci bazinul gol se umple în:
a) $1\ h$; b) $2\ h$; c) $3\ h$; d) $6\ h$.

(5p) **5.** Fie mulţimea $A=\left\{-5;\ -\frac{2}{\sqrt{13}};\ -0,3;\ 1,(4);\ \sqrt{3};\ 3\right\}$. Care dintre următoarele afirmaţii nu este adevărată:
a) un singur element al mulţimii A este număr natural;
b) un singur element al mulţimii A este număr întreg;
c) în mulţimea A sunt patru numere raţionale;
d) în mulţimea A sunt două numere iraţionale.

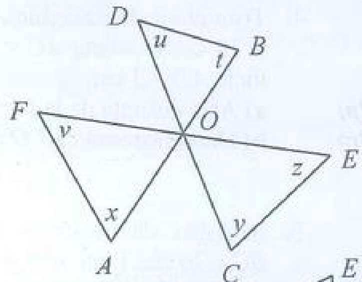
(5p) **6.** Maşina lui Andrei are un rezervor de 46 ℓ şi consumă 6 ℓ de benzină pentru a parcurge 100 de km. Andrei spune că poate parcurge 800 km, plecând cu rezervorul plin şi fără să alimenteze pe parcurs. Afirmaţia lui Andrei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

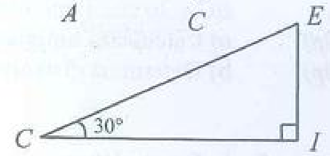
(5p) **1.** În figura alăturată este desenat un hexagon regulat $ABCDEF$. Triunghiul ACE este:
a) echilateral;
b) scalen;
c) dreptunghic;
d) isoscel.



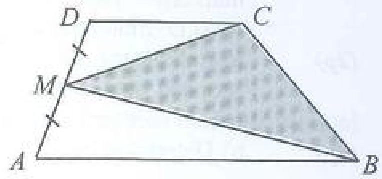
(5p) 2. În figura alăturată segmentele AB, CD şi EF sunt concurente în punctul O. Valoarea sumei $x + y + z + t + u + v$ este:
a) 180°;
b) 360°;
c) 540°;
d) 720°.



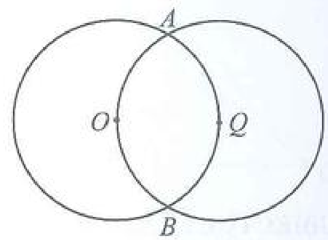
(5p) 3. În figura alăturată este reprezentat schematic un elicopter E, aflat la 300 m deasupra unei insule mici I, din vecinătatea coastei. Dintr-un punct C situat pe ţărm, la marginea apei, elicopterul se vede sub un unghi de 30°. Distanţa IC dintre insulă şi coastă este aproximativ:
a) 400 m; b) 458 m;
c) 519 m; d) 562 m.



(5p) 4. Figura alăturată este reprezentată o tabletă de ciocolată $ABCD$ cu aria de 60 cm^2 şi $AB \parallel CD$. Adana a mâncat din ciocolată bucata BMC, unde M este mijlocul laturii AD. Aria bucăţii mâncate de Adana este:
a) 20 cm^2; b) 30 cm^2;
c) 40 cm^2; d) nu se poate determina.



(5p) 5. În figura alăturată sunt desenate două cercuri, cu centrele în O şi Q, astfel încât fiecare cerc are centrul pe celălalt cerc. Cele două cercuri se intersectează în A şi B. Dacă $OQ = 6$ cm, atunci lungimea segmentului AB este:
a) 6 cm; b) $4\sqrt{3}$ cm;
c) $6\sqrt{3}$ cm; d) 12 cm.



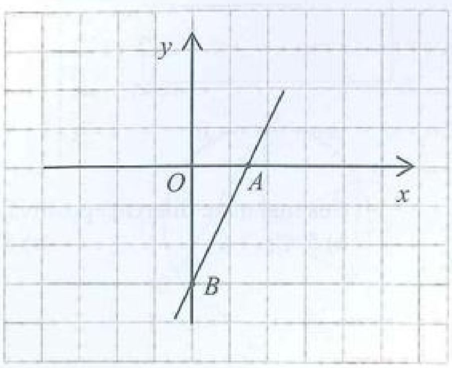
(5p) 6. Patru cutii metalice cilindrice, identice, sunt transportate într-o cutie de carton în formă de prismă patrulateră regulată cu latura bazei de 12 cm şi înălţimea de 25 cm. Volumul maxim al unei cutii metalice este:
a) 75π cm^3; b) 150π cm^3; c) 225π cm^3; d) 900π cm^3.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. La un test cu 20 de întrebări se acordă 2 puncte pentru un răspuns corect şi se scad 5 puncte pentru un răspuns greşit sau lipsă.
(2p) a) Află punctajul maxim posibil şi punctajul minim posibil.
(3p) b) Dacă Andrei a obţinut la test 19 puncte, determină la câte întrebări a răspuns el corect.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x^2+4}{2x} - 2\right) : \left(\frac{2x^2+4x}{x^2+4x+4} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2}\right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$.
(2p) a) Arată că $\frac{2x^2+4x}{x^2+4x+4} - 1 = \frac{x-2}{x+2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
(3p) b) Demonstrează că $\left[E(x) - 2\right]^{100} = 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$.

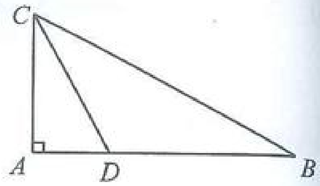
3. Se consideră funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$.
(2p) a) Determină coordonatele punctelor A şi B, intersecţiile reprezentării grafice a funcţiei f cu axa Ox, respectiv axa Oy ale unui sistem de axe ortogonale xOy.
(3p) b) Determină coordonatele punctelor de pe reprezentarea grafică a funcţiei f care se află la 3 unităţi de originea O a sistemului xOy.



4. Triunghiul dreptunghic ABC din figura alăturată are ipotenuza $BC = 10$ cm și cateta $AC = 6$ cm. Punctul D aparține dreptei AB, astfel încât $AD = 3$ cm.

(2p) a) Află distanța de la punctul D la dreapta BC.

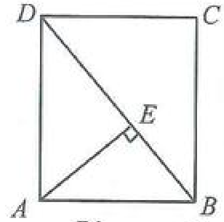
(3p) b) Demonstrează că CD este bisectoarea unghiului ACB.



5. În figura alăturată este desenat dreptunghiul $ABCD$, cu $AB = 15$ cm, $BC = 20$ cm. Punctul E este proiecția lui A pe BD.

(2p) a) Calculează lungimea segmentului BE.

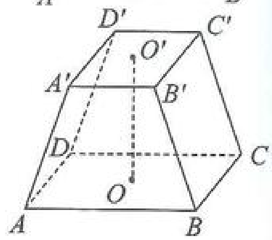
(3p) b) Determină distanța de la punctul E la dreapta CD.



6. În figura alăturată este reprezentat acoperișul unei case $ABCDA'B'C'D'$ în formă de trunchi de piramidă patrulateră regulată cu latura bazei mari $AB = 10$ m, latura bazei mici $A'B' = 2$ m și înălțimea $OO' = 3$ m (O și O' fiind centrele bazelor).

(2p) a) Calculează câți metri pătrați de tablă sunt necesari pentru acest acoperiș (acoperim cu tablă suprafața laterală și baza mică a trunchiului, iar pierderile le considerăm neglijabile).

(3p) b) Determină distanța de la punctul O la fața laterală $BCC'B'$.



✦ TESTUL 15 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

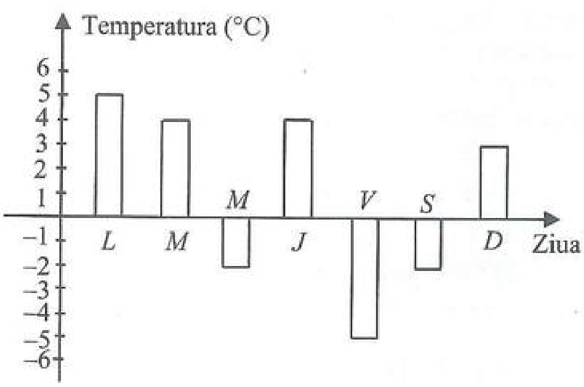
(5p) 1. Restul împărțirii lui 58 la 7 este:

a) 0; b) 2; c) 4; d) 6.

(5p) 2. O urnă are 6 bile roșii, 10 bile galbene și 4 bile albastre. Dacă extragem din urnă o bilă la întâmplare, probabilitatea ca aceasta să fie albastră este:

a) 10%; b) 20%; c) 30%; d) 40%.

(5p) 3. În diagrama de mai jos sunt prezentate temperaturile medii într-o săptămână din luna ianuarie.



Cea mai mare diferență pozitivă dintre temperaturile medii din două zile consecutive este:

a) 5°C; b) 8°C; c) 9°C; d) 10°C.

(5p) 4. Patru elevi au calculat media aritmetică a numerelor raționale $-\frac{3}{5}$, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ și $\frac{3}{4}$. Rezultatele obținute de ei sunt înscrise în tabelul de mai jos.

Alin	Cristian	Florin	Sorin
$-\frac{1}{240}$	$-\frac{1}{120}$	$-\frac{1}{60}$	$-\frac{1}{15}$

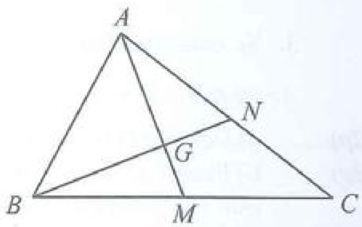
Elevul care a găsit răspunsul corect este:
a) Alin; b) Cristian; c) Florin; d) Sorin.

(5p) 5. Numărul întregilor cuprinși între $-2\sqrt{3}$ și $3\sqrt{2}$ este:
a) 3; b) 6; c) 7; d) 8.

(5p) 6. La Colegiul „Negruzzi” din Iași, mandatul unui director este de exact 3 ani. Laura afirmă: „Un elev care învață la „Negruzzi” din clasa a V-a până în clasa a XII-a poate avea cel mult 4 directori diferiți”. Afirmația Laurei este:
a) adevărată; b) falsă.

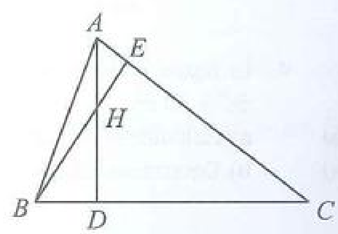
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. În figura alăturată, punctele M și N sunt mijloacele laturilor BC, respectiv AC ale triunghiului ABC, iar G este punctul de intersecție a dreptelor AM și BN. Valoarea raportului $\frac{AG}{GM}$ este:



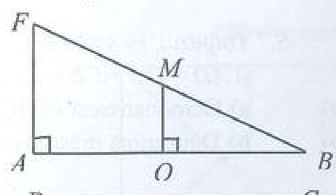
a) $\frac{1}{2}$; b) 2;
c) $\frac{3}{2}$; d) 3.

(5p) 2. În figura alăturată H este punctul de intersecție a înălțimilor AD și BE ale triunghiului ABC. Dacă măsura unghiului C este $70°$, atunci măsura unghiului AHB este:



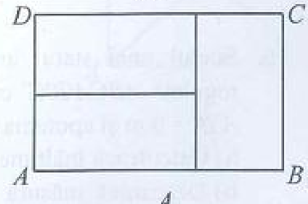
a) $35°$; b) $70°$;
c) $110°$; d) $140°$.

(5p) 3. În figura alăturată este reprezentat schematic un felinar F aflat la înălțimea $AF = 6$ m față de sol și un copil OM, $OM = 1{,}6$ m, aflat la distanța $AO = 11$ m de felinar. Dacă felinarul luminează, atunci umbra OB, lăsată de OM pe pământ, are lungimea de:



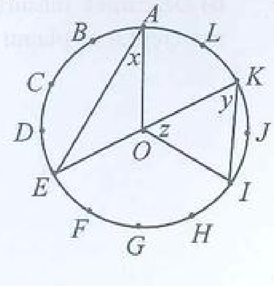
a) 1,6 m; b) 2 m;
c) 3 m; d) 4 m.

(5p) 4. În figura alăturată, trei piese de domino dreptunghiulare, cu lățimea de 5 cm, sunt asamblate pentru a forma un dreptunghi $ABCD$. Aria dreptunghiului $ABCD$ este:



a) $75\ cm^2$; b) $100\ cm^2$;
c) $125\ cm^2$; d) $150\ cm^2$.

(5p) 5. Circumferința cercului, cu centrul O, din figura alăturată este împărțită în 12 arce egale prin punctele $A, B, ..., L$. Valoarea sumei $x + y + z$ este:



a) $120°$; b) $150°$;
c) $180°$; d) $200°$.

(5p) **6.** La exterior, zidurile unui fort arată ca un paralelipiped dreptunghic, fără baze, cu dimensiunile: 12 m, 10 m, 3 m. Grosimea zidurilor este de 1 m. Fortul a fost construit utilizând blocuri cubice de piatră, având latura de 1 m. Numărul blocurilor folosite pentru construirea fortului a fost:

a) 120; **b)** 150; **c)** 300; **d)** 360.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Bursa lunară a unui elev este mai mică decât 450 lei cu jumătate din valoarea ei.

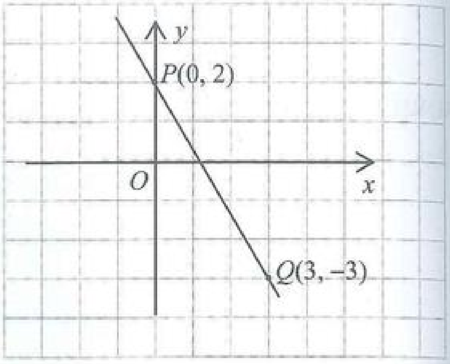
(2p) **a)** Este posibil ca această bursă să fie 320 lei? Justificați răspunsul.

(3p) **b)** Află valoarea bursei lunare.

2. Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{2}{x-2}+\frac{x}{x+2}\right):\frac{x^2+4}{x^2-x-2}$, unde $x\in\mathbb{R}\setminus\{-2,-1,2\}$.

(2p) **a)** Arată că $x^2-x-2=(x+1)(x-2)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(x)=\frac{x+1}{x+2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus$ $\setminus\{-2,-1,2\}$.

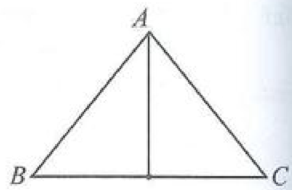


3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(m-3)x+2m$, unde $m\in\mathbb{R}$.

(2p) **a)** Determină m, știind că $A(1, 0)$ aparține graficului funcției f.

(3p) **b)** Pentru $m=1$, stabilește dacă dreapta din figura alăturată este sau nu reprezentarea grafică a funcției f.

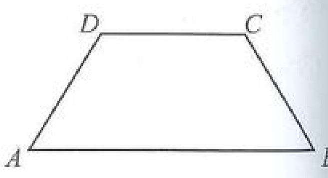
4. În figura alăturată este desenat un triunghi ABC cu $AB=AC=25$ cm și $BC=30$ cm.



(2p) **a)** Calculează distanța de la punctul A la latura BC.

(3p) **b)** Determină sinusul unghiului BAC.

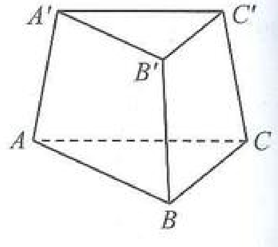
5. Trapezul isoscel $ABCD$ din figura alăturată are baza mare $AB=12$ cm și $AD=DC=CB=6$ cm.



(2p) **a)** Demonstrează că AC este bisectoarea unghiului BAD.

(3p) **b)** Determină măsura unghiului BAD.

6. Soclul unei statui are forma unui trunchi de piramidă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ cu latura bazei mari $AB=12$ m, latura bazei mici $A'B'=6$ m și apotema trunchiului de 2 m.



(2p) **a)** Calculează înălțimea soclului.

(3p) **b)** Determină măsura unghiului format de una dintre fețele laterale ale trunchiului cu planul orizontal.

✦ TESTUL 16 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mic număr natural par de patru cifre distincte este:
a) 1000; **b)** 1023; **c)** 1024; **d)** 1234.

(5p) **2.** În tabelul de mai jos este prezentată suprafaţa cultivată cu grâu în patru ferme şi producţia totală de grâu obţinută de fiecare fermă.

Ferma	A	B	C	D
Nr. hectare	10	12	9	5
Producţia totală	35 t	58 t	36 t	26 t

Cea mai mare producţie de grâu la hectar a obţinut-o ferma:
a) A; **b)** B; **c)** C; **d)** D.

(5p) **3.** Fie numerele întregi $a=(-2)^4:(-2)^3$, $b=3^5:(-3)^4$, $c=(-5)^3:5^2$. Numărul $a+b+c$ este egal cu:
a) -10; **b)** -4; **c)** 0; **d)** 6.

(5p) **4.** Dacă numărul natural n verifică relaţia $\frac{1}{6}<\frac{n}{12}<\frac{1}{2}$, atunci n aparţine mulţimii:
a) $\{2, 6\}$; **b)** $\{3, 4, 5\}$; **c)** $\{2, 3, 4, 5\}$; **d)** $\{2, 3, 4, 5, 6\}$.

(5p) **5.** Efectuând calculul $\sqrt{3}\left(\sqrt{27}-\sqrt{12}\right)$, patru colegi au obţinut rezultatele din tabelul alăturat. Dintre cei patru colegi, cel care a obţinut rezultatul corect este:
a) Robert; **b)** Sabin;
c) Cornel; **d)** Lucian.

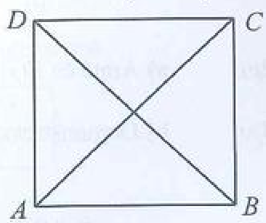
Robert	3
Sabin	$\sqrt{3}$
Cornel	$\sqrt{15}$
Lucian	1

(5p) **6.** Ana are 63 de lei. Bia are cu 2 lei mai mult decât Călina, iar Călina are $\frac{1}{3}$ din suma pe care o are Ana.

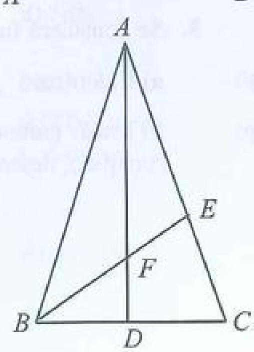
Propoziţia: „Bia are mai mult de 23 de lei." este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată este desenat un pătrat $ABCD$. Numărul axelor de simetrie ale pătratului $ABCD$ este:
a) 0;
b) 2;
c) 4;
d) 8.

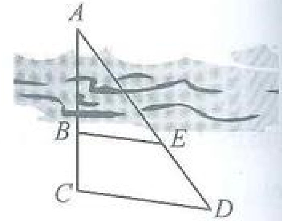


(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu baza BC şi măsura unghiului BAC de 20°. Înălţimea AD şi bisectoarea BE se intersectează în punctul F. Măsura unghiului AFB este egală cu:
a) 60°;
b) 100°;
c) 130°;
d) 150°.



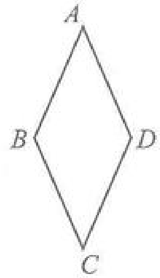
(5p) 3. Pentru a măsura lățimea AB a unui râu putem determina distanțele BC, CD și BE din figura alăturată, unde $B \in (AC)$, $E \in (AD)$ și $BE \parallel CD$. Dacă $BC = 45$ m, $CD = 90$ m și $BE = 60$ m, atunci AB (lățimea râului) este:

a) 45 m; b) 60 m;
c) 80 m; d) 90 m.



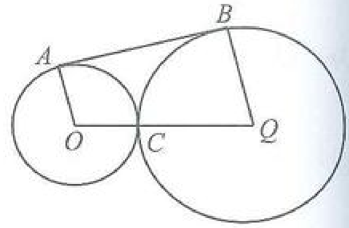
(5p) 4. În figura alăturată este desenat un pandantiv $ABCD$ în formă de romb cu diagonala $BD = 10$ mm și perimetrul de 52 mm. Aria pandantivului este:

a) 105 mm^2; b) 120 mm^2;
c) 144 mm^2; d) 160 mm^2.



(5p) 5. În figura alăturată sunt desenate două cercuri tangente în punctul C. Cercul cu centrul în O are raza de 1 cm, iar cercul cu centrul în Q are raza de 4 cm. Dreapta AB este tangentă în A primului cerc și în B celui de-al doilea cerc. Lungimea segmentului AB este:

a) 4 cm; b) 5 cm;
c) 6 cm; d) 7 cm.



(5p) 6. Un soclu este format astfel: pe o față a unui cub cu latura de 2 m, s-a lipit un alt cub cu latura de 1 m. Aria totală a soclului este:

a) 24 m^2; b) 25 m^2; c) 28 m^2; d) 30 m^2.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Într-un bloc sunt 18 apartamente cu două camere sau cu trei camere, în total 42 de camere.

(2p) a) Dacă ar fi numai apartamente cu două camere, calculează câte camere ar fi în bloc.

(3p) b) Află câte apartamente cu două camere sunt, de fapt, în bloc.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1+x^2}{1-x^2} - \frac{1-x^2}{1+x^2}\right) : \left(\frac{1+x}{x-x^2} - \frac{1-x}{x+x^2}\right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

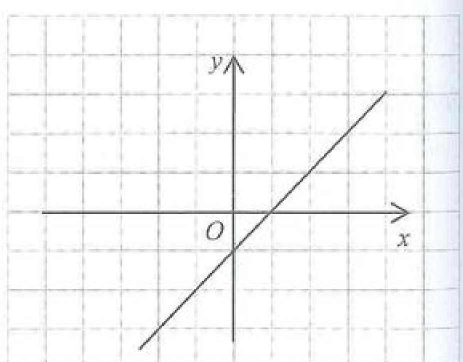
(2p) a) Arată că $E(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

(3p) b) Demonstrează că $0 \le E(x) < 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

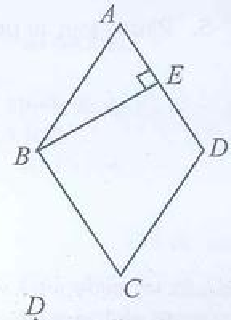
3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 1$.

(2p) a) Calculează $f\left(1+\sqrt{2}\right) - f\left(1-\sqrt{2}\right)$.

(3p) b) Dacă punctele $A(-2, a)$ și $B(3, b)$ aparțin graficului funcției f, determină lungimea segmentului AB.



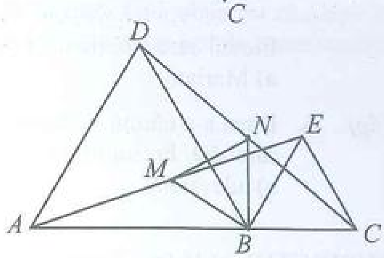
4. În figura alăturată este reprezentat un parc $ABCD$, în formă de romb, împrejmuit cu un gard, având lungimea de 680 m. Distanța, BE, dintre laturile AB și CD este de 80 m.



(2p) a) Află lungimea laturii AB.

(3p) b) Calculează tangenta unghiului BAD, știind că $\sphericalangle BAD < 90°$.

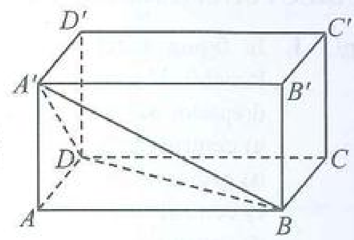
5. În figura alăturată triunghiurile ABD și BCE sunt echilaterale, $B \in (AC)$, $AB = 12$ cm și $BC = 6$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AE, respectiv CD.



(2p) a) Calculează lungimea segmentului AE.

(3p) b) Determină măsura unghiului MBN.

6. Paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ din figura alăturată, are $AB = 20$ cm, $AD = 15$ cm și $AA' = 5$ cm.



(2p) a) Calculează aria triunghiului $A'BD$.

(3p) b) Determină distanța de la punctul A la planul $A'BD$.

✦ TESTUL 17 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Suma valorilor lui x pentru care numărul $\overline{4x1}$ se divide cu 3 este:

a) 9; b) 12; c) 15; d) 18.

(5p) 2. În tabelul următor sunt prezentate rezultatele unei grupe de 10 elevi la un test de matematică.

Nota	5	6	7	8	9	10
Numărul de elevi	1	4	1	2	1	1

Procentul elevilor care au luat note mai mari decât media grupei este:

a) 20%; b) 30%; c) 40%; d) 50%.

(5p) 3. Numărul elementelor mulțimii $\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \le 10\}$ este:

a) 21; b) 20; c) 11; d) 10.

(5p) 4. Numărul $n \in \mathbb{N}^*$ verifică relația $\frac{12}{5} \le \frac{24}{n} \le 4$ dacă și numai dacă:

a) $n \in \{6, 7, 8, 9, 10\}$; b) $n \in \{7, 8, 9, 10\}$; c) $n \in \{7, 8, 9\}$; d) $n \in \{8\}$.

(5p) **5.** Patru elevi au primit de la profesorul lor câte un exercițiu, așa cum se poate vedea în tabelul de mai jos.

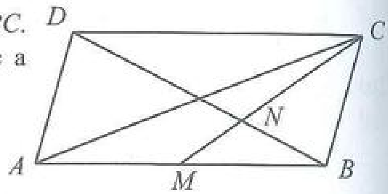
Marian	$2\sqrt{3}+1-(2+2\sqrt{3})$
Răzvan	$(\sqrt{2}+\sqrt{8})\cdot\sqrt{2}$
Marius	$\sqrt{2}\cdot(\sqrt{12}-\sqrt{3})$
Ștefan	$(\sqrt{12}+\sqrt{75}):\sqrt{3}$

Elevul care a obținut ca rezultat un număr irațional este:
a) Marian; **b)** Răzvan; **c)** Marius; **d)** Ștefan.

(5p) **6.** Dana s-a născut miercuri, 22.07.2020. Mama Danei crede că aceasta va împlini vârsta de 493 zile într-o zi de sâmbătă. Presupunerea mamei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

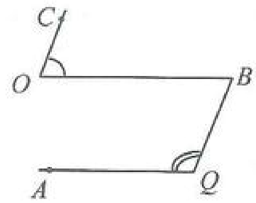
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată este desenat un paralelogram $ABCD$ cu $AB \neq BC$. Punctul M este mijlocul laturii AB, iar N este punctul de intersecție a dreptelor BD și CM. Pentru triunghiul ABC, punctul N este:



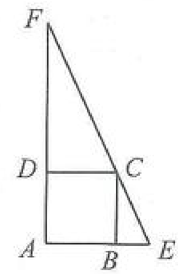
a) centrul cercului înscris;
b) ortocentrul;
c) centrul cercului circumscris;
d) centrul de greutate.

(5p) **2.** În figura alăturată, dreptele QA și OB sunt paralele, iar dreptele QB și OC sunt, de asemenea, paralele. Valoarea sumei $x + y$ este:



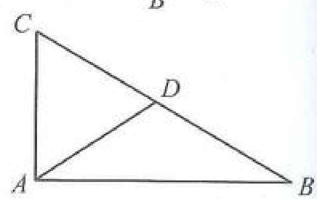
a) 90°;
b) 180°;
c) 120°;
d) nu se poate preciza.

(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentată schematic o scară EF, sprijinită de un perete AF, care atinge o ladă în formă de cub cu latura de 1 m. Dacă $AE =$ $= 1{,}5$ m, atunci înălțimea AF la care ajunge scara este egală cu:



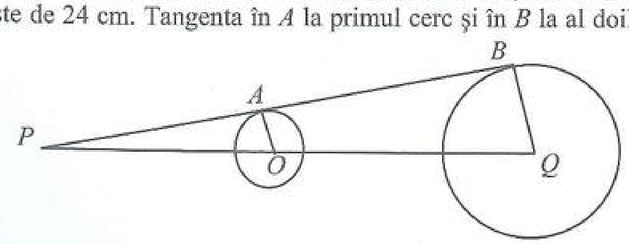
a) 1,5 m; **b)** 2 m;
c) 2,5 m; **d)** 3 m.

(5p) **4.** În figura alăturată terenul ABC, cu dimensiunile $AB = 400$m, $BC = 500$ m și $CA = 300$ m, a fost împărțit în două parcele de perimetre egale, ABD și ACD, unde D este un punct pe latura BC. Aria parcelei ABD este:



a) 12000 m^2; **b)** 24000 m^2;
c) 25000 m^2; **d)** 30000 m^2.

(5p) **5.** În figura de mai jos cercul cu centrul în O are raza de 3 cm, cercul cu centrul în Q are raza de 9 cm, iar distanța OQ este de 24 cm. Tangenta în A la primul cerc și în B la al doilea cerc intersectează linia centrelor în P.



Lungimea segmentului PQ este:

a) 36 cm; **b)** 42 cm; **c)** 48 cm; **d)** 60 cm.

(5p) **6.** Unul dintre monumentele egiptene are forma unei piramide patrulatere regulate cu apotema de 35 m şi înălţimea de 28 m. Numărul metrilor cubi de piatră folosită pentru construcţia piramidei a fost:

a) 980; **b)** 4116; **c)** 12348; **d)** 16464.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Ioana a cumpărat mai multe flori şi vrea să le pună în vazele pe care le are în casă. Ea a observat că, dacă le pune câte cinci într-o vază, rămân opt pe dinafară, iar dacă ar pune câte şapte, atunci ar umple toate vazele, cu excepţia uneia, care ar avea o singură floare.

(2p) **a)** Este posibil ca Ioana să aibă cinci vaze în casă? Justificaţi răspunsul dat.

(3p) **b)** Află câte vaze are Ioana.

2. Se consideră expresia $E(x)=\dfrac{\left(x^2+4x+3\right)\left(x^2+3x+2\right)}{x^2+5x+6}$, unde $x\in\mathbb{R}\setminus\{-3,-2\}$.

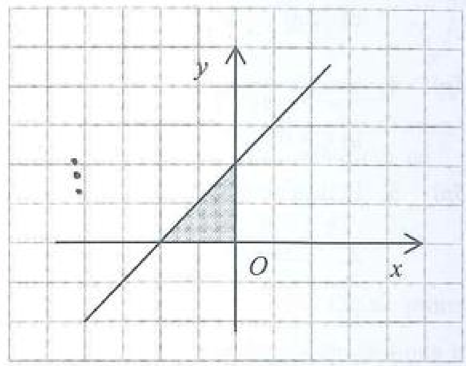
(2p) **a)** Arată că $x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(x)\geq 0$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{-3,-2\}$.

3. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=mx+n$, unde $m, n\in\mathbb{R}$.

(2p) **a)** Determină m şi n, ştiind că punctele $A(1, 3)$ şi $B(2, 4)$ aparţin graficului funcţiei.

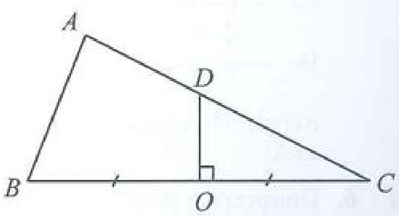
(3p) **b)** Pentru $m=1$ şi $n=2$, determină aria triunghiului format de reprezentarea grafică a funcţiei f cu axele Ox şi Oy ale sistemului ortogonal xOy.



4. În figura alăturată este desenat triunghiul ABC cu $AB=30$ cm, $BC=50$ cm şi $CA=40$ cm. Mediatoarea laturii BC intersectează pe BC în punctul O şi pe AC în punctul D.

(2p) **a)** Calculează perimetrul triunghiului ABO.

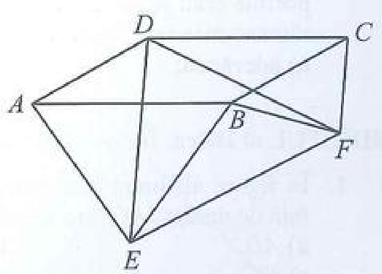
(3p) **b)** Determină lungimea segmentului DO.



5. În figura alăturată este desenat un paralelogram $ABCD$ cu $\sphericalangle BAD=30°$, $AB=8$ cm şi $BC=4$ cm şi triunghiurile echilaterale ABE şi BCF.

(2p) **a)** Calculează lungimea segmentului DE.

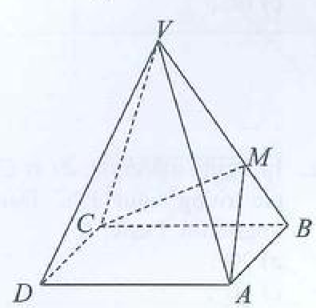
(3p) **b)** Demonstrează că triunghiul DEF este echilateral.



6. În figura alăturată este reprezentată schematic o stâncă în formă de piramidă patrulateră regulată $VABCD$, cu latura bazei $AB=30$ m şi muchia laterală $VA=25$ m. Un alpinist urcă din punctul A până în punctul $M\in(VB)$ şi apoi coboară în punctul C, unde punctul M este ales, astfel încât drumul parcurs $AM+MC$ să fie cel mai scurt posibil.

(2p) **a)** Calculează $AM+MC$.

(3p) **b)** Află măsura unghiului format de dreptele AC şi VB.



✦ TESTUL 18 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Suma dintre cel mai mare număr de două cifre divizibil cu 4 şi cel mai mic număr de trei cifre divizibil cu 3 este:
a) 198; **b)** 199; **c)** 200; **d)** 201.

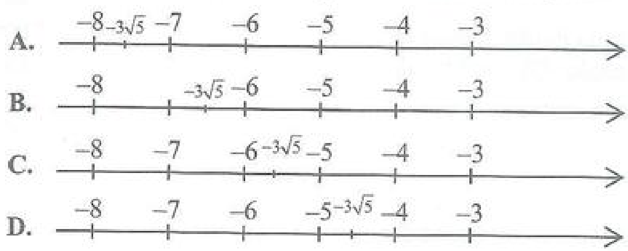
(5p) **2.** Dacă numerele a şi 6 sunt invers proporţionale cu 9, respectiv 21, atunci a este egal cu:
a) $\frac{3}{2}$; **b)** $\frac{18}{7}$; **c)** 14; **d)** 21.

(5p) **3.** O ţintă are mai multe sectoare marcate cu numere întregi. În tabelul alăturat sunt înregistrate rezultatele lui Petre după 10 încercări.
Punctajul total obţinut de Petre este:
a) –30 p; **b)** –12 p;
c) –2 p; **d)** 14 p.

Nr. lovituri	Valoare sector
3	–5 p
2	–3 p
4	+1 p
1	+5 p

(5p) **4.** Fracţia $\frac{7}{2n+1}$, $n \in \mathbb{N}$, este supraunitară dacă şi numai dacă:
a) $n = 0$; **b)** $n = 7$; **c)** $n \in \{0, 1, 2\}$; **d)** $n \in \{0, 1, 2, 3\}$.

(5p) **5.** În desenele de mai jos este reprezentat numărul iraţional $-3\sqrt{5}$ pe axa numerelor.

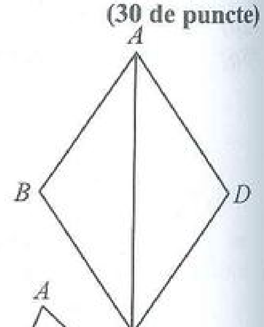


Reprezentarea corectă este:
a) A; **b)** B; **c)** C; **d)** D.

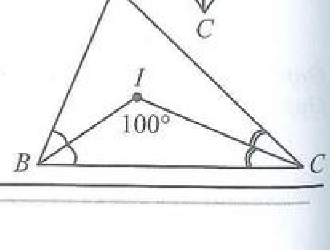
(5p) **6.** Doisprezece prieteni s-au dus la un restaurant şi au comandat cina. Când au primit comanda au constatat că porţiile erau aşa de mari, încât ar fi ajuns pentru 18 persoane. Atunci unul dintre ei a spus că, pentru a nu le rămâne mâncare în plus, ar fi fost suficient să comande pentru 8 persoane. Afirmaţia lui este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată este desenat un romb $ABCD$. Simetricul segmentului AB faţă de dreapta AC este segmentul:
a) AD; **b)** AB;
c) BC; **d)** CD.

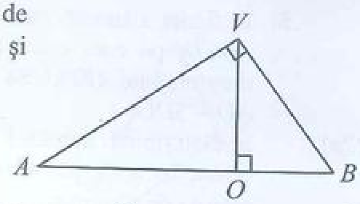


(5p) **2.** În figura alăturată, BI şi CI sunt bisectoarele unghiurilor ABC, respectiv ACB ale triunghiului ABC. Dacă măsura unghiului BIC este 100°, atunci măsura unghiului A este:
a) 20°; **b)** 50°;
c) 80°; **d)** 90°.



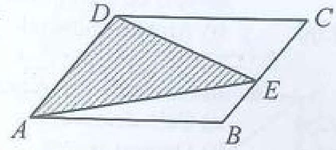
(5p) 3. În figura alăturată este reprezentat schematic un catarg OV ($OV \perp AB$), fixat de două funii VA şi VB, cu $AO = 16$ m, $BO = 9$ m, astfel încât $O \in (AB)$ şi $\sphericalangle AVB = 90°$. Înălţimea VO a catargului este:

a) 9 m; b) 12 m;
c) 16 m; d) 25 m.



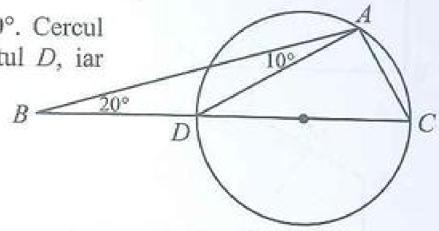
(5p) 4. În figura alăturată este reprezentată o grădină în formă de paralelogram $ABCD$ cu $AB = 10$ m, $AD = 8$ m şi $\sphericalangle A = 30°$. Punctul E aparţine laturii BC. În interiorul triunghiului ADE se plantează lalele: 100 de bulbi la 1 m². Numărul de bulbi de care avem nevoie este:

a) 1000; b) 1500;
c) 2000; d) 3000.



(5p) 5. În figura alăturată, triunghiul ABC are măsura unghiului B de 20°. Cercul care trece prin vârfurile A şi C intersectează latura BC în punctul D, iar măsura unghiului BAD este 10°. Măsura arcului mic AC este:

a) 10°; b) 20°;
c) 30°; d) 60°.



(5p) 6. Un obelisc din piatră este format dintr-o prismă triunghiulară regulată, cu latura bazei de 2 m şi înălţimea de 10 m, în vârful căreia se află o piramidă triunghiulară regulată, cu latura bazei tot de 2 m şi înălţimea de 3 m. Volumul de piatră folosită la construcţia obeliscului a fost:

a) $10\sqrt{3}$ m³; b) $11\sqrt{3}$ m³; c) $12\sqrt{3}$ m³; d) $15\sqrt{3}$ m³.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Pentru a confecţiona patru bluze şi trei rochii este nevoie de 17 m de material, iar pentru a confecţiona trei bluze şi două rochii, de acelaşi fel, se folosesc 12 m de material.

(2p) **a)** Află câţi metri de material se folosesc pentru a confecţiona zece bluze şi şapte rochii.

(3p) **b)** Determină câţi metri de material se folosesc pentru confecţionarea unei bluze.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{2x+1}\right) : \frac{1}{2x^2+5x+2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-2, -\frac{1}{2}\right\}$.

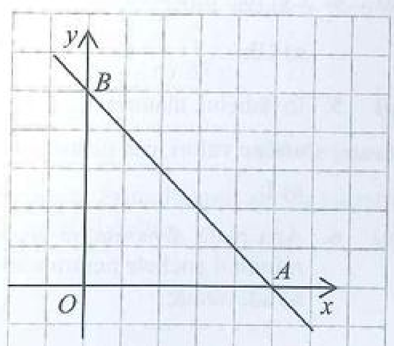
(2p) **a)** Arată că $E(x) = x - 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-2, -\frac{1}{2}\right\}$.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(-x) \cdot E(x) \le 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-2, -\frac{1}{2}\right\}$.

3. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 5 - x$.

(2p) **a)** Determină coordonatele (a, b) ale punctului P, de pe graficul funcţiei f, ştiind că acestea sunt invers proporţionale cu numerele 3 şi 2.

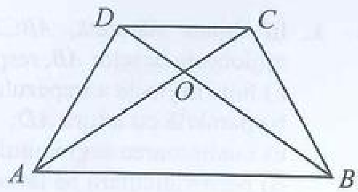
(3p) **b)** Ştiind că A şi B sunt punctele de intersecţie a reprezentării grafice a funcţiei f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, calculează lungimea medianei din O a triunghiului AOB.



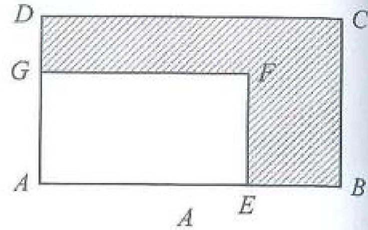
4. În figura alăturată este desenat un trapez isoscel $ABCD$, cu baza mare $AB = 21$ cm, baza mică $CD = 9$ cm şi $AD = BC = 10$ cm. Fie $\{O\} = AC \cap BD$.

(2p) **a)** Calculează lungimea diagonalei AC.

(3p) **b)** Determină lungimea segmentului AO.



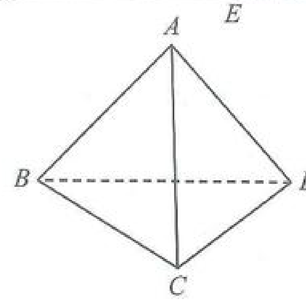
5. În figura alăturată este reprezentat un teren în formă de dreptunghi $ABCD$, pe care este construită o clădire, având amprenta la sol dreptunghiul $AEFG$. Se știe că $AB = 60$ m, $BC = 45$ m, $2BE = AE$ și $AD = 3DG$.



(2p) a) Determină numărul maxim de mașini care pot fi parcate pe teren, în zona hașurată, știind că pentru a parca o mașină este nevoie de o suprafață dreptunghiulară de 4 m × 5 m.

(3p) b) Arată că punctele A, F și C sunt coliniare.

6. Fie un tetraedru regulat $ABCD$ (vezi figura alăturată).



(2p) a) Calculează cosinusul unghiului determinat de planele ACD și BCD.

(3p) b) Demonstrează că dreptele AB și CD sunt perpendiculare.

✦ TESTUL 19 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Numărul perechilor ordonate (x, y) pentru care numărul $\overline{1xy}$ se divide cu 2 și cu 9 este:

a) 4; b) 5; c) 6; d) 7.

(5p) 2. În tabelul de mai jos sunt prezentate prețurile a patru produse, înainte și după o reducere.

Produsul	A	B	C	D
Prețul inițial	200 lei	1000 lei	80 lei	250 lei
Prețul redus	180 lei	950 lei	56 lei	200 lei

Cel mai mare procent cu care s-a redus prețul unuia dintre cele patru produse este:

a) 20%; b) 30%; c) 40%; d) 50%.

(5p) 3. Rezultatul calculului $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$ este:

a) -55; b) -10; c) -5; d) 0.

(5p) 4. Cel mai mic numitor comun al fracțiilor $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{12}$ și $\frac{1}{15}$ este:

a) 10; b) 30; c) 60; d) 120.

(5p) 5. În tabelul alăturat sunt înscrise patru valori ale numărului $\overline{ab}$. Dintre aceste valori, cea pentru care numărul $\sqrt{\overline{ab}+\overline{ba}}$ nu aparține lui $\mathbb{N}$ este:

$\overline{ab}$	I	II	III	IV
	16	38	56	92

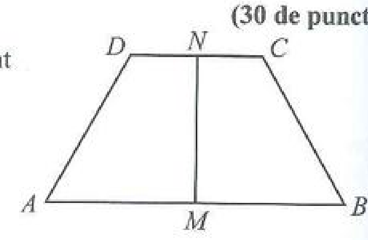
a) I; b) II; c) III; d) IV.

(5p) 6. Apa plată *Armonia* se vinde doar în pachete de 6, 12 sau 24 de sticle. Propoziția: „Trebuie să cumpărăm minim 6 pachete pentru a avea exact 90 de sticle de apă plată *Armonia*" este:

a) adevărată; b) falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

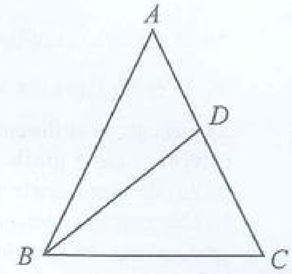
(5p) 1. În figura alăturată, $ABCD$ este un trapez isoscel, iar M și N sunt mijloacele bazelor AB, respectiv CD. Dreapta MN este:



a) linia mijlocie a trapezului $ABCD$;
b) paralelă cu latura AD;
c) mediatoarea segmentului AB;
d) perpendiculară pe latura BC.

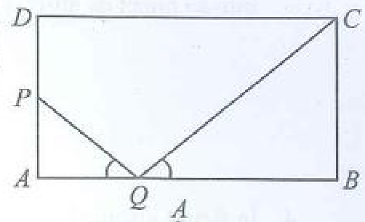
(5p) **2.** Triunghiul ABC din figura alăturată este isoscel cu baza BC şi are măsura unghiului A de $30°$. Punctul D aparţine laturii AC, astfel încât $BC = BD$. Măsura unghiului CBD este:

a) $20°$; **b)** $30°$;
c) $60°$; **d)** $75°$.



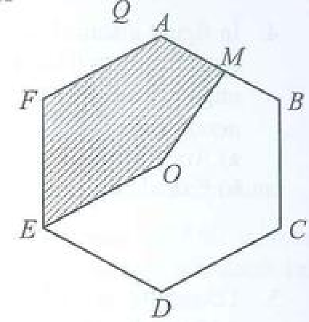
(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentată schiţa unei mese de biliard, având forma unui dreptunghi $ABCD$, cu $AB = 3$ m şi $AD = 2$ m. Din punctul P, mijlocul laturii AD, este trimisă o bilă care atinge manta AB în Q şi apoi ajunge în C. Se ştie că $\sphericalangle AQP = \sphericalangle BQC$. Lungimea segmentului AQ este:

a) 1 m; **b)** 1,5 m;
c) 2 m; **d)** 2,5 m.



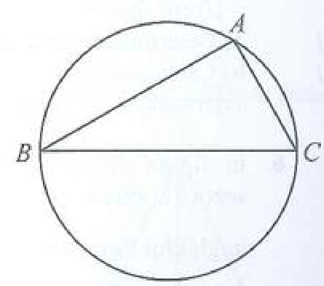
(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat un vitraliu în formă de hexagon regulat $ABCDEF$ cu centrul în O şi latura $AB = 2$ m. Punctul M este mijlocul laturii AB. Doar poligonul $OMAFE$ este colorat. Aria suprafeţei colorate este aproximativ:

a) 1 m^2; **b)** 2 m^2;
c) 3 m^2; **d)** 4 m^2.



(5p) **5.** În figura alăturată este desenat triunghiul ABC cu $AB = 10$ cm, $BC = 12{,}5$ cm, $CA = 7{,}5$ cm şi cercul său circumscris. Lungimea cercului este egală cu:

a) 10π cm; **b)** 12π cm;
c) $12{,}5\pi$ cm; **d)** 14π cm.



(5p) **6.** Un bijutier a cumpărat de la un furnizor 48 de pietre preţioase în formă de tetraedru regulat cu latura de 1 cm. Se ştie că densitatea materialului din care sunt făcute pietrele este de 3 g/cm^3. Masa totală a pietrelor cumpărate de bijutier este de aproximativ:

a) 15 g; **b)** 17 g; **c)** 21 g; **d)** 25 g.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. La un concurs de şah, primii trei concurenţi au obţinut împreună 35 de puncte. Primul clasat are cu un punct mai mult decât al doilea, iar al treilea are cu jumătate de punct mai puţin decât al doilea.

(2p) **a)** Este posibil ca primul clasat să aibă 12 puncte? Justifică răspunsul dat.

(3p) **b)** Determină câte puncte are fiecare dintre cei trei concurenţi.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\dfrac{x^3 - 2x^2}{2x^2} - \dfrac{x^2 - 4}{4x}\right) : \dfrac{x-2}{2} + \dfrac{1}{2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = 1 - \dfrac{1}{x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$.

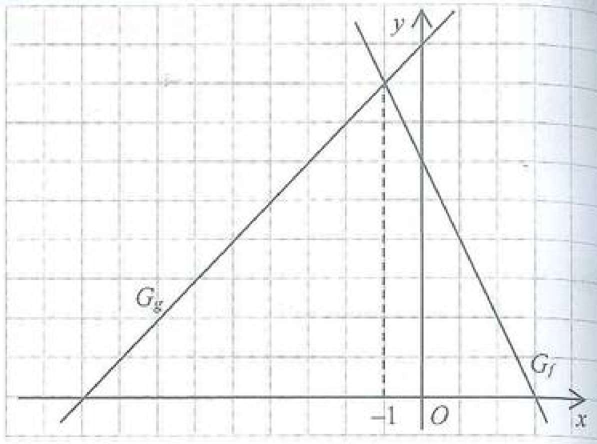
(3p) **b)** Calculează $E(3) \cdot E(4) \cdot E(5) \cdot E(6) \cdot E(7) \cdot E(8)$.

3. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 6 - 2x$ și

$g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, g(x) = x + m$.

(2p) a) Găsește coordonatele punctelor de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele sistemului de coordonate xOy.

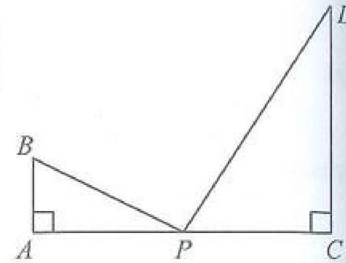
(3p) b) Determină constanta m, știind că reprezentările grafice ale celor două funcții se intersectează într-un punct de abscisă -1.



4. În figura alăturată sunt reprezentate schematic două turnuri AB și CD. Din punctul P, mijlocul segmentului AC, cele două turnuri se văd sub unghiurile $\sphericalangle APB = 30°$ și $\sphericalangle CPD = 60°$. Se știe că AB și CD sunt perpendiculare pe AC și $AB = 12$ m.

(2p) a) Arată că lungimea segmentului AP este mai mică de 21 m.

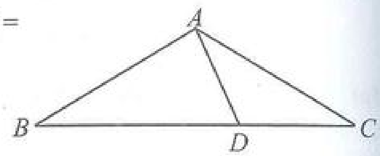
(3p) b) Calculează înălțimea turnului CD.



5. Triunghiul isoscel ABC din figura alăturată are $\sphericalangle BAC = 120°$ și $AB = 10$ cm. Punctul D aparține laturii BC, astfel încât $DA = DC$.

(2p) a) Determină măsura unghiului BAD.

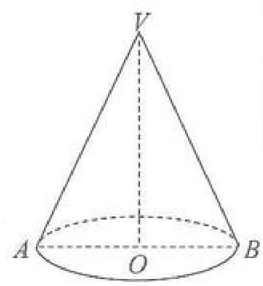
(3p) b) Calculează valoarea produsului $CD \cdot CB$ (considerând lungimile segmentelor exprimate în centimetri).



6. În figura alăturată este desenat un con circular drept cu perimetrul secțiunii axiale VAB egal cu 16 cm și înălțimea VO ($O \in AB$). Cosinusul unghiului format de generatoarea VA cu planul bazei conului este de $\frac{3}{5}$.

(2p) a) Arată că $OA = 3$ cm și $VO = 4$ cm.

(3p) b) Se secționează conul cu un plan paralel cu baza, astfel încât volumul trunchiului de con format să fie de 7 ori mai mare decât volumul conului mic. Află distanța de la vârful conului la planul de secțiune.



✦ TESTUL 20 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Scrierea numărului 144 ca produs de puteri de numere prime distincte este:
a) $2^4 \cdot 9$; **b)** $9 \cdot 16$; **c)** $2^4 \cdot 3^3$; **d)** $2^4 \cdot 3^2$.

(5p) **2.** La un concurs s-au acordat mai multe diplome conform tabelului următor:

Diploma	Premiul I	Premiul al II-lea	Premiul al III-lea	Mențiune
Număr elevi	3	6	9	18

Dacă numărul premiilor reprezintă p% din numărul total de diplome acordate, atunci p este egal cu:
a) 30; **b)** 40; **c)** 50; **d)** 60.

(5p) 3. Roma Antică a fost un oraş–stat a cărui istorie începe în anul 753 î.Hr. şi se sfârşeşte în anul 476 d. Hr. Existenţa Romei Antice s-a întins pe o perioadă de:
a) 277 ani; b) 476 ani; c) 753 ani; d) 1229 ani.

(5p) 4. Opusul numărului $a = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) : \left(-\frac{1}{24}\right)$ este:
a) -10; b) $-\frac{1}{2}$; c) $\frac{5}{6}$; d) 2.

(5p) 5. Patru eleve au primit ca temă să efectueze operaţiile indicate în tabelul de mai jos.

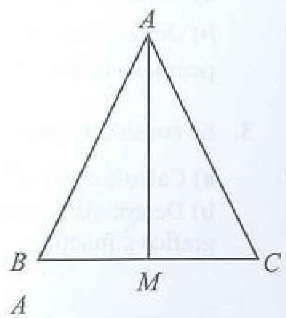
Ana	$x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$	$y = \sqrt{2} - \sqrt{3}$	$x - y$
Maria	$x = 3\sqrt{2}$	$y = -\sqrt{18}$	$x + y$
Ioana	$x = \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{8}}$	$y = \sqrt{2}$	$x \cdot y$
Sabina	$x = 2\sqrt{6}$	$y = 5\sqrt{3}$	$x : y$

Elevele care au obţinut ca rezultat un număr raţional sunt:
a) Maria şi Ioana; b) Ana şi Ioana; c) Maria şi Sabina; d) Ana şi Sabina.

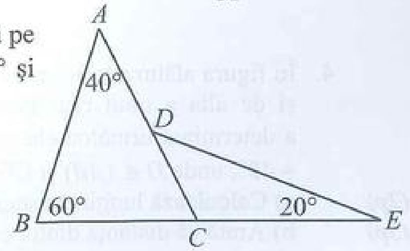
(5p) 6. Iustina şi Elena merg la acelaşi bazin de înot. Iustina poate înota 10 lungimi de bazin în 25 de minute, iar Elena poate înota 12 lungimi de bazin în 32 de minute. Afirmaţia că Elena înoată mai repede decât Iustina este:
a) adevărată; b) falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

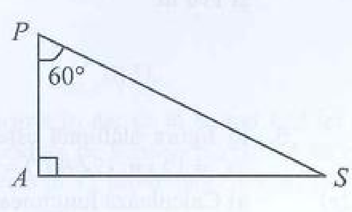
(5p) 1. În figura alăturată este desenat un triunghi isoscel ABC cu baza BC. Punctul M este mijlocul laturii BC. Dacă îndoim triunghiul de-a lungul dreptei AM, atunci punctul B se va suprapune peste punctul:
a) A; b) C;
c) M; d) alt punct.



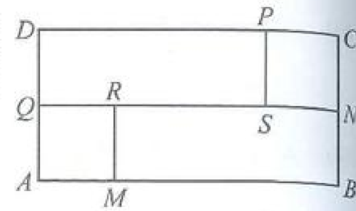
(5p) 2. În figura alăturată, punctul D se află pe latura AC, iar punctul E se află pe prelungirea laturii BC a triunghiului ABC. Dacă $\sphericalangle A = 40°$, $\sphericalangle B = 60°$ şi $\sphericalangle E = 20°$, atunci măsura unghiului CDE este:
a) 40°; b) 50°;
c) 60°; d) 70°.



(5p) 3. O pisică P sare de pe un zid $PA = 1$ m pentru a prinde un şoarece S pe care îl vede sub un unghi de 60° (vezi figura alăturată). Distanţa AS de la şoarece la zid este:
a) 1 m; b) $\sqrt{3}$ m;
c) 2 m; d) $2\sqrt{3}$ m.

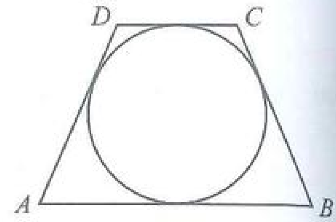


(5p) 4. Holul dreptunghiular $ABCD$ din figura alăturată are $BC = 4$ m și este acoperit de 4 covoare: două în formă de pătrate egale, $AMRQ$ și $CPSN$, și două în formă de dreptunghiuri egale, $BNRM$ și $DQSP$. Punctele Q, R, S și N sunt coliniare. Dacă $RS = 3$ m, atunci aria holului este:



a) 20 m^2; b) 22 m^2;
c) 24 m^2; d) 28 m^2.

(5p) 5. În figura alăturată, laturile trapezului isoscel $ABCD$, cu bazele $AB = 12$ cm și $CD = 4$ cm, sunt tangente unui cerc. Perimetrul trapezului $ABCD$ este egal cu:



a) 16 cm; b) 24 cm;
c) 32 cm; d) 48 cm.

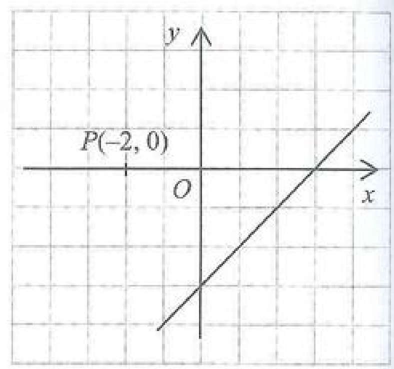
(5p) 6. O furnică pleacă dintr-un colț al unui cub de zahăr cu latura de 2 cm și merge pe drumul cel mai scurt de pe suprafața laterală a cubului, până în colțul opus al cubului. Lungimea drumului parcurs de furnică este de:
a) $\sqrt{2}$ cm; b) $\sqrt{3}$ cm; c) 2 cm; d) $\sqrt{5}$ cm.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. De pe două loturi, având împreună 206 ha, s-a strâns recolta de cartofi, obținându-se, de pe fiecare lot, câte 19 tone la hectar.
(2p) a) Află câte tone de cartofi s-au recoltat de pe cele 206 ha.
(3p) b) Determină câte hectare are fiecare lot, știind că de pe primul s-au obținut cu 608 tone de cartofi mai mult decât de pe al doilea.

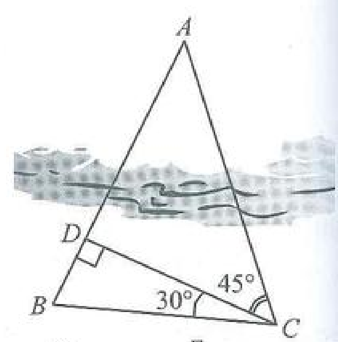
2. Se consideră expresia $E(x) = \left(x-1+\dfrac{1}{x+1}\right):\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}\right)-x$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$.
(2p) a) Arată că $E(x) = x^3 - x$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$.
(3p) b) Demonstrează că numărul natural $E(n)$ este divizibil cu 6, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 3$.

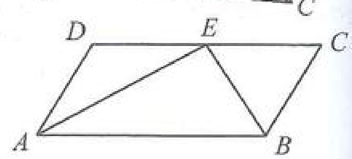


(2p) a) Calculează $f(\sqrt{7}) \cdot f(\sqrt{8}) \cdot f(\sqrt{9}) \cdot f(\sqrt{10}) \cdot f(\sqrt{11})$.
(3p) b) Determină distanța de la punctul $P(-2, 0)$ la reprezentarea grafică a funcției f.

4. În figura alăturată, punctele A și B reprezintă doi copaci situați de o parte și de alta a unui râu. Pentru a măsura distanța dintre ei, un topograf a determinat următoarele elemente: $CD = 120$ m, $\sphericalangle BCD = 30°$, $\sphericalangle ACD = 45°$, unde $D \in (AB)$ și $CD \perp AB$.
(2p) a) Calculează lungimea segmentului BD.
(3p) b) Arată că distanța dintre cei doi copaci, A și B, este cuprinsă între 189 m și 190 m.



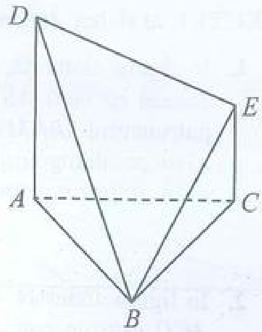
5. În figura alăturată este desenat paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 24$ cm, $BC = 12$ cm și $\sphericalangle BAD = 60°$.
(2p) a) Calculează lungimea diagonalei BD.
(3p) b) Arată că, dacă E este mijlocul laturii CD, atunci unghiul AEB este drept.



6. În figura alăturată este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB = 30$ cm și punctele D și E situate de aceeași parte a planului (ABC), astfel încât $DA \perp (ABC)$, $EC \perp (ABC)$, $AD = 40$ cm și $CE = 20$ cm.

(2p) a) Află măsura unghiului format de planele ABD și CBE.

(3p) b) Calculează distanța de la punctul D la dreapta de intersecție a planelor (ABC) și (DBE).



✦ TESTUL 21 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Numerele $2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^3$ și $2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2$ au cel mai mare divizor comun $2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$, cu $x, y, z \in \mathbb{N}$. Suma $x + y + z$ este egală cu:

a) 9; **b)** 10; **c)** 11; **d)** 14.

(5p) 2. În tabelul de mai jos este prezentată contribuția fiecăruia dintre cei patru muncitori care au colaborat pentru finalizarea unei lucrări.

Numele	Costel	Nicolae	Remus	Vasile
Contribuția	20%	30%	10%	40%

Cei patru muncitori sunt plătiți proporțional cu volumul de muncă depusă pentru realizarea lucrării. Dacă Nicolae a primit 3600 lei, atunci Vasile a primit:

a) 3600 lei; **b)** 4000 lei; **c)** 4800 lei; **d)** 6000 lei.

(5p) 3. Numărul divizorilor întregi ai numărului 6 este:

a) 2; **b)** 4; **c)** 6; **d)** 8.

(5p) 4. Cel mai mic dintre numerele $-\frac{2}{3}, -\frac{3}{20}, -\frac{8}{15}$ și $-\frac{9}{8}$ este:

a) $-\frac{2}{3}$; **b)** $-\frac{3}{20}$; **c)** $-\frac{8}{15}$; **d)** $-\frac{9}{8}$.

(5p) 5. În tabelul de mai jos sunt scrise patru relații între numere reale.

A	$2\sqrt{6} < 2\sqrt{7} < 3\sqrt{3}$
B	$2\sqrt{6} < 3\sqrt{3} < 2\sqrt{7}$
C	$3\sqrt{3} < 2\sqrt{6} < 2\sqrt{7}$
D	$2\sqrt{7} < 3\sqrt{3} < 2\sqrt{6}$

Relația corectă este:

a) A; **b)** B; **c)** C; **d)** D.

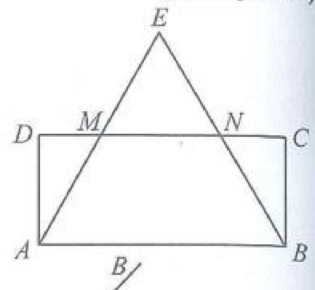
(5p) 6. Petre vrea să-și cumpere o bicicletă care costă 1000 lei. De ziua lui, el a primit în dar de la bunici 132 lei și de la părinți încă 100 lei. Apoi a început să îl ajute pe un văr să lucreze grădina de legume pentru 64 lei pe săptămână. Cu banii astfel obținuți, Petre spune că își poate cumpăra bicicleta în 12 săptămâni. Afirmația lui este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

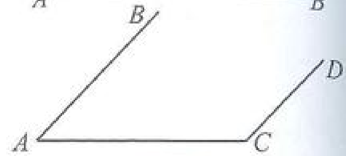
(5p) **1.** În figura alăturată, $ABCD$ este un dreptunghi, iar ABE este un triunghi isoscel cu baza AB. Dacă $\{M\} = AE \cap DC$ şi $\{N\} = BE \cap DC$, atunci patrulaterul $ABNM$ este:

a) un paralelogram; **b)** un dreptunghi;
c) un trapez oarecare; **d)** un trapez isoscel.



(5p) **2.** În figura alăturată, dreptele AB şi CD sunt paralele, iar măsura unghiului ACD este de cinci ori mai mare decât măsura unghiului BAC. Măsura unghiului BAC este:

a) 30°; **b)** 45°;
c) 60°; **d)** nu se poate preciza.

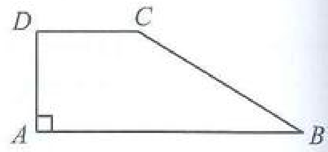


(5p) **3.** Ceasul din figura alăturată arată ora 12:30. Unghiul dintre acul orar OA şi acul minutar OB este egal cu:

a) 150°; **b)** 160°;
c) 165°; **d)** 170°.

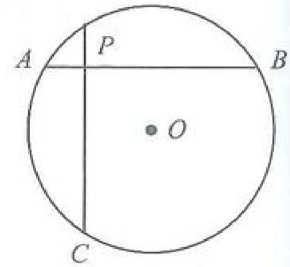
(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentată o terasă $ABCD$ în formă de trapez dreptunghic, cu baza mică $CD = 6$ m şi laturile $AD = 5$ m şi $BC = 13$ m. Aria terasei este:

a) 40 m²; **b)** 60 m²;
c) 80 m²; **d)** 100 m².



(5p) **5.** În figura alăturată sunt desenate două coarde perpendiculare, $AB = CD =$ $= 8$ cm, ale cercului cu centrul în O şi raza de 5 cm. Dacă P este punctul comun al celor două coarde, atunci lungimea segmentului OP este:

a) 3 cm; **b)** 4 cm;
c) $3\sqrt{2}$ cm; **d)** $4\sqrt{3}$ cm.



(5p) **6.** O găleată are forma unui trunchi de con circular drept cu raza bazei mici de 10 cm, raza bazei mari de 15 cm şi înălţimea de 27 cm. Cantitatea maximă de apă care încape în găleată este de aproximativ:

a) 13 ℓ; **b)** 14 ℓ; **c)** 15 ℓ; **d)** 16 ℓ.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Sorina a citit o carte în 4 zile astfel: în prima zi a citit 25% din carte, a doua zi a citit $\frac{1}{3}$ din rest, a treia zi a citit 50% din noul rest, iar a patra zi a citit ultimele 50 de pagini.

(2p) **a)** Află câte pagini a citit Sorina în a treia zi.

(3p) **b)** Determină câte pagini are cartea citită de Sorina.

2. Se consideră expresia $E(x) = \dfrac{(x^2+2x+2)^2-1}{(x^2+2x)(x^2+2x+5)+6}$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $(x^2 + 2x)(x^2 + 2x + 5) + 6 = (x^2 + 2x + 2)(x^2 + 2x + 3)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

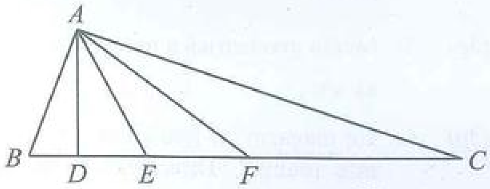
(3p) **b)** Determină valoarea minimă a lui $E(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 1$.

(2p) a) Calculează $f(a) + f(-a) + 2$, unde a este un număr real oarecare.

(3p) b) Determină coordonatele punctelor P, situate pe reprezentarea grafică a funcției f, știind că $OP = 5$, unde O este originea sistemului de axe ortogonale xOy.

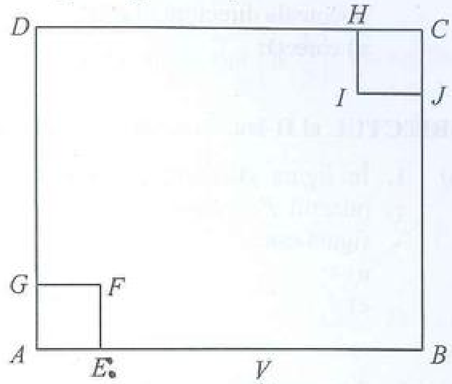
4. Triunghiul ABC din figura alăturată are $\sphericalangle BAC = 90°$ și $\sphericalangle ACB = 15°$. În triunghiul ABC, AD este înălțime, AE este bisectoare, iar AF este mediană.



(2p) a) Arată că $2AD = AF$.

(3p) b) Demonstrează că $AE = EF$.

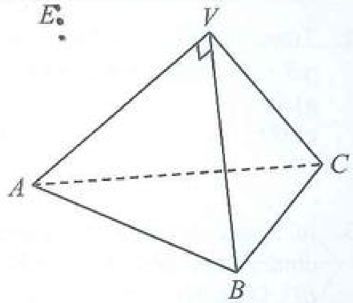
5. În figura alăturată este reprezentat un teren dreptunghiular $ABCD$ cu dimensiunile $AB = 60$ m și $BC = 50$ m. Pătratele egale $AEFG$ și $CHIJ$ cu laturile de 10 m reprezintă două parcuri amplasate în colțurile opuse ale terenului.



(2p) a) Află distanța dintre colțurile F și I ale celor două parcuri.

(3p) b) Demonstrează că dacă pe terenul $ABCD$ s-ar construi o piscină circulară cu diametrul FI, aceasta ar fi tangentă laturilor AB și CD în mijloacele acestora.

6. În figura alăturată este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată cu $AB = 6\sqrt{2}$ cm și $\sphericalangle AVB = 90°$.



(2p) a) Calculează distanța de la punctul A la planul (VBC).

(3p) b) Determină tangenta unghiului format de dreapta VA cu planul (ABC).

✦ TESTUL 22 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Suma divizorilor naturali improprii ai numărului 15 este:

a) 15; **b)** 16; **c)** 19; **d)** 24.

(5p) 2. În tabelului de mai jos se pot vedea vârstele a patru surori.

Numele	Alina	Corina	Sanda	Tudora
Vârsta	4 ani	5 ani	6 ani	10 ani

Ele primesc 43 de caise pe care le împart în mod invers proporțional cu vârstele lor. Numărul de caise care îi revin Alinei este:

a) 6; **b)** 10; **c)** 12; **d)** 15.

(5p) 3. Fie a și b două numere întregi, astfel încât $a \cdot b = -1$. Patru colege au scris pe o tablă câte o relație, așa cum se vede în următorul tabel.

Ioana	$a + b = 0$
Mia	$a^2 + b^2 = 1$
Alexia	$a + b = 2$
Mara	$a + b = -2$

Eleva care a scris relația corectă este:

a) Ioana; **b)** Mia; **c)** Alexia; **d)** Mara.

(5p) **4.** Rezultatul împărțirii 0,16 : 0,004 este:

a) 0,4; **b)** 4; **c)** 40; **d)** 400.

(5p) **5.** Media geometrică a numerelor $x = \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ și $y = \sqrt{18} : \sqrt{2}$ este:

a) $\sqrt{6}$; **b)** 6; **c)** 12; **d)** 36.

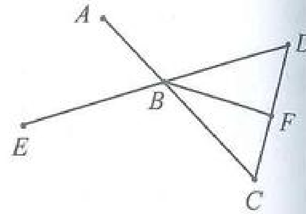
(5p) **6.** Un magazin on-line vinde un calculator la fiecare 8 ore, dar în fiecare zi unul dintre calculatoarele vândut este returnat. Directorul magazinului se gândește că vinde (definitiv) într-un an 750 de calculatoare. Socoteala directorului este:

a) corectă; **b)** incorectă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

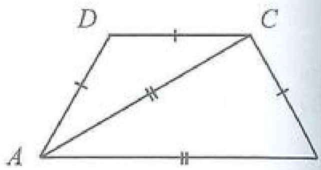
(5p) **1.** În figura alăturată, punctul B este intersecția dreptelor AC și DE, iar punctul F aparține segmentului CD. Numărul segmentelor desenate în figură este:

a) 4; **b)** 6;
c) 7; **d)** 10.



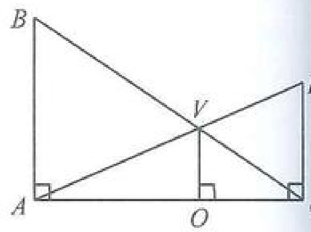
(5p) **2.** Trapezul $ABCD$ din figura alăturată are baza mare AB, $AD = DC = CB$ și $AB = AC$. Măsura unghiului ABC este:

a) 30°; **b)** 36°;
c) 60°; **d)** 72°.



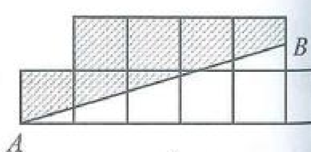
(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat schematic un pin VO, crescut între două clădiri AB și CD, astfel încât vârful său, V, aparține dreptelor AD și BC. Dacă $AB = 30$ m și $CD = 20$ m, atunci înălțimea VO a pinului este:

a) 10 m; **b)** 12 m;
c) 15 m; **d)** 16 m.



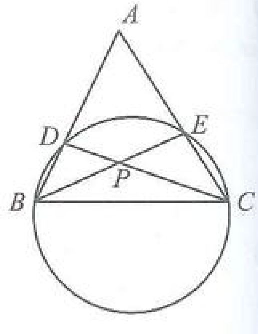
(5p) **4.** În figura alăturată este desenată o rețea de pătrate 1 cm × 1 cm. Daniela a unit, printr-o linie, punctele A și B (B este mijlocul laturii pătratului din dreapta-sus) și a colorat partea de deasupra. Aria suprafeței colorate este:

a) 4,5 cm²; **b)** 5 cm²;
c) 5,25 cm²; **d)** 6 cm².



(5p) **5.** În figura alăturată, cercul cu diametrul BC intersectează laturile AB și AC ale triunghiului ABC în punctele D, respectiv E. Dacă P este punctul comun al dreptelor BE și CD, iar măsura unghiului A este 50°, atunci măsura unghiului BPC este:

a) 50°; **b)** 90°;
c) 100°; **d)** 130°.



(5p) **6.** Un cornet de înghețată are forma unui con circular drept cu înălțimea de 9 cm și diametrul bazei de 4 cm. Mișu, vânzătorul de înghețată, umple cornetul și adaugă deasupra încă 150% din câtă înghețată a intrat în cornet. O înghețată de la Mișu are aproximativ:

a) 81 cm³; **b)** 94 cm³;
c) 124 cm³; **d)** 150 cm³.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Un telefon se ieftinește cu 20%, iar după un timp telefonul se scumpește cu 20% din noul preț. După aceste modificări, prețul telefonului devine 288 lei.

(2p) **a)** Află prețul telefonului după ieftinire.

(3p) **b)** Determină prețul inițial al telefonului.

2. Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{3}{x+2}-\frac{2}{x+1}\right):\frac{x^2-x}{x+2}$, unde $x\in\mathbb{R}\setminus\{-2,-1,0,1\}$.

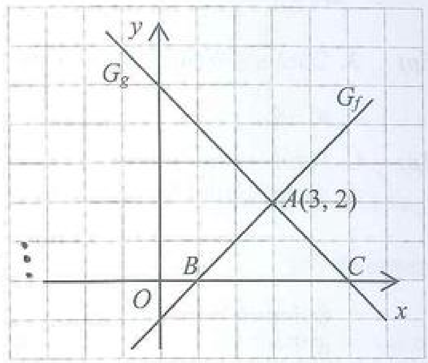
(2p) **a)** Arată că $E(x)=\frac{1}{x(x+1)}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{-2,-1,0,1\}$.

(3p) **b)** Demonstrează că suma $E(2)+E(3)+\ldots+E(9)$ este un număr rațional din intervalul $\left(0,\frac{1}{2}\right)$.

3. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=5-x$.

(2p) **a)** Arată că $A(3, 2)$ este punctul comun al reprezentărilor grafice ale celor două funcții.

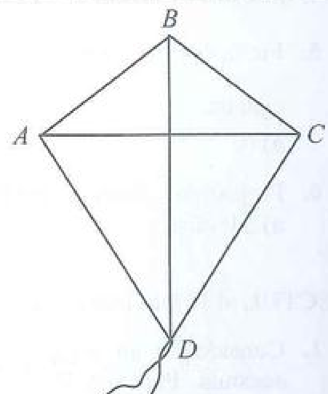
(3p) **b)** Fie B punctul de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axa Ox și C punctul de intersecție a reprezentării grafice a funcției g tot cu axa Ox a sistemului de axe ortogonale xOy. Demonstrează că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.



4. În figura alăturată este reprezentat schematic un zmeu de hârtie $ABCD$ cu $AC = 16$ dm, $AD = CD = 17$ dm și $AB = CB = 10$ dm.

(2p) **a)** Arată că dreptele AC și BD sunt perpendiculare.

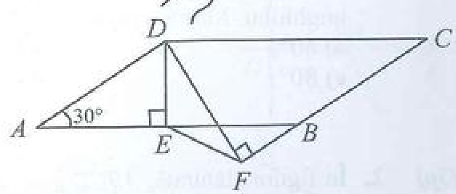
(3p) **b)** Determină lungimea diagonalei BD.



5. În figura alăturată este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AB=12\sqrt{3}$ cm, $BC = 12$ cm și $\sphericalangle A = 30°$. Punctele E și F sunt proiecțiile punctului D pe dreptele AB, respectiv BC.

(2p) **a)** Determină măsura unghiului EDF.

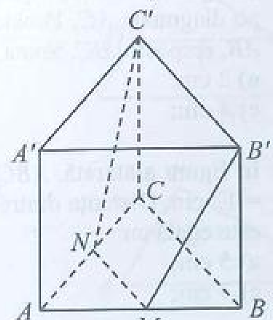
(3p) **b)** Calculează lungimea segmentului EF.



6. În figura alăturată este reprezentată o prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ cu latura bazei $AB = 12$ cm și muchia laterală $AA' = 8$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB, respectiv AC.

(2p) **a)** Arată că punctele M, N, C', B' sunt coplanare.

(3p) **b)** Calculează perimetrul patrulaterului $B'MNC'$.



✦ TESTUL 23 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mare divizor comun al numerelor 360 şi 432 este:
a) 72; **b)** 6; **c)** 8; **d)** 9.

(5p) **2.** În tabelul următor sunt prezentate temperaturile înregistrate într-o lună într-o localitate.

Temperatura	$-11°$	$-7°$	$-1°$	$0°$	$1°$	$8°$
Numărul de zile	2	5	9	8	3	4

Valoarea medie a temperaturii înregistrate în acea lună în localitate a fost:
a) $-2°$; **b)** $-1°$; **c)** $0°$; **d)** $1°$.

(5p) **3.** Dacă a şi b sunt numere reale nenule, astfel încât $\frac{2a}{3} = \frac{5}{7b}$, rezultatul calculului $21 - 28ab$ este:
a) -8; **b)** -9; **c)** 9; **d)** 0.

(5p) **4.** Patru elevi, Ion, Maria, Andrei şi Elena, măsoară lungimea gardului şcolii la care învaţă. Rezultatele măsurătorilor sunt prezentate în tabelul următor.

Elevul	Ion	Maria	Andrei	Elena
Lungimea măsurată	631,87 m	632,48 m	631,7 m	632,4 m

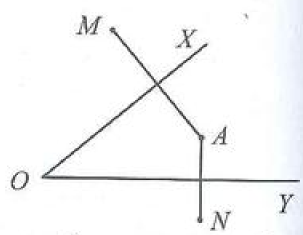
Ştiind că lungimea gardului este egală cu 632 m, elevul care a făcut cea mai bună aproximare este:
a) Ion; **b)** Maria; **c)** Andrei; **d)** Elena.

(5p) **5.** Fie a, b, c, d, e numere reale, astfel încât $ab = 1$, $bc = \sqrt{2}$, $cd = \sqrt{3}$ şi $de = \sqrt{6}$. Numărul $be - \sqrt{6}\frac{d}{b}$ este egal cu:
a) 0; **b)** $\sqrt{6}$; **c)** 1; **d)** -1.

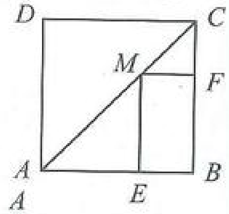
(5p) **6.** Propoziţia: „Pentru orice număr natural n, numărul $n^2 + 3n + 4$ este natural par." este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

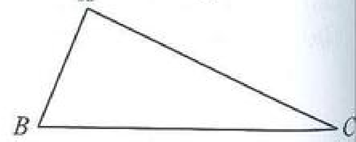
(5p) **1.** Considerăm un unghi XOY cu măsura de 40° şi un punct A interior acestuia. Punctele M şi N sunt simetricele punctului A faţă de laturile unghiului. Măsura unghiului MON este:
a) 60°; **b)** 70°;
c) 80°; **d)** 90°.



(5p) **2.** În figura alăturată, $ABCD$ este un pătrat cu latura de 4 cm, iar M un punct pe diagonala AC. Punctele E şi F sunt proiecţiile punctului M pe laturile AB, respectiv BC. Suma lungimilor segmentelor ME şi MF este:
a) 2 cm; **b)** 3 cm;
c) 4 cm; **d)** 5 cm.

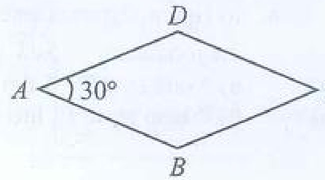


(5p) **3.** În figura alăturată, ABC este un triunghi dreptunghic cu ipotenuza $BC =$ = 12 cm. Distanţa dintre ortocentrul triunghiului şi centrul său de greutate este egală cu:
a) 5 cm; **b)** 6 cm;
c) 7 cm; **d)** 4 cm.



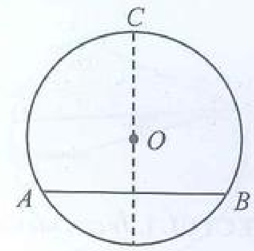
(5p) **4.** Terenul din figura alăturată are forma unui romb $ABCD$ cu latura de 100 m și măsura unghiului A de 30°. Aria terenului este:

a) 1000 m²; **b)** 2000 m²;
c) 4000 m²; **d)** 5000 m².



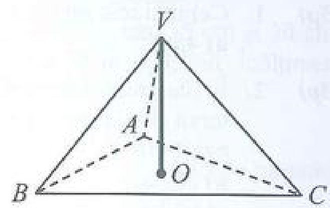
(5p) **5.** În figura alăturată, $\mathscr{C}(O, R)$ este un cerc, AB este o coardă de 4 cm și $\sphericalangle AOB = 120°$. Perpendiculara din O pe AB intersectează arcul mare AB în punctul C. Perimetrul triunghiului ABC este:

a) 9 cm; **b)** 10 cm;
c) 11 cm; **d)** 12 cm.



(5p) **6.** În figura alăturată este schița unui stâlp VO ancorat cu trei cabluri, VA, VB și CV, cu lungimile de 14 m. Dacă $AB = BC = CA = 9$ m, lungimea stâlpului VO este egală cu:

a) 13 m; **b)** 11 m;
c) 12 m; **d)** 10 m.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Într-un bloc sunt 28 de apartamente cu două și cu trei camere. În total sunt 73 de camere.

(2p) **a)** Este posibil ca numărul apartamentelor cu două camere să fie egal cu numărul apartamentelor cu trei camere?

(3p) **b)** Câte apartamente au trei camere?

2. Considerăm expresia $E(x) = \dfrac{8x-12}{4x^2-12x+9} - \dfrac{5x^2-5x}{2x^2+3x} : (x-1) - \dfrac{20x}{9-4x^2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{3}{2}, 0, 1, \dfrac{3}{2}\right\}$.

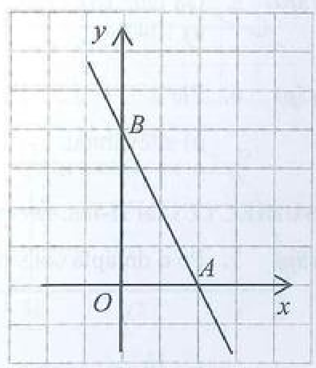
(2p) **a)** Arată că $E(x) = \dfrac{9}{2x-3}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{3}{2}, 0, 1, \dfrac{3}{2}\right\}$.

(3p) **b)** Determină valorile întregi ale lui x pentru care $E(x)$ este număr întreg.

3. Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 8 - 2x$.

(2p) **a)** Calculează $P = f(0) \cdot f(1) \cdot \ldots \cdot f(10)$.

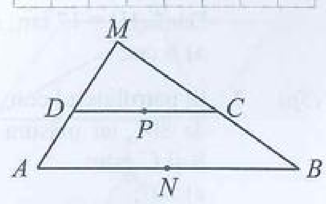
(3p) **b)** Dacă A și B sunt punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele de coordonate, arătați că distanța dintre A și B este mai mică decât 9.



4. În figura alăturată este reprezentat un trapez $ABCD$, $AB \parallel CD$, în care $\sphericalangle A = 60°$, $\sphericalangle B = 30°$, $\{M\} = AD \cap BC$, iar N și P sunt mijloacele laturilor AB, respectiv CD.

(2p) **a)** Arată că punctele M, N și P sunt coliniare.

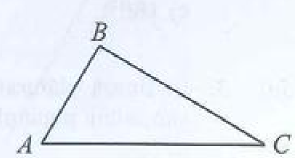
(3p) **b)** Dacă $AB = 10$ cm și $CD = 6$ cm, calculează lungimea segmentului NP.



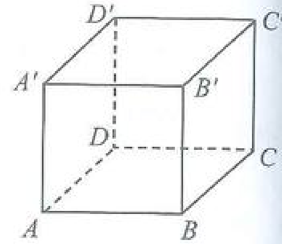
5. În triunghiul ABC avem: $AB = 5$ cm, $AC = 8$ cm, iar sinusul unghiului BAC este egal cu 0,8.

(2p) **a)** Calculează lungimea laturii BC.

(3p) **b)** Determină aria triunghiului ABC.



6. În figura alăturată este schiţa unui vas în formă de cub $ABCDA'B'C'D'$ cu diagonala $AC' = 5\sqrt{3}$ dm.



(2p) a) Arată că $AB = 5$ dm.

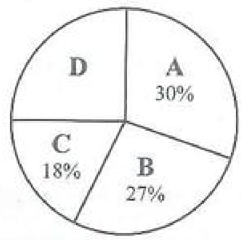
(3p) b) Putem pune 13 litri de apă în vas?

✦ TESTUL 24 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mic număr natural, cu cifre distincte, mai mare decât 444 este:
a) 456; **b)** 345; **c)** 445; **d)** 450.

(5p) **2.** În diagrama alăturată este dată repartizarea culturilor pe un teren de 120 ha. Suprafaţa cultivată cu floarea soarelui este egală cu:
a) 20 ha; **b)** 30 ha;
c) 60 ha; **d)** 40 ha.



A – porumb;
B – grâu;
C – secară;
D – floarea soarelui

(5p) **3.** Cel mai mic număr întreg care are pătratul cel mult egal cu 24 este:
a) -5; **b)** 0; **c)** -3; **d)** -4.

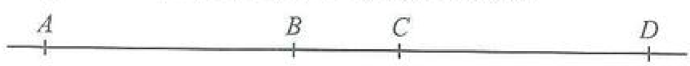
(5p) **4.** Amestecăm 20 litri de apă cu temperatura de 50°C cu 10 litri de apă cu temperatura de 80°C. Temperatura amestecului este:
a) 30°C; **b)** 40°C; **c)** 50°C; **d)** 60°C.

(5p) **5.** Un televizor costă 1380 lei. După o mărire a preţului cu 10%, televizorul costă:
a) 1242 lei; **b)** 138 lei; **c)** 1518 lei; **d)** 1418 lei.

(5p) **6.** Fie $a = -\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right) - \sqrt{24}$. Afirmaţia: „Numărul a este iraţional." este:
a) adevărată; **b)** falsă.

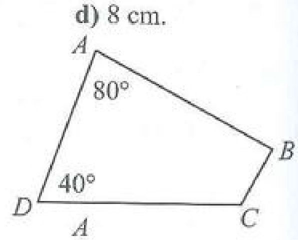
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Pe o dreaptă considerăm punctele A, B, C şi D, ca în figura de mai jos.

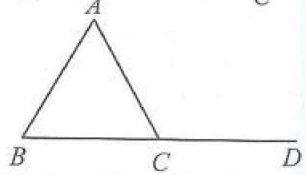


Dacă $AD = 17$ cm, $BC = 3$ cm şi $AC = BD$, lungimea segmentului AB este:
a) 6 cm; **b)** 5 cm; **c)** 7 cm; **d)** 8 cm.

(5p) **2.** În patrulaterul convex $ABCD$ din figura alăturată, măsura unghiului A este de 80°, iar măsura unghiului D este de 40°. Suma măsurilor unghiurilor B şi C este:
a) 80°; **b)** 120°;
c) 180°; **d)** 240°.

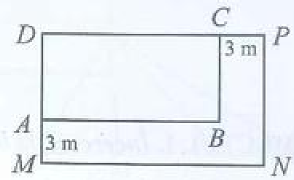


(5p) **3.** În figura alăturată, triunghiul ABC este echilateral, iar punctul D este simetricul punctului B faţă de punctul C. Măsura unghiului ADB este:
a) 30°; **b)** 40°;
c) 45°; **d)** 60°.



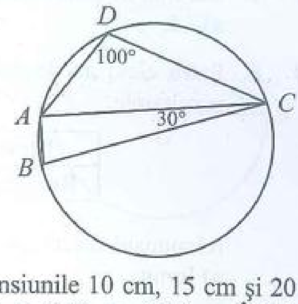
(5p) 4. În figura alăturată este reprezentat un teren dreptunghiular $ABCD$. Dacă am mări lungimea şi lăţimea acestuia cu câte 3 m, aria noului teren $DMNP$ ar fi cu 99 m^2 mai mare decât aria terenului iniţial. Lungimea gardului care împrejmuieşte terenul $ABCD$ este:

a) 40 m; **b)** 50 m;
c) 60 m; **d)** 70 m.



(5p) 5. În figura alăturată A, B, C, D sunt puncte pe cercul $\mathscr{C}(O, R)$, astfel încât măsura unghiului ADC este 100°, iar cea a unghiului ACB este 30°. Măsura unghiului BAC este:

a) 60°; **b)** 70°;
c) 80°; **d)** 50°.



(5p) 6. Un muncitor are de aşezat 100 de cărămizi de formă paralelipipedică cu dimensiunile 10 cm, 15 cm şi 20 cm sub formă de paralelipiped dreptunghic cu baza un dreptunghi, având laturile de 0,75 m şi 0,8 m. Înălţimea paralelipipedului obţinut va fi:

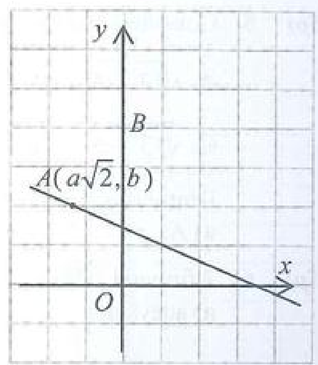
a) 0,5 m; **b)** 0,60 m; **c)** 0,75 m; **d)** 1 m.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Se marchează o scrisoare cu 35 lei, folosind numai timbre de 4 lei şi de 9 lei.

(2p) **a)** Se pot folosi numai timbre de 4 lei?

(3p) **b)** Câte timbre de 4 lei se folosesc?



2. Se consideră expresia $E(x) = -(2x-1)^2 + (x+2)(x-3) + 3(x+2)^2$, $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = 15x + 5$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

(3p) **b)** Determină numerele naturale a, pentru care $E(a) < 100$.

3. Fie funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = (1 - \sqrt{2})x + \sqrt{2}$.

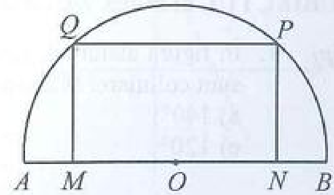
(2p) **a)** Află media aritmetică a numerelor $f(0)$ şi $f(2)$.

(3p) **b)** Determină numerele raţionale a şi b, dacă $A(a\sqrt{2}, b)$ este situat pe graficul funcţiei.

4. În figura alăturată este desenat un semicerc cu centrul în O şi diametrul $AB = 20$ cm. Dreptunghiul $MNPQ$ cu $MQ = 5$ cm are vârfurile M şi N pe AB, iar vârfurile P şi Q pe semicerc.

(2p) **a)** Arată că $MN = 10\sqrt{3}$ cm.

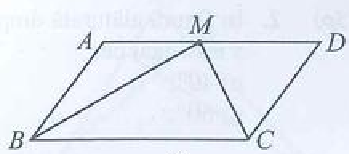
(3p) **b)** Calculează măsura unghiului ABQ.



5. În figura alăturată, $ABCD$ este paralelogram, iar BM şi CM sunt bisectoarele unghiurilor B şi C.

(2p) **a)** Arată că măsura unghiului BMC este de 90°.

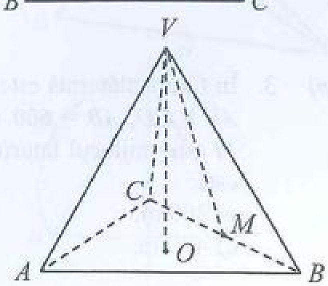
(3p) **b)** Dacă punctele A, M, D sunt coliniare, demonstrează că $AD = 2AB$.



6. În figura alăturată, $VABC$ este o piramidă triunghiulară regulată cu înălţimea $VO = 3$ cm şi apotema $VM = 2\sqrt{3}$ cm, $M \in BC$.

(2p) **a)** Arată că $AB = 6$ cm.

(3p) **b)** Calculează tangenta unghiului format de dreapta VB cu planul (VAM).



✦ TESTUL 25 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mic multiplu comun al numerelor 18 şi 24 este:
a) 54; **b)** 72; **c)** 48; **d)** 144.

(5p) **2.** Patru elevi au de calculat valoarea numărului $n = 2ab - 3ac - 7a$, unde $a = -3$ şi $2b - 3c = 5$. Ei obţin rezultatele:

Elevul	Ionuţ	Ana	Maria	Andrei
Rezultatul	–6	–12	6	18

Răspunsul corect este cel obţinut de:
a) Ionuţ; **b)** Ana; **c)** Maria; **d)** Andrei.

(5p) **3.** Într-o clasă sunt 15 băieţi, iar 40% din numărul elevilor sunt fete. Numărul elevilor din clasă este:
a) 20; **b)** 24; **c)** 25; **d)** 30.

(5p) **4.** Considerăm numărul $a = -0,8(3)$. Suma dintre inversul numărului a şi opusul acestuia este:
a) $-\frac{11}{30}$; **b)** $\frac{11}{30}$; **c)** $-\frac{61}{30}$; **d)** $\frac{61}{30}$.

(5p) **5.** Considerăm rezolvările:

A. $\sqrt{13^2-5^2} = \sqrt{169-25} = \sqrt{144} = 12$;

B. $\sqrt{13^2-5^2} = \sqrt{13\cdot 2-5\cdot 2} = \sqrt{26-10} = \sqrt{16} = 4$;

C. $\sqrt{13^2-5^2} = \sqrt{(13-5)^2} = \sqrt{8^2} = 8$;

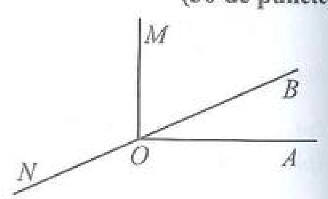
D. $\sqrt{13^2-5^2} = \sqrt{13^2} - \sqrt{5^2} = 13-5 = 8$.

Dintre rezolvările prezentate, corectă este:
a) A; **b)** B; **c)** C; **d)** D.

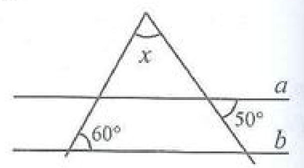
(5p) **6.** Afirmaţia „Orice număr prim de două cifre are cifrele distincte." este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

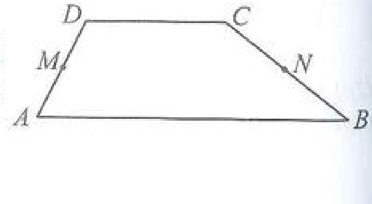
(5p) **1.** În figura alăturată, unghiul AOB are 30°, $MO \perp OA$, iar punctele B, O, N sunt coliniare. Măsura unghiului MON este:
a) 140°; **b)** 110°;
c) 120°; **d)** 130°.



(5p) **2.** În figura alăturată dreptele a şi b sunt paralele. Folosind datele din figură, x este egal cu:
a) 40°; **b)** 50°;
c) 60°; **d)** 70°.

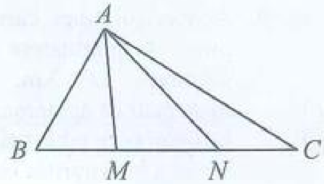


(5p) **3.** În figura alăturată este ilustrată schiţa unui parc $ABCD$ în formă de trapez, $AB \parallel CD$, $AB = 600$ m, $CD = 200$ m. Se construieşte o alee MN, unde M este mijlocul laturii AD, iar N este mijlocul laturii CB. Lungimea aleii este:
a) 300 m; **b)** 400 m;
c) 450 m; **d)** 500 m.



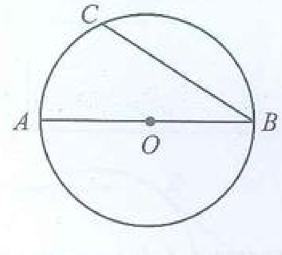
(5p) 4. În figura alăturată este reprezentat un teren în formă de triunghi ABC cu aria de 600 m^2, $BC = 500$ m, iar M și N sunt două puncte pe BC, astfel încât $MN = 200$ m. Aria terenului AMN este:

a) 200 m^2; b) 210 m^2;
c) 220 m^2; d) 240 m^2.



(5p) 5. În figura alăturată, AB este un diametru al unui cerc $\mathscr{C}(O, R)$, iar C este un punct pe cerc, astfel încât $AC = R$. Măsura unghiului ABC este:

a) 20°; b) 60°;
c) 45°; d) 30°.



(5p) 6. Considerăm 250 de cubulețe identice. Cu o parte din aceste cubulețe formăm cel mai mare cub posibil. Numărul cubulețelor nefolosite este:

a) 20; b) 34;
c) 24; d) 30.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Într-o clasă, numărul elevilor absenți este $\frac{1}{8}$ din numărul celor prezenți. Dacă din clasă pleacă doi elevi, numărul elevilor absenți devine $\frac{1}{5}$ din numărul celor prezenți.

(2p) a) Stabilește dacă în clasă pot fi prezenți 24 de elevi.
(3p) b) Care este numărul total al elevilor clasei?

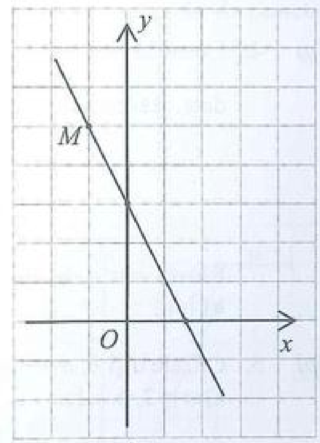
2. Considerăm expresia $E(x) = 1 - \frac{8}{x^2-4} \cdot \left[\left(\frac{x^2+4}{4x} - 1\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x}\right)\right]$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$.

(2p) a) Arată că $E(x) = \frac{x-2}{x+2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$.

(3p) b) Arată că $E(-x) = \frac{1}{E(x)}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$.

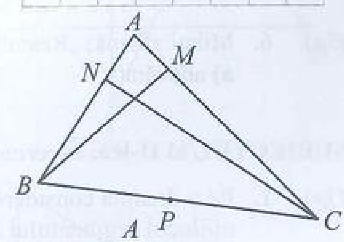
3. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3 - 2x$.

(2p) a) Calculează media geometrică a numerelor $a = f(\sqrt{2})$ și $b = f(-\sqrt{2})$.
(3p) b) Determină coordonatele punctului M, situat pe graficul funcției f, care are ordonata cu 6 mai mare decât abscisa.



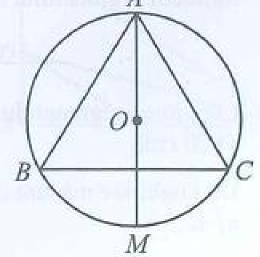
4. În triunghiul ABC din figura alăturată, măsura unghiului A este de 60°, P este mijlocul laturii BC, iar BM și CN sunt înălțimile din B, respectiv C, unde $M \in AC$ și $N \in AB$.

(2p) a) Arată că $PM = PN$.
(3p) b) Arată că triunghiul MNP este echilateral.



5. În figura alăturată, triunghiul ABC este înscris în cercul $\mathscr{C}(O, R)$, $AB = AC = 30$ cm și $BC = 48$ cm. Dreapta AO intersectează cercul $\mathscr{C}(O, R)$ în punctul M.

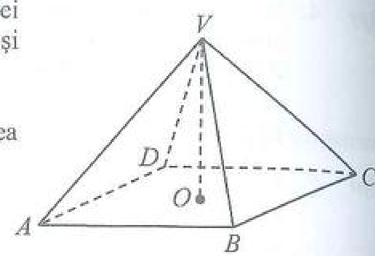
(2p) a) Arată că triunghiul ACM este dreptunghic.
(3p) b) Calculează lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC.



6. Acoperişul unei case, reprezentat în figura alăturată, are forma unei piramide patrulatere regulate $VABCD$ cu latura bazei $AB = 24$ cm şi înălţimea $VO = 5$ m.

(2p) a) Arătaţi că apotema piramidei are lungimea egală cu 13 m.

(3p) b) Întărim cu tablă toate cele opt muchii ale acoperişului. Arată că lungimea totală a întăriturilor este mai mică de 167 m.



✦ TESTUL 26 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Rezultatul calculului $45 - 36 : [16 - (3^2 - 2^3) \cdot 7]$ este:
a) 1; b) 41; c) 40; d) 0.

(5p) 2. Un elev are la limba engleză următoarele note:

Nota	5	6	7	8	9
Numărul de note	1	1	2	1	1

Numărul notelor mai mici decât 8 este:
a) 2; b) 4; c) 3; d) 5.

(5p) 3. Suma divizorilor întregi ai numărului 24 este:
a) 60; b) 40; c) 0; d) 80.

(5p) 4. Considerăm numerele raţionale $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}$. Patru elevi trebuie să găsească cel mai mare dintre numerele date. Răspunsurile lor sunt prezentate în tabelul următor.

Elevul	Ion	Mihai	Ana	Maria
Răspunsul	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$

Elevul care a dat răspunsul corect este:
a) Ion; b) Mihai; c) Ana; d) Maria.

(5p) 5. Cifrele a şi b, $a < b$, pentru care numărul $\sqrt{\overline{1ab}}$ este natural, sunt:
a) $a = 2, b = 1$; b) $a = 4, b = 4$; c) $a = 6, b = 9$; d) $a = 5, b = 9$.

(5p) 6. Mihai afirmă: „Restul împărţirii numărului -36 la 8 este -4". Afirmaţia lui Mihai este:
a) adevărată; b) falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

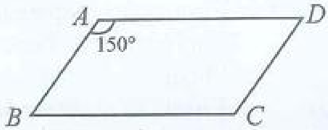
(5p) 1. Pe o dreaptă considerăm punctele A, B şi C ca în figura următoare, $AB = 12$ cm, $AC = 20$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului AB, iar punctul N este simetricul punctului B faţă de punctul C.

Lungimea segmentului MN este:
a) 20 cm; b) 18 cm; c) 14 cm; d) 22 cm.

(5p) 2. Un unghi are măsura de 47°30'. Măsura complementului său este:
a) 42°30'; b) 41°30'; c) 132°30'; d) 131°30'.

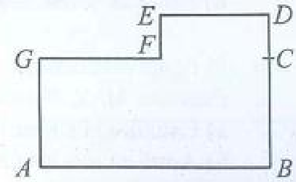
(5p) 3. În figura alăturată este reprezentată schița unui parc în formă de paralelogram, în care $AB = 300$ m, $BC = 400$ m și $\sphericalangle DAB = 150°$. Aria parcului este:

a) 1 ha; b) 6 ha;
c) 3 ha; d) 4 ha.



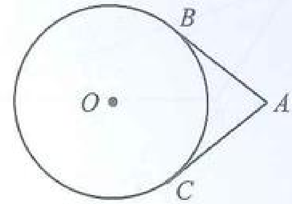
(5p) 4. Curtea școlii la care învață Maria are forma din figura alăturată. Se știe că $ABCG$ și $CDEF$ sunt dreptunghiuri, $F \in CG$ și $AB = 400$ m, $BD = 300$ m. Lungimea gardului care împrejmuiește curtea școlii este:

a) 1400 m; b) 1000 m;
c) 700 m; d) 800 m.



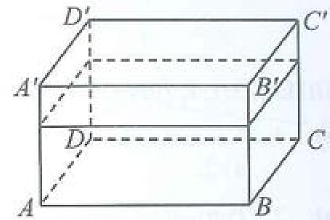
(5p) 5. În figura alăturată, AB și AC sunt tangente la cercul $\mathscr{C}(O, R)$ în B, respectiv C, $R = 4$ cm, iar $AB = AC = 4$ cm. Măsura unghiului BAC este:

a) 90°; b) 70°;
c) 60°; d) 80°.



(5p) 6. În figura alăturată este reprezentat un acvariu în formă de paralelipiped dreptunghic cu înălțimea de 40 cm și dimensiunile bazei egale cu 50 cm și 80 cm. Punem în acvariu 120 ℓ de apă. Înălțimea la care urcă apa este:

a) 10 cm; b) 20 cm;
c) 30 cm; d) 40 cm.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Fie a, b și c trei numere întregi, astfel încât $2a + 3b + 1 = 0$ și $4b - 5c - 2 = 0$.

(2p) a) Arată că $8a + 15c = -10$.

(3p) b) Determină a și b, știind că $c = 2$.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{3}{x-1} - \frac{4}{x+1} - \frac{7}{x^2-1}\right) : \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} + 1\right)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

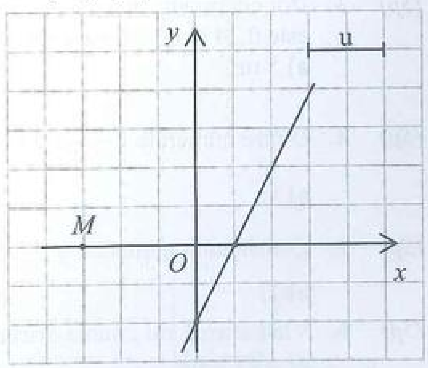
(2p) a) Arată că $E(x) = -\frac{1}{2x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

(3p) b) Calculează $E(a)$, unde $a = \frac{1}{\sqrt{5}+1} - \frac{1}{\sqrt{5}-1}$.

3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$.

(2p) a) Calculează $f(\sqrt{2}) \cdot f(\sqrt{2} + 1)$.

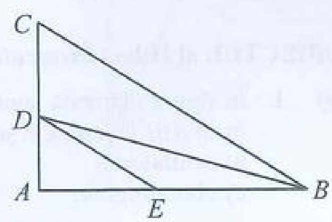
(3p) b) Determină distanța de la punctul $M\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ la graficul funcției f.



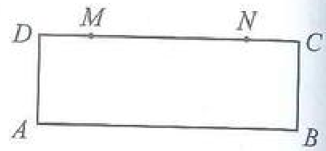
4. În figura alăturată, ABC este un triunghi dreptunghic în A, $AB = 36$ cm și D este un punct pe latura AC, astfel încât $AD = 12$ cm și $CD = 15$ cm. Paralela prin D la BC intersectează AB în E.

(2p) a) Arată că $DE = 20$ cm.

(3p) b) Arată că BD este bisectoarea unghiului ABC.



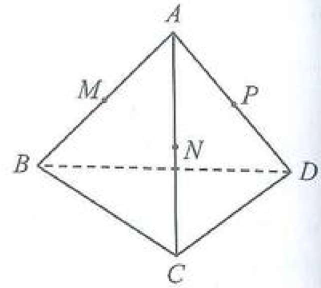
5. Se consideră dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 10$ cm și $BC = 4$ cm, desenat în figura alăturată. Punctele M și N sunt pe latura CD, $CN = 2$ cm, $CM = 8$ cm.



(2p) a) Arată că punctele M și N sunt pe cercul de diametru AB.

(3p) b) Arată că $\sphericalangle NBC = \sphericalangle NAB$.

6. În figura alăturată este desenat tetraedrul regulat $ABCD$ cu latura $AB = 4$ cm. Punctele M, N, P sunt mijloacele muchiilor AB, AC, respectiv AD.



(2p) a) Calculează sinusul unghiului dintre dreptele NP și CM.

(3p) b) Arată că aria totală a tetraedrului este mai mică de 28 m^2.

✦ TESTUL 27 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Cel mai mare divizor, număr prim, al numărului 408 este:
a) 2; b) 17; c) 51; d) 3.

(5p) 2. Patru elevi trebuie să efectueze următorul calcul: $6 - (-2)^2 + (-2)^3 : (-2)^2$. Cei patru elevi obțin răspunsurile din tabelul următor.

Elevul	Andrei	Maria	Ionel	Viorica
Rezultatul	4	0	8	–4

Răspunsul corect este dat de:
a) Andrei; b) Maria;
c) Ionel; d) Viorica.

(5p) 3. Doi centimetri dintr-o fotografie reprezintă 45 m în realitate. Dacă înălțimea unui copac în această fotografie este 0,24 cm, înălțimea reală a copacului este:
a) 5 m; b) 5,4 m; c) 5,1 m; d) 5,04 m.

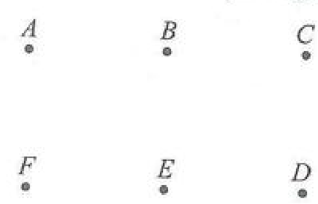
(5p) 4. Dintre numerele $x = \frac{2}{3}$; $y = 0{,}8$; $z = \left(1\frac{1}{5}\right)^{-1}$; $t = 0{,}75$ mai mare este:
a) x; b) y; c) z; d) t.

(5p) 5. Considerăm numerele $a = \sqrt{5} - \sqrt{3}$, $b = \sqrt{5} + \sqrt{3}$. Valoarea numărului $(2\sqrt{3} + a - b - 1)^{2021}$ este:
a) 1; b) 0; c) –1; d) $(4\sqrt{3} - 1)^{2021}$.

(5p) 6. Vlad afirmă că: „Suma oricăror două numere iraționale este un număr irațional". Afirmația lui Vlad este:
a) adevărată; b) falsă.

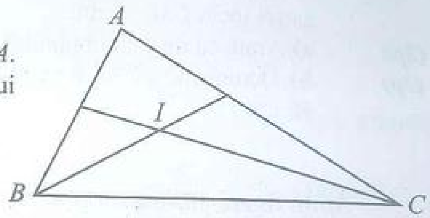
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, D, E, F, astfel încât $ABEF$ și $BCDE$ sunt pătrate. Triunghiul AEC este:
a) echilateral; b) ascuțitunghic;
c) obtuzunghic; d) dreptunghic isoscel.

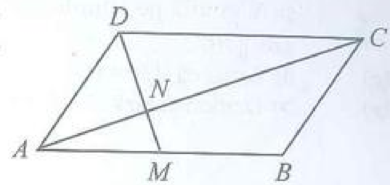


(5p) 2. Un unghi are măsura de $76°30'$. Măsura suplementului unghiului este:
a) $103°30'$; b) $93°30'$;
c) $13°30'$; d) $104°30'$.

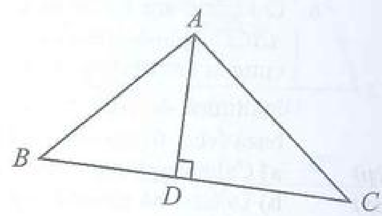
(5p) 3. În figura alăturată este desenat triunghiul ABC dreptunghic în A. Bisectoarele unghiurilor B și C se intersectează în I. Măsura unghiului BIC este:
a) $120°$; b) $130°$;
c) $135°$; d) $140°$.



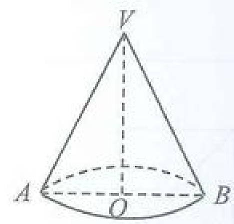
(5p) 4. Paralelogramul $ABCD$ din figura alăturată are diagonala $AC = 30$ cm. Punctul M este mijlocul laturii AB, iar punctul N este intersecția dreptelor AC și DM.
Lungimea segmentului AN este:
a) 5 cm; b) 10 cm;
c) 12 cm; d) 6 cm.



(5p) 5. În figura alăturată $AD = 12$ m este un stâlp vertical, iar $AB = 15$ m și AC sunt cabluri de susținere. Dacă punctele B, D, C sunt coliniare, iar unghiul BAC are $90°$, lungimea cablului AC este:
a) 15 m; b) 16 m;
c) 18 m; d) 20 m.



(5p) 6. În figura alăturată este reprezentat un cort din pânză în formă de con circular drept cu înălțimea de 3 m și raza bazei de 4 m. Dacă folosim în calcule valoarea aproximativă $\pi = 3{,}14$, aria suprafeței din pânză din care este confecționat cortul (fără bază) este egală cu:
a) $31{,}4$ m^2; b) $62{,}8$ m^2;
c) $94{,}2$ m^2; d) 157 m^2;

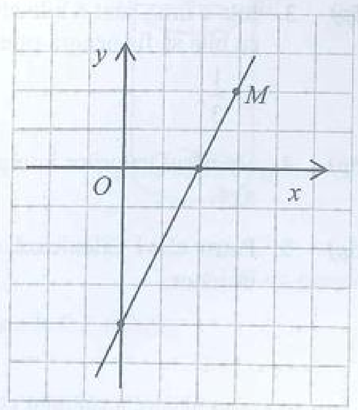


SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieți rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Un fermier a plecat la piață să vândă 80 kg de cireșe cu 2 lei kg. Din cauza căldurii, 20% din cantitatea de cireșe s-a stricat în timpul drumului.
(2p) a) Ce sumă de bani preconiza fermierul să obțină?
(3p) b) Cu ce preț trebuie să vândă cireșele rămase pentru a obține suma preconizată?

2. Fie $E(x) = \dfrac{x-1}{2} - \dfrac{x-1}{x+1} \cdot \left[x-1 : \left(1 - \dfrac{x-1}{x+1}\right)\right]$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.
(2p) a) Arată că $E(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.
(3p) b) Demonstrează că $E(\sqrt{3}) + \sqrt{3}$ este număr natural.

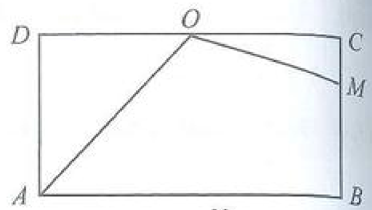
3. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 4$.
(2p) a) Calculează media geometrică a numerelor $a = f(\sqrt{5})$ și $b = f(4+\sqrt{5})$.
(3p) b) Determină coordonatele punctului M de pe graficul funcției, știind că are ordonata egală cu două treimi din abscisă.



4. În figura alăturată, dreptunghiul $ABCD$ are $AB = 2\sqrt{3}$ dm şi $BC = 3$ dm. Punctul O este mijlocul laturii CD, iar M este un punct pe latura BC, astfel încât $CM = 1$ dm.

(2p) a) Arată că măsura unghiului AOM este $90°$.

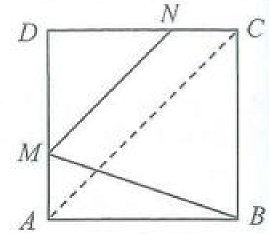
(3p) b) Demonstrează că lungimea drumului $AO + OM$ este mai mică de 55 cm.



5. În figura alăturată $ABCD$ este un pătrat cu latura de 6 cm. Punctele M şi N se află pe laturile AD, respectiv CD, astfel încât $\sphericalangle ABM = 15°$ şi $MN \parallel AC$.

(2p) a) Arată că $AM = CN$.

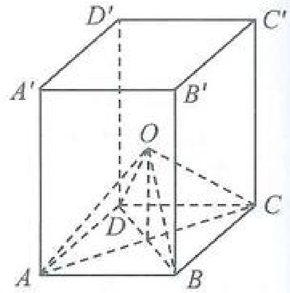
(2p) b) Demonstrează că triunghiul BMN este echilateral.



6. O jucărie are formă de piramidă patrulateră regulată $OABCD$ cu baza $ABCD$ şi toate muchiile cu lungimea de 6 cm. Punem jucăria într-o cutie în formă de prismă patrulateră regulată cu latura bazei de 6 cm şi înălţimea de $6\sqrt{6}$ cm, astfel încât piramida şi prisma să aibă aceeaşi bază (vezi figura alăturată).

(2p) a) Calculează distanţa de la O la planul (ABC).

(3p) b) Determină măsura unghiului dintre dreptele AO şi AC'.



✦ TESTUL 28 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Numerele a, b sunt prime şi $a + 5b = 40$. Numărul b este:
a) 2; b) 3; c) 6; d) 7.

(5p) 2. În tabelul alăturat este prezentată temperatura aerului măsurată în patru zile. Cea mai mare diferenţă de temperatură, dintre cele patru măsurători este:
a) 9°; b) 7°;
c) 2°; d) 6°.

Ziua	1	2	3	4
Temperatura	3°C	–4°C	–1°C	5°C

(5p) 3. Într-o urnă sunt 6 bile albe şi 12 bile negre. Se extrage o bilă din urnă, fără a vedea culoarea sa. Probabilitatea ca bila să fie neagră este:
a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{2}{3}$; d) $\frac{3}{4}$.

(5p) 4. Numărul valorilor întregi ale lui x pentru care numărul $2x + 1$ este divizor întreg al numărului 30 este:
a) 6; b) 8; c) 10; d) 16.

(5p) 5. Patru elevi calculează media geometrică a numerelor $8\sqrt{3}$ şi $6\sqrt{3}$. Aceştia obţin rezultatele din tabelul următor:

Elevul	Mihai	Andrei	Vlad	Ion
Rezultatul	144	$6\sqrt{2}$	$7\sqrt{3}$	12

Elevul care a calculat corect este:
a) Mihai; b) Andrei; c) Vlad; d) Ion.

(5p) 6. Ion şi Vlad sunt doi copii care merg cu bicicleta. Ion merge 2 ore şi 10 minute cu o viteză medie de 18 km/h, iar Vlad merge o oră şi 40 minute cu o viteză medie de 21 km/h. Afirmaţia „Ion a mers mai mulţi kilometri decât Vlad" este:

a) adevărată; b) falsă.

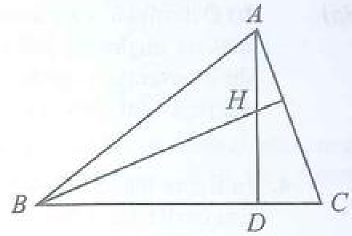
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, D, E, astfel încât C, D, E sunt coliniare şi oricare alte trei puncte, dintre cele cinci, sunt necoliniare. Numărul maxim de drepte pe care îl obţinem unind punctele câte două este:

a) 6; b) 7;
c) 8; d) 10.

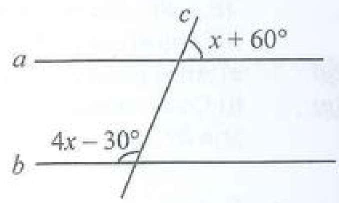
(5p) 2. În figura alăturată este desenat triunghiul ABC cu $\sphericalangle C = 50°$. Fie $AD \perp BC$, $D \in BC$ şi H ortocentrul triunghiului ABC. Măsura unghiului BHD este:

a) 30°; b) 40°;
c) 50°; d) 60°.



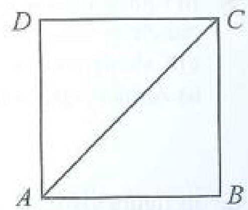
(5p) 3. În figura alăturată dreptele a şi b sunt paralele, iar c este o secantă. Valoarea lui x este:

a) 20°; b) 30°;
c) 40°; d) 50°.



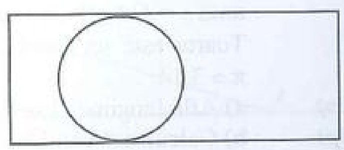
(5p) 4. În figura alăturată este reprezentată o placă de faianţă în formă de pătrat $ABCD$ cu diagonala $AC = \sqrt{2}$ m. Aria plăcii de faianţă este:

a) 1 m²; b) 2 m²;
c) 4 m²; d) $2\sqrt{2}$ m².



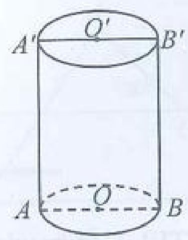
(5p) 5. Dintr-o placă de tablă în formă de dreptunghi cu laturile de 60 cm şi 80 cm, decupăm un disc de rază maximă (vezi figura alăturată). Lungimea razei discului este:

a) 10 cm; b) 20 cm;
c) 40 cm; d) 30 cm.



(5p) 6. În figura alăturată este desenat un vas în formă de cilindru circular drept. Raza bazei cilindrului este de 20 cm, iar înălţimea este $\frac{80}{\pi}$ cm. Numărul maxim de litri de apă care încap în vas este:

a) 10 π ℓ; b) 30 ℓ;
c) 31 ℓ; d) 32 ℓ.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Suma de bani S este împărţită Mariei şi Ioanei, invers proporţional cu numerele 0,5 şi 0,(3).

(2p) a) Care dintre cele două fete primeşte mai mulţi bani?

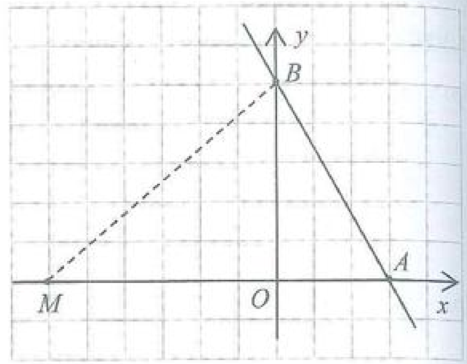
(3p) b) Determină valoarea lui S, ştiind că Ioana primeşte 60 lei.

2. Considerăm expresia:
$$E(x)=\left(\frac{4}{x-1}+\frac{5x-13}{x^2-1}-\frac{2}{x+1}\right):\frac{7x-7}{x^2+2x+1},\ x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}.$$

(2p) a) Arată că $E(x)=\frac{x+1}{x-1}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$.

(3p) b) Calculează produsul $P=E(2)\cdot E(3)\cdot\ldots\cdot E(10)$.

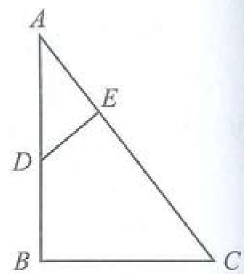
3. Considerăm funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=-2x+6$.



(2p) a) Calculează media aritmetică a numerelor $a=f(\sqrt{2})$ și $b=f(-\sqrt{2})$.

(3p) b) Determină coordonatele punctului $M\in Ox$, astfel încât măsura unghiului MBA să fie 90°, unde A și B sunt punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele de coordonate ale reperului cartezian xOy.

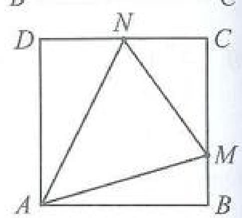
4. În figura alăturată sunt reprezentate trei localități A, B, C, legate între ele prin drumurile (în linie dreaptă) AB, BC și CA, $AB = 20$ km, $BC = 15$ km și $AB\perp BC$. Din mijlocul D al drumului AB se construiește o scurtătură până la AC prin drumul DE, $DE\perp AC$, $E\in AC$.



(2p) a) Arată că $\Delta ADE\sim\Delta ACB$.

(3p) b) Cu cât este mai scurt drumul de la D la C prin E decât drumul de la D la C prin B?

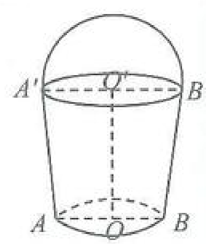
5. În figura alăturată $ABCD$ este un pătrat cu latura $AB = 6$ cm, iar M și N sunt două puncte pe laturile BC respectiv CD, astfel încât $BM = 2$ cm și $DN = 3$ cm.



(2p) a) Calculează aria triunghiului AMN.

(3p) b) Arată că măsura unghiului MAN este 45°.

6. În figura alăturată este schița unei găleți în formă de trunchi de con cu raza bazei mici $r = OA = 8$ cm, raza bazei mari $R = O'A' = 10$ cm și înălțimea $OO' = 42$ cm. Toarta este un semicerc de diametru $A'B'$. Considerăm pentru π aproximarea $\pi\simeq 3{,}14$.



(2p) a) Află lungimea toartei.

(3p) b) Calculează câți litri de apă încap în găleată.

✦ TESTUL 29 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Pe holul unui hotel camerele sunt numerotate ca în figura de mai jos.

1	2	3	...	25	26
52	51	50	...	28	27

Camerele 1 și 52, 2 și 51, ..., 26 și 27 sunt opuse. Camera opusă camerei 17 are numărul:

a) 34; **b)** 35; **c)** 36; **d)** 37.

(5p) 2. Fie $a = -0{,}08$. Patru copii au de determinat următoarele numere:
Ionuţ: numărul de trei ori mai mare decât a.
Maria: numărul de 0,4 ori mai mare decât a.
Ana: numărul cu $-0{,}6$ mai mic decât a.
Ioana: numărul cu $-0{,}09$ mai mare decât a.

Elevul	Ionuţ	Maria	Ana	Ioana
Rezultatul	– 0,024	– 0,02	0,52	0,17

Rezultatele obţinute de elevi sunt trecute în tabelul alăturat. Elevul care a calculat corect este:
a) Ionuţ; b) Maria; c) Ana; d) Ioana.

(5p) 3. Considerăm numărul $a = 3 \cdot (-1)^7 - 2 \cdot (-1)^9$. Valoarea absolută a numărului a este:
a) -1; b) 1; c) 5; d) -5.

(5p) 4. Şase muncitori termină o lucrare în 18 zile. Lucrarea poate fi terminată de 12 muncitori în:
a) 6 zile; b) 8 zile; c) 9 zile; d) 12 zile.

(5p) 5. Dintre numerele $-\sqrt{3}$; $-3\sqrt{2}$; -3; $-2\sqrt{3}$ mai mare este numărul:
a) $-\sqrt{3}$; b) $-2\sqrt{3}$; c) -3; d) $-2\sqrt{3}$.

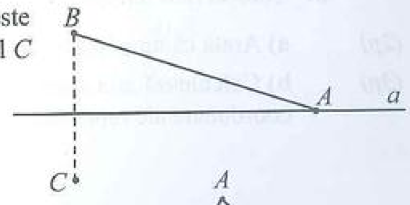
(5p) 6. În timpul vacanţei un grup de copii participă la activităţi sportive. Încep programul la ora 9:00 şi alternează 40 minute de activităţi, urmate apoi de o pauză de 10 minute. Ana afirmă că la ora 11:40 este pauză. Afirmaţia Anei este:
a) adevărată; b) falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

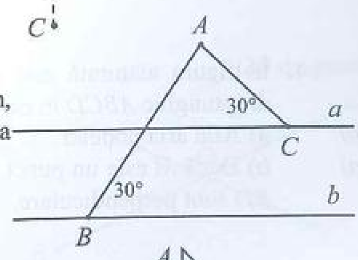
(5p) 1. În figura alăturată A, B, C, D sunt patru puncte pe dreapta a, astfel încât $AB = 1$ cm, $AC = 3$ cm, $AD = 6$ cm.

Considerăm propoziţiile:
P_1: $BD = 4$cm;
P_2: C este mijlocul segmentului AD;
P_3: B este pe segmentul CD;
P_4: Lungimea segmentului AC este mare decât lungimea segmentului BD.
Dintre cele patru propoziţii, cea adevărată este:
a) P_1; b) P_2; c) P_3; d) P_4.

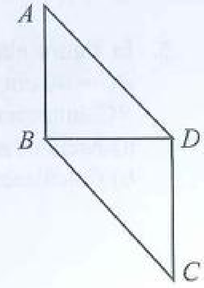
(5p) 2. În figura de mai jos, punctul A este pe dreapta a, iar punctul B este exterior dreptei a, astfel încât unghiul dintre AB şi a are $23°30'$. Punctul C este simetricul punctului B faţă de dreapta a.
Măsura unghiului BAC este:
a) 44°; b) 45°;
c) 46°; d) 47°.



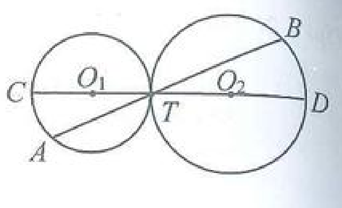
(5p) 3. În figura alăturată, dreptele a, b sunt paralele. Dacă $AB = 10$ cm, $AC = 6$ cm, unghiul dintre AB şi b are 30°, iar unghiul dintre AC şi a are 30°, distanţa dintre dreptele a şi b este:
a) 1 cm; b) 2 cm;
c) 3 cm; d) 4 cm.



(5p) 4. În figura alăturată este schiţa unui teren agricol $ABCD$, în care $\sphericalangle ABD = \sphericalangle BDC = 90°$, $AB = 400$ m, $BD = 300$ m şi $CD = 600$ m.
Aria terenului este:
a) 18 ha; b) 20 ha;
c) 21 ha; d) 15 ha.



(5p) **5.** În figura alăturată, cercurile $\mathscr{C}(O_1, r_1)$ și $\mathscr{C}(O_2, r_2)$ sunt tangente în punctul T. O dreaptă care trece prin punctul T intersectează a doua oară cercurile în punctele A, respectiv B. Punctele diametral opuse lui T în cele două cercuri sunt C, respectiv D. Dacă unghiul AO_1T are $120°$, atunci măsura arcului mic BD este:



a) $40°$; **b)** $90°$;
c) $60°$; **d)** $50°$.

(5p) **6.** O jucărie are formă de piramidă patrulateră regulată cu latura bazei de 6 cm și muchia laterală de $3\sqrt{3}$ cm. Ambalăm jucăriile în cutii în formă de cub cu latura de 6 cm.
Numărul maxim de jucării care poate fi pus într-o cutie este:
a) 2; **b)** 4; **c)** 1; **d)** 6.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieți rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. La un examen $\frac{1}{15}$ din numărul candidaților au fost respinși la vizita medicală. $\frac{2}{7}$ din numărul candidaților rămași au fost respinși la proba scrisă. Din candidații rămași au mai fost respinși $\frac{3}{4}$ la proba orală. Au fost admiși 25 candidați.

(2p) **a)** Numărul candidaților înscriși la examen poate fi 120? Justifică răspunsul.

(3p) **b)** Câți candidați s-au înscris la examen?

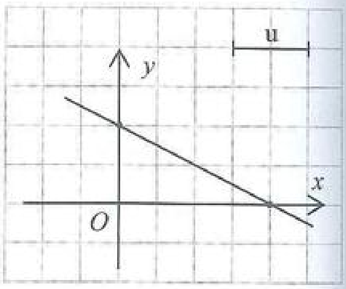
2. Considerăm expresia:

$$E(x) = \left[\left(1-\frac{3x^2}{1-x^2}\right)\cdot\frac{x-1}{2x+1}-1\right]\cdot\frac{x^2+2x+1}{x-2},\ x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1,-\frac{1}{2},0,1,2\right\}.$$

(2p) **a)** Arată că $E(x) = x + 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1,-\frac{1}{2},0,1,2\right\}$.

(3p) **b)** Calculează $E(10) + E(11) + \ldots + E(20)$.

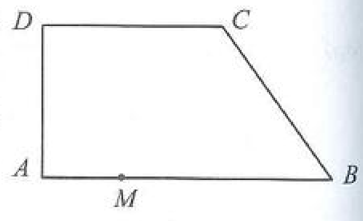
3. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 1 - 0{,}5x$.



(2p) **a)** Arată că numărul $a = f(\sqrt{2}-1)-f(\sqrt{2}-3)$ este întreg.

(3p) **b)** Calculează aria triunghiului determinat de graficul funcției f și axele de coordonate ale reperului cartezian xOy.

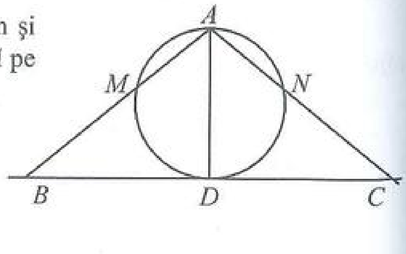
4. În figura alăturată este schița podelei unei camere în formă de trapez dreptunghic $ABCD$ în care $AB = 8$ m și $BC = CD = 5$ m.



(2p) **a)** Află aria podelei.

(3p) **b)** Dacă M este un punct pe latura AB, $AM = 3$ m, arată că dreptele CM și BD sunt perpendiculare.

5. În figura alăturată este desenat triunghiul ABC cu $AB = AC = 25$ cm și $BC = 40$ cm. Cercul de diametru AD, unde D este proiecția punctului A pe BC, intersectează laturile AB și AC în punctele M și respectiv N.



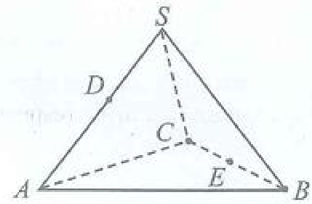
(2p) **a)** Arată că $AM = AN$.

(3p) **b)** Calculează lungimea segmentului MN.

6. În figura alăturată, $SABC$ este o piramidă triunghiulară regulată cu fețele laterale triunghiuri dreptunghice în S și $AB = 4$ cm.

(2p) a) Arată că $AS \perp (SBC)$.

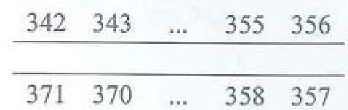
(3p) b) Calculează lungimea segmentului DE, unde D este mijlocul laturii SA, iar E este mijlocul laturii BC.



✦ TESTUL 30 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Pe holul unui hotel camerele sunt numerotate ca în figura alăturată. Numărul camerelor de pe acel hol este:



a) 28; b) 30;
c) 29; d) 32.

(5p) 2. În timpul unei excursii de patru zile un drumeț a parcurs distanțele înregistrate în tabelul alăturat. Lungimea totală a traseului este:

Ziua	Marți	Miercuri	Joi	Vineri
Nr. kilometri	30	25	20	25

a) 90 km; b) 70 km;
c) 75 km; d) 100 km.

(5p) 3. Din 9 kg de grâu, prin măcinare, obținem 8,25 kg de făină. Cantitatea de făină obținută prin măcinarea a 300 kg de grâu este:

a) 275 kg; b) 285 kg; c) 270 kg; d) 291,25 kg.

(5p) 4. Media aritmetică a șase numere este 0,5, iar media aritmetică a cinci dintre ele este 0,4. Al șaselea număr este:

a) 0,1; b) 0,6; c) 1; d) 0,2.

(5p) 5. Numărul $a = \sqrt{2} - \dfrac{3-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ aparține mulțimii:

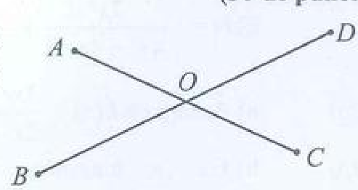
a) $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$; b) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; c) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$; d) $\mathbb{N}$.

(5p) 6. Considerăm mulțimile $A = \{-1, 0, 5\}$ și $B = \{2, -1, 6\}$.
Mihai afirmă că $5 \in A \setminus B$. Afirmația lui Mihai este:

a) adevărată; b) falsă.

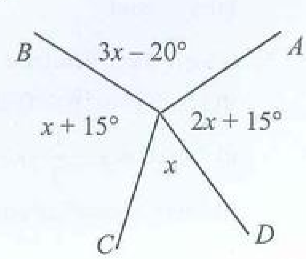
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. În figura alăturată punctele A, O, C și, respectiv, B, O, D sunt coliniare, $OA = OC = 3$ cm, $OB = OD = 4$ cm și $\sphericalangle AOB = 88°$. Patrulaterul $ABCD$ este:



a) dreptunghic; b) romb;
c) pătrat; d) paralelogram.

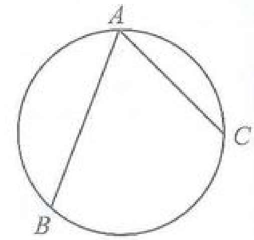
(5p) 2. În figura alăturată, $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$, $\sphericalangle DOA$ sunt unghiuri în jurul punctului O. Valoarea lui x, conform informațiilor din figura alăturată, este:



a) 50°; b) 70°;
c) 60°; d) 40°.

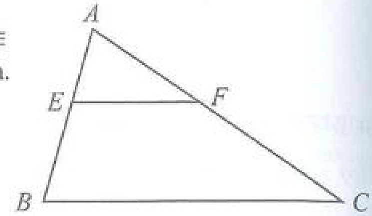
(5p) 3. În figura alăturată, triunghiul ABC este înscris în cercul $\mathscr{C}(O, R)$, iar măsurile arcelor mici AB și AC sunt de 120°, respectiv 100°. Măsura unghiului BAC este:

a) 70°; b) 40°;
c) 60°; d) 80°.



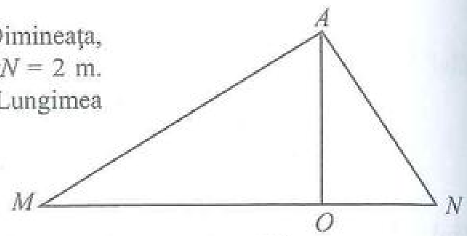
(5p) 4. În figura alăturată este desenat triunghiul ABC și punctele $E \in AB$, $F \in AC$, astfel încât $EF \parallel BC$, $AE = 4$ cm, $AB = 12$ cm și $FC = 12$ cm. Lungimea segmentului AF este:

a) 8 cm; b) 5 cm;
c) 6 cm; d) 7 cm.



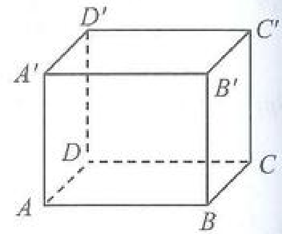
(5p) 5. În figura alăturată este reprezentat schematic un stâlp AO. Dimineața, umbra lui este $OM = 4{,}5$ m, iar după-amiaza umbra lui este $ON = 2$ m. Punctele M, O, N sunt coliniare, iar unghiul MAN este drept. Lungimea stâlpului AO este:

a) 2 m; b) 4 m;
c) 1 m; d) 3 m.



(5p) 6. O cutie în formă de prismă patrulateră regulată $ABCDA'B'C'D'$ are latura bazei $AB = 40$ cm și suma lungimilor tuturor muchiilor egală cu 520 cm (vezi figura alăturată). Lungimea înălțimii cutiei este:

a) 30 cm; b) 90 cm;
c) 50 cm; d) 60 cm.



SUBIECTUL al III-lea. *Scrieți rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. O cantitate de mere a fost împărțită în mod egal într-un număr de lădițe. Mai întâi s-au pus câte 7 kg în fiecare lădiță și au rămas 65 kg. Apoi s-au mai adăugat câte 8 kg în fiecare lădiță și a mai rămas un kilogram.

(2p) a) Pot fi nouă lădițe? Justifică răspunsul.

(3p) b) Află cantitatea inițială de mere.

2. Considerăm expresia:

$$E(x) = \left(\frac{2x^2}{4x^2-4x+1} + \frac{x-1}{1-2x}\right) : \left(\frac{4x}{4x^2-1} - \frac{1}{2x+1}\right),\ x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}.$$

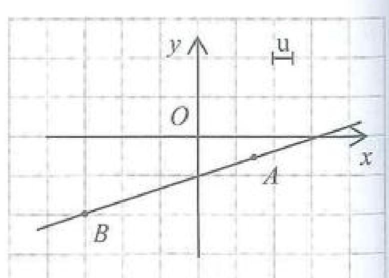
(2p) a) Arătați că $E(x) = \dfrac{3x-1}{2x-1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$.

(3p) b) Găsește un număr a, rațional, neîntreg, pentru care $E(a)$ este număr întreg nenul.

3. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ și punctele $A(3, -1)$ și $B(-6, -4)$ situate pe graficul funcției f.

(2p) a) Arată că $a = \dfrac{1}{3}$ și $b = -2$.

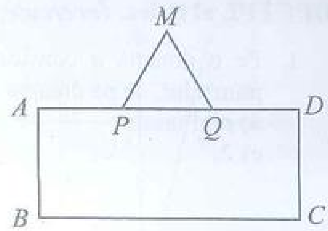
(3p) b) Demonstrează că punctele $A(3, -1)$, $B(-6, -4)$ și $C(0, -2)$ sunt coliniare.



4. Un tablou, în formă de dreptunghi $ABCD$, $AD = 6$ cm, $AB = 2\sqrt{3}$ cm este fixat pe un perete printr-un fir de ață PMQ, ca în figura alăturată, astfel încât $AP = PQ = QD$ și $\sphericalangle APM = \sphericalangle DQM = 120°$.

(2p) a) Arată că triunghiul MPQ este echilateral.

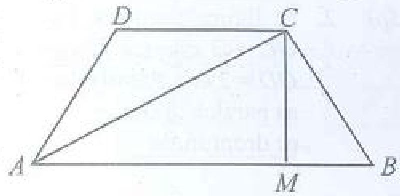
(3p) b) Demonstrează că punctele M, P, B sunt coliniare.



5. În figura alăturată este schița unei grădini în formă de trapez isoscel $ABCD$, având $AB = 120$ m, $CD = 60$ m, $AC \perp BC$, iar punctul M este proiecția punctului C pe AB.

(2p) a) Arată că aria grădinii este mai mică decât o jumătate de hectar.

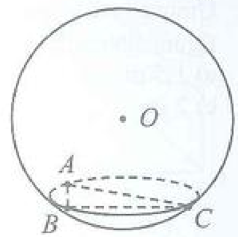
(3p) b) Dacă N este simetricul lui B față de M, demonstrează că DN este bisectoarea unghiului ADC.



6. Pe o sferă de centru O și rază $R = 10$ cm considerăm punctele A, B, C, astfel încât $AB = 8$ cm, $BC = 12$ cm și $AC = 4\sqrt{5}$ cm (vezi figura alăturată).

(2p) a) Arată că triunghiul ABC este dreptunghic.

(3p) b) Calculează distanța de la punctul O la planul (ABC).



✦ TESTUL 31 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Sfertul numărului 2^{10} este:
a) 2^5; b) 256; c) 2^9; d) 512.

(5p) 2. Vârstele elevilor din lotul național de matematică sunt reprezentate în tabelul de mai jos.

Vârsta (ani)	15	16	17	18	19
Număr elevi	1	3	5	8	4

Numărul elevilor din lot este:
a) 21; b) 20; c) 16; d) 17.

(5p) 3. Considerăm numărul $a = |x - 3y + 5| - 2 \cdot |2x + y + 1|$. Valoarea numărului a pentru $x = -3$ și $y = 2$ este:
a) -3; b) -2; c) 2; d) 3.

(5p) 4. Considerăm propozițiile:

p: $\frac{1}{4}$ din 1 ha = 250 m^2; q: 0,7 din 1 m^3 = 70 l;

r: $\frac{4}{5}$ din 1 tonă = 800 kg; s: $\frac{2}{3}$ din 1 oră = 40 min.

Dintre aceste propoziții, cele adevărate sunt:
a) p și q; b) p și r; c) r și s; d) q și s.

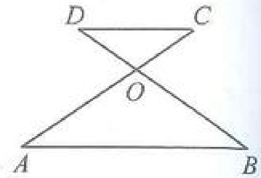
(5p) 5. Fie intervalul $A = (-4, 2)$ și mulțimea $B = \left\{-\frac{3}{2}; \sqrt{3}; 1,7; \sqrt{5}\right\}$. Cel mai mare element din $A \cap B$ este:
a) $\sqrt{3}$; b) 1,7; c) $\sqrt{5}$; d) 1,9.

(5p) 6. Andrei afirmă: „Există un număr real x, astfel încât $(x - 2)^2 = x^2 - 4$." Afirmația lui Andrei este:
a) adevărată; b) falsă.

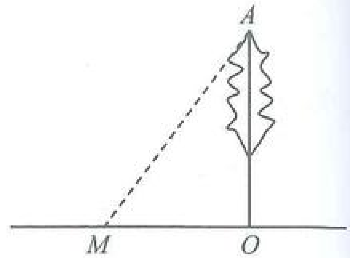
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Pe o dreaptă a considerăm un punct A (vezi figura alăturată). Numărul punctelor, de pe dreapta a, situate la doi cm de A este:
a) nici unul; **b)** 1;
c) 2; **d)** o infinitate.

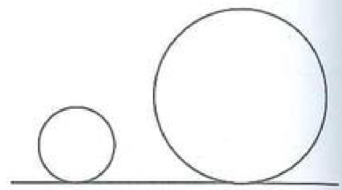
(5p) **2.** În figura alăturată, punctele A, O, C sunt coliniare şi $OA = 4$ cm, $OC = 2$ cm. La fel, punctele B, O, D sunt coliniare şi $OB = 4$ cm, $OD = 2$ cm. Patrulaterul $ABCD$ este:
a) paralelogram; **b)** romb;
c) dreptunghi **d)** trapez isoscel.



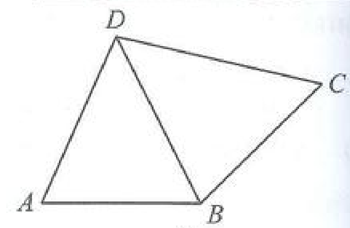
(5p) **3.** Umbra unui copac AO este $OM = 1,5$ m, iar $\sin(\sphericalangle AMO) = 0,8$ (vezi figura alăturată). Înălţimea copacului este egală cu:
a) 1,5 m; **b)** 3 m;
c) 2 m; **d)** 2,5 m.



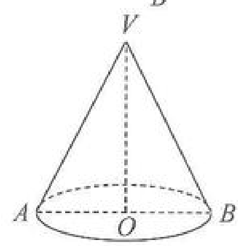
(5p) **4.** Diametrul roţii din faţă a unei trăsuri este egal cu 1,2 m, iar diametrul roţii din spate este egal cu 3,6 m (vezi figura alăturată). Dacă roata din faţă face 600 de rotaţii complete, atunci numărul de rotaţii complete făcute de roata din spate este egal cu:
a) 400; **b)** 200;
c) 300; **d)** 100.



(5p) **5.** În patrulaterul $ABCD$ din figura alăturată, triunghiul ABD este echilateral, $AB = BC = 4$cm, iar $\sphericalangle ABC = 150°$. Aria patrulaterului, calculată cu o zecimală exactă, este:
a) 17,4 cm^2; **b)** 14,8 cm^2;
c) 14,9 cm^2; **d)** 15 cm^2.



(5p) **6.** Un cort are forma unui con circular drept cu raza bazei de 4 m şi înălţimea de 3 m (vezi figura alăturată). Dacă o persoană are nevoie de 5 m^3 de aer, atunci numărul maxim de persoane care pot dormi în acest cort este:
a) 8; **b)** 10;
c) 20;. **d)** 9.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

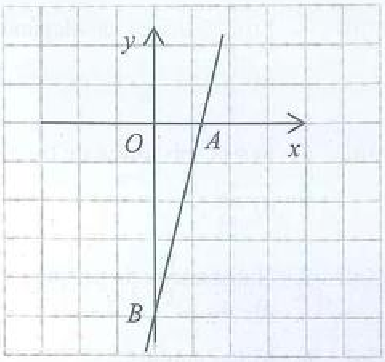
1. Într-un coş sunt mere. Ionuţ şi Andrei iau mere din coş. Mai întâi Ionuţ ia jumătate din numărul merelor din coş şi încă un măr, apoi Andrei ia jumătate din numărul merelor rămase şi încă un măr.
(2p) **a)** Dacă în coş erau zece mere, câte mere au rămas în coş?
(3p) **b)** Dacă în coş rămân două mere, câte mere erau la început în coş?

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x+2}{3} - \frac{3}{x+2}\right) : \frac{x^2+6x+5}{3x+6} + \frac{2}{x+1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -5, -1\}$.
(2p) **a)** Calculează $E(0)$.
(3p) **b)** Arată că $E(x) = 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-5, -2, -1\}$.

3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (3b - 5a)x + a - 2b$, $a, b \in \mathbb{R}$.

(2p) a) Determină a și b, știind că punctele $M(-1, -9)$ și $N(2, 3)$ sunt situate pe graficul funcției f.

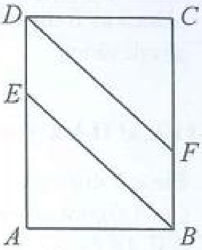
(3p) b) Pentru $a = 1$ și $b = 3$, arată că $f(x) = 4x - 5$ și calculează $\text{tg}(\sphericalangle OAB)$, unde A și B sunt punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele de coordonate ale reperului ortogonal xOy.



4. În figura alăturată este reprezentat schematic un teren în formă de dreptunghi cu $AB = 100$ m și $AD = 300$ m. Terenul este împărțit în trei părți de arii egale prin drumurile BE și DF, $E \in AD$, $F \in BC$.

(2p) a) Arată că $DF \parallel BE$.

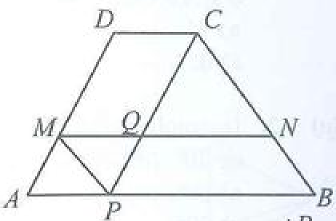
(3p) b) Împrejmuim terenul $DFBE$ cu un gard. Arată că lungimea gardului este mai mică de 650 m.



5. Fie $ABCD$ un trapez, $AB \parallel CD$, $AB = 14$ cm, $CD = 4$ cm și punctele $M \in (AD)$, $N \in (BC)$, $MN \parallel AB$ și $\frac{AM}{MD} = \frac{2}{3}$. Paralela prin C la AD intersectează dreptele MN și AB în punctele Q, respectiv P (vezi figura alăturată).

(2p) a) Calculează lungimea segmentului MN.

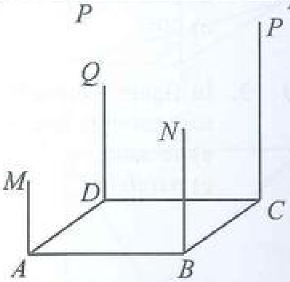
(3p) b) Demonstrează că $MP \parallel BC$.



6. Fie $ABCD$ un dreptunghi. De aceeași parte a planului (ABC), ridicăm pe acesta perpendicularele $MA = 2$ cm, $BN = 4$ cm, $CP = 7$ cm și $DQ = 5$ cm (ca în figura alăturată).

(2p) a) Arată că punctele M, N, P, Q sunt coplanare.

(3p) b) Demonstrează că patrulaterul $MNPQ$ este paralelogram.



✦ TESTUL 32 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Numărul perechilor (a, b) de numere naturale nenule care verifică condiția $2a + 5b = 50$ este:

a) 3; b) 4; c) 5; d) 6.

(5p) 2. Tabelul de mai jos indică recolta de grâu obținută de un agricultor de pe cele trei parcele cultivate.

Suprafața	Parcela I 0,5 ha	Parcela a II-a 1,5 ha	Parcela a III-a 3 ha
Cantitatea recoltată	1200 kg	3500 kg	8000 kg

Producția medie de grâu obținută de agricultor de pe întreaga suprafață cultivată, în kg/ha, este:

a) 2500; b) 2400; c) 2600; d) 2540.

(5p) **3.** Probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{0, 1, 2, ..., 5\}$, acesta să verifice inegalitatea $2^n \geq 6$, este:

a) $\frac{1}{2}$; **b)** $\frac{1}{6}$; **c)** $\frac{5}{6}$; **d)** $\frac{1}{3}$.

(5p) **4.** Scrisă sub formă de fracție ordinară ireductibilă, fracția zecimală 1,8(3) este:

a) $\frac{32}{15}$; **b)** $\frac{183}{100}$; **c)** $\frac{11}{6}$; **d)** $\frac{61}{33}$.

(5p) **5.** Numerele reale pozitive x, y verifică condițiile: $x - y = 2$ și $x^2 + y^2 = 10$. Valoarea numărului $x + y$ este:

a) –4; **b)** 3; **c)** 5; **d)** 4.

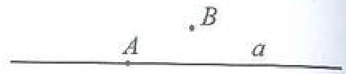
(5p) **6.** Mihai parcurge, cu bicicleta, o anumită distanță în 3 ore mergând cu o viteză de medie de 20 km/h. El afirmă: „Dacă aș fi mers cu 15 km/h, aș fi avut nevoie de 4 ore." Afirmația lui Mihai este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

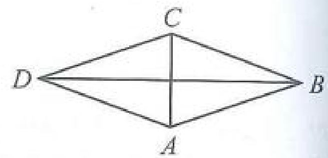
(5p) **1.** Fie a o dreaptă, A un punct de pe dreaptă și B un punct exterior dreptei a (vezi figura alăturată). Numărul punctelor de intersecție dintre dreptele a și AB este:

a) 1; **b)** 2;
c) 0; **d)** o infinitate.



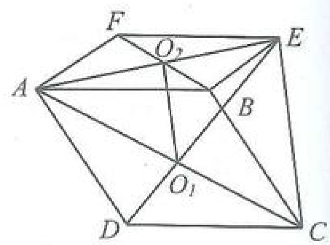
(5p) **2.** În rombul $ABCD$, din figura alăturată, măsura unghiului ABD este de 20°. Măsura unghiului ACB este:

a) 60°; **b)** 50°;
c) 20°; **d)** 70°.



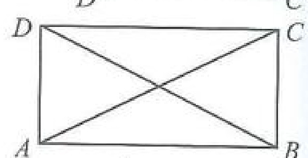
(5p) **3.** În figura alăturată, $ABCD$ și $ABEF$ sunt paralelograme, iar O_1 și O_2 sunt centrele lor. Dreptele O_1O_2 și CE sunt:

a) secante; **b)** coincid;
c) paralele; **d)** perpendiculare.



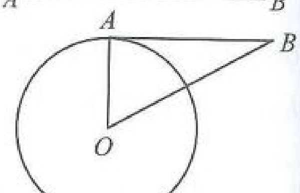
(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentată o grădină în formă de dreptunghi cu diagonala $AC = 600$ m și măsura unghiului dintre diagonalele AC și BD de 60°. Aria grădinii $ABCD$ este:

a) mai mică de 15 ha; **b)** 16 ha;
c) mai mare de 18 ha; **d)** mai mare de 15 ha, dar mai mică de 16 ha.



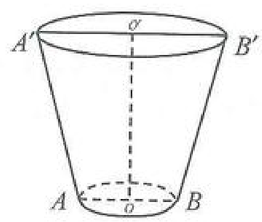
(5p) **5.** În figura alăturată punctul A este situat pe cercul $\mathcal{C}(O, R)$, $R = \sqrt{6}$ m, iar punctul B este exterior cercului, $OB = 3\sqrt{2}$ m, iar $AB = 2\sqrt{3}$ m. Dreapta AB este:

a) secantă cercului; **b)** tangentă cercului;
c) exterioara cercului; **d)** perpendiculară pe OB.



(5p) **6.** În figura alăturată este reprezentat schematic un vas în formă de trunchi de con circular drept în care $r = 40$ cm, $R = 120$ cm și $G = 100$ cm. Cantitatea de apă pe care o putem pune în vas este:

a) 1208π ℓ; **b)** 416π ℓ;
c) 1420 ℓ; **d)** 1800 ℓ.



SUBIECTUL al III-lea. *Scrieți rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. S-a constatat că într-o zi, la o clasă a VIII-a, numărul elevilor absenți reprezintă $\frac{1}{9}$ din numărul elevilor prezenți în clasă.

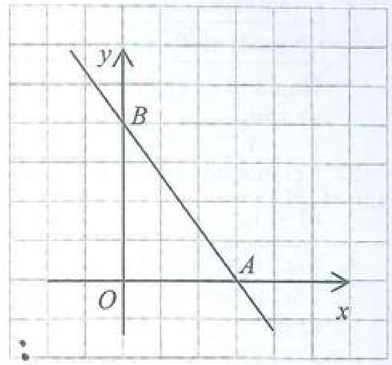
(2p) **a)** Dacă în clasă sunt 30 de elevi, câți elevi sunt absenți?

(3p) **b)** Dacă sunt trei absenți, care este numărul total al elevilor clasei a VIII-a?

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{4x^2}{x^2-1} - \frac{2x}{x+1} - \frac{3x+6}{2-x-x^2}\right) : \frac{2x^2+3x}{x^2-2x+1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}, -2, -1, 0, 1\right\}$.

(2p) **a)** Demonstrează că $2 - x - x^2 = -(x-1)(x+2)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

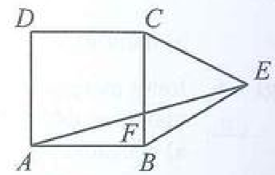
(3p) **b)** Arată că $E(x) + \frac{1}{x} = 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}, -2, -1, 0, 1\right\}$.



3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -\frac{4}{3}x + 4$. Notăm cu A și B punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele de coordonate ale unui reper ortogonal xOy.

(2p) **a)** Calculează lungimea segmentului AB.

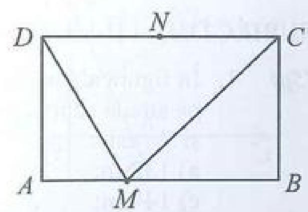
(3p) **b)** Fie D simetricul punctului $C(3, -8)$ față de originea reperului O. Demonstrează că D este situat pe graficul funcției f.



4. În figura alăturată $ABCD$ este un pătrat cu $AB = 4$ cm, iar BCE este un triunghi isoscel cu $BE = CE = 2\sqrt{2}$ cm. Notăm cu F punctul de intersecție a dreptelor AE și BC.

(2p) **a)** Arată că $BE \parallel AC$.

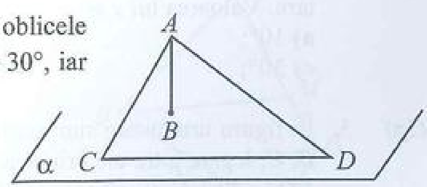
(3p) **b)** Demonstrează că $BF = \frac{1}{3}BC$.



5. Pe un teren în formă de dreptunghi $ABCD$, $AB = 20$ m, $BC = 18$ cm, se amenajează un loc de joacă în zona MDC, unde M este un punct pe latura AB, astfel încât $AM = 8$ m (vezi figura alăturată).

(2p) **a)** Află aria terenului de joacă.

(3p) **b)** Doi copii aleargă din N, mijlocul laturii CD spre M, primul pe traseul N–D–M, iar al doilea pe traseul N–C–M. Care dintre cei doi copii aleargă o distanță mai mare?



6. Distanța AB de la punctul A la planul α este de 6 cm. Din A se duc oblicele AC și AD, $C, D \in \alpha$, care fac cu planul α unghiuri de 45°, respectiv 30°, iar între ele formează un unghi drept (vezi figura alăturată).

(2p) **a)** Calculează lungimea segmentului CD.

(3p) **b)** Determină măsura unghiului dintre planele (ACD) și α.

✦ TESTUL 33 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $(2^6 - 2^5 : 8) : 12 - 3$ este:
a) 2; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 5.

(5p) **2.** Situaţia mediilor generale ale unor absolvenţi de clasa a VIII-a, dintr-o unitate şcolară, este redată în următorul tabel.

Interval medii	[5, 6)	[6, 7)	[7, 8)	[8, 9)	[9, 10)	10
Numărul de elevi	4	15	20	60	76	3

Numărul de elevi care au medii cel puţin egale cu 8 este:
a) 159; **b)** 60; **c)** 136; **d)** 139.

(5p) **3.** Cel mai mic element din mulţimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -20 < x \leq 15\}$ este:
a) −21; **b)** −20; **c)** −19; **d)** 0.

(5p) **4.** Media aritmetică a şase numere este 0,5, iar media aritmetică a altor patru numere este 0,25. Media aritmetică a celor zece numere este:
a) 0,1; **b)** 0,4; **c)** 0,5; **d)** 0,375.

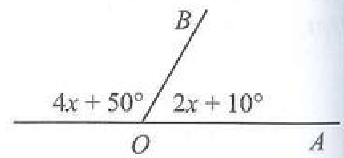
(5p) **5.** Numărul real $a = \left|2-\sqrt{3}\right| - \left|\frac{3}{2}-\sqrt{3}\right| + \sqrt{12} - 0,5$ este:
a) natural; **b)** întreg negativ; **c)** raţional neîntreg; **d)** iraţional.

(5p) **6.** Ionuţ merge cu bicicleta o distanţă de 24 km între orele 8:10 şi 11:40. El afirmă că a mers cu o viteză medie mai mare de 7 km/h. Afirmaţia lui Ionuţ este:
a) adevărată; **b)** falsă.

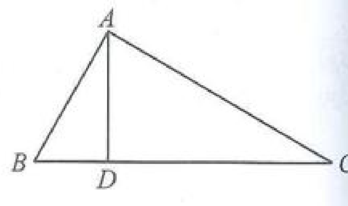
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată este prezentată schematic o stradă. Stâlpii de pe stradă sunt puşi din 12 m în 12 m. Distanţa dintre stâlpul S_{12} şi S_{23} este:
a) 132 m; **b)** 120 m;
c) 144 m; **d)** 276 m.

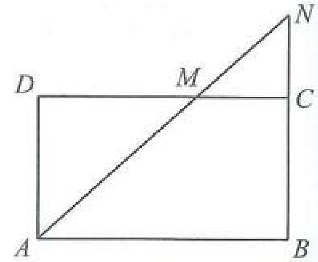
(5p) **2.** Unghiurile AOB şi BOC, din figura alăturată, sunt adiacente suplementare. Valoarea lui x este:
a) 10°; **b)** 20°;
c) 30°; **d)** 15°.



(5p) **3.** În figura următoare sunt reprezentate schematic trei obiective turistice A, B, C, legate între ele prin drumurile AB, BC şi AC. Se ştie că $AB = 30$ km, $BC = 50$ km şi $\sphericalangle BAC = 90°$. Trebuie construit un drum AD, $D \in BC$. Lungimea minimă a drumului este:
a) 20 km; **b)** 18 km;
c) 25 km; **d)** 24 km.

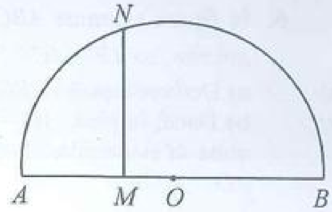


(5p) **4.** În figura alăturată, $ABCD$ este un dreptunghi cu $AB = 66$ cm şi $BC =$ $= 36$ cm, iar M este un punct pe latura CD, $DM = 54$ cm. Dreapta AM intersectează dreapta BC în punctul N. Lungimea segmentului NC este:
a) 6 cm; **b)** 10 cm;
c) 8 cm; **d)** 12 cm.



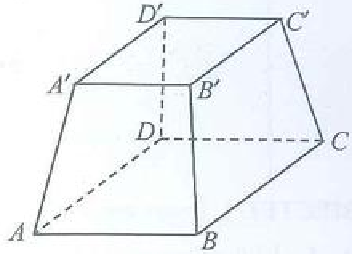
(5p) 5. În figura alăturată este schiţa unei secţiuni într-o seră. Arcul AB este un semicerc de diametru $AB = 13$ m, M este un punct pe segmentul AB, astfel încât $OM = 2{,}5$ m, iar MN este un stâlp de susţinere. Lungimea stâlpului MN este:

a) 3 m; **b)** 5 m;
c) 4 m; **d)** 6 m.



(5p) 6. Un postament al unei statui este reprezentat, în figura alăturată, sub forma de trunchi de piramidă patrulateră regulată cu latura bazei mari de 50 cm, latura bazei mici de 20 cm şi înălţimea de 30 cm. Cantitatea de beton folosită pentru confecţionarea postamentului este:

a) 39 dm^3; **b)** 39 cm^3;
c) 3900 cm^3; **d)** 0,39 m^3.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Suma de 300 lei este plătită cu bancnote de 10 lei şi de 5 lei, cel puţin câte o bancnotă de fiecare fel.

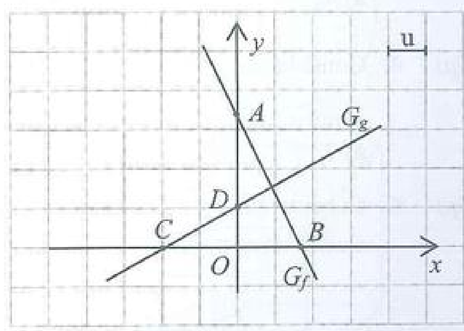
(2p) **a)** Care este numărul maxim de bancnote de 5 lei care poate fi folosit?
(3p) **b)** În câte moduri putem plăti suma de 300 lei, în condiţiile problemei?

2. Considerăm expresia $E(x) = \left(2 + \frac{1}{x-3}\right) : \left[1 - \left(\frac{x-2}{x-3}\right)^2\right]$, $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{2, \frac{5}{2}, 3\right\}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = 3 - x$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{2, \frac{5}{2}, 3\right\}$.
(3p) **b)** Calculează $E^2(547) - E(546) \cdot E(548)$.

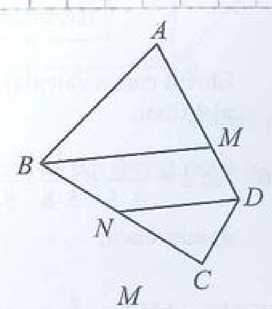
3. În figura alăturată sunt trasate graficele funcţiilor f şi g, într-un reper xOy, unde $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 7$, $g(x) = \frac{1}{2}x + 2$. A şi B sunt punctele de intersecţie a graficului funcţiei f cu axele de coordonate, iar C şi D sunt punctele de intersecţie a graficului funcţiei g cu axele de coordonate.

(2p) **a)** Arată că $M(2, 3)$ este punct comun celor două grafice.
(3p) **b)** Demonstrează că D este ortocentrul triunghiului ABC.



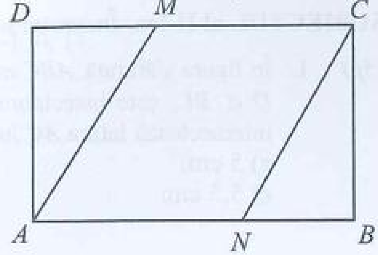
4. Fie $ABCD$ un patrulater convex, BM ($M \in AD$) bisectoarea unghiului ABC şi DN ($N \in BC$) bisectoarea unghiului ADC (vezi figura alăturată).

(2p) **a)** Dacă $\sphericalangle BAD = 80°$ şi $BM \parallel DN$, calculează măsura unghiului BCD.
(3p) **b)** Ştiind că $\sphericalangle BAD = \sphericalangle DCB = 80°$, demonstrează că $BM \parallel DN$.



5. În figura alăturată este reprezentat schematic un parc sub forma dreptunghiului $ABCD$, cu $AB = 100$ m şi $BC = 48$ m. Se ştie că AM şi CN sunt două alei, $DM = BN = 36$ m.

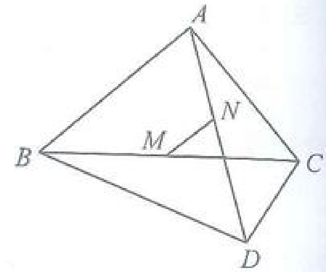
(2p) **a)** Arată că $AM \parallel CN$.
(3p) **b)** Calculează distanţa dintre aleile AM şi CN.



6. În figura alăturată ABC și DBC sunt două triunghiuri situate în plane diferite, cu $AB = AC = 5$ cm, $DB = DC = 5\sqrt{3}$ cm și $BC = 8$ cm.

(2p) a) Demonstrează că $BC \perp AD$.

(3p) b) Dacă, în plus, $AD = 10$ cm, calculează lungimea segmentului MN, unde M este mijlocul segmentului BC, iar N este mijlocul segmentului AD.



✦ TESTUL 34 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Dintre numerele 577, 152, 306 și 355, cel divizibil cu 17 este:
a) 577; **b)** 152; **c)** 306; **d)** 355.

(5p) 2. Tabelul alăturat reprezintă situația statistică a absențelor, rezultată în urma monitorizării frecvenței elevilor dintr-o școală, în anul școlar 2019-2020. Numărul total de absențe înregistrate în acest an școlar este:
a) 5100; **b)** 5230;
c) 4130; **d)** 5130.

	Semestrul I	Semestrul II
Gimnaziu	870	590
Liceu	1730	1940

(5p) 3. Considerăm mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |3x + 1| < 7\}$. Numărul elementelor mulțimii A este:
a) 4; **b)** 5; **c)** 3; **d)** 2.

(5p) 4. Considerăm numărul $a = \left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)...\left(1+\frac{1}{6}\right)-\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)...\left(1-\frac{1}{6}\right)$. Cel mai mic număr natural nenul n, pentru care $n \cdot a$ este număr întreg, este:
a) 2; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 5.

(5p) 5. Considerăm numerele $a = 12+3\sqrt{12}$, $b = 6(2-\sqrt{3})$. Patru elevi trebuie să calculeze media aritmetică a celor două numere. Ei obțin rezultatele din tabelul următor.

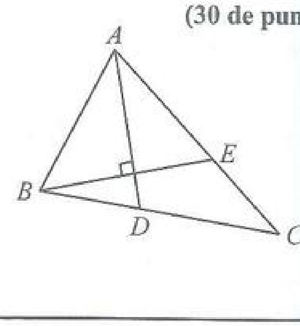
Elevul	Mihai	Ion	Maria	Ana
Rezultatul obținut	24	36	6	12

Elevul care a calculat corect este:
a) Mihai; **b)** Ion; **c)** Maria; **d)** Ana.

(5p) 6. Fie $a = \frac{2}{3\cdot5}+\frac{3}{5\cdot8}+\frac{4}{8\cdot12}$. Vlad afirmă că $a \in \left(\frac{1}{5}, \frac{1}{3}\right)$. Afirmația lui Vlad este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

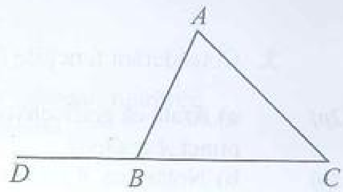
(5p) 1. În figura alăturată, ABC este un triunghi cu $AB = 6$ cm, $AC = 11$ cm, iar AD, $D \in BC$, este bisectoarea unghiului BAC. Perpendiculara din B pe AD intersectează latura AC în punctul E. Lungimea segmentului CE este:
a) 5 cm; **b)** 6 cm;
c) 5,5 cm; **d)** 17 cm.



(5p) 2. În figura alăturată, ABC este un triunghi, D este un punct pe dreapta BC, $\sphericalangle ACB = 30°$, iar $\sphericalangle ABD = 130°$. Măsura unghiului BAC este:

a) $90°$; b) $100°$.

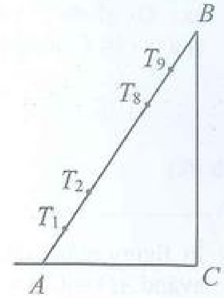
c) $70°$; d) $110°$.



(5p) 3. O scară AB este sprijinită de un perete $BC = 4$ m. Scara are 9 trepte: T_1, T_2, ..., T_9, astfel încât $AT_1 = T_1T_2 = ... = T_9B$. O pisică stă pe treapta T_8 (vezi figura alăturată). Distanța de la pisică la sol este:

a) 3 m; b) 3,2 m;

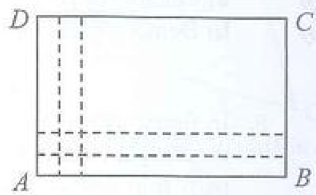
c) 4,5 m; d) 2,8 m.



(5p) 4. Un perete în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 3 m și 2,1 m (vezi figura alăturată) trebuie faianțat pe toată suprafața sa. Folosim plăci de faianță în formă de pătrat cu latura de 15 cm. Numărul plăcilor de faianță folosite este:

a) 180; b) 200;

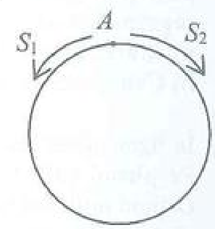
c) 300; d) 280.



(5p) 5. Doi sportivi S_1 și S_2 se antrenează alergând pe o pistă în formă de cerc cu raza de 50 m (vezi figura alăturată). Ei pornesc din punctul A, în sensuri opuse, unul aleargă cu viteza de 9 km/h, iar celălalt cu viteza de 6 km/h. Cei doi sportivi aleargă 40 de minute. În cele 40 de minute, sportivii se vor întâlni de n ori, prima întâlnire fiind în punctul A. Numărul n este:

a) 30; b) 31;

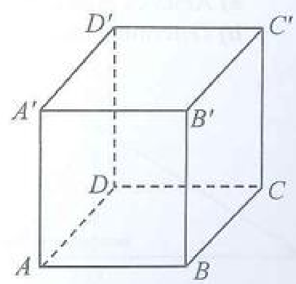
c) 32; d) 29.



(5p) 6. O cutie este confecționată din carton și are formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 30 cm, 40 cm și 50 cm (vezi figura alăturată). Un metru pătrat de carton cântărește 0,5 kg. Cutia cântărește:

a) 500 g; b) 520 g;

c) 480 g; d) 470 g.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieți rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Într-un bidon se află 30 de litri de lapte. Toader are la dispoziție nouă recipiente de doi litri și nouă recipiente de trei litri, care trebuie umplute în întregime pentru a putea fi sigilate.

(2p) a) Este posibil ca Toader să golească bidonul folosind exact 12 recipiente?

(3p) b) Care este numărul maxim de recipiente în care poate fi golit bidonul?

2. Fie $E(x) = \left(\dfrac{x}{x^2 - x} - \dfrac{4}{4x^2 - 4} + \dfrac{3x^2 + 3x}{6x^2 + 12x + 6}\right) \cdot \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2x^2}\right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

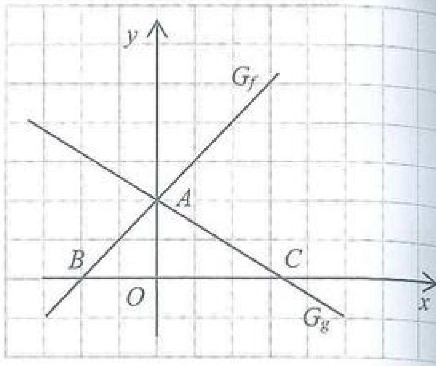
(2p) a) Arată că $E(x) = \dfrac{x+1}{4x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

(3p) b) Demonstrează că $E(x) + E(-x) = \dfrac{1}{2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \setminus \{-1, 0, 1\}$.

3. Considerăm funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 2$, $g(x) = -\frac{x}{\sqrt{3}} + 2$.

(2p) a) Arată că graficele celor două funcții se intersectează într-un punct $A \in Oy$.

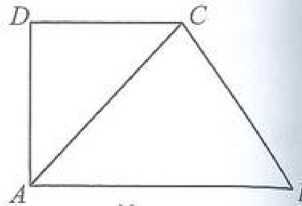
(3p) b) Notăm cu B punctul de intersecție dintre graficul funcției f și axa Ox și cu C punctul de intersecție dintre graficul funcției g și axa Ox. Calculează măsura unghiului BAC.



4. În figura alăturată, $ABCD$ este un trapez dreptunghic, $AB \parallel CD$, $CD < AB$, având $AD = 12$ cm, $AC = 20$ cm, $BC = 15$ cm.

(2p) a) Calculează perimetrul trapezului $ABCD$.

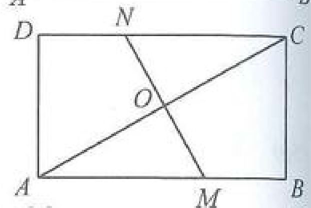
(3p) b) Demonstrează că $AC \perp CD$.



5. În figura alăturată este schița unui teren de joacă pentru copii sub forma unui dreptunghi $ABCD$, cu $AB = 80$ m și $BC = 60$ m. Terenul se împarte în două părți prin gardul MN, $M \in AB$, $N \in CD$, astfel încât MN este mediatoarea segmentului AC.

(2p) a) Arată că patrulaterul $AMCN$ este romb.

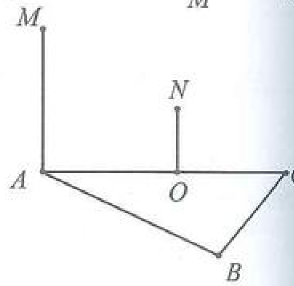
(3p) b) Calculează lungimea gardului MN.



6. În figura alăturată, triunghiul ABC este dreptunghic în B, $BC = 6$ m, $AC = 10$ m. Pe planul (ABC) se ridică perpendicularele MA, $MA = 8$ m și $NO = 4$ m, O fiind mijlocul lui AC.

(2p) a) Arată că punctele M, N și C sunt coliniare.

(3p) b) Determină raza sferei care conține punctele M, A, B și C.



✦ TESTUL 35 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Rezultatul calculului $479 \cdot 478 - 478 \cdot 477 - 2 \cdot 476$ este:
a) 0; b) 2; c) 4; d) 1642.

(5p) 2. În tabelul alăturat este descrisă o dependență funcțională. Valoarea lui a este:
a) 0; b) 3;
c) –3; d) 4.

x	-1	2	a
$y = 5 - 7x$	12	-9	26

(5p) 3. Fie a, b numere întregi distincte, astfel încât $a^3 = -64$ și $b^2 = 16$. Valoarea numărului $b - a$ este:
a) 0; b) –8; c) –1; d) 8.

(5p) 4. Dacă x, y sunt numere reale nenule și $\frac{x}{y} = 0,6$, valoarea raportului $\frac{4y-3x}{5y-4x}$ este:

a) 1; b) $\frac{11}{12}$; c) $\frac{10}{13}$; d) $\frac{11}{13}$.

(5p) 5. Considerăm numărul $a=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}-\sqrt{2}$ şi propoziţiile:

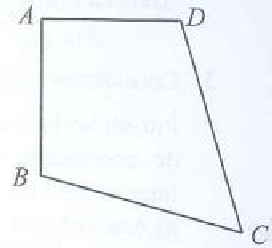
P_1: Numărul a este iraţional. P_2: Numărul a este raţional, neîntreg.
P_3: a este număr întreg negativ. P_4: a este număr natural.

Dintre aceste propoziţii, cea adevărată este:
a) P_1; b) P_2; c) P_3; d) P_4.

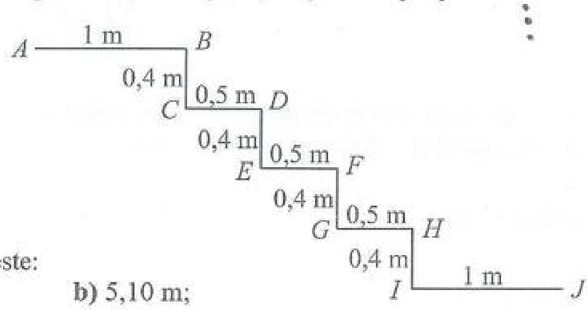
(5p) 6. Un automobil merge cu 72 km/h. Afirmaţia: „Automobilul merge cu 20 m/s." este:
a) adevărată; b) falsă.

SUBIECTUL al II-lea. *Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.* **(30 de puncte)**

(5p) 1. În figura alăturată este desenat un patrulater convex $ABCD$, cu proprietatea că măsura unghiului A este media aritmetică a măsurilor celorlalte unghiuri. Măsura unghiului A este:
a) 70°; b) 100°;
c) 80°; d) 90°.

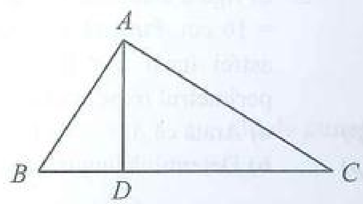


(5p) 2. În figura următoare este prezentat, în secţiune, un şir de trepte pe care este fixată o mochetă, din A până în J.

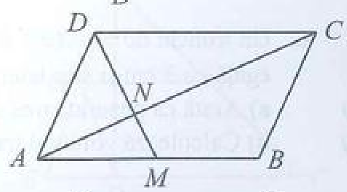


Lungimea mochetei este:
a) 4,70 m; b) 5,10 m;
c) 5 m; d) 3,1 m.

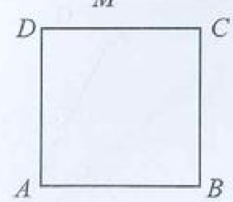
(5p) 3. În figura alăturată, A, B, C, D sunt patru obiective turistice legate prin drumurile $BD = 9$ km, $DC = 16$ km, B, D, C coliniare, $AD \perp BC$ şi $\sphericalangle BAC = 90°$. Lungimea traseului de la B la C, prin A, este:
a) 25 km; b) 40 km;
c) 45 km; d) 35 km.



(5p) 4. În paralelogramul $ABCD$, din figura alăturată, $AC = 12$ m, M este mijlocul laturii AB, iar N este punctul de intersecţie a dreptelor DM şi AC. Lungimea segmentului AN este:
a) 3 m; b) 4 m;
c) 5 m; d) 6 m.



(5p) 5. O grădină în formă de pătrat, ilustrată în figura alăturată, are aria egală cu 625 m² şi este împrejmuită cu un gard $ABCD$. Lungimea gardului este:
a) 25 m; b) 50 m;
c) 100 m²; d) 100 m.



(5p) 6. Aerul este un amestec gazos ce conţine 20% oxigen, în procente de volum. Volumul de oxigen dintr-o sală de clasă, în formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 15 m, 8 m şi 4 m este:
a) 80 m³; b) 96 m³; c) 100 m³; d) 106 m³.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrieți rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Media aritmetică a două numere reale a și b este 39. Mărind primul număr cu 30 și micșorând al doilea număr cu 12, primul număr devine de trei ori mai mare decât al doilea.

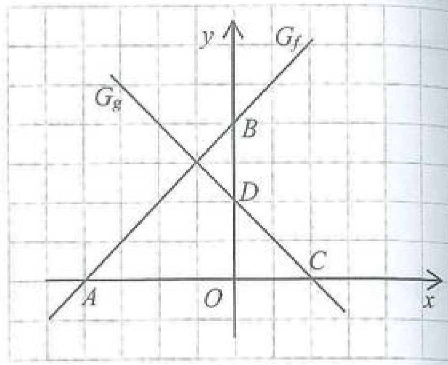
(2p) **a)** Arată că $a + b = 78$.

(3p) **b)** Determină numerele a și b.

(2p) **2. a)** Fie a și b numere reale. Arată că $(x + a)(x + b) = x^2 + x(a + b) + ab$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

(3p) **b)** Considerăm expresia: $E(x) = \left(\frac{1}{x+2} + \frac{x}{x-2} - \frac{x+1}{x^2-4}\right) : \frac{x^2-1}{x^2-2x} + \frac{2x+6}{x^2+4x+3}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$.

Arată că $E(x) = \frac{x+4}{x+2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$.

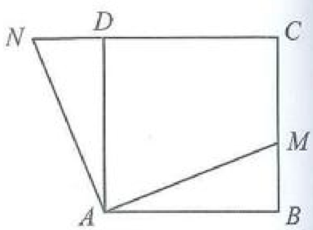


3. Considerăm funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 4, g(x) = -x + 2$.

Într-un același reper xOy, graficul funcției f intersectează axele de coordonate în punctele A și B, iar graficul funcției g intersectează axele de coordonate în punctele C și D.

(2p) **a)** Arată că graficele celor două funcții sunt perpendiculare.

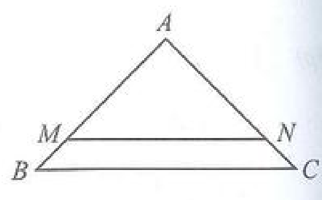
(3p) **b)** Demonstrează că $AD \perp BC$.



4. Fie $ABCD$ un pătrat și M un punct pe latura BC, iar N un punct pe prelungirea laturii CD, astfel încât $BM = DN$ (vezi figura alăturată).

(2p) **a)** Arată că $AM = AN$.

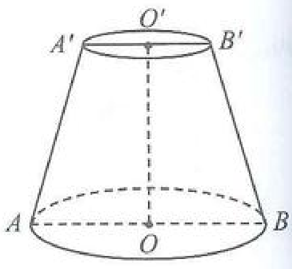
(3p) **b)** Determină măsura unghiului MAN.



5. În figura alăturată, triunghiul ABC este isoscel, $AB = AC = 10$ cm și $BC = 16$ cm. Punctul M este pe latura AB, iar punctul N este pe latura AC, astfel încât $MN \parallel BC$ și perimetrul triunghiului AMN este egal cu perimetrul trapezului $BCNM$.

(2p) **a)** Arată că $AM = 9$ cm.

(3p) **b)** Determină lungimea segmentului MN.



6. Un trunchi de con $ABB'A'$ are raza bazei mari egală cu 12 cm, raza bazei mici egală cu 3 cm și aria laterală egală cu 225π cm^2 (vezi figura alăturată).

(2p) **a)** Arată că generatoarea trunchiului are 15 cm.

(3p) **b)** Calculează volumul trunchiului.

✦ TESTUL 36 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Numărul numerelor naturale de două cifre care împărţite la 7 dau restul egal cu 2 este:
a) 10; **b)** 11; **c)** 12; **d)** 13.

(5p) **2.** În tabelul de mai jos este prezentată situaţia notelor obţinute de elevii unei şcoli la Evaluarea Naţională.

Media	< 4	4 – 4,99	5 – 5,99	6 – 6,99	7 – 7,99	8 – 8,99	9 – 9,99	10
Numărul de elevi	3	4	5	4	11	22	34	7

Procentul care reprezintă numărul mediilor cel puţin egale cu 8 din numărul total este:
a) 70%; **b)** 50%; **c)** 80%; **d)** 41%.

(5p) **3.** Cel mai apropiat număr întreg de numărul $-\frac{5}{4}$ este numărul:
a) −2; **b)** −1; **c)** −1,5; **d)** 0.

(5p) **4.** Dacă x, y sunt numere reale nenule şi $5x = 6y$, atunci numărul $\frac{10x}{3y}$ este egal cu:
a) 2; **b)** $\frac{25}{9}$; **c)** 1; **d)** 4.

(5p) **5.** Patru copii calculează media geometrică a numerelor $3\sqrt{8}$ şi $4\sqrt{18}$. Ei obţin rezultatele:

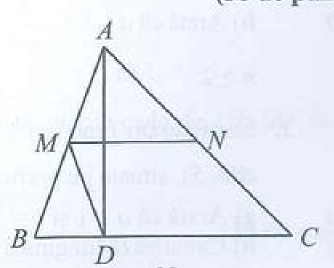
Elevul	Ion	Maria	Vlad	Elena
Rezultatul	144	$12\sqrt{2}$	$9\sqrt{2}$	12

Răspunsul corect este cel dat de:
a) Ion; **b)** Maria; **c)** Vlad; **d)** Elena.

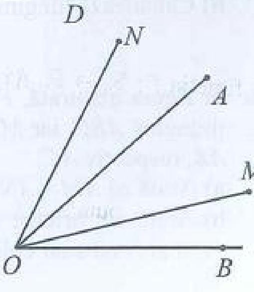
(5p) **6.** Ionuţ călătoreşte cu trenul. El pleacă la ora 21:07 şi ajunge la destinaţie la ora 02:42. El afirmă că a mers cu trenul 5 h şi 35 minute. Afirmaţia lui Ionuţ este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Fie ABC un triunghi, $AB = 12$ cm, $BC = 20$ cm, D proiecţia punctului A pe BC, iar M şi N mijloacele laturilor AB, respectiv AC (vezi figura alăturată). Suma lungimilor segmentelor MD şi MN este:
a) 16 cm; **b)** 22 cm;
c) 26 cm; **d)** 42 cm.

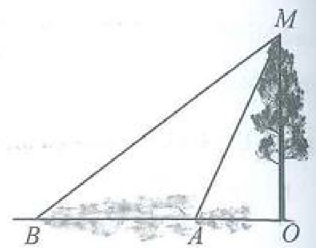


(5p) **2.** În figura alăturată, AOB este un unghi cu măsura 50°, OM este o semidreaptă interioară unghiului, $\sphericalangle MOB = 22°43'7''$, iar ON este o semidreaptă exterioară unghiului AOB, $\sphericalangle AON = 22°43'7''$. Măsura unghiului MON este:
a) 40°; **b)** 42°;
c) 49°36′43″; **d)** 50°.



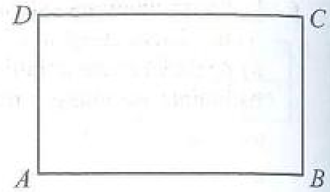
(5p) **3.** În figura alăturată, OM este un copac, OA, respectiv OB reprezintă umbra copacului în două momente diferite ale unei zile. Știind că $\sphericalangle MAO = 60°$, $\sphericalangle MBO = 30°$ și $AB = 4\sqrt{3}$ m, înălțimea copacului este:

a) 4 m; **b)** 5 m;
c) 6 m; **d)** 8 m.



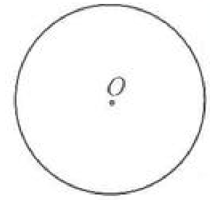
(5p) **4.** Un teren de joacă pentru copii are formă de dreptunghi. Lungimea acestuia este de 20 m, iar lățimea are 0,75 din lungime (vezi figura alăturată). Aria terenului este egală cu:

a) 300 m^2; **b)** 70 m^2;
c) 300 m; **d)** 150 m^2.



(5p) **5.** Cercul din figura alăturată are raza de 4 cm. Raportul dintre lungimea cercului și diametrul acestuia este:

a) 3,14; **b)** 3;
c) 3,1; **d)** π.



(5p) **6.** Un bazin în formă de cub are latura de 2,5 m. În el se pune apă până la înălțimea de 2 m. Zilnic se scot 1250 ℓ de apă din bazin. Numărul de zile în care bazinul se golește este:

a) 5; **b)** 10; **c)** 4; **d)** 20.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieți rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Două numere naturale a și b au cel mai mare divizor comun egal cu 15 și cel mai mic multiplu comun egal cu 420.

(2p) **a)** Arată că $a \cdot b = 6300$.

(3p) **b)** Determină numerele a și b.

2. Fie n un număr natural, $n \geq 2$ și $a = \dfrac{n^3 + 2n^2}{n^2 + n - 2}$, $b = \dfrac{n-1}{n+1} + \dfrac{n+2}{n-1} + \dfrac{n-3}{n^2-1}$.

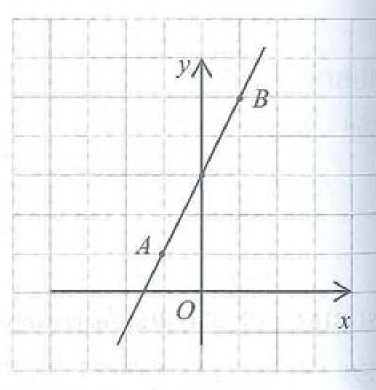
(2p) **a)** Arată că $a = \dfrac{n^2}{n-1}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

(3p) **b)** Arată că $a - b + \dfrac{1}{n-1}$ este număr natural nenul, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

3. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$ și punctele $A(-1, a)$ și $B(b, 5)$, situate pe graficul funcției f, cu $a, b \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $a = 1$ și $b = 1$.

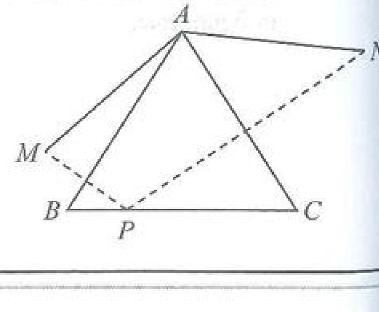
(3p) **b)** Calculează lungimea segmentului AB.



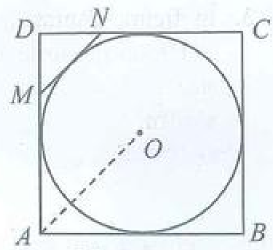
4. În figura alăturată, P este un punct pe latura BC a triunghiului ascuțitunghic ABC, iar M și N sunt simetricele punctului P față de dreapta AB, respectiv AC.

(2p) **a)** Arată că $AM = AN$.

(3p) **b)** Arată că, oricare ar fi poziția punctului P pe latura BC, punctele M, A și N nu sunt coliniare.



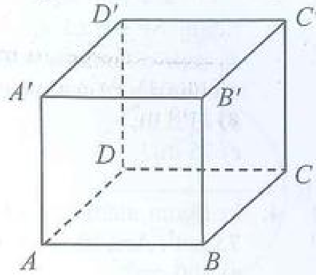
5. În figura alăturată, $ABCD$ este un pătrat de centru O şi latură $AB = 12$ cm. Pe latura AD considerăm punctul M, astfel încât $DM = 3$ cm, iar pe latura CD considerăm punctul N, astfel încât $DN = 4$ cm.



(2p) **a)** Arată că aria triunghiului OMN este egală cu 15 cm^2.

(3p) **b)** Demonstrează că MN este tangentă cercului înscris pătratului.

6. În figura alăturată este reprezentat un cub din lemn, având muchia de 6 cm. Tăiem cubul în 27 de cubuleţe egale.



(2p) **a)** Arată că muchia unui cubuleţ este de 2 cm.

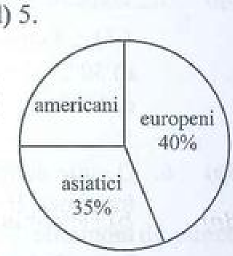
(3p) **b)** Înainte de tăiere, vopsim cubul în albastru şi constatăm că avem nevoie de exact 80 g de vopsea. Câtă vopsea albastră mai este necesară pentru a vopsi feţele noi, rezultate în urma tăierii?

✦ TESTUL 37 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Rezultatul calculului $4^0 - 5^1 + 0^6$ este:
a) –5; **b)** –4; **c)** 4; **d)** 5.

(5p) 2. Diagrama alăturată arată repartiţia celor 200 de cercetători ai unui institut, în raport cu continentul de provenienţă. Numărul cercetătorilor americani din acest institut este:
a) 25; **b)** 40;
c) 50; **d)** 60.



(5p) 3. Filosoful stoic Seneca s-a născut la Cordoba, în anul 4 î.Hr., şi a murit la Roma, în anul 65 d.Hr. Seneca a trăit:
a) 65 ani; **b)** 69 ani; **c)** 70 ani; **d)** 61 ani.

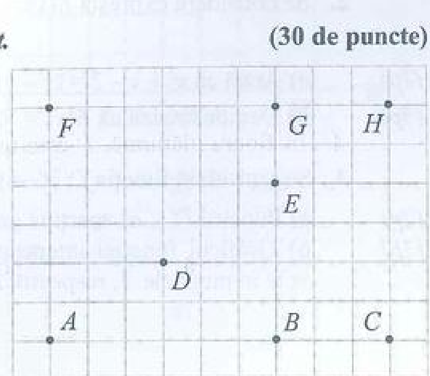
(5p) 4. Intervalul $(-2, a]$ conţine exact patru numere întregi, iar a este un număr întreg. Valoarea numărului a este:
a) 1; **b)** 2; **c)** 3; **d)** 4.

(5p) 5. Media geometrică a numerelor $a = 3-\sqrt{8}$ şi $b = (\sqrt{2}+1)^2$ este:
a) 3; **b)** $2\sqrt{2}$; **c)** 0; **d)** 1.

(5p) 6. Un robinet are debitul de 10 litri pe minut. Mama spune că acest robinet va umple cada de 150 litri în mai puţin de un sfert de oră. Afirmaţia mamei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

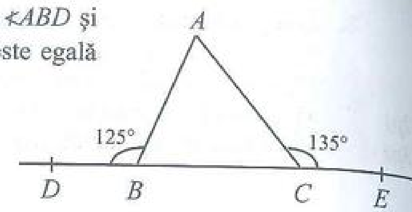
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, D, E, F, G şi H. Cel mai mare număr de puncte coliniare care pot fi identificate în figură este:
a) 2; **b)** 3;
c) 4; **d)** 5.



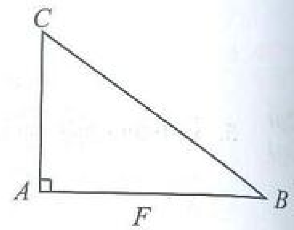
(5p) **2.** În figura alăturată, punctele B, C, D şi E sunt coliniare. Unghiurile $\sphericalangle ABD$ şi $\sphericalangle ACE$ au măsurile $125°$, respectiv $135°$. Măsura unghiului $\sphericalangle BAC$ este egală cu:

a) $80°$; **b)** $85°$;
c) $90°$; **d)** $100°$.



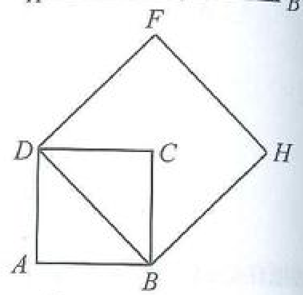
(5p) **3.** Trei case sunt aşezate în vârfurile A, B şi C ale triunghiului din figura alăturată. Se ştie că $AB = 60$ m, $AC = 45$ m şi $\sphericalangle BAC = 90°$. Proprietarii hotărăsc să sape o fântână, la egală distanţă de cele trei case. Distanţa de la fântână la un una dintre case este:

a) 37,5 m; **b)** 50 m;
c) 75 m; **d)** 30 m.



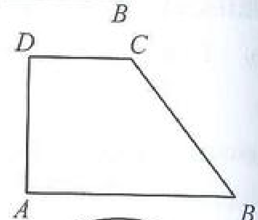
(5p) **4.** În figura alăturată, $ABCD$ şi $BDFH$ sunt pătrate. Aria pătratului $ABCD$ este $75\ cm^2$. Aria pătratului $BDFH$ este:

a) $100\ cm^2$; **b)** $150\ cm^2$;
c) $225\ cm^2$; **d)** $300\ cm^2$.



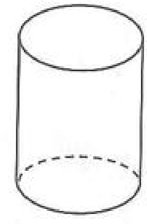
(5p) **5.** Trapezul $ABCD$, din figura alăturată, are $AB \parallel CD$, $\sphericalangle A = 90°$, $AB = 8$ cm, $CD = 3$ cm, $AD = 5$ cm şi $BC = 5\sqrt{2}$ cm. Măsura unghiului BCD este:

a) $30°$; **b)** $45°$;
c) $135°$; **d)** $120°$.



(5p) **6.** O cutie de creioane are forma unui cilindru circular drept cu raza $R = 5$ cm şi înălţimea $H = 20$ cm, ca în figura alăturată. Ionuţ are patru creioane, având lungimile 15 cm, 20 cm, 22 cm, respectiv 23 cm. Numărul de creioane care încap, în întregime, în cutie este:

a) 1; **b)** 2;
c) 3; **d)** 4.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Două kilograme de roşii şi patru kilograme de cartofi costă 22 lei. Un kilogram de roşii este cu 2 lei mai scump decât unul de cartofi.

(2p) **a)** Este posibil ca un kilogram de cartofi să coste 2,50 lei? Justifică răspunsul.

(3p) **b)** Află preţul unui kilogram de roşii.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\dfrac{x+2}{x-1} - \dfrac{x-1}{x+2} + \dfrac{9}{x^2+x-2}\right) : \dfrac{3}{1-x}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$.

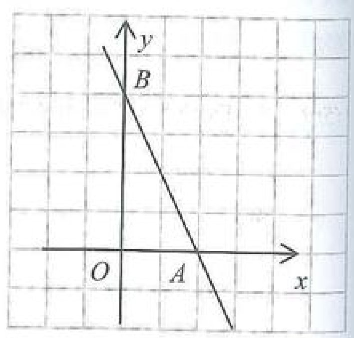
(2p) **a)** Arată că $x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$, pentru orice număr real x.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(x) = -2$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$.

3. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4 - 2x$.

(2p) **a)** Punctul $P(1, a)$ aparţine graficului funcţiei. Determină numărul real a.

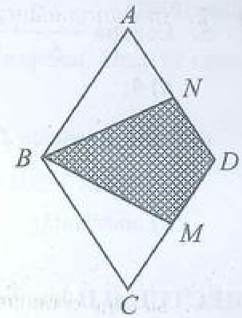
(3p) **b)** Graficul funcţiei intersectează axele Ox şi Oy ale reperului cartizian xOy în punctele A, respectiv B. Află lungimea segmentului AB.



4. În figura alăturată este reprezentată o bucată de material textil sub forma rombului $ABCD$. O croitoreasă are nevoie de suprafața patrulateră $BMDN$ hașurată; punctele M și N sunt mijloacele segmentelor CD, respectiv AD.

(2p) a) Arată că segmentele BM și BN au lungimi egale.

(3p) b) Demonstrează că materialul folosit de croitoreasă are aria egală cu jumătate din cea a bucății inițiale.

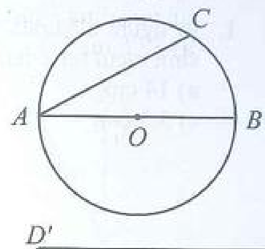


5. În figura alăturată, AB este un diametru al cercului de centru O, iar AC este o coardă a acestuia.

Segmentele AB și AC au lungimile 10 cm, respectiv $5\sqrt{3}$ cm.

(2p) a) Arată că măsura unghiului $\sphericalangle ACB$ este 90°.

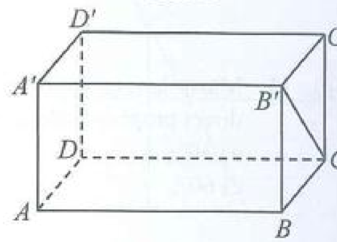
(3p) a) Determină lungimea arcului mic $\overset{\frown}{BC}$.



6. Paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ din figura alăturată are dimensiunile $AB = 12$ m, $BC = 3$ m și $AA' = 4$ m.

(2p) a) Calculează aria totală a paralelipipedului.

(3p) b) Determină distanța de la punctul A la dreapta $B'C$.



✦ TESTUL 38 ✦

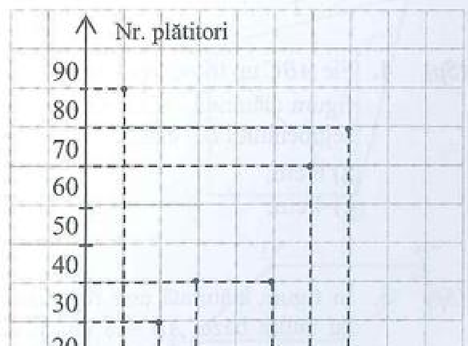
SUBIECTUL I. *Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.* **(30 de puncte)**

(5p) 1. Rezultatul calculului $0,75 + \frac{1}{2} : 2$ este:

a) 1; b) 2,75;
c) 1,25; d) 1,5.

(5p) 2. Numărul vizitatorilor plătitori ai ștrandului municipal în decursul unei săptămâni de vară este reprezentat în graficul alăturat. Diferența dintre numărul vizitatorilor de marți și numărul celor din ziua de sâmbătă este:

a) 50; b) 40;
c) –40; d) 60.



(5p) 3. Dacă 5 ouă costă 6 lei, atunci 12 ouă costă:

a) 13 lei; b) 14 lei; c) 14,5 lei; d) 14,4 lei.

(5p) 4. Se consideră mulțimea $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \,\middle|\, \frac{x+6}{x-1} \in \mathbb{Z} \right\}$. Suma elementelor mulțimii A este:

a) 4; b) 2; c) 0; d) –2.

(5p) 5. Ecuația $\frac{x+2}{5}+\frac{mx-1}{4}=m$ are soluția $x=3$. Valoarea parametrului real m este:

a) 4; b) 3; c) 2; d) 1.

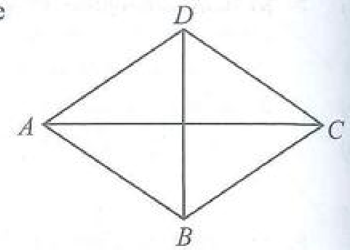
(5p) 6. Iulia amestecă 2 ℓ de apă, având temperatura de 20°C, cu 1 ℓ de apă, având temperatura de 30°C, și spune că a obținut 3 ℓ de apă, având temperatura de 25°C. Afirmația Iuliei este:

a) adevărată; c) falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

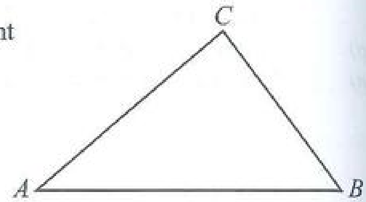
(5p) 1. În figura alăturată este desenat cu romb cu latura de 7 cm. Distanța dintre simetricul lui A față de BD și simetricul lui B față de AC este:

a) 14 cm; b) 7 cm;
c) 3,5 cm; d) 28 cm.



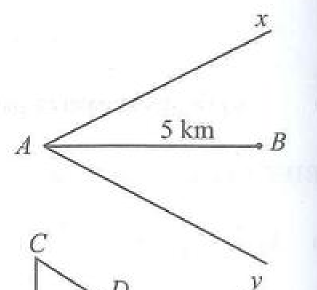
(5p) 2. Măsurile unghiurilor $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$ și $\sphericalangle C$ ale triunghiului din figura alăturată sunt direct proporționale cu numerele 2, 3 și 4. Unghiul $\sphericalangle A$ are măsura:

a) 30°; b) 40°;
c) 60°; d) 80°.



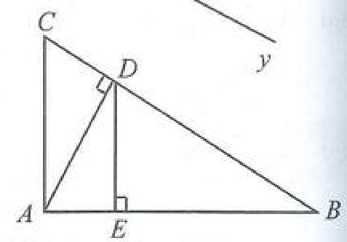
(5p) 3. Două drumuri rectilinii Ax și Ay formează un unghi xAy, având măsura 60°, ca în figura alăturată. Domnul Ionescu vrea să construiască o casă în punctul B, aflată la 5 km de punctul A și la egală distanță de drumurile Ax și Ay. Distanța de la punctul B la Ax este:

a) 3 km; b) 2,5 km;
c) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ km; d) 2 km.



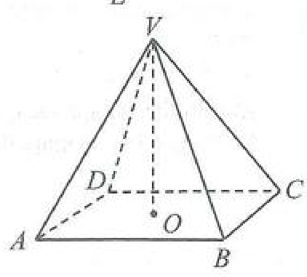
(5p) 4. Fie ABC un triunghi cu $\sphericalangle A=90°$, $\sphericalangle B=30°$ și $BC=12$ cm. Construim, ca în figura alăturată, $AD\perp BC$ și $DE\perp AB$, cu $D\in BC$ și $E\in AB$. Lungimea segmentului DE este:

a) 6 cm; b) $3\sqrt{3}$ cm;
c) 4 cm; d) 4,5 cm.



(5p) 5. În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră regulată $VABCD$ cu latura bazei $AB=8$ cm și înălțimea $VO=8$ cm. Tangenta unghiului format de dreapta VA cu planul (ABC) este:

a) 1; b) 2;
c) $\sqrt{2}$; d) $2\sqrt{2}$.



(5p) 6. Un vas de forma unui cilindru circular drept cu raza $R=1,5$ dm și înălțimea $H=6$ dm. Vasul este plin cu apă. Vărsăm toată apa din vas în pahare cilindrice identice, cu raza $r=3$ cm și înălțimea $h=12$ cm. Numărul paharelor necesare este:

a) 10; b) 25; c) 125; d) 60.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrieți rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Într-un grup de copii, numărul fetelor este de trei cincimi din numărul membrilor grupului. Dacă ar mai veni patru fete, numărul fetelor ar fi dublul numărului băieților.

(2p) **a)** Ce procent reprezintă numărul inițial al fetelor din numărul total inițial de copii?

(3p) **b)** Câți băieți sunt în grup?

2. Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{2}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right):\frac{x^2+x-6}{x^3+3x^2-4x-12}$, $x\in\mathbb{R}\setminus\{-3,-2,-1,2\}$.

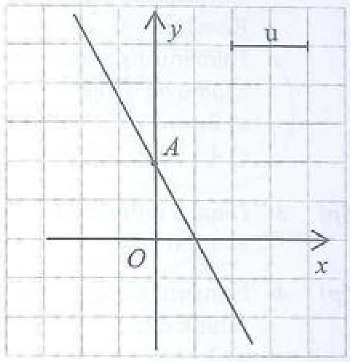
(2p) **a)** Arată că $x^3+3x^2-4x-12=(x-2)(x+2)(x+3)$, oricare ar fi numărul real x.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(x)=\frac{x+3}{x+1}$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}\setminus\{-3,-2,-1,2\}$.

3. În figura alăturată este reprezentată grafic funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-2x$, într-un sistem de coordonate xOy. Notăm cu A punctul de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy.

(2p) **a)** Arată că punctul A are coordonatele $(0, 1)$.

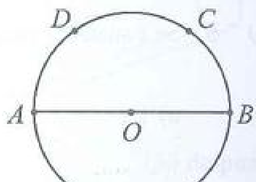
(3p) **b)** Află coordonatele punctului B, situat pe graficul funcției, pentru care $AB=2\sqrt{5}$.



4. În figura alăturată, AB este un diametru al cercului de centru O, iar C și D situate pe același semicerc delimitat de AB, sunt astfel încât $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DA}$.

(2p) **a)** Arată că unghiul COD are măsura $60°$.

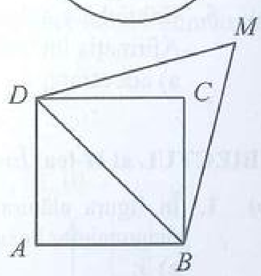
(3p) **b)** Demonstrează că patrulaterul $ABCD$ este un trapez isoscel.



5. În figura alăturată, $ABCD$ este un pătrat cu diagonala $AC=10$ cm, iar BDM este un triunghi echilateral (punctele C și M sunt de aceeași parte a dreptei BD).

(2p) **a)** Calculează aria pătratului.

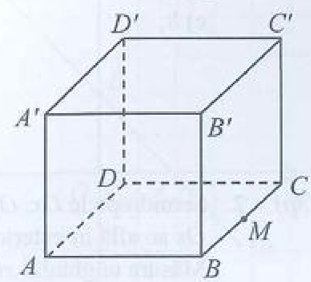
(3p) **b)** Arată că segmentul CM are lungimea $5(\sqrt{3}-1)$ cm.



6. În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDA'B'C'D'$, având latura $AB=30$ cm. Punctul M este mijlocul laturii BC.

(2p) **a)** Câți litri de apă încap într-un vas ce are forma și dimensiunile acestui cub?

(3p) **b)** Determină distanța de la punctul A' la planul (MDD').



✦ TESTUL 39 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Opusul numărului raţional $a = 3 - 0{,}4 : 0{,}1$ este:
a) –24; b) –1; c) 1; d) 24.

(5p) **2.** În tabelul alăturat sunt anii de înfiinţare pentru cele mai vechi şcoli din zona Moldovei. În anul 1864, principele Al. I. Cuza a promulgat Legea Instrucţiunii Publice, prin care au fost reorganizate şcolile deja existente pe teritoriul României şi au fost înfiinţate altele noi. Numărul şcolilor reorganizate din zona Moldovei a fost:
a) 2; b) 3;
c) 4; d) 5.

Şcoala (denumire actuală)	**Localitatea**	**Anul înfiinţării**
Colegiul Naţional	Iaşi	1828
C.N. „Gh.R. Codreanu”	Bârlad	1846
C.N. „A.T. Laurian”	Botoşani	1859
C.N. „Ştefan cel Mare”	Suceava*	1860
C.N. „Unirea”	Focşani	1866
* În perioada 1775-1918, Suceava s-a aflat sub controlul monarhilor Habsburgi		

(5p) **3.** După o ieftinire cu 10%, o maşină de spălat costă 900 lei. Preţul maşinii, înainte de ieftinire, era:
a) 1000 lei; b) 990 lei; c) 810 lei; d) 1900 lei.

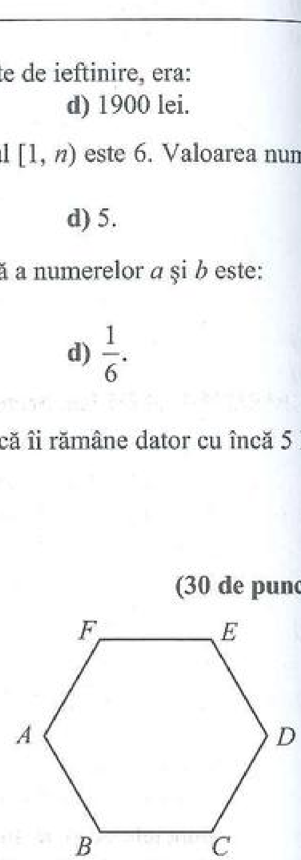
(5p) **4.** Numărul natural n are proprietatea că produsul numerelor întregi din intervalul $[1, n)$ este 6. Valoarea numărului n este:
a) 2; b) 3; c) 4; d) 5.

(5p) **5.** Se consideră numerele reale $a = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{12}$ şi $b = \sqrt{5^2 - 3^2}$. Media geometrică a numerelor a şi b este:
a) 1; b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $\frac{3}{2}$; d) $\frac{1}{6}$.

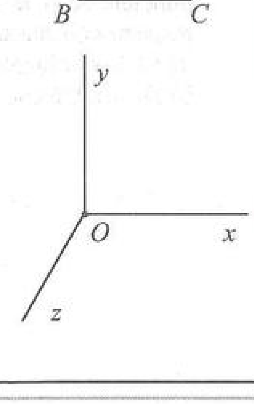
(5p) **6.** Gabriel are o datorie de 20 lei faţă de Dorel. El îi dă 15 lei lui Dorel şi afirmă că îi rămâne dator cu încă 5 lei. Afirmaţia lui Gabriel este:
a) adevărată; b) falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată este desenat un hexagon regulat $ABCDEF$. Numărul diagonalelor hexagonului este:
a) 3; b) 6;
c) 8; d) 9.

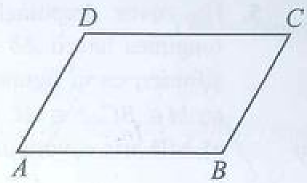


(5p) **2.** Semidreptele Ox, Oy şi Oz, din figura alăturată, sunt poziţionate astfel încât Ox se află în exteriorul unghiului yOz. Ştim că $\sphericalangle xOy = 90°$ şi $\sphericalangle yOz = 130°$. Măsura unghiului xOz este:
a) 220°; b) 140°;
c) 130°; d) 210°.



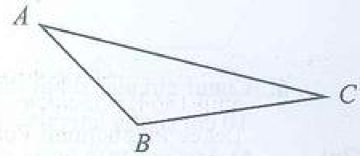
(5p) 3. Paralelogramul $ABCD$ din figura alăturată reprezintă harta unei zone turistice: patru obiective importante sunt situate în vârfurile sale. Un turist parcurge traseul A–B–C–D–A, mergând 42 km. Distanța dintre A și B este cu 3 km mai mare decât distanța dintre B și C. Distanța dintre obiectivele C și D este:

a) 9 km; **b)** 10 km;
c) 11 km; **d)** 12 km.



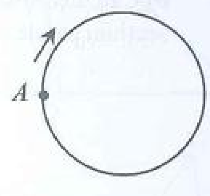
(5p) 4. Triunghiul ABC din figura alăturată are $AB = 5$ cm, $BC = 8$ cm și $\sphericalangle ABC = 150°$. Aria triunghiului este:

a) 10 cm^2; **b)** 20 cm^2;
c) 24 cm^2; **d)** 40 cm^2.



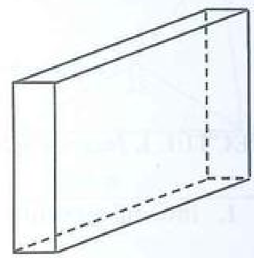
(5p) 5. O piscină circulară are suprafața de 100π m^2. Adrian pleacă din punctul A, în sensul indicat de săgeata din figură, ocolește piscina și revine în punctul A. Distanța parcursă de Adrian, aproximată la cel mai apropiat număr întreg de metri, este:

a) 10 m; **b)** 20 m;
c) 62 m; **d)** 63 m.



(5p) 6. Zidul din figura alăturată are forma unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile bazei 10 m × 1 m și înălțimea de 2 m. Jorj văruiește toate fețele vizibile ale zidului, consumând câte 0,5 ℓ de var pentru fiecare metru pătrat de suprafață. Cantitatea totală de var pe care o consumă Jorj este:

a) 27 ℓ; **b)** 22 ℓ;
c) 44 ℓ; **d)** 18 ℓ.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieți rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Maria cumpără 12 caiete și creioane, plătind, în total, 28 lei. Numărul creioanelor este dublul numărului de caiete. Un caiet este de cinci ori mai scump decât un creion.

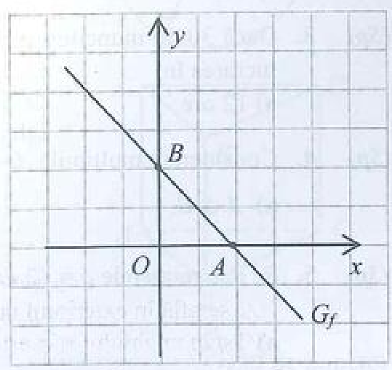
(2p) **a)** Câte caiete cumpără Maria?
(3p) **b)** Care este prețul unui caiet?

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\dfrac{x+3}{x+1} - \dfrac{x+1}{x+3}\right) : \dfrac{2x+4}{x^2+x} - \dfrac{x-3}{x+3}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -2, -1, 0\}$.

(2p) **a)** Arată că $E(1) = 1$.
(3p) **b)** Demonstrează că $E(x)$ are o valoare constantă oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -2, -1, 0\}$.

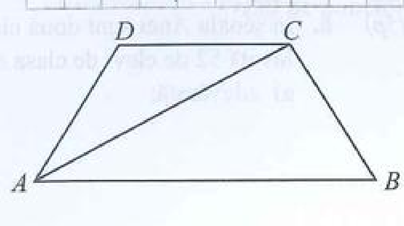
3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2 - x$. În figura alăturată, punctele A și B sunt intersecțiile graficului funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de coordonate xOy.

(2p) **a)** Află coordonatele punctului A.
(3p) **b)** Determină coordonatele simetricului punctului A față de punctul B.

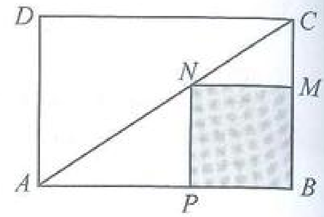


4. În figura alăturată este desenat un trapez cu baza mare AB. Se știe că $AB = 2AD = 2BC = 2CD$.

(2p) **a)** Arată că $\sphericalangle ACD \equiv \sphericalangle CAB$.
(3p) **b)** Determină măsurile unghiurilor trapezului.



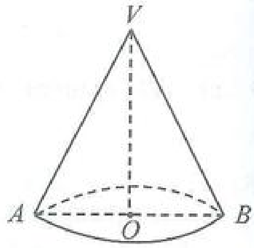
5. Un covor dreptunghiular are lungimea diagonalei $AC = 5$ m şi lungimea laturii $AB = 4$ m. Un colţ al covorului este acoperit de un şifonier, ca în figura alăturată; baza şifonierului este pătratul $BMNP$, cu $M \in BC, N \in AC$ şi $P \in AB$.



(2p) a) Află aria covorului.

(3p) b) Arată că lungimea segmentului BM este $\frac{12}{7}$ m.

6. Conul circular drept din figura alăturată are generatoarea de lungime 10 cm şi aria laterală 60π cm^2.



(2p) a) Arată că raza bazei conului are lungimea de 6 cm.

(3p) b) Calculează sinusul unghiului dintre generatoarele VA şi VB ale unei secţiuni axiale a conului.

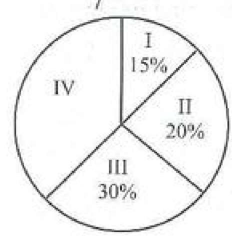
✦ TESTUL 40 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Inversul numărului raţional $a = 0{,}5 - \frac{1}{6} : \frac{2}{3}$ este:

a) 4; b) $-\frac{1}{4}$; c) -4; d) $-\frac{2}{7}$.

(5p) **2.** O firmă trebuie să construiască 100 km de autostradă în 4 ani. În diagrama alăturată este reprezentat procentul din lucrare realizat în fiecare dintre primii trei ani. Numărul de kilometri care rămân să fie realizaţi în ultimul an este:



a) 30; b) 35;
c) 40; d) 70.

(5p) **3.** Dacă 30 de muncitori pot termina o lucrare în 12 ore, atunci 40 de muncitori, la fel de harnici, vor termina lucrarea în:

a) 12 ore; b) 16 ore; c) 9 ore; d) 10 ore.

(5p) **4.** Considerăm mulţimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 9\}$ şi $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x < 9\}$. Atunci:

a) $A \subset B$; b) $A = B$; c) $A \supset B$; d) $A \cap B = \varnothing$.

(5p) **5.** Se dau numerele $a = (2+\sqrt{2})^2 - \sqrt{8} - \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$ şi $b = (0{,}2)^{-1}$. Media aritmetică a numerelor a şi b este:

a) $2\sqrt{2}$; b) $2+\sqrt{2}$; c) 4; d) 1.

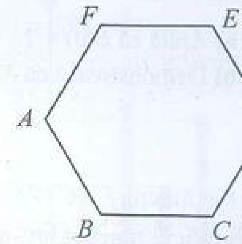
(5p) **6.** În şcoala Anei sunt două clase a V-a: prima are 25 elevi, iar a doua cu 3 mai mult. Ana spune că în şcoala sa învaţă 52 de elevi de clasa a V-a. Afirmaţia Anei este:

a) adevărată; b) falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

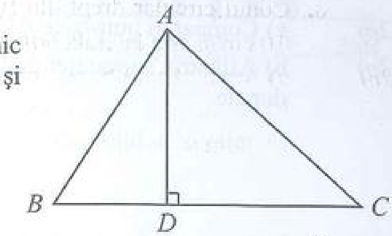
(5p) **1.** În figura alăturată este desenat un hexagon regulat $ABCDEF$. Trasând câteva dintre diagonale, împărţim interiorul hexagonului în suprafeţe triunghiulare. Numărul minim de triunghiuri care se pot obţine este:

a) 5; **b)** 3;
c) 6; **d)** 4.



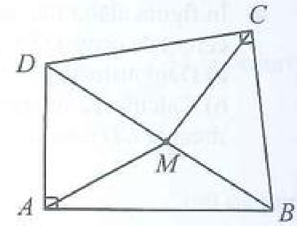
(5p) **2.** Fie AD înălţimea corespunzătoare ipotenuzei triunghiului dreptunghic ABC, din figura alăturată. Diferenţa dintre măsurile unghiurilor BAD şi ACB este:

a) 30°; **b)** 45°;
c) 0°; **d)** 15°.



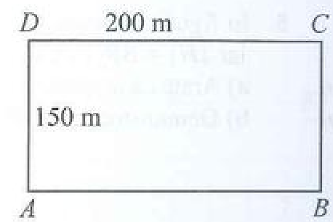
(5p) **3.** În figura alăturată, $ABCD$ un patrulater cu $\sphericalangle A = \sphericalangle C = 90°$. Lungimile diagonalelor sale sunt $AC = 10$ cm şi $BD = 11$ cm, iar M este mijlocul segmentului BD. Perimetrul triunghiului MAC este:

a) 20 cm; **b)** 20,5 cm;
c) 21 cm; **d)** 24 cm.



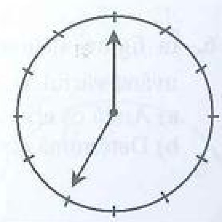
(5p) **4.** Un teren agricol are forma şi dimensiunile din figura alăturată. Pentru a-l cultiva, un fermier cheltuieşte 2500 lei/hectar, însă primeşte înapoi 1000 lei/hectar, subvenţie din partea statului. Cheltuielile efective ale fermierului pentru cultivarea întregului teren sunt:

a) 4500 lei; **b)** 450000 lei;
c) 3000 lei; **d)** 300 lei.



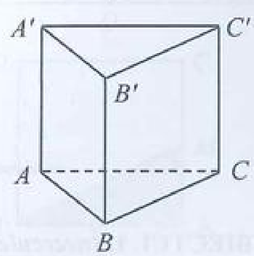
(5p) **5.** Acele unui ceas indică ora 7:00. Unghiul format de orarul şi minutarul ceasului are măsura:

a) 120°; **b)** 210°;
c) 150°; **d)** 175°.



(5p) **6.** În figura alăturată este reprezentată o prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ cu muchia bazei $AB = 8$ cm şi muchia laterală $AA' = 4$ cm. Măsura unghiului format de planele $(A'BC)$ şi (ABC) este:

a) 30°; **b)** 45°;
c) 60°; **d)** 90°.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Tatăl şi fiul au împreună 55 ani, iar raportul vârstelor lor este 4,5.

(2p) **a)** Află vârsta fiului.

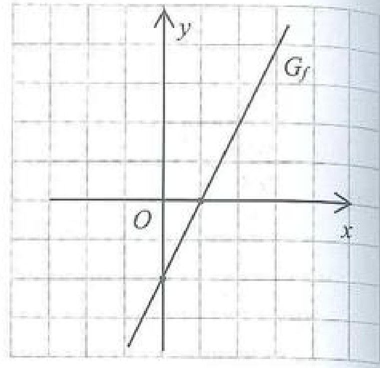
(3p) **b)** Peste câţi ani vârsta tatălui va fi dublul vârstei fiului?

2. Se consideră expresia $E(x) = \dfrac{2x}{x+1} + \left(\dfrac{x-3}{x+1} + \dfrac{x+1}{x-3} - 2\right) : \dfrac{8}{x-3}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 3\}$.

(2p) a) Arată că $E(0) = 2$.

(3p) b) Demonstrează că $E(x)$ are valoare constantă, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 3\}$.

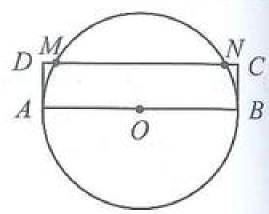
3. Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. În figura alăturată este reprezentat graficul funcției într-un reper cartezian xOy.



(2p) a) Comparați numerele $f(1)$ și $f(\sqrt{2})$.

(3p) b) Află aria suprafeței delimitată de graficul funcției și axele de coordonate.

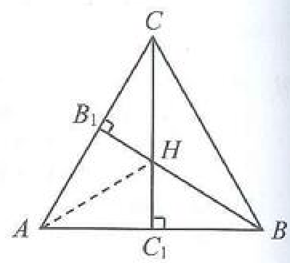
4. În figura alăturată, $ABCD$ este un dreptunghi cu $AB = 26$ cm și $BC = 5$ cm, iar cercul de centru O admite segmentul AB ca diametru.



(2p) a) Demonstrează că dreapta CD este secantă cercului.

(3p) b) Calculează lungimea segmentului MN, unde M și N sunt punctele în care dreapta CD intersectează cercul.

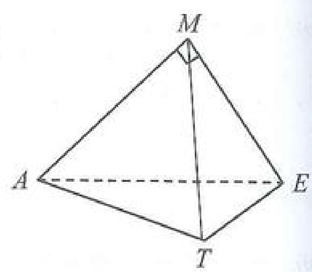
5. În figura alăturată, BB_1 și CC_1 sunt înălțimi în triunghiul ascuțitunghic BAC, iar $\{H\} = BB_1 \cap CC_1$.



(2p) a) Arată că dreptele AH și BC sunt perpendiculare.

(3p) b) Demonstrează că $BH \cdot B_1H = CH \cdot C_1H$.

6. În figura alăturată este reprezentată piramida triunghiulară regulată $MATE$, având vârful M. Se știe că $MA = 3\sqrt{2}$ cm, iar $\sphericalangle AME = 90°$.



(2p) a) Arată că aria laterală a piramidei este 27 cm^2.

(3p) b) Determină distanța de la punctul A la planul (MTE).

✦ TESTUL 41 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Cel mai mare număr de forma $\overline{x2y}$, divizibil cu 9, este:

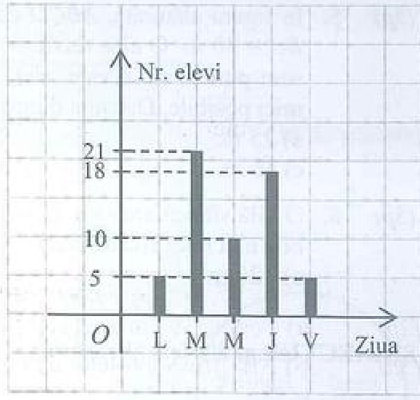
a) 929; b) 999; c) 729; d) 927.

(5p) 2. Se dizolvă 25g sare în 225g apă. Concentrația soluției obținute este:

a) 9%; b) 10%; c) 12%; d) 11,(1)%.

(5p) 3. Diagrama alăturată arată numărul elevilor unei şcoli care au absentat într-o săptămână în care condiţiile meteorologice au fost nefavorabile. Cei mai mulţi absenţi au fost în ziua de:

a) luni; b) marţi;
c) miercuri; d) joi.



(5p) 4. Se consideră ecuaţia $x^2 - 3x + m = 0$, având necunoscuta x. Una dintre soluţiile ecuaţiei este $x_1 = 1$. Cea de-a doua soluţie a ecuaţiei este:

a) 0; b) 3;
c) 2; d) 0,5.

(5p) 5. Se dau numerele reale $a = 3\sqrt{21} - \sqrt{\frac{7}{3}} - 2\sqrt{\frac{27}{7}}$ şi $b = \left(\frac{\sqrt{21}}{19}\right)^{-1}$. Rezultatul calculului $a : b$ este:

a) $\frac{722}{21}$; b) $\frac{2\sqrt{21}}{19}$; c) 2; d) 1.

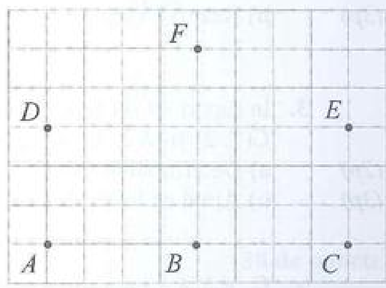
(5p) 6. Vasile numără din doi în doi: 1, 3, 5, 7, ..., 31. Nicolae numără din trei în trei: 1, 4, 7, ..., 31 şi observă că exact şase dintre numerele spuse de el au fost rostite şi de Vasile. Observaţia lui Nicolae este:

a) adevărată; b) falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

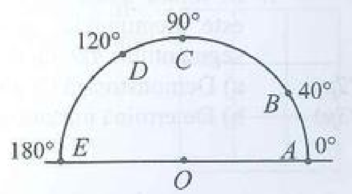
(5p) 1. În figura alăturată, simetricul punctului C faţă de dreapta BF este punctul:

a) A; b) B;
c) E; d) D.



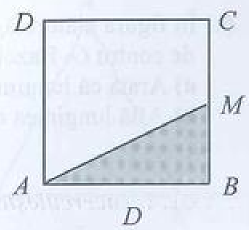
(5p) 2. În figura alăturată sunt marcate cinci puncte pe conturul unui raportor. În aceste condiţii, diferenţa dintre măsurile unghiurilor $\sphericalangle COE$ şi $\sphericalangle BOD$ este:

a) 10°; b) 20°;
c) 40°; d) 170°.



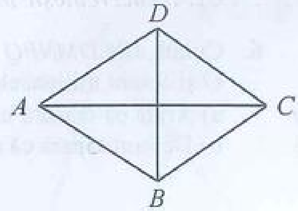
(5p) 3. În figura alăturată, punctul M este mijlocul laturii BC a pătratului $ABCD$. Aria triunghiului ABM este 13 cm². Aria pătratului $ABCD$ este:

a) 26 cm²; b) 39 cm²;
c) 52 cm²; d) 65 cm².



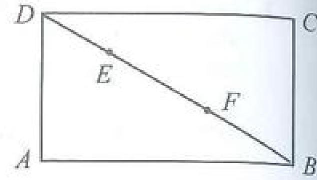
(5p) 4. În figura alăturată, $ABCD$ este un romb cu $AB = BD$. Sinusul unghiului $\sphericalangle A$ este:

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\frac{3}{5}$;
c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; d) $\frac{1}{2}$.



(5p) **5.** În figura alăturată, $ABCD$ este o grădină dreptunghiulară cu $AB = 40$ m şi $BC = 30$ m. O alee rectilinie uneşte colţurile B şi D ale grădinii, iar E şi F sunt puncte ale acestei alei, astfel încât distanţele AE şi CF sunt cele mai mici posibile. Distanţa dintre punctele E şi F este:

a) 25 m; **b)** 20 m;
c) 16 m; **d)** 14 m.



(5p) **6.** O bilă sferică are raza de 6 cm şi cântăreşte 4320g. Se topeşte bila şi, folosind tot materialul obţinut, se fabrică bile mai mici, având raza de 1 cm. Masa unei bile mici este:

a) 120g; **b)** 720g; **c)** 144g; **d)** 20g.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Un teren agricol a fost recoltat în trei zile: 25% în prima zi, $\frac{7}{15}$ din rest în a doua zi şi ultimele 20 ha în cea de-a treia zi:

(2p) **a)** Arată că, în cea de-a treia zi, s-a recoltat de pe 40% din suprafaţa terenului.

(3p) **b)** Determină suprafaţa întregului teren agricol.

2. Se consideră expresia $E(x) = \frac{2x+1}{x-1} : \left(1 - \frac{3x^2}{1-x^2}\right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right\}$.

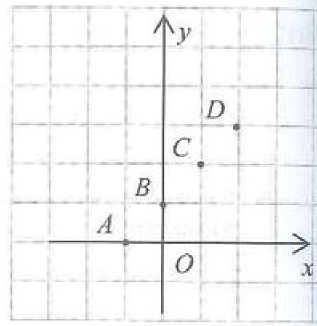
(2p) **a)** Arată că $E(x) = \frac{x+1}{2x-1}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right\}$.

(3p) **b)** Rezolvă ecuaţia $E(x) = 2$.

3. În raport cu un reper cartezian xOy, se consideră punctele $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$, $C(1, 2)$ şi $D(2, 3)$. Mulţimea $\{A, B, C, D\}$ este graficul unei funcţii f.

(2p) **a)** Determină domeniul de definiţie al funcţiei f.

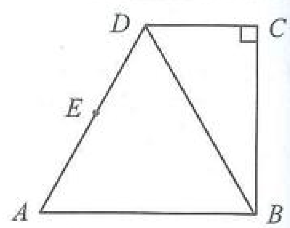
(3p) **b)** Arată că legea de corespondenţă a funcţiei este $f(x) = x + 1$.



4. În figura alăturată, triunghiul ABD este echilateral, iar triunghiul BCD este dreptunghic, cu ipotenuza $BD = 10$ cm. Punctul E este mijlocul segmentului AD, iar dreptele AB şi CD sunt paralele.

(2p) **a)** Demonstrează că triunghiurile ABE şi DBC sunt congruente.

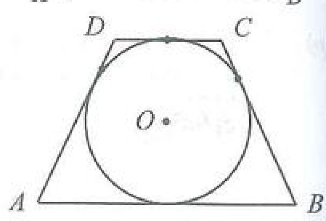
(3p) **b)** Determină măsura unghiului format de dreptele BD şi CE.



5. În figura alăturată, laturile trapezului isoscel $ABCD$ sunt tangente cercului de centru O. Bazele trapezului au lungimile $AB = 10$ cm şi $CD = 4$ cm.

(2p) **a)** Arată că lungimea laturii BC este 7 cm.

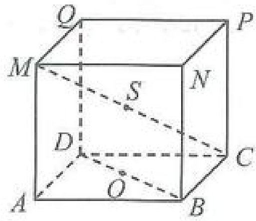
(3p) **b)** Află lungimea razei cercului.



6. Cubul $ABCDMNPQ$ din figura alăturată are muchia $AB = 4$ cm. Punctele O şi S sunt mijloacele diagonalelor BD, respectiv CM.

(2p) **a)** Arată că măsura unghiului format de planele (MSB) şi (ABC) este 45°.

(3p) **b)** Demonstrează că dreapta SO este perpendiculară pe planul (ABC).



✦ TESTUL 42 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $\left(1-\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \frac{27}{4}$ este:

a) 4,5; **b)** 0,75; **c)** 1,5; **d)** 1.

(5p) **2.** În diagrama alăturată sunt prezentate opţiunile celor 30 de elevi ai clasei a VIII-a D, cu privire la alegerea şefului clasei. Numărul voturilor obţinute de Ioana a fost:

a) 10; **b)** 11;
c) 12; **d)** 13.

(5p) **3.** Se aruncă un zar. Probabilitatea ca numărul punctelor care apar pe faţa de sus a zarului să fie un divizor al lui 10 este:

a) $\frac{1}{3}$; **b)** $\frac{1}{2}$; **c)** $\frac{2}{3}$; **d)** $\frac{1}{6}$.

(5p) **4.** Cel mai mare număr natural $\overline{ab}$ pentru care $\frac{a+3b}{5a-b}=\frac{5}{9}$ este:

a) 510; **b)** 48; **c)** 84; **d)** 96.

(5p) **5.** Cel mai mare număr întreg care este mai mic decât $-4\sqrt{3}$ este:

a) –7; **b)** –6; **c)** –5; **d)** 6.

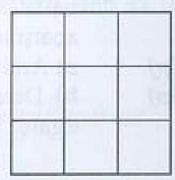
(5p) **6.** Roxana afirmă că jumătatea numărului 2^{10} este 2^5. Afirmaţia Roxanei este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

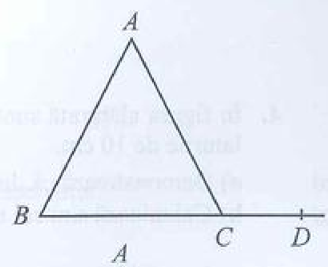
(5p) **1.** Împărţind fiecare latură a pătratului din figura alăturată în 3 părţi egale, obţinem o împărţire a interiorului pătratului în 9 pătrate mai mici. Dacă am împărţi fiecare latură a pătratului iniţial în 5 părţi egale, numărul pătrăţelelor care s-ar obţine ar fi:

a) 10; **b)** 15;
c) 25; **d)** 125.



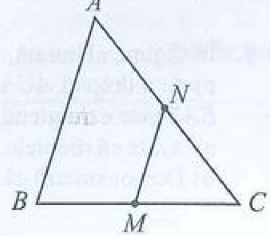
(5p) **2.** Triunghiul ABC din figura alăturată este echilateral, iar punctele B, C şi D sunt coliniare. Măsura unghiului ACD este:

a) 60°; **b)** 120°;
c) 90°; **d)** 135°.



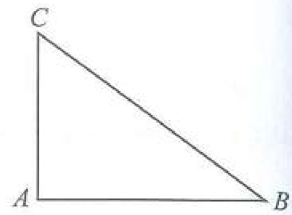
(5p) **3.** În figura alăturată, MN este o linie mijlocie a triunghiului ABC. Raportul dintre aria patrulaterului $ABMN$ și aria triunghiului CMN este:

a) 4; **b)** $\frac{3}{4}$;
c) 3; **d)** 2.



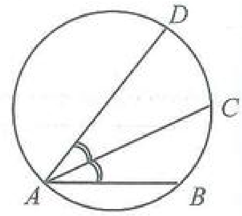
(5p) 4. Triunghiul ABC din figura alăturată are $\sphericalangle A = 90°$, $BC = 15$ cm şi $\sin(\sphericalangle C) = \frac{4}{5}$. Perimetrul triunghiului este:

a) 36 cm; b) 30 cm;
c) 48 cm; d) 52 cm.



(5p) 5. În figura alăturată, AC este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BAD$, iar măsura arcului mic $\overset{\frown}{BD}$ este 100°. Unghiul $\sphericalangle BAC$ are măsura de:

a) 50°; b) 25°;
c) 75°; d) 12°30′.



(5p) 6. Pentru a vopsi toate feţele unui tetraedru regulat cu muchia de 6 cm avem nevoie de 72 g vopsea. Cantitatea de vopsea necesară pentru a acoperi toate feţele unui tetraedru regulat cu muchia de 1 cm este:

a) 12 g; b) 6 g; c) 2 g; d) 1 g.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Denisa are cu 27 de ani mai puţin decât mama ei, care are cu un an mai puţin decât tatăl fetei. Denisa este de cinci ori mai tânără decât tatăl său.

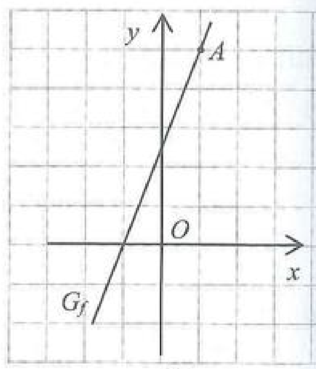
(2p) a) Cu câţi ani este mai tânără Denisa decât tatăl ei?
(3p) b) Determină vârsta fetei.

2. Se dă expresia $E(x) = \left(\frac{3}{2(x-1)} - \frac{1}{2(x+1)} - \frac{4}{x^2-1}\right) : \frac{x-2}{x^2-2x+1}$ unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 2\}$.

(2p) a) Arată că $E(x) = \frac{x-1}{x+1}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 2\}$.
(3p) b) Determină numerele naturale n, pentru care $E(n)$ este un număr din intervalul $[0, 1]$.

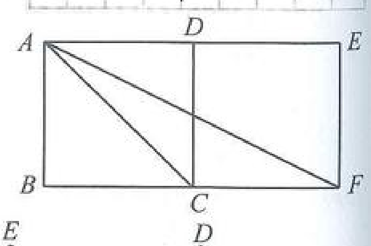
3. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + 2$, unde $a \in \mathbb{R}$, al cărei grafic într-un reper cartezian xOy este reprezentat în figura alăturată. Punctul $A(1, 5)$ aparţine graficului funcţiei.

(2p) a) Arată că $a = 3$.
(3p) b) Determină punctul B, situat pe graficul funcţiei, care are coordonate egale.



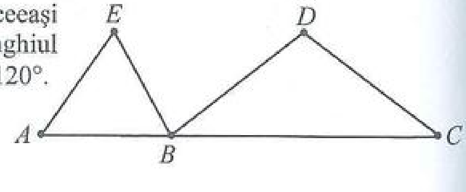
4. În figura alăturată sunt reprezentate două pătrate, $ABCD$ şi $CDEF$, având laturile de 10 cm.

(2p) a) Demonstrează că distanţa de la punctul C la dreapta AF este $2\sqrt{5}$ cm.
(3p) b) Calculează sinusul unghiului FAC.



5. În figura alăturată, A, B şi C sunt trei puncte coliniare. De aceeaşi parte a dreptei AC se consideră punctele D şi E, astfel încât triunghiul EAB este echilateral, iar triunghiul BCD este isoscel cu $\sphericalangle BDC = 120°$.

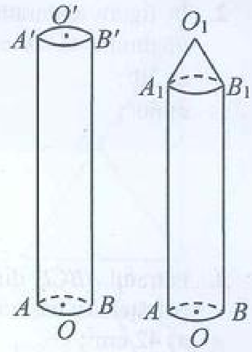
(2p) a) Arată că dreptele BD şi BE sunt perpendiculare.
(3p) b) Demonstrează că dreptele DE şi AC sunt paralele.



6. Un creion neascuţit are forma unui cilindru circular drept cu raza de 5 mm şi generatoarea de 20 cm. Se ascute creionul, vârful ascuţit având forma unui con circular drept cu generatoarea de 13 mm, ca în figura alăturată.

(2p) a) Află volumul creionului neascuţit.

(3p) b) Ce procent din volumul creionului s-a îndepărtat prin ascuţire?

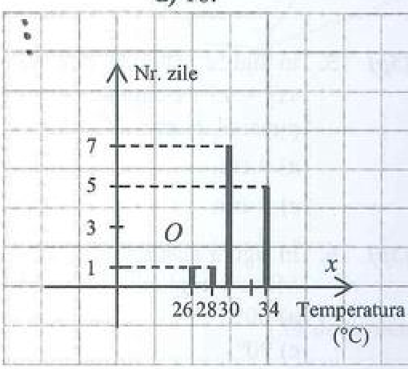


✦ TESTUL 43 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Numărul care este cu 7 mai mare ca –11 este:
a) –18; **b)** –4; **c)** 4; **d)** 18.

(5p) **2.** În luna iunie, timp de două săptămâni, se înregistrează temperatura la amiază, în fiecare zi, obţinând rezultatele din tabelul alăturat. Temperatura medie în respectiva perioadă este:
a) 29,5 °C; **b)** 30°C;
c) 31°C; **d)** 31,5°C.



(5p) **3.** Alegem, la întâmplare, un număr din mulţimea $A = \{0, 1, 2, ..., 19\}$. Probabilitatea ca numărul ales să fie prim este:
a) 0,35; **b)** 0,4; **c)** 0,45; **d)** 0,5.

(5p) **4.** Numerele a şi b sunt direct proporţionale cu 2 şi 3, iar suma lor este 12,5. Numărul mai mare este egal cu:
a) 5; **b)** 6,5; **c)** 7; **d)** 7,5.

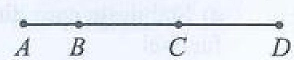
(5p) **5.** Rezultatul calculului $\left(\frac{1}{\sqrt{8}}+\frac{1}{\sqrt{32}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right):\frac{\sqrt{2}}{2}$ este:

a) $-\frac{1}{4}$; **b)** 0; **c)** –1; **d)** 1.

(5p) **6.** Alice afirmă că suma cifrelor numărului $A = 5 \cdot 10^{100} + 22$ este 9. Afirmaţia fetei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

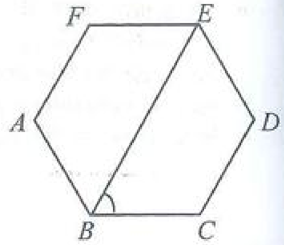
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Numărul de segmente ce pot fi identificate în figura alăturată sunt:
a) 3; **b)** 4;
c) 5; **d)** 6.



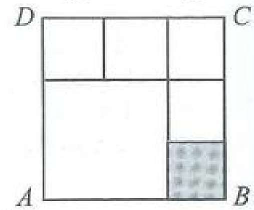
(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat un hexagon regulat $ABCDEF$. Măsura unghiului $\sphericalangle CBE$ este:

a) 30°; **b)** 45°;
c) 60°; **d)** 90°.



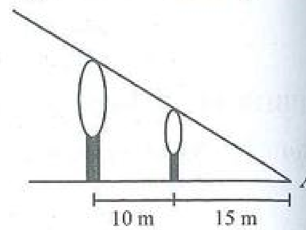
(5p) **3.** Pătratul $ABCD$ din figura alăturată este împărțit în 6 pătrate mai mici. Aria pătrățelului hașurat este 7 cm². Aria pătratului $ABCD$ este:

a) 42 cm²; **b)** 49 cm²;
c) 63 cm²; **d)** 81 cm².



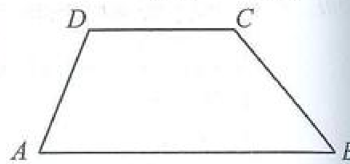
(5p) **4.** Umbrele ambilor copaci din figura alăturată se întind exact până în punctul A. Înălțimea copacului mic este 2,4 m. Înălțimea copacului mare este:

a) 4,8 m; **b)** 5,6 m;
c) 4 m; **d)** 3,6 m.



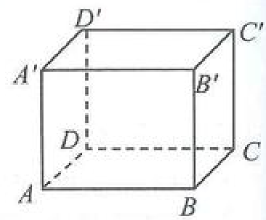
(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat un trapez cu baza mare $AB = 8$ cm și $\sphericalangle B = 45°$. Lungimea celui mai scurt segment care unește punctul A cu un punct al dreptei BC este:

a) 4 cm; **b)** $4\sqrt{2}$ cm;
c) 6 cm; **d)** $8\sqrt{2}$ cm.



(5p) **6.** În figura alăturată este desenat un paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$. Măsura unghiului format de dreptele CC' și BD este:

a) 60°; **b)** 45°;
c) 90°; **d)** 0°.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieți rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Avem 240 de smochine, 192 de portocale și 216 mere.

(2p) **a)** Grupăm toate fructele în 8 pachete identice (același număr de smochine în fiecare, același număr de portocale și același număr de mere). Câte smochine conține un pachet? Dar portocale? Dar mere?

(3p) **b)** Care este cel mai mare număr de pachete identice care se poate obține?

2. Se consideră $E(x) = \left(\frac{2x}{3} - \frac{6}{x}\right) : \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - x}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1, 3\}$.

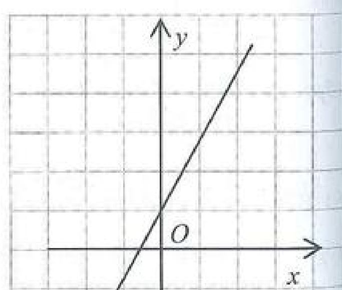
(2p) **a)** Arată că $E(x) = \frac{2x+6}{3}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1, 3\}$.

(3p) **b)** Pentru câte numere naturale n, unde $n \leq 100$, numărul $E(n)$ este întreg?

3. Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$, al cărei grafic într-un reper cartezian xOy este reprezentat în figura alăturată.

(2p) **a)** Stabilește care dintre punctele $A(1, 4)$ și $B(-1, -1)$ aparține graficului funcției.

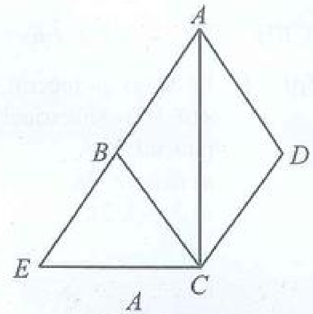
(3p) **b)** Rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația $2 - f(x + 1) = 3f(x)$.



4. În figura alăturată este reprezentată o rețea de drumuri județene. Se știe că $AB = BC = CD = DA = 6$ km, B este mijlocul lui AE, iar $\sphericalangle ABC = 2 \cdot \sphericalangle BAD$.

(2p) **a)** Arată că unghiul $\sphericalangle BAD$ are măsura $60°$.

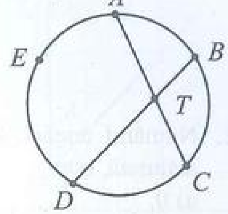
(3p) **b)** Un automobil parcurge traseul $A–C–E–A$ cu viteza de 60 km/h. Demonstrează că timpul necesar parcurgerii acestei distanțe este mai mic de jumătate de oră.



5. În figura alăturată, punctele A, B, C, D și E împart cercul în cinci arce de măsuri egale, iar $\{T\} = AC \cap BD$.

(2p) **a)** Află măsura unghiului $\sphericalangle AED$.

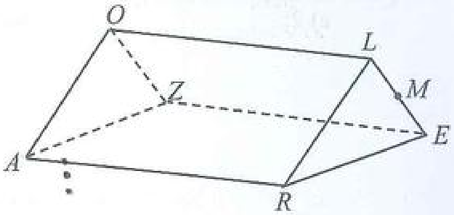
(3p) **b)** Demonstrează că punctele E și T sunt simetrice față de dreapta AD.



6. În figura alăturată, este reprezentată cușca unui câine, având forma prismei triunghiulare regulate $AZOREL$, cu $AR = 12$ dm și $AZ = 8$ dm.

(2p) **a)** Află câți metri cubi de aer se află în cușcă, aproximând rezultatul cu două zecimale exacte.

(3p) **b)** O furnică se deplasează, în linie dreaptă, pe traseul $O–M–R–O$, unde M este mijlocul muchiei EL. Arată că dreapta AE este paralelă cu planul în care se deplasează furnica.



✦ TESTUL 44 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Mulțimea divizorilor întregi ai numărului 6 are cardinalul:
a) 6; **b)** 4; **c)** 10; **d)** 8.

(5p) 2. În tabelul următor este reprezentată distribuția elevilor clasei a VIII-a C, în funcție durata deplasării de acasă până la școală. Numărul de elevi din clasa a VIII-a C este:
a) 28; **b)** 29;
c) 30; **d)** 31.

Durata deplasării (minute)	[1, 5]	(5, 15]	(15, 30]	(30, 60]
Numărul de elevi	10	9	7	4

(5p) 3. Un aliaj de aur și cupru are titlul 0,900 și masa de 200g. Cantitatea de aur aflată în aliaj este:
a) 180 g; **b)** 20 g; **c)** 90 g; **d)** 900 g.

(5p) 4. Un număr irațional care aparține intervalului $(-2, -1)$ este:
a) $-\frac{7}{5}$; **b)** $1-\sqrt{5}$; **c)** $-\sqrt{5}$; **d)** $\sqrt{2}-\sqrt{3}$.

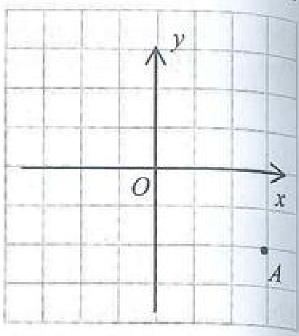
(5p) 5. Rezultatul calculului $\left(\sqrt{\frac{9}{7}}-\sqrt{7}-\frac{2}{\sqrt{7}}\right):\sqrt{\frac{1}{7}}$ este:
a) 6; **b)** $2\sqrt{7}$; **c)** $2-\sqrt{7}$; **d)** -6.

(5p) 6. Mașina tatei merge cu viteza constantă de 75 km/h. Până în orașul bunicii, sunt de parcurs 175 km. Paula îi spune tatei că drumul de acasă până la bunica va dura 2 ore și 20 minute. Afirmația Paulei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

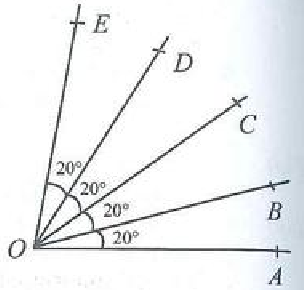
(5p) **1.** În raport cu reperul cartezian xOy din figura alăturată se consideră punctul $A(3, -2)$. Simetricul punctul A față de originea O a sistemului de axe este punctul:

a) $A_1(-3, -2)$; b) $A_2(3, 2)$;
c) $A_3(-3, 2)$; d) $A_4(3, 0)$.



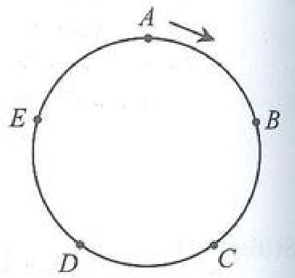
(5p) **2.** Numărul unghiurilor cu măsura de 40°, care pot fi identificate în figura alăturată, este:

a) 0; b) 1;
c) 2; d) 3.



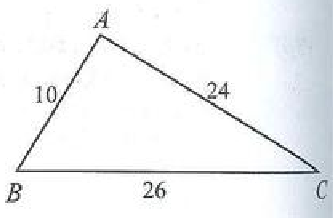
(5p) **3.** Alexandra se află în punctul A al pistei circulare din figura alăturată şi doreşte să parcurgă un tur complet. Punctele A, B, C, D, E împart cercul în cinci arce egale. După ce parcurge 60% din tur, Alexandra se află în punctul:

a) E; b) D;
c) C; d) B.



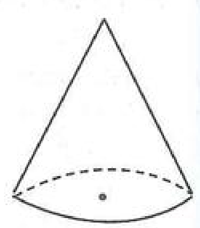
(5p) **4.** În figura alăturată sunt date lungimile laturilor triunghiului ABC, în centimetri. Aria triunghiului este:

a) 120 cm^2; b) 34 cm^2;
c) 240 cm^2; d) 260 cm^2.



(5p) **5.** Conul circular drept din figura alăturată are raza $R = 4$ cm şi generatoarea $G = 5$ cm. Desfăşurând suprafaţa laterală a conului, obţinem un sector de disc. Măsura unghiului la centru al acestei sector este:

a) 90°; b) 108°;
c) 144°; d) 288°.



(5p) **6.** O piesă metalică are forma unui cub cu latura de 10 cm. Densitatea metalului din care este făcută piesa este 5,5 g/cm^3. Masa piesei este:

a) 550 g; b) 55 g; c) 5,5 kg; d) 55 kg.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrieți rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Într-un bloc de locuințe sunt 19 apartamente cu două și trei camere, care au, în total, 46 camere.

(2p) **a)** Numărul apartamentelor cu trei camere ar putea fi 15? Justifică răspunsul.

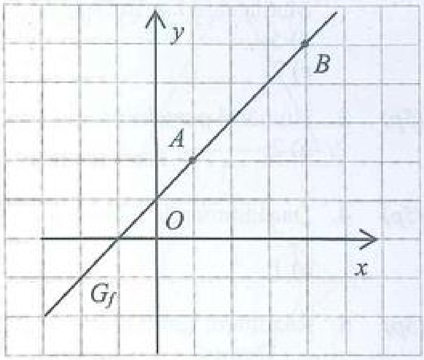
(3p) **b)** Află care este numărul apartamentelor cu două camere.

2. Se consideră expresia $E(x) = x^2 + 2x - 24$, unde x este un număr real.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = (x + 6)(x - 4)$, oricare ar fi numărul real x.

(3p) **b)** Determină valorile întregi ale n, pentru care $E(n)$ este număr natural prim.

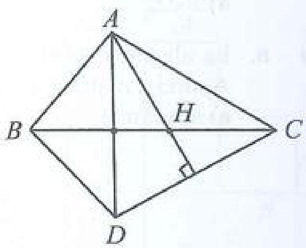
3. Se dă funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$; graficul său într-un reper cartezian xOy este reprezentat în figura alăturată. Punctele A și B au abscisele 1, respectiv 4 și sunt situate pe graficul funcției f.



(2p) **a)** Determină coordonatele punctelor A și B.

(3p) **b)** Notăm cu M și N proiecțiile pe axa Ox ale punctelor A, respectiv B. Calculează aria patrulaterului $ABNM$.

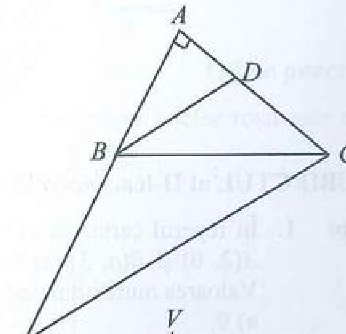
4. Fie ABC un triunghi. În figura alăturată, D este simetricul punctului A față de dreapta BC.



(2p) **a)** Arată că $AB = BD$.

(3p) **b)** Pe dreapta BC se consideră punctul H, astfel încât $AH \perp CD$. Demonstrează că dreptele DH și AC sunt perpendiculare.

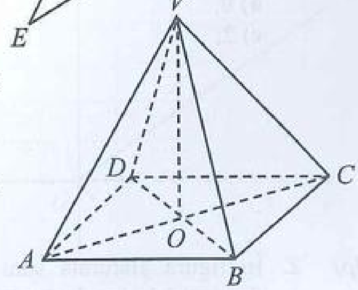
5. În figura alăturată, ABC este un triunghi dreptunghic cu $AB = 6$ cm și $BC = 10$ cm. Fie BD bisectoarea unghiului ABC, unde $D \in AC$, iar dreapta CE este paralelă cu BD, cu $E \in AB$.



(2p) **a)** Arată că $\sphericalangle BEC \equiv \sphericalangle BCE$.

(3p) **b)** Determină perimetrul triunghiului ABD.

6. În figura alăturată, $VABCD$ este o piramidă patrulateră regulată cu muchia bazei $AB = 2$ cm și înălțimea $VO = \sqrt{6}$ cm.



(2p) **a)** Demonstrează că triunghiul VAC este echilateral.

(3p) **b)** Arată că unghiul format de planele (VAC) și (VBC) are cosinusul egal cu $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

✦ TESTUL 45 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mare divizor prim al numărului 18 este:
a) 2; **b)** 3; **c)** 9; **d)** 18.

(5p) **2.** Notele pe care le are Sebastian la limba engleză sunt cele din tabelul alăturat. Media care i se încheie lui Sebastian este:
a) 5; **b)** 6;
c) 7; **d)** 8.

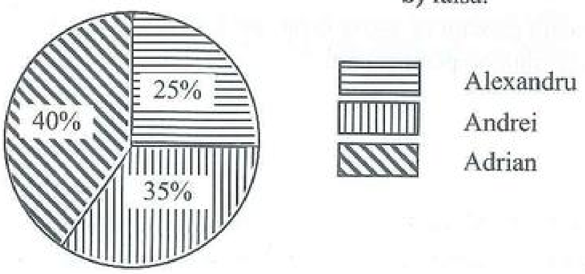
Nota	5	7	8
Nr. note	1	3	2

(5p) **3.** Numărul perechilor (a, b) de numere întregi, cu proprietatea că $a \cdot b = 4$, este:
a) 2; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 6.

(5p) **4.** Dacă numerele reale nenule a şi b au proprietatea că $\frac{a}{3} = \frac{2}{b}$, atunci numărul $2ab - 7$ este egal cu:
a) 1; **b)** 6; **c)** -1; **d)** 5.

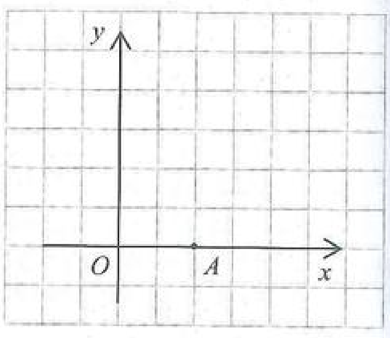
(5p) **5.** Rezultatul calculului $(2+\sqrt{3})^2 + |4\sqrt{3}-7|$ este:
a) $8\sqrt{3}$; **b)** 14; **c)** 0; **d)** 12.

(5p) **6.** La alegerea şefului clasei a VIII-a E s-au înregistrat rezultatele din diagrama de mai jos. Miruna spune că Andrei a câştigat aceste alegeri. Afirmaţia Mirunei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

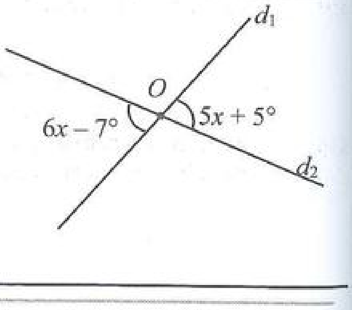


SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În reperul cartezian xOy din figura alăturată se consideră punctele $A(2, 0)$ şi $B(a, 3)$, astfel încât dreapta AB este paralelă cu axa Oy. Valoarea numărului real a este:
a) 0; **b)** 1;
c) 2; **d)** 3.

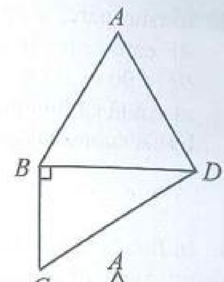


(5p) **2.** În figura alăturată sunt date două dintre măsurile unghiurilor care se formează în jurul punctului O de intersecţie a dreptelor d_1 şi d_2. Valoarea lui x este:
a) 12°; **b)** 10°;
c) 20°; **d)** 15°.



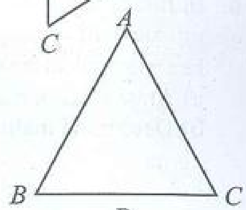
(5p) **3.** În figura alăturată, ABD este un triunghi echilateral cu latura de 10 cm, iar BCD este un triunghi dreptunghic, $\measuredangle B = 90°$, având același perimetru cu ABC. Perimetrul patrulaterului $ABCD$ este:

a) 40 cm; **b)** $5(5+\sqrt{3})$ cm;
c) 50 cm; **d)** 60 cm.



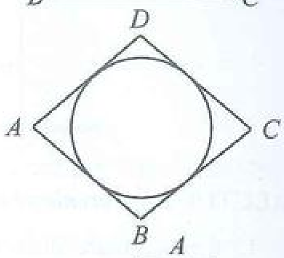
(5p) **4.** O curte are forma triunghiului isoscel ABC din figura alăturată, cu $BC = 20$ cm și $AB = AC = 26$ cm. Pentru pavarea curții, se cumpără x m^2 de dale. Din cauza formei curții, la pavare există pierderi de 20% din suprafața dalelor cumpărate. Valoarea minimă a numărului x este:

a) 144 m^2; **b)** 288 m^2;
c) 300 m^2; **d)** 150 m^2.



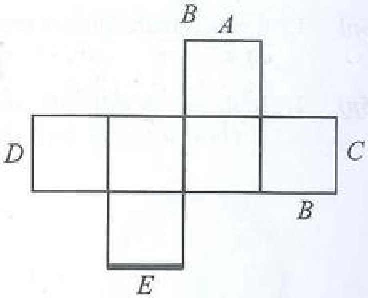
(5p) **5.** În figura alăturată, laturile rombului $ABCD$ sunt tangente unui cerc cu raza 2,5 cm. Distanța dintre dreptele AB și CD este:

a) 2,5 cm; **b)** 3,75 cm;
c) 4,8 cm; **d)** 5 cm.



(5p) **6.** În figura alăturată este desenată o desfășurare a unui cub. Atunci când refacem cubul, segmentul îngroșat (marcat E) se va lipi peste segmentul marcat:

a) A; **b)** B;
c) C; **d)** D.



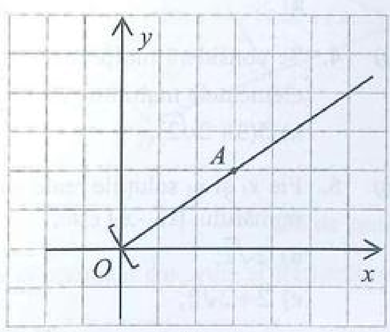
SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieți rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Într-o cutie sunt 30 de bile albe, roșii și galbene. 19 bile nu sunt galbene, iar numărul bilelor roșii este cu 1 mai mic decât numărul bilelor albe.

(2p) **a)** Află numărul bilelor galbene.
(3p) **b)** Găsește numărul bilelor roșii.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x^2 + 2x + 3)^2 - (x^2 - 2x + 5)^2$, unde x este un număr real.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = 4(2x - 1)(x^2 + 4)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
(3p) **b)** Determină $a \in \mathbb{R}$ pentru care $E(a) = 0$.

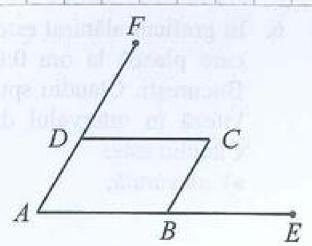


3. În figura alăturată, semidreapta OA, unde $A(3, 2)$, este graficul unei funcții f într-un sistem de axe de coordonate xOy.

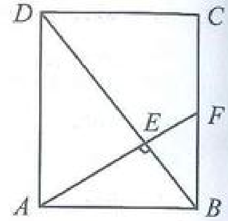
(2p) **a)** Stabilește domeniul de definiție al funcției f.
(3p) **b)** Determină legea de corespondență a funcției f.

4. În figura alăturată, $ABCD$ este paralelogram. Punctele E și F sunt simetricele punctului A față de B, respectiv D.

(2p) **a)** Arată că patrulaterul $BCFD$ este un paralelogram.
(3p) **b)** Demonstrează că punctele C, E și F sunt coliniare.



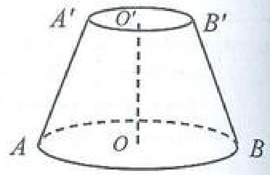
5. Într-un parc, având forma dreptunghiului $ABCD$, există două alei BD și AF care se întâlnesc în punctul E, ca în figura alăturată. Știm că $BD \perp AF$, $BE = 90$ m și $DE = 160$ m.



(2p) a) Arată că lungimea gardului care împrejmuiește parcul este 700 m.

(3p) b) Calculează distanța dintre punctele C și F.

6. În figura alăturată este reprezentat un trunchi de con circular drept. Generatoarea are lungimea de 5 cm, raportul razelor $R : r$ este 3, iar aria laterală este 40π cm^2.



(2p) a) Arată că raza bazei mari are lungimea 6 cm.

(3p) b) Determină înălțimea conului din care provine trunchiul.

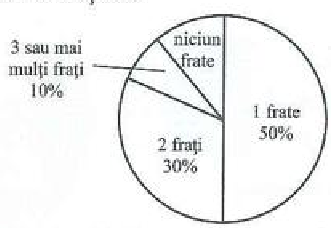
✦ TESTUL 46 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mare divizor propriu al numărului 18 este:

a) 2; **b)** 3; **c)** 9; **d)** 18.

(5p) **2.** În diagrama alăturată sunt prezentate datele obținute de către diriginte în urma chestionării celor 30 de elevi ai clasei a V-a A, cu privire la numărul fraților.



Numărul elevilor care sunt singuri la părinți este:

a) 3; **b)** 6; **c)** 15; **d)** 9.

(5p) **3.** Numărul numerelor întregi din intervalul $[-3, 3]$ este:

a) 3; **b)** 4; **c)** 6; **d)** 7.

(5p) **4.** Se consideră mulțimea $A = \{15; 6\sqrt{6}; 10\sqrt{2}; 4\sqrt{13}; \sqrt{242}\}$. Suma dintre cel mai mic și cel mai mare dintre elementele mulțimii este:

a) $5(3+2\sqrt{2})$; **b)** $21\sqrt{2}$; **c)** $15+4\sqrt{13}$; **d)** $2(3\sqrt{6}+2\sqrt{13})$.

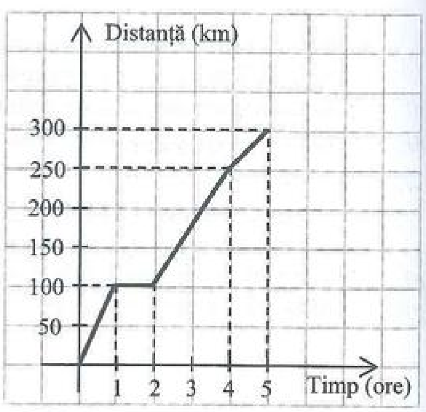
(5p) **5.** Fie x_1 și x_2 soluțiile reale ale ecuației $x^2 + 2x - 1 = 0$. Valoarea numărului $|x_1 - x_2|$ este:

a) $2\sqrt{2}$; **b)** 2;

c) $2+2\sqrt{2}$; **d)** $2\sqrt{2}-2$

(5p) **6.** În graficul alăturat este reprezentată deplasarea unui automobil care pleacă la ora 0:00 din Bacău și ajunge la ora 5:00 în București. Claudiu spune că automobilul a avut cea mai mare viteză în intervalul dintre orele 2:00 și 4:00. Afirmația lui Claudiu este:

a) adevărată; **b)** falsă.

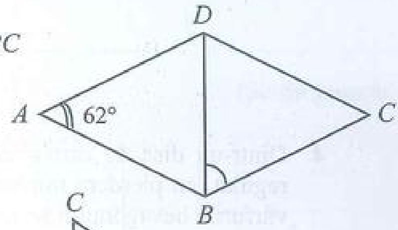


SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată, punctul B aparţine segmentului AC, iar M şi N sunt mijloacele segmentelor AB, respectiv BC. Se ştie că $AB = 4$ cm şi $NC =$ $= 3$ cm. Lungimea segmentului MN este:

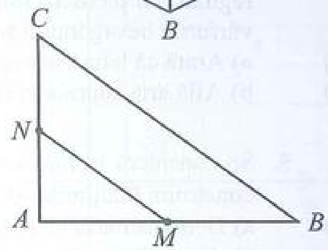
a) 7 cm; **b)** 6 cm;
c) 5 cm; **d)** 4 cm.

(5p) **2.** Rombul $ABCD$ din figura alăturată are $\sphericalangle A = 62°$. Măsura unghiului $\sphericalangle DBC$ este:



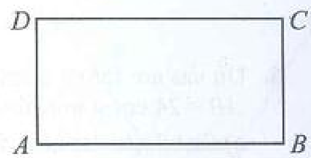
a) 59°; **b)** 61°;
c) 62°; **d)** 118°.

(5p) **3.** Punctele M şi N sunt mijloacele catetelor AB şi AC ale triunghiului dreptunghic ABC. Se ştie că $MN = 5$ cm, iar perimetrul triunghiului AMN este 12 cm. Perimetrul patrulaterului $BCNM$ este:



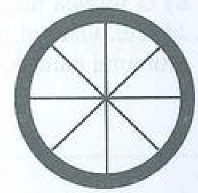
a) 17 cm; **b)** 22 cm;
c) 27 cm; **d)** 30 cm.

(5p) **4.** Un teren agricol are forma dreptunghiului $ABCD$, cu $AB = 200$ m, $CD = 80$ m şi este cultivat cu legume. Într-un an, cheltuielile cu irigarea unui hectar de culturi se ridică la 50000 lei. Costurile irigării acestui teren într-un an sunt:



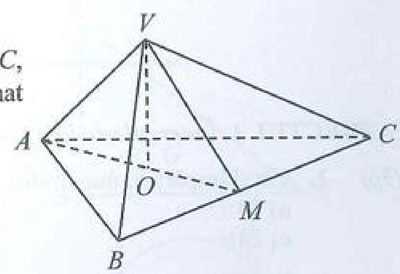
a) 800 lei; **b)** 8000 lei;
c) 80000 lei; **d)** 20000 lei.

(5p) **5.** Roata unei biciclete are diametrul de 70 cm. Distanţa parcursă de bicicletă (aproximată la cel mai apropiat număr întreg de metri) în timpul în care o roată a sa face 100 de rotaţii complete este:



a) 140 m; **b)** 220 m;
c) 110 m; **d)** 700 m.

(5p) **6.** În figura alăturată este reprezentată piramida triunghiulară regulată $VABC$, cu înălţimea $VO = 6$ cm şi apotema $VM = 12$ cm. Măsura unghiului format de planele (VBC) şi (ABC) este:



a) 30°; **b)** 45°;
c) 60°; **d)** 90°.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Trei copii se joacă în parc. Media vârstelor celor trei este 12 ani. La un moment dat, vine şi frăţiorul unuia dintre ei şi, acum, media vârstelor celor patru este 10 ani.

(2p) **a)** Calculează suma vârstelor primilor trei copii.

(3p) **b)** Arată că vârsta frăţiorului venit este 4 ani.

2. Se consideră expresia $E(x) = x^2 + 2x + 3$, unde x este un număr real.

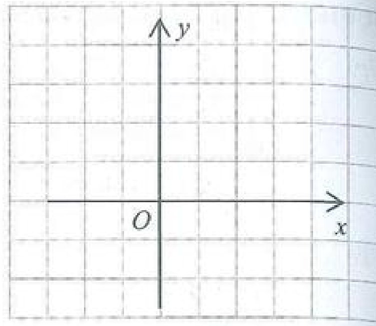
(2p) **a)** Arată că $E(x) = (x + 1)^2 + 2$, oricare ar fi numărul real x.

(3p) **b)** Determină numerele reale a şi b, pentru care $E(a) + E(b) = 4$.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$.

(2p) **a)** Reprezintă grafic funcția în sistemul de axe ortogonale xOy alăturat.

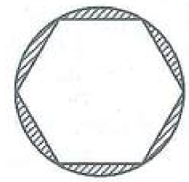
(3p) **b)** Determină numărul real a, știind că punctul $A(a - 1, a + 1)$ este situat pe graficul funcției.



4. Dintr-un disc de carton cu diametrul de 12 cm se decupează un hexagon regulat, cu pierdere minimă de material, ca în figura alăturată (prin urmare, vârfurile hexagonului se vor afla pe frontiera discului).

(2p) **a)** Arată că latura hexagonului are lungimea de 6 cm.

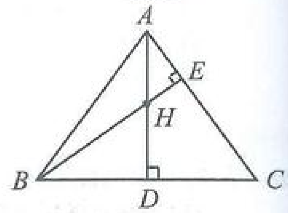
(3p) **b)** Află aria suprafeței de carton care se elimină în urma decupării.



5. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = AC = 10$ cm și $BC = 12$ cm, în care construim înălțimile AD și BE, ca în figura alăturată. Notăm $\{H\} = AD \cap BE$.

(2p) **a)** Demonstrează că unghiurile $\sphericalangle DAC$ și $\sphericalangle EBC$ sunt congruente.

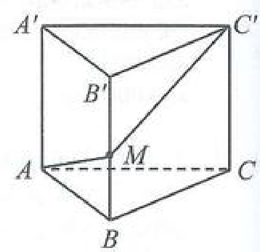
(3p) **b)** Arată că segmentul HE are lungimea 2,1 cm.



6. Un vas are formă de prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$, cu latura bazei $AB = 24$ cm și muchia laterală $AA' = 63$ cm, ca în figura alăturată.

(2p) **a)** Stabilește dacă în vas încap 20 ℓ de apă.

(3p) **b)** O furnică merge pe suprafața laterală a vasului, pe traseul A–M–C', unde M este punct al muchiei BB', astfel încât $BM = 18$ cm. Determină lungimea drumului parcurs de furnică.

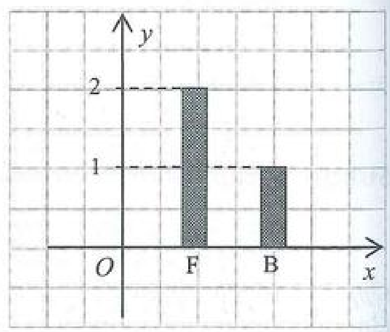


✦ TESTUL 47 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Câtul împărțirii numărului 1234 la 5 este:
a) 24; **b)** 244;
c) 246; **d)** 248.

(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentată proporția femei/bărbați dintr-un sat cu 480 locuitori. Numărul bărbaților din sat este:
a) 160; **b)** 240;
c) 144; **d)** 200.



(5p) **3.** Se dau mulțimile $A = \{-2, 0, 1, 3\}$ și $B = \{-1, 0, 2, 3\}$. Cardinalul mulțimii $A \cup B$ este:
a) 5; **b)** 6;
c) 7; **d)** 8.

(5p) **4.** Numerele reale x și y sunt invers proporționale cu numerele 2 și 3, iar produsul lor este 24. Suma $x + y$ este:
a) 16; **b)** 10; **c)** 8; **d)** 4.

(5p) **5.** Rezultatul calculului $|5-\sqrt{5}|+|2-\sqrt{5}|-2$ este:

a) $4-2\sqrt{5}$; **b)** $5-2\sqrt{5}$; **c)** 5; **d)** 1.

(5p) **6.** În tabelul alăturat sunt date temperaturile maxime înregistrate de-a lungul unei săptămâni. Adelina studiază tabelul şi spune că respectiva săptămână a fost în luna august. Afirmaţia Adelinei este:

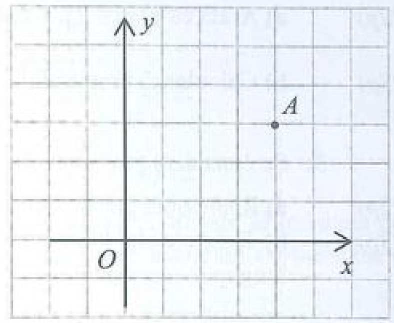
a) adevărată; **b)** falsă.

Ziua	L	M	M	J	V	S	D
Temperatura (°C)	5	2	2	0	–1	–3	0

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

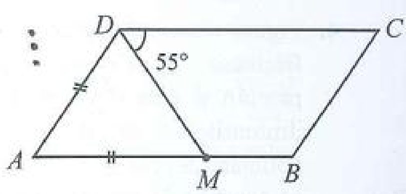
(5p) **1.** În reperul cartezian xOy din figura alăturată se consideră punctul $A(4, 3)$. Punctul B este proiecţia pe axa Oy a punctului A. Coordonatele punctului B sunt:

a) (3, 4); **b)** (–4, 3);
c) (4, 0); **d)** (0, 3).



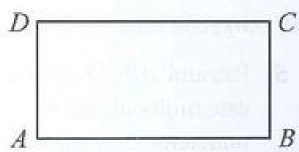
(5p) **2.** În figura alăturată, M este punct pe latura AB a paralelogramului $ABCD$, astfel încât $AM = AD$. Măsura unghiului CDM este 55°. Unghiul BAD are măsura:

a) 55°; **b)** 70°;
c) 65°; **d)** 75°.



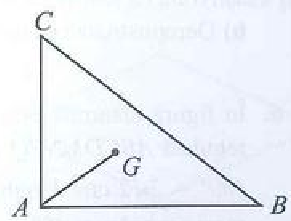
(5p) **3.** Dreptunghiul $ABCD$ din figura alăturată reprezintă o grădină cu $AB =$ $= 30$ m şi $BC = 18$ m. Începând din punctul A, din 2 în 2 metri, pe laturile AB, BC şi CD, se înfig stâlpii de susţinere pentru gard. Numărul stâlpilor folosiţi este:

a) 40; **b)** 39;
c) 38; **d)** 41.



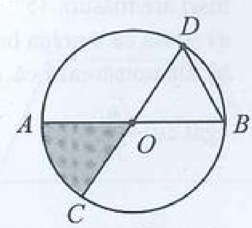
(5p) **4.** În figura alăturată, G este centrul de greutate al triunghiului dreptunghic ABC. Ipotenuza BC a acestuia are lungimea 24 cm. Lungimea segmentului AG este:

a) 8 cm; **b)** 12 cm;
c) 15 cm; **d)** 16 cm.



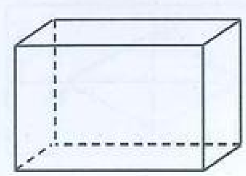
(5p) **5.** În figura alăturată, AB şi CD sunt două diametre ale cercului de centru O. Triunghiul OBD este echilateral, cu latura 6 cm. Aria sectorului de disc OAC este:

a) 18π cm^2; **b)** 12π cm^2;
c) 9π cm^2; **d)** 6π cm^2.



(5p) **6.** Folosind cărămizi paralelipipedice cu dimensiunile 25 cm × 12,5 cm × × 6 cm, se construieşte zidul paralelipipedic din figura alăturată, având dimensiunile 10 m × 2 m × 6 m. Numărul de cărămizi care intră în componenţa zidului este:

a) 64; **b)** 640;
c) 6 400; **d)** 64 000.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieți rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Prețul unui telefon este 2000 lei. În cadrul unei promoții, prețul se micșorează cu 20%. După un timp, telefonul se ieftinește din nou, tot cu 20%.

(2p) **a)** Arată că, în urma celor două ieftiniri, telefonul ajunge să coste 1280 lei.

(3p) **b)** Cu ce procent ar trebui să se ieftinească telefonul, o singură dată, pentru ca prețul său să coboare de la 2000 lei la 1280 lei?

2. Se consideră expresia $E(x) = \dfrac{(2x+3)^2-(x+1)^2}{x^2-4} \cdot \dfrac{x^2-x-2}{x+1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 1\}$.

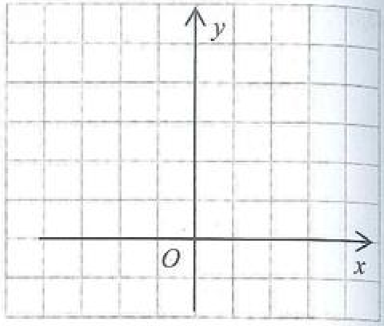
(2p) **a)** Arată că $E(x) = 3x + 4$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 1\}$.

(3p) **b)** Calculează produsul $E\left(-\dfrac{10}{9}\right) \cdot E\left(-\dfrac{9}{8}\right) \cdot \ldots \cdot E\left(-\dfrac{3}{2}\right)$.

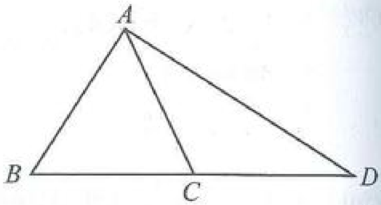
3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$.

(2p) **a)** Reprezintă grafic funcția în sistemul de axe ortogonale xOy alăturat.

(3p) **b)** Punctele $A(-1, a)$ și $B(b, 5)$ sunt situate pe graficul funcției. Află lungimea segmentului AB.



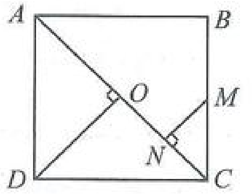
4. Figura alăturată reprezintă o hartă pe care se văd satele Albeni (A), Bârleana (B), Cocârlați (C) și Dudești (D) ale comunei Dudești, precum și cele cinci drumuri care leagă aceste localități. Pe hartă, drumurile AB, AC, BC și CD au câte 5 cm, iar punctele B, C și D sunt coliniare. Se știe că scara hărții este 1 : 100000.



(2p) **a)** Arată că, în realitate, lungimea drumului AB este 5 km.

(3p) **b)** Află distanța dintre satele Albeni și Dudești.

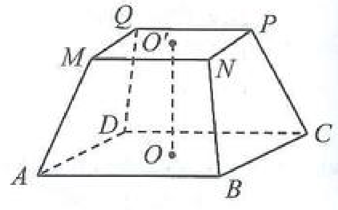
5. Pătratul $ABCD$ din figura alăturată are perimetrul 48 cm. Punctul M este mijlocul laturii BC, iar O și N sunt proiecțiile pe diagonala AC ale punctelor D, respectiv M.



(2p) **a)** Arată că patrulaterul $DOMN$ este un trapez.

(3p) **b)** Demonstrează că aria trapezului $DOMN$ este 27 cm^2.

6. În figura alăturată este reprezentat un trunchi de piramidă patrulateră regulată $ABCDMNPQ$ cu muchia bazei mari AB = 12 cm și înălțimea $OO' = 3\sqrt{2}$ cm. Unghiul format de muchia laterală cu planul bazei mari are măsura 45°.



(2p) **a)** Arată că muchia bazei mici are lungimea 6 cm.

(3p) **b)** Demonstrează că unghiul format de dreptele AM și BP are sinusul egal cu $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

✦ TESTUL 48 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Dublul jumătăţii numărului $a = 305$ este:

a) 305; **b)** 610; **c)** 152,5; **d)** 1220.

(5p) **2.** Fiecare elev din clasa a VIII-a B participă numai la unul dintre următoarele cercuri: matematică (M), literatură (L), sport (S), istorie (I). Tabelul următor arată numărul participanţilor la fiecare cerc.

Cercul	M	L	S	I
Numărul de elevi	8	5	8	4

Numărul elevilor care participă la cercul de matematică sau la cel de literatură este:

a) 8; **b)** 5; **c)** 13; **d)** 12.

(5p) **3.** Un comerciant amestecă 2 kg bomboane a 25 lei/kg cu 4 kg bomboane a 40 lei/kg şi doreşte să le vândă cu un preţ care să-i aducă acelaşi câştig ca atunci când le vinde separat. Preţul unui kilogram de bomboane amestecate este:

a) 30 lei; **b)** 35 lei; **c)** 32,5 lei; **d)** 32 lei.

(5p) **4.** Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $3 - 2x \leq 1, x \in \mathbb{R}$, este:

a) $(-\infty, -1]$; **b)** $(-\infty, 1]$; **c)** $[-1, \infty)$; **d)** $[1, \infty)$.

(5p) **5.** Numărul $\sqrt{2n}$, unde $n \in \{1, 2, ..., 50\}$, este raţional. Numărul de valori convenabile ale lui n este:

a) 2; **b)** 4; **c)** 5; **d)** 10.

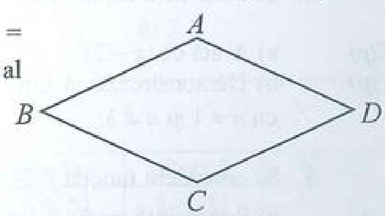
(5p) **6.** Cosette clipeşte o dată pe secundă. Ea spune că, dacă va sta trează 24 de ore, va clipi de măcar 90 000 ori. Afirmaţia Cosettei este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

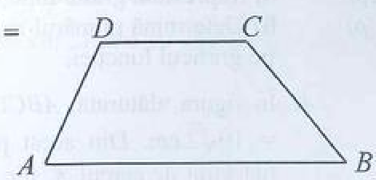
(5p) **1.** În figura alăturată, $ABCD$ este un romb cu perimetrul 36 cm şi $\sphericalangle A = 120°$. Lungimea celui mai scurt drum care uneşte vârful A cu un punct al dreptei BD este:

a) 18 cm; **b)** 12 cm;
c) 9 cm; **d)** 4,5 cm.



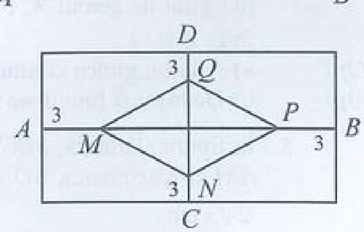
(5p) **2.** Trapezul $ABCD$ din figura alăturată are unghiurile alăturate bazei mari $\sphericalangle A = 70°$ şi $\sphericalangle B = 45°$. Măsura unghiului format de dreptele AD şi BC este:

a) 105°; **b)** 115°;
c) 90°; **d)** 65°.



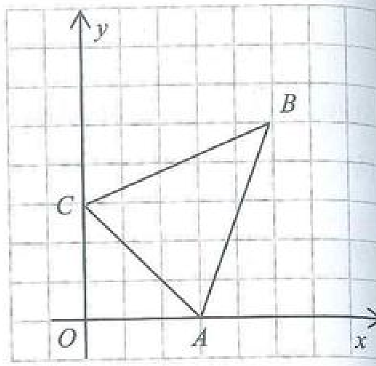
(5p) **3.** Pe podeaua unei săli de conferinţe, având forma unui dreptunghi cu dimensiunile 22m × 18 m, sunt evidenţiate, cu vopsea, segmentele AB şi CD (care unesc mijloacele laturilor opuse) şi laturile rombului $MNPQ$ (unde $AM = CN = BP = DQ = 3$ m.) Pentru un segment cu lungimea 1 m se folosesc 10 g de vopsea. Cantitatea totală de vopsea folosită este:

a) 400 g; **b)** 600 g;
c) 800 g; **d)** 1000 g.



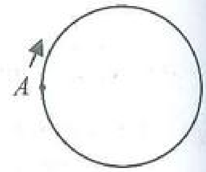
(5p) 4. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 0)$, $B(5, 5)$ şi $C(0, 3)$, ca în figura alăturată. Aria triunghiului ABC este:

a) 15; b) 12,5;
c) 10,5; d) 10.



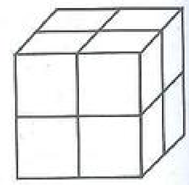
(5p) 5. În figura alăturată este reprezentată o pistă circulară cu raza de 65 m. Un vehicul pleacă din A. Distanţa maximă la care se poate afla vehiculul faţă de punctul de plecare este:

a) 100 m; b) 65π m;
c) 130π m; d) 130 m.



(5p) 6. Un cub din lemn are suma ariilor tuturor feţelor egală cu 24 cm^2. Tăiem cubul în 8 cubuleţe identice, având latura egală cu jumătate din latura cubului iniţial. Suma ariilor tuturor feţelor cubuleţelor obţinute este:

a) 24 cm^2; b) 48 cm^2;
c) 64 cm^2; d) 72 cm^2.



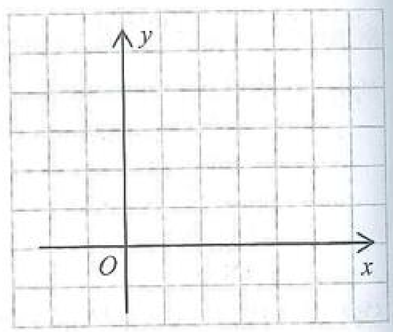
SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Doi muncitori, la fel de harnici, culeg strugurii dintr-o vie. Primul lucrează 5 zile, iar al doilea 3 zile şi primesc, împreună, 960 lei pentru munca lor.

(2p) a) Ce procent din suprafaţa viei culege primul muncitor?
(3p) b) Ce sumă i se cuvine primului muncitor?

2. Se consideră expresia $E(x) = \dfrac{(x-2)^2 - x + 2}{x(x-4)+3}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{1, 3\}$.

(2p) a) Arată că $(x-2)^2 - x + 2 = (x-1)(x-2)(x-3)$.
(3p) b) Demonstrează că $E(n)$ este număr întreg, oricare ar fi numărul n, cu $n \neq 1$ şi $n \neq 3$.

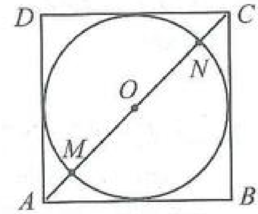


3. Se consideră funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x + 3$.

(2p) a) Reprezintă grafic funcţia în reperul cartezian xOy alăturat.
(3p) b) Determină numărul real a, ştiind că punctul $A(a^2, 2a)$ este situat pe graficul funcţiei.

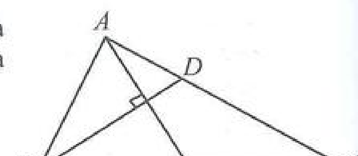
4. În figura alăturată, $ABCD$ este un pătrat din carton cu diagonala $AC = 10\sqrt{2}$ cm. Din acest pătrat se decupează un disc de arie maximă, mărginit de cercul $\mathscr{C}$. Fie M şi N intersecţiile dintre AC şi cercul $\mathscr{C}$, cu M între A şi O.

(2p) a) Află lungimea conturului discului.
(3p) b) Determină lungimea segmentului AM.

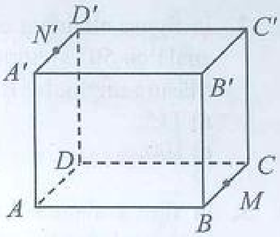


5. În figura alăturată, ABC este un triunghi dreptunghic în A, în care mediana AM şi bisectoarea BD sunt perpendiculare. Segmentul DM are lungimea $2\sqrt{3}$ cm.

(2p) a) Demonstrează că triunghiul ABM este echilateral.
(3p) b) Calculează aria triunghiului ABC.



6. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un cub cu muchia de 10 cm, iar M și N' sunt mijloacele muchiilor BC, respectiv $A'D'$.



(2p) a) Demonstrează că planele $(A'AM)$ și $(CC'N')$ sunt paralele.

(3p) b) Arată că distanța dintre planele $(A'AM)$ și $(CC'N')$ este $2\sqrt{5}$ cm.

✦ TESTUL 49 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Dacă x, y sunt numere naturale și $2^x \cdot 3^y = 48$, atunci $x + y$ este:

a) 3; **b)** 2; **c)** 5; **d)** 4.

(5p) **2.** Ciupercile proaspete conțin 90% apă. Alin a cumpărat 1 kg de ciuperci, dar, depozitându-le necorespunzător, acestea s-au deshidratat, pierzând 10% din cantitatea de apă. Cantitatea de ciuperci pe care o mai are Alin este:

a) 900 g; **b)** 910 g; **c)** 990 g; **d)** 890 g.

(5p) **3.** Mihai primește de la părinți 3 lei pentru fiecare problemă rezolvată corect și trebuie să dea înapoi 4 lei pentru fiecare problemă rezolvată greșit. În tabelul alăturat este înregistrată evoluția lui Mihai.

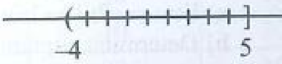
Suma pe care trebuie să o primească Mihai după primele trei zile:

a) 4; **b)** 9;
c) 1; **d)** 12.

	Luni	Marți	Miercuri
Nr. probleme greșite	3	5	6
Nr. probleme corecte	7	5	7

(5p) **4.** Fie mulțimea $M=\left\{-\dfrac{3}{4};0,1;\sqrt{\dfrac{16}{25}};2\sqrt{5};1+\sqrt{2}\right\}$. Cardinalul mulțimii $M \cap \mathbb{Q}$ este:

a) 4; **b)** 3; **c)** 1; **d)** 2.

(5p) **5.** Rezolvând cerința: „Scrieți intervalul care are imaginea geometrică alăturată  ”, patru elevi au obținut rezultatele înregistrate în tabelul alăturat.

Elevul care a rezolvat corect este:

a) David; **b)** Simona;
c) Radu; **d)** Costel.

Simona	Radu	Costel	David
(–4, 5)	[–4, 5]	[–4, 5)	(–4, 5]

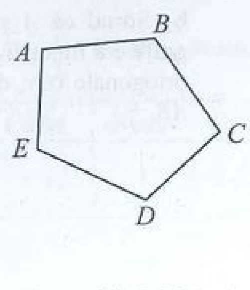
(5p) **6.** Denisa este născută pe 7 martie. Pe 25 februarie 2020 îi spune unei prietene: „Peste 10 zile va fi ziua mea". Afirmația Denisei este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

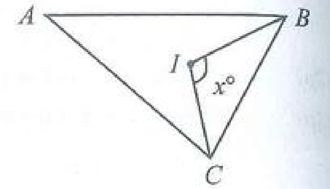
(5p) **1.** În figura alăturată este reprezentat un pentagon convex $ABCDE$. Numărul diagonalelor pentagonului este:

a) 4; **b)** 6;
c) 3; **d)** 5.



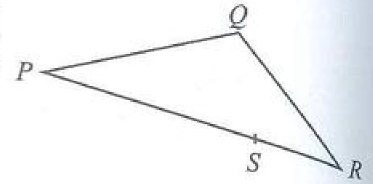
(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu măsura unghiului A egală cu $50°$ și punctul I de intersecție a bisectoarelor unghiurilor B și C. Măsura unghiului BIC este $x°$. Valoarea lui x este:

a) 115; **b)** 120;
c) 100; **d)** 95.



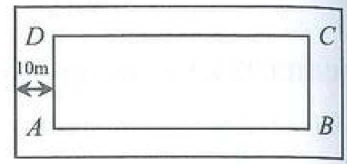
(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi isoscel PQR cu măsura unghiului PQR egală cu $120°$. Punctul S aparține laturii PR, astfel încât PQ este perpendiculară pe QS. Dacă $PS = 16$ cm, atunci distanța de la S la dreapta QR este egală cu:

a) 8 cm; **b)** 16 cm;
c) 4 cm; **d)** 10 cm.



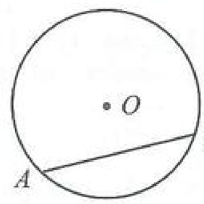
(5p) **4.** Figura alăturată reprezintă schița unui teren dreptunghiular $ABCD$, cu $AB = 100$ m și $AD = 60$ m. Terenul este înconjurat de o pistă de alergare cu lățimea de 10 m. Aria suprafeței reprezentând pista de alergare este egală cu:

a) 3800 m^2; **b)** 4000 m^2;
c) 3600 m^2; **d)** 11200 m^2.



(5p) **5.** În figura alăturată este reprezentat un cerc cu centrul în O și o coardă AB, aflată la distanța de 3 cm de centrul cercului. Dacă raza cercului este egală cu 6 cm, atunci lungimea arcului $\overset{\frown}{AB}$ va fi egală cu:

a) π cm; **b)** 4π cm;
c) $6\sqrt{3}$ cm; **d)** 12 cm.



(5p) **6.** Pentru fundația unei construcții se sapă o groapă în formă de trunchi de piramidă patrulateră regulată, având latura bazei mari de 6 m, latura bazei mici de 4 m și înălțimea de 3 m. Pământul este transportat cu un camion care poate duce cel mult 5 m^3 de pământ la un transport. Numărul curselor pe care trebuie să le efectueze camionul este:

a) 13; **b)** 20; **c)** 15; **d)** 16.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieți rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Irina a susținut un test-grilă, având 20 de întrebări. Pentru fiecare răspuns corect a primit 5 puncte și pentru fiecare răspuns greșit i s-au scăzut 2 puncte. La final, punctajul Irinei este 72 de puncte.

(2p) **a)** Este posibil ca Irina să fi dat exact 5 răspunsuri greșite? Justifică răspunsul.

(3p) **b)** Determină numărul răspunsurilor corecte ale Irinei.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\dfrac{3x+1}{x-3} - \dfrac{3x^2+2x}{x^2-2x-3}\right) : \dfrac{2x+1}{x^2-9}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-3, -1, -\dfrac{1}{2}, 3\right\}$.

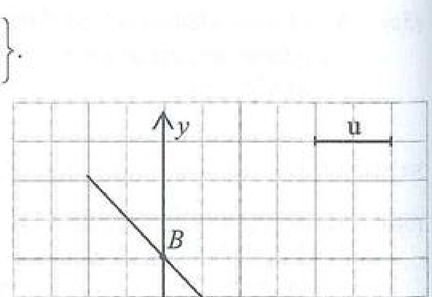
(2p) **a)** Arată că $x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$, pentru orice număr real x.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(x) = \dfrac{x+3}{x+1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-3, -1, -\dfrac{1}{2}, 3\right\}$.

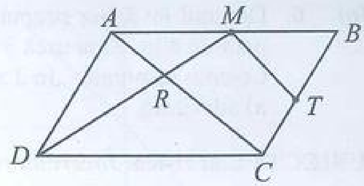
3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x + 1$.

(2p) **a)** Calculează $f(\sqrt{2}) \cdot f(-\sqrt{2})$.

(3p) **b)** Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, determină distanța de la punctul $C(3, 0)$ la dreapta AB.



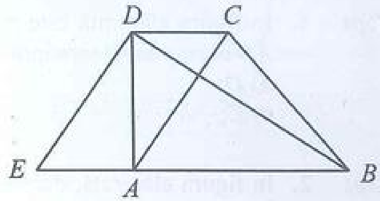
4. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$ cu diagonala $AC = 60$ cm. Punctele M și T sunt mijloacele laturilor AB, respectiv BC, iar punctul R este intersecția dreptelor AC și DM.



(2p) a) Arată că $MT = 30$ cm.

(3p) b) Determină lungimea segmentului RC.

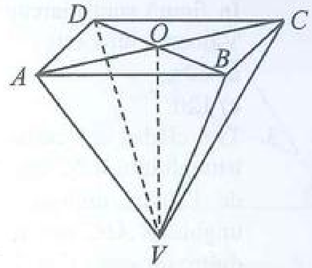
5. În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90°$, $AD = 12$ cm și $DC = 9$ cm. Diagonalele AC și BD sunt perpendiculare. Paralela prin D la dreapta AC intersectează dreapta AB în punctul E.



(2p) a) Arată că $ED = 15$ cm.

(3p) b) Determină aria trapezului $ABCD$.

6. În grădina lui Radu se află o fântână artizanală săpată în piatră, având forma piramidei patrulatere $VABCD$ din figura alăturată. Latura bazei are lungimea de 60 dm, iar măsura unghiului format de muchia laterală cu planul bazei este egală cu 45°.



(2p) a) Arată că în fântâna lui Radu încap mai mult de 50 ℓ de apă.

(3p) b) Determină măsura unghiului format de dreptele VA și BC.

✦ TESTUL 50 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Rezultatul calculului $47 \cdot 56 + 45 \cdot 47 - 101 \cdot 46$ este:
a) 1; b) 102; c) 101; d) 36.

(5p) 2. Tabelul alăturat cuprinde informații despre activitățile a patru copii în sala de antrenament. Copilul care a stat cel mai mult pe banda de alergare, raportat la timpul total petrecut în sală, este:
a) Marius; b) Corina;
c) Sorin; d) Andrei.

	Banda de alergare (min)	Alte aparate (min)
Marius	12	18
Corina	30	30
Sorin	10	20
Andrei	20	30

(5p) 3. Pe 2 iunie, la Bâlea Lac s-a înregistrat temperatura de −2°C, pe când la Sibiu au fost 19°C. Diferența dintre temperatura înregistrată la Sibiu și cea de la Bâlea Lac a fost:
a) 17°C; b) 21°C; c) −21°C; d) −17°C.

(5p) 4. Fracția ireductibilă echivalentă cu fracția $\frac{24}{18}$ este:
a) $\frac{48}{36}$; b) $\frac{8}{6}$; c) $\frac{12}{9}$; d) $\frac{4}{3}$.

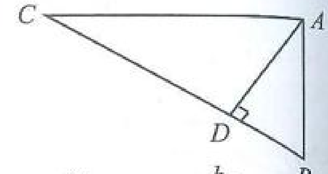
(5p) 5. Patru elevi efectuează individual următorul calcul: $\sqrt{0,(4)} - \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} - \left|\sqrt{5} - \frac{1}{3}\right|$. Ei obțin rezultatele înregistrate în tabelul alăturat. Elevul care a obținut rezultatul corect este:
a) Anca; b) Elena;
c) Călin; d) George.

Anca	Călin	Elena	George
$2\sqrt{2}$	$\frac{1}{3} + \sqrt{2}$	1	$-2\sqrt{5} + \frac{2}{3}$

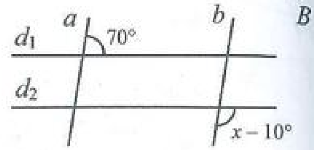
(5p) **6.** Domnul învăţător propune elevilor de clasa a IV-a următoarea problemă: „Un melc are de urcat pe un stâlp înalt de 4 m. Ziua urcă 3 m, dar noaptea alunecă 2 m. Aflaţi în cât timp va ajunge melcul în vârful stâlpului." Cosmin răspunde: „În 2 zile." Răspunsul lui Cosmin este:
a) adevărat; **b)** fals.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

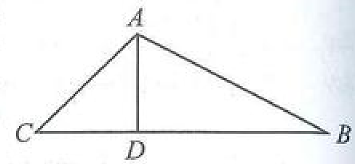
(5p) **1.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC şi înălţimea AD corespunzătoare ipotenuzei. Proiecţia punctului C pe dreapta AD este:
a) D; **b)** A;
c) C; **d)** B.



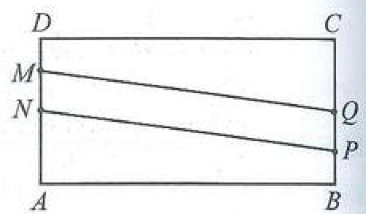
(5p) **2.** În figura alăturată, dreptele a şi b sunt paralele; la fel sunt dreptele d_1 şi d_2. În figură sunt marcate măsurile a două dintre unghiurile care se formează. Valoarea lui x este:
a) 60°; **b)** 80°;
c) 120°; **d)** 90°.



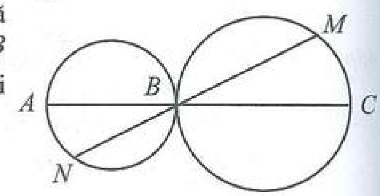
(5p) **3.** Trei clădiri din curtea unei unităţi sanitare sunt reprezentate de vârfurile triunghiului ABC din figura alăturată. Se ştie că distanţa dintre A şi B este de 120 m, dreapta AD este perpendiculară pe BC, $D \in BC$, măsura unghiului ABC este de 30° şi măsura unghiului ACB este de 45°. Distanţa dintre punctele C şi D va fi egală cu:
a) 120 m; **b)** 60 m;
c) 30 m; **d)** 90 m.



(5p) **4.** Figura alăturată reprezintă schiţa unui parc dreptunghiular $ABCD$, străbătut de o alee pietonală $MNPQ$. Se cunosc: $AB = 100$ m, $DN = BQ =$ $= 30$ m, iar $DM = BP = 20$ m. Suprafaţa aleii este egală cu:
a) 4000 m^2; **b)** 980 m^2;
c) 1200 m^2; **d)** 1000 m^2.



(5p) **5.** Cercurile din figura alăturată sunt tangente exterior, punctul de tangenţă fiind B. Segmentele AB şi BC sunt diametre în cele două cercuri, iar N, B şi M sunt puncte coliniare. Dacă măsura arcului $\overset{\frown}{BN}$ este 140°, atunci măsura arcului $\overset{\frown}{MC}$ va fi egală cu:
a) 30°; **b)** 170°;
c) 40°; **d)** 140°.



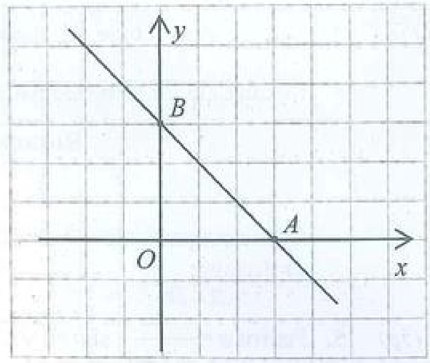
(5p) **6.** Laboratorul unei cofetării topeşte o bucată cubică de ciocolată menaj cu latura de 15 cm şi o transformă în tablete de ciocolată, având forma unor paralelipipede dreptunghice cu dimensiunile 9 cm, 6 cm, respectiv 1,5 cm. Dacă în procesul de fabricaţie sunt pierderi de 20%, numărul maxim de tablete de ciocolată ce pot fi obţinute este:
a) 30; **b)** 33; **c)** 34; **d)** 31.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. La Grădina Botanică, pentru trei bilete de adulţi şi şase bilete de copii s-au plătit 93 lei. Altă dată, pentru patru bilete de adulţi şi două bilete de copii s-au plătit 76 lei.
(2p) **a)** Este posibil ca preţul unui bilet pentru adulţi să fie de 20 lei? Justifică răspunsul.
(3p) **b)** Determină diferenţa dintre preţul unui bilet pentru adulţi şi cel al unui bilet pentru copii.

2. Se consideră expresia $E(x) = \dfrac{x^2+2x+1}{3(x^2-x-2)} - \left(\dfrac{2}{x-2} + \dfrac{1}{4-x^2}\right) : \dfrac{2x^2+3x}{x^2+2x}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-2, -1, -\dfrac{3}{2}, 0, 2\right\}$.
(2p) **a)** Arată că $x^2 - x - 2 - (x-2)(x+1) = 0$, pentru orice număr real x.
(3p) **b)** Demonstrează că $E(2020) = E(2021)$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-2, -1, -\dfrac{3}{2}, 0, 2\right\}$.

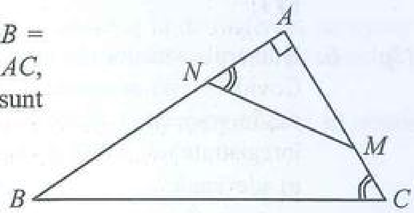
3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = a \cdot x + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.



(2p) a) Calculează $f(1) + f(-1) - 2f(0)$.

(3p) b) Știind că $A(3, 0)$ și $B(0, 3)$ sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, determină expresia legii de corespondență.

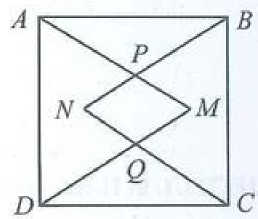
4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC cu $AB = 8$ cm și $AC = 6$ cm. Punctele M și N sunt situate pe catetele AC, respectiv AB, astfel încât $AN = 3$ cm și unghiurile $\sphericalangle MNA$ și $\sphericalangle BCA$ sunt congruente.



(2p) a) Arată că $BC = 10$ cm.

(3p) b) Determină lungimea segmentului MN.

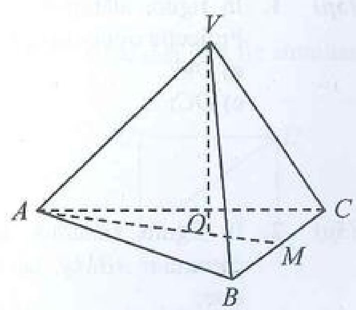
5. Modelul unui covor este reprezentat de un pătrat $ABCD$ în interiorul căruia se află triunghiurile echilaterale BCN și ADM. Latura pătratului este de 12 cm, dreptele AM și BN se intersectează în punctul P, iar dreptele NC și DM se intersectează în punctul Q.



(2p) a) Arată că $BP = 4\sqrt{3}$ cm.

(3p) b) Demonstrează că perimetrul patrulaterului $MPNQ$ este mai mic decât 20,32 cm. (Se admite cunoscut că $\sqrt{3} > 1{,}73$).

6. O piatră semiprețioasă are forma piramidei triunghiulare regulate $VABC$ din figura alăturată. Punctul M este mijlocul laturii BC, O este centrul bazei ABC, $AB = 6$ cm și $VM = 2$ cm.



(2p) a) Arată că volumul pietrei este mai mare decât 5 cm^3.

(3p) b) Determină măsura unghiului format de o față laterală cu planul bazei.

✦ TESTUL 51 ✦

SUBIECTUL I. *Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.* **(30 de puncte)**

(5p) 1. Câtul împărțirii numărului 435 la 11 este:
a) 6; **b)** 39; **c)** 38; **d)** 50.

(5p) 2. Probabilitatea ca, alegând un număr de forma $\overline{3x}$, acesta să fie număr prim este:
a) 0,2; **b)** 0,5; **c)** 1; **d)** 0,75.

(5p) 3. Numărul perechilor (x, y) de numere întregi care verifică relația $x^2 + y^2 = 4$ este:
a) 1; **b)** 2; **c)** 4; **d)** 5.

(5p) 4. Patru elevi trebuie să determine cardinalul mulţimii $A = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 8 \text{ şi } \frac{10}{n} \text{ este fracţie periodică} \right\}$.

Rezultatele lor sunt înregistrate în tabelul de mai jos.

Roxana	Elena	Octavian	Marcu
1	2	3	4

Dintre cei patru elevi, cel care a obţinut rezultatul corect este:

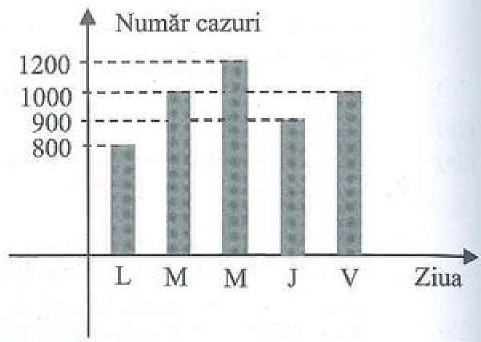
a) Roxana; b) Elena; c) Octavian; d) Marcu.

(5p) 5. Pentru $a = \frac{1}{\sqrt{3}+1}$ şi $b = \left(\sqrt{12}+\sqrt{27}\right) \cdot 5^{-1}$, rezultatul calculului $2a - b$ este egal cu:

a) 1; b) -1; c) $\sqrt{3}$; d) 0.

(5p) 6. Numărul cazurilor noi din timpul unei săptămâni a pandemiei Covid-19 este prezentat în diagrama alăturată. Denisa afirmă că, în respectiva săptămână, cele mai puţine cazuri au fost înregistrate joi. Afirmaţia Denisei este:

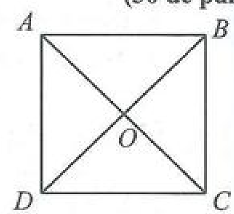
a) adevărată; b) falsă.



SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

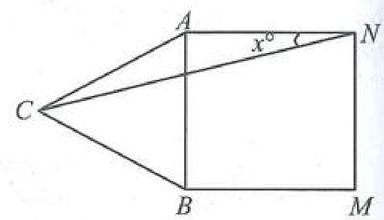
(5p) 1. În figura alăturată este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu centrul O. Proiecţia ortogonală a segmentului AB pe dreapta AC este segmentul:

a) DC; b) AC;
c) OC; d) AO.



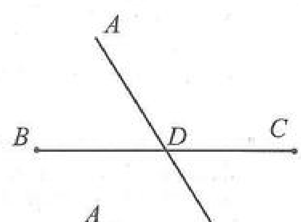
(5p) 2. În figura alăturată, triunghiul echilateral ABC este în exteriorul pătratului $ABMN$, iar măsura unghiului ANC este $x°$. Valoarea lui x este:

a) 10; b) 20;
c) 30; d) 15.



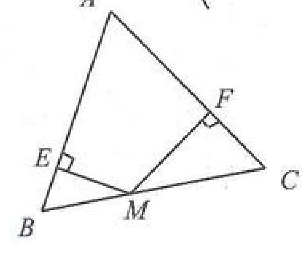
(5p) 3. În figura alăturată este reprezentată o hartă: două localităţi B şi C sunt separate de un râu AD care trece prin mijlocul D al segmentului BC. Măsura unghiului ADC este egală cu 150°, iar $BC = 24$ km. Distanţa de la C la râul AD este egală cu:

a) 12 km; b) 6 km;
c) 8 km; d) 24 km.

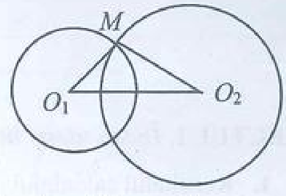


(5p) 4. În figura alăturată este reprezentat un triunghi echilateral ABC, iar punctul M aparţine laturii BC. Dacă suma distanţelor de la punctul M la AB, respectiv AC este egală cu 3 cm, atunci aria triunghiului ABC este egală cu:

a) 6 m²; b) 9 m²;
c) $4\sqrt{3}$ m²; d) $3\sqrt{3}$ m².



(5p) **5.** Cercurile din figura alăturată au razele egale cu 9 cm, respectiv 12 cm şi distanţa dintre centre de 15 cm. Dacă M este unul dintre punctele lor de intersecţie, atunci măsura unghiului O_1MO_2 este egală cu:



a) 120°; **b)** 90°;
c) 150°; **d)** 60°.

(5p) **6.** Pentru a construi fundaţia unei case se sapă o groapă în formă de trunchi de piramidă patrulateră regulată. Adâncimea gropii este de 6 m, latura bazei mici are 4 m şi latura bazei mari are 10 m. Volumul pământului excavat este egal cu:

a) 312 m^3; **b)** 300 m^3; **c)** 320 m^3; **d)** 280 m^3.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Un croitor dispune de 11 m de material. Pentru a confecţiona o rochie utilizează 3 m de material, iar pentru a confecţiona o bluză foloseşte 2 m de material. Rochia se vinde cu 105 lei bucata şi bluza cu 80 lei bucata.

(2p) **a)** Este posibil să confecţioneze doar bluze folosind tot materialul? Justifică răspunsul.

(3p) **b)** Determină câte bluze şi câte rochii va face croitorul, astfel încât să folosească tot materialul şi să obţină o sumă cât mai mare de bani.

2. Se consideră expresia $E(x)=\frac{x}{3}\cdot\left(\frac{8x-12}{4x^2-12x+9}-\frac{5x}{2x^2+3x}-\frac{20x}{9-4x^2}\right)$, unde $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{3}{2},\ 0,\ \frac{3}{2}\right\}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x)=\frac{3x}{2x-3}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{3}{2},\ 0,\ \frac{3}{2}\right\}$.

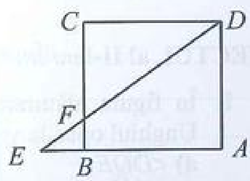
(3p) **b)** Determină valorile întregi ale lui n, pentru care $E(n)$ este număr întreg.

3. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=-\frac{x}{3}+\frac{1}{2}$.

(2p) **a)** Calculează $f(-2)+f(-1)+f(1)+f(2)$.

(3p) **b)** Demonstrează că nu există puncte $P(a, b)$, aparţinând graficului funcţiei f, astfel încât a şi b să fie simultan numere întregi.

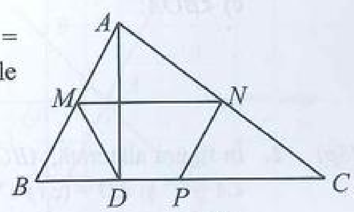
4. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$ cu $AB = 6$ cm. Prelungim latura AB cu $BE = 2$ cm şi notăm cu F intersecţia dreptelor BC şi DE.



(2p) **a)** Arată că $DE = 10$ cm.

(3p) **b)** Determină lungimea segmentului EF.

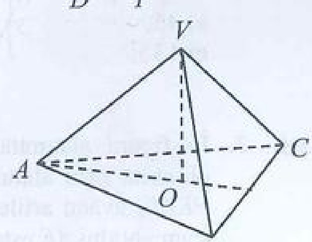
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, având $AB = 12$ cm, $BC = 20$ cm şi măsura unghiului ABC egală cu 60°. Notăm cu M, N, P mijloacele segmentelor AB, AC, respectiv BC şi cu D piciorul înălţimii din A.



(2p) **a)** Arată că $MD = NP = 6$ cm.

(3p) **b)** Determină perimetrul patrulaterului $MNPD$.

6. Un corp din lemn are forma piramidei triunghiulare regulate $VABC$ din figura alăturată. Înălţimea piramidei este $VO = 1$ cm şi latura bazei are lungimea $AB = 24$ cm. Pe suprafaţa laterală se aplică un strat de vopsea. Se ştie că 1,5 g de vopsea acoperă o suprafaţă de 14 cm^2.



(2p) **a)** Stabileşte ce cantitate de vopsea este necesară pentru a vopsi întreaga suprafaţă laterală.

(3p) **b)** Arată că tangenta unghiului format de muchia laterală a piramidei cu planul bazei este mai mare decât $\frac{1}{14}$.

✦ TESTUL 52 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Rezultatul calculului $(-15+1):(-6-1)$ este:

a) -2; **b)** 2; **c)** 3; **d)** 1.

(5p) **2.** Numărul natural $\overline{xy}$ pentru care $\frac{x+y}{x}=2\frac{2}{3}$ este:

a) 53; **b)** 35; **c)** 81; **d)** 18.

(5p) **3.** Suma tuturor numerelor întregi din intervalul $[-3, 4)$ este:

a) 4; **b)** -6; **c)** 0; **d)** 16.

(5p) **4.** Soluţia inecuaţiei $\frac{-4}{2x+1}\geq 0$ este:

a) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$; **b)** $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$; **c)** $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$; **d)** $\left[-\frac{1}{2}, \infty\right)$.

(5p) **5.** Patru elevi au avut de calculat media aritmetică şi media geometrică a numerelor $a=2-\sqrt{3}$, $b=2+\sqrt{3}$ şi de ordonat crescător numerele a, b, m_a şi m_g. Rezultatele lor sunt înregistrate mai jos.

Alin	$a<b<m_g<m_a$
Bogdan	$a<m_g<m_a<b$

Cristi	$m_g<a<b<m_a$
Diana	$b>m_a>m_g>a$

Dintre cei patru elevi, cel care a scris ordinea corectă este:

a) Diana; **b)** Alin; **c)** Bogdan; **d)** Cristi.

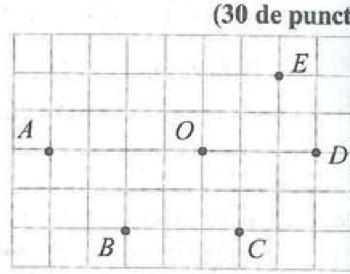
(5p) **6.** Bacul de la Galaţi poate transporta la o cursă fie 20 de automobile, fie 12 camioane. Când începe îmbarcarea, în faţa lui Alin (care conduce un automobil) sunt 9 automobile şi 6 camioane. Alin afirmă că va avea loc în prima cursă. Afirmaţia lui Alin este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

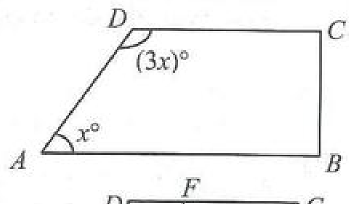
(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, D, E şi O. Unghiul opus la vârf cu unghiul AOB este:

a) $\sphericalangle DOE$; **b)** $\sphericalangle COD$;
c) $\sphericalangle BOA$; **d)** $\sphericalangle EOC$.



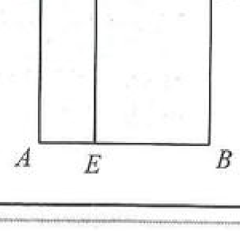
(5p) **2.** În figura alăturată, $ABCD$ este un trapez dreptunghic cu $\sphericalangle B=\sphericalangle C=90°$, $\sphericalangle A=x°$ şi $\sphericalangle D=(3x)°$. Valoarea lui x este:

a) 45; **b)** 90;
c) 135; **d)** 60.

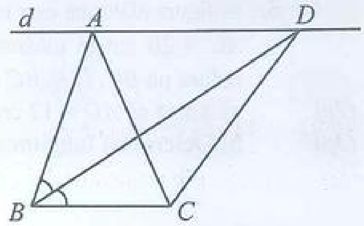


(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentată o suprafaţă pătratică $ABCD$, obţinută prin alăturarea a două suprafeţe dreptunghiulare $AEFD$ şi $FEBC$, având ariile egale cu 1500 m^2, respectiv 2100 m^2. Lungimea segmentului AE este egală cu:

a) 15 m; **b)** 50 m;
c) 25 m; **d)** 60 m.

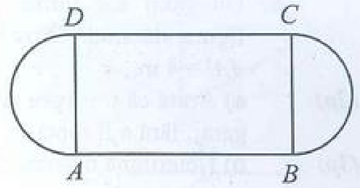


(5p) **4.** Un topograf este situat pe o şosea d, paralelă cu podul BC, ca în figura alăturată. Din punctul A, aflat la distanţă egală de capetele podului, topograful constată că măsura unghiului BAC este $20°$. Se deplasează apoi în punctul D, astfel încât BD este bisectoarea unghiului ABC. În acest moment, măsura unghiului BDC este:



a) $40°$; **b)** $80°$;
c) $10°$; **d)** $50°$.

(5p) **5.** O pistă de atletism are forma din figura alăturată. Dreptunghiul $ABCD$, cu $AB = 100$ m şi $AD = 70$ m, are la capete două semicercuri. Distanţa parcursă de un atlet care pleacă din A şi înconjoară complet pista este de:



a) 420 m; **b)** 490 m;
c) 485 m; **d)** 455 m.

(Se va considera valoarea aproximativă $\pi = \frac{22}{7}$.)

(5p) **6.** Apa aflată într-un recipient plin, în formă de con circular drept cu înălţimea de 12 cm şi raza bazei de 5 cm, se toarnă într-un vas cilindric cu înălţimea de 6 cm şi raza bazei de 10 cm. Înălţimea la care se ridică apa în cilindru este:

a) 1 cm; **b)** 0,5 cm; **c)** 2 cm; **d)** 4 cm.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Bunica îşi aşteaptă nepoţii cu pere şi caise. Numărul perelor este cu trei mai mare decât dublul numărului caiselor. Fiecare nepot a primit câte o caisă şi câte trei pere şi au rămas patru caise şi patru pere.

(2p) **a)** Este posibil ca bunica să aibă exact 16 pere? Justifică răspunsul.

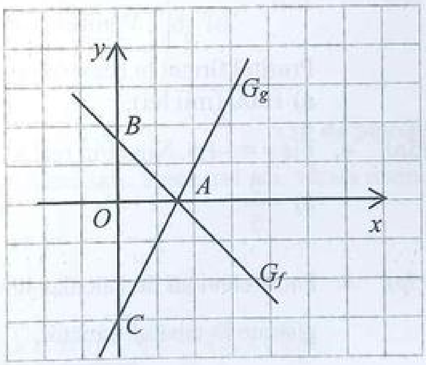
(3p) **b)** Determină numărul nepoţilor bunicii.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x^2+6}{x^2+6x+9} - \frac{x}{x+3}\right) : \left(\frac{1}{x-3} + \frac{5}{9-x^2}\right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 2, 3\}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = \frac{3(3-x)}{x+3}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 2, 3\}$.

(3p) **b)** Demonstrează că numărul $\sqrt{E(\sqrt{2}) \cdot E(-\sqrt{2})}$ aparţine mulţimii numerelor naturale.

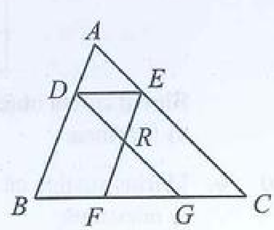
3. Se consideră funcţiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x + a, g(x) = bx - 3$, unde $a, b \in \mathbb{R}$. Graficele celor două funcţii se intersectează în punctul $A\left(\sqrt{3}, 0\right)$.



(2p) **a)** Arată că $a = b = \sqrt{3}$.

(3p) **b)** Ştiind că B şi C sunt punctele de intersecţie a reprezentărilor graficelor funcţiilor f, respectiv g, cu axa Oy a sistemului de axe ortogonale xOy, determină măsura unghiului BAC.

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB = 10$ cm şi $BC = 15$ cm. Se consideră punctul D pe latura AB, cu $AD = 4$ cm. Construim DG paralelă cu AC, $G \in BC$, DE paralelă cu BC, $E \in AC$ şi EF paralelă cu AB, $F \in BC$. Dreptele DG şi EF se intersectează în punctul R.



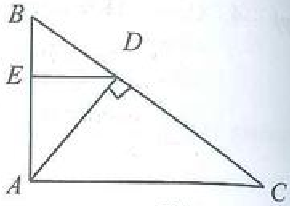
(2p) **a)** Arată că $BF = GC = 6$ cm.

(3p) **b)** Determină lungimea segmentului ER.

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC cu $AB = 15$ cm, $AC = 20$ cm și măsura unghiului BAC de 90°. Construim AD perpendiculară pe BC, $D \in BC$ și DE paralelă cu AC, $E \in AB$.

(2p) a) Arată că $AD = 12$ cm.

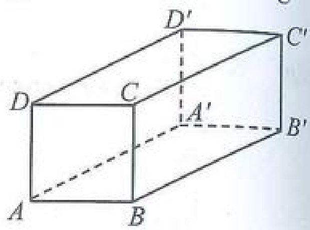
(3p) b) Determină lungimea segmentului DE.



6. Un garaj are forma paralelipipedului dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ din figura alăturată. Dimensiunile paralelipipedului sunt $AB = AD = 2$ m, iar $AA' = 4$ m.

(2p) a) Arată că o vergea cu lungimea de 5 m nu poate încăpea în întregime în garaj, fără a fi ruptă.

(3p) b) Determină măsura unghiului dreptelor AB și $B'D'$.



✦ TESTUL 53 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Suma divizorilor naturali proprii ai numărului 15 este:

a) 8; **b)** 16; **c)** 24; **d)** 20.

(5p) **2.** Bunica a făcut aceeași cantitate de dulceață de caise și dulceață de cireșe. Dacă pentru dulceața de caise i-au trebuit 8 recipiente de 600 ml fiecare, atunci numărul recipientelor de 800 ml, pentru dulceața de cireșe, a fost:

a) 10; **b)** 5; **c)** 6; **d)** 4.

(5p) **3.** Profitul unei unități economice reprezintă diferența dintre venituri și cheltuieli. Pentru o micro-întreprindere, evoluția din primul trimestru este înregistrată în tabelul următor.

	Ianuarie	Februarie	Martie
Cheltuieli (mii lei)	3000	3100	3500
Venituri (mii lei)	2000	4000	4900

Profitul firmei în acest trimestru a fost:

a) 1300 (mii lei); **b)** −1000 (mii lei); **c)** 3000 (mii lei); **d)** −1300 (mii lei).

(5p) **4.** Fie $y = -1,5$. Numărul real x care verifică relația $x + y = x \cdot y$ este:

a) $-\frac{3}{5}$; **b)** $-\frac{5}{3}$; **c)** 0,6; **d)** 0.

(5p) **5.** Patru elevi au de calculat suma numerelor naturale n, pentru care $3\sqrt{n} \in \left(2\sqrt{5},\ 4\sqrt{3}\right)$. Rezultatele sunt înregistrate în tabelul următor.

Eduard	Măriuca	Daria	Vlad
3	12	7	14

Elevul care a obținut rezultatul corect este:

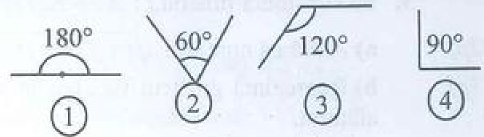
a) Măriuca; **b)** Daria; **c)** Vlad; **d)** Eduard.

(5p) **6.** Marius susține că suma primelor opt zecimale ale numărului $n = 0,(123)$ este 15. Afirmația lui Marius este:

a) adevărată; **b)** falsă.

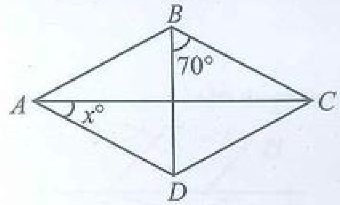
SUBIECTUL al II-lea. *Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.* (30 de puncte)

(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate patru unghiuri şi măsurile corespunzătoare. Singurul unghi impropriu este cel numerotat cu:



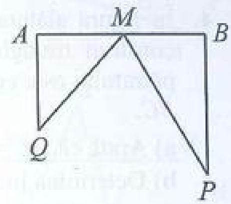
a) 2; **b)** 1;
c) 3; **d)** 4.

(5p) **2.** În figura alăturată, $ABCD$ este un romb. Măsurile unghiurilor DAC şi DBC sunt $x°$, respectiv $70°$. Valoarea lui x este egală cu:



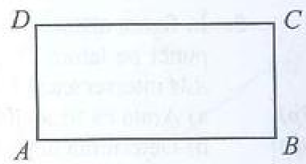
a) 70; **b)** 140;
c) 10; **d)** 20.

(5p) **3.** De aceeaşi parte a segmentului AB se construiesc perpendicularele AQ şi BP pe acesta, ca în figura alăturată. Dacă $AB = 12$ cm, $AQ = 6$ cm, $BP = 6\sqrt{3}$ cm şi punctul M este mijlocul AB, atunci măsura unghiului PMQ este egală cu:



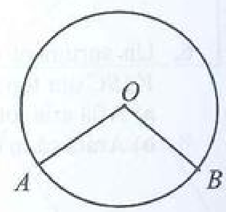
a) 60°; **b)** 105°;
c) 75°; **d)** 45°.

(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 320$ cm şi $AD = 80$ cm. Dacă un pătrat are aceeaşi arie ca dreptunghiul, atunci lungimea laturii pătratului este egală cu:



a) 80 cm; **b)** 60 cm;
c) 160 cm; **d)** 120 cm.

(5p) **5.** Cercul din figura alăturată reprezintă o pizza privită de sus. Gigel a consumat partea din pizza reprezentând sectorul circular $\overset{\frown}{AOB}$, cu măsura unghiului AOB de 72°. Dacă întreaga pizza cântărea 1200 g, atunci partea consumată de Gigel cântăreşte:



a) 200 g; **b)** 250 g;
c) 300 g; **d)** 240 g.

(5p) **6.** Dintr-o bucată de tablă, având forma unui triunghi echilateral cu latura de 8 dm, se confecţionează tetraedre regulate cu latura de 1 dm. Numărul maxim de tetraedre care pot fi obţinute este:
a) 4; **b)** 64; **c)** 8; **d)** 16.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrieţi rezolvările complete.* (30 de puncte)

1. Cu un an în urmă, vârsta mamei era de patru ori mai mare decât vârsta fiicei sale. Peste trei ani, vârsta mamei va fi de trei ori mai mare decât vârsta fiicei sale.

(2p) **a)** Este posibil ca vârsta fiicei să fie 11 ani? Justifică răspunsul.

(3p) **b)** Determină vârsta mamei.

2. Se consideră expresia $E(x) = x - \left(1 + \dfrac{\sqrt{18}}{x - 2\sqrt{2}}\right) : \dfrac{x^2 + 3x\sqrt{2} + 4}{x^2 - 8}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\sqrt{2}, -\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$.

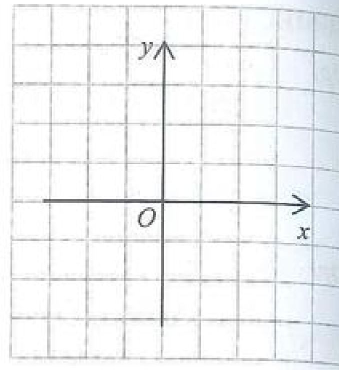
(2p) **a)** Arată că $x^2 + 3x\sqrt{2} + 4 = \left(x + \sqrt{2}\right)\left(x + 2\sqrt{2}\right)$, pentru orice număr real x.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(x) = x - 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\sqrt{2}, -\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$.

(2p) a) Arată că numărul $\sqrt{1 + f(9) \cdot f(10)}$ este număr natural.

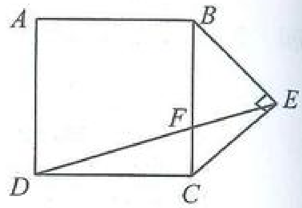
(3p) b) Reprezintă graficul funcției în sistemul de axe ortogonale xOy alăturat.



4. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$, în exteriorul căruia este construit triunghiul dreptunghic isoscel BCE cu unghiul drept în E. Latura pătratului este egală cu 6 cm, iar punctul F este intersecția segmentelor DE și BC.

(2p) a) Arată că $DE = 3\sqrt{10}$ cm.

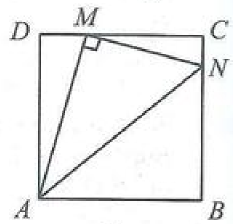
(3p) b) Determină lungimea segmentului EF.



5. În figura alăturată este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB = 9$ cm, iar M este un punct pe latura DC, astfel încât $3DM = DC$. Perpendiculara în M pe dreapta AM intersectează latura BC în punctul N.

(2p) a) Arată că triunghiurile DAM și CMN sunt asemenea.

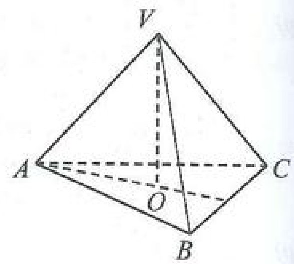
(3p) b) Determină lungimea segmentului BN.



6. Un sortiment de suc este ambalat în cutii, având forma tetraedrului regulat $VABC$ din figura alăturată, cu suma lungimilor muchiilor egală cu 72 cm.

(2p) a) Află aria totală a unei cutii.

(3p) b) Arată că în cutie încap mai mult de 200 ml suc.



✦ TESTUL 54 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Numărul $\overline{ab}$ care verifică $\overline{ab} = 72 + \overline{ba}$ este:

a) 19; **b)** 91; **c)** 36; **d)** 63.

(5p) 2. Scuterul lui Teo consumă 1,8 litri de carburant pentru a parcurge 50 de kilometri. Pentru a parcurge 75 de kilometri va consuma:

a) 2,7 ℓ; **b)** 27 ℓ; **c)** 0,9 ℓ; **d)** 5 ℓ.

(5p) 3. Un tren se deplasează cu viteza de 2 km/min, iar un avion zboară cu viteza de 960 km/h. Raportul dintre viteza avionului și viteza trenului este:

a) 480; **b)** 4,8; **c)** 8; **d)** 0,125.

(5p) 4. Numerele raționale $\frac{5}{6}, -\frac{1}{3}$ și x au media aritmetică egală cu $\frac{1}{2}$. Valoarea lui x este:

a) 0; **b)** $-\frac{1}{2}$; **c)** $\frac{1}{2}$; **d)** 1.

(5p) 5. Partea întreagă a numărului $x=\sqrt{18}-\frac{6}{\sqrt{2}}-\left|1-\sqrt{2}\right|$ este egală cu:

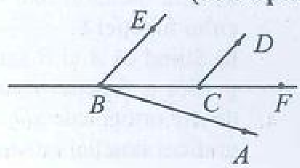
a) 0; b) −2; c) −1; d) $\sqrt{2}-1$.

(5p) 6. Andra a scris în caietul de teme că $(-2, 5) \cap [5, 7) = \varnothing$. Egalitatea scrisă de Andra este:

a) adevărată; b) falsă.

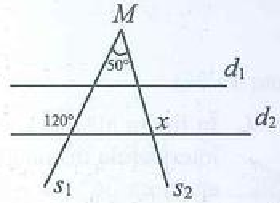
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Analizând figura alăturată, constatăm că unghiul ABC este adiacent cu unghiul:



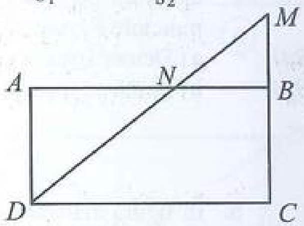
a) $\sphericalangle CBE$; b) $\sphericalangle ABE$;
c) $\sphericalangle DCF$; d) $\sphericalangle FBA$.

(5p) 2. În figura alăturată, dreptele d_1 şi d_2 sunt paralele, iar s_1 şi s_2 sunt două secante concurente în M. Măsurile a trei dintre unghiurile care se formează sunt marcate în figură. Valoarea lui x este egală cu:



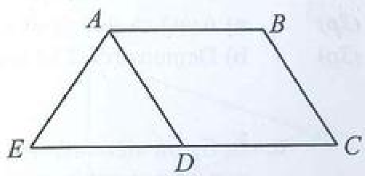
a) 120°; b) 70°;
c) 110°; d) 90°.

(5p) 3. În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi $ABCD$. Bisectoarea unghiului ADC intersectează dreptele AB şi BC în punctele N, respectiv M. Dacă $AD = 4$ cm şi $MB = 2$ cm, atunci aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu:



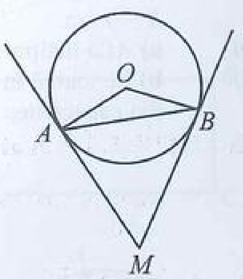
a) 8 cm^2; b) 24 cm^2;
c) 16 cm^2; d) 20 cm^2.

(5p) 4. În figura alăturată sunt reprezentate rombul $ABCD$ cu $AB = BD = 20$ cm şi triunghiul echilateral ADE, exterior rombului. Distanţa de la punctul E la dreapta BC este egală cu:



a) $20\sqrt{3}$ cm; b) $10\sqrt{3}$ cm;
c) 20 cm; d) $15\sqrt{3}$ cm.

(5p) 5. Prin punctele A şi B ale triunghiului echilateral MAB se construieşte cercul tangent laturilor MA şi MB, ca în figura alăturată. Măsura unghiului AOB este egală cu:



a) 100°; b) 120°;
c) 90°; d) 60°.

(5p) 6. O cutie are forma unui cub cu latura de 5 cm. Numărul cutiilor ce pot fi confecţionate, având la dispoziţie o coală dreptunghiulară cu dimensiunile de 60 cm şi 150 cm, este:

a) 100; b) 50; c) 40; d) 60.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieţi rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Într-o sală de clasă, dacă stă câte un copil în fiecare bancă, rămân 12 copii în picioare. Dacă stau câte doi copii în fiecare bancă, atunci în ultima bancă rămâne un singur copil.

(2p) a) Este posibil să fie 14 bănci? Justifică răspunsul.

(3p) b) Determină numărul de copii.

2. Se consideră expresia $E(a) = \frac{8}{a+2} + \frac{4}{a+2} \cdot \left[\left(\frac{a^2+4}{4a} - 1\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{a}\right)\right]$, unde $a \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$.

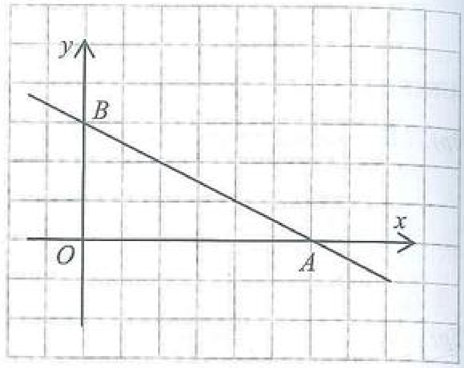
(2p) a) Arată că $a^2 - 4(a-1)$ este pătratul unui număr real, pentru orice valoare a numărului real a.

(3p) b) Demonstrează că numărul $E(a)$ are o valoare constantă, pentru orice $a \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -\frac{x}{2} + 3$.

(2p) a) Află numărul real m, dacă punctul $P(m, m)$ aparține graficului funcției f.

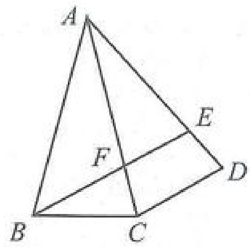
(3p) b) Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, determină tangenta unghiului format de graficul funcției cu axa ordonatelor.



4. În figura alăturată sunt reprezentate două triunghiuri isoscele ABC și ACD cu interioarele disjuncte și $AB = AC = AD$. Unghiurile BAC și CAD au măsurile egale cu $36°$, iar paralela prin B la CD intersectează dreptele AC și AD în punctele F, respectiv E.

(2p) a) Demonstrează că dreptele BD și AC sunt perpendiculare.

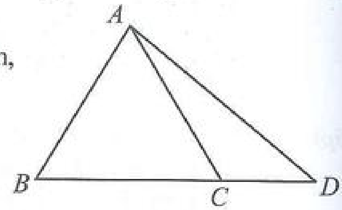
(3p) b) Arată că triunghiul ABF este isoscel.



5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC, cu $AB = 12$ cm, iar punctul D aparține prelungirii laturii BC, astfel încât $CD = 6$ cm.

(2p) a) Arată că $AD = 6\sqrt{7}$ cm.

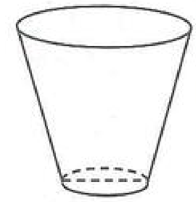
(3p) b) Demonstrează că aria triunghiului ACD este mai mică decât 32 cm^2.



6. În figura alăturată este reprezentat un recipient, având forma unui trunchi de con cu generatoarea $g = 17$ cm, raza bazei mici $r = 1$ cm și raza bazei mari $R = 9$ cm.

(2p) a) Află înălțimea recipientului.

(3p) b) Se toarnă în recipient 1 litru de apă. Arată că apa ocupă mai puțin de 70% din capacitatea recipientului.



✦ TESTUL 55 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. O valoare a cifrei x, pentru care numerele 120 și $\overline{20x}$ sunt prime între ele, este:

a) 0; b) 7; c) 3; d) 4.

(5p) 2. Într-o cutie sunt 8 bile albe și n bile roșii. Dacă probabilitatea de a extrage din cutie o bilă roșie este $\frac{3}{5}$, atunci numărul n este egal cu:

a) 10; b) 8; c) 12; d) 6.

(5p) **3.** Numerele întregi $-3, x, y, z, t, 2$ sunt scrise în ordine crescătoare. Valoarea sumei $x + y + z + t$ este:
a) -1; **b)** 0; **c)** 1; **d)** -2.

(5p) **4.** Fie $x = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} : \frac{1}{3}\right) \cdot 1\frac{2}{5}$. Valoarea absolută a numărului x este:

a) $-\frac{7}{6}$; **b)** $\frac{7}{6}$; **c)** -2; **d)** $\frac{7}{10}$.

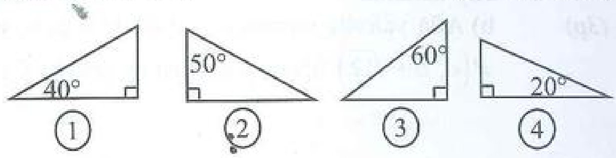
(5p) **5.** Media geometrică a numerelor $x = \left|1 - \sqrt{5}\right|$ și $y = \frac{\left(1+\sqrt{5}\right)^2}{2} - 2$ este egală cu:

a) 2; **b)** $\sqrt{5}$; **c)** -1; **d)** $1 + \sqrt{5}$.

(5p) **6.** Tudor spune că cel mai mare număr întreg din intervalul $(-2, 3)$ este 3. Afirmația lui Tudor este:
a) adevărată; **b)** falsă.

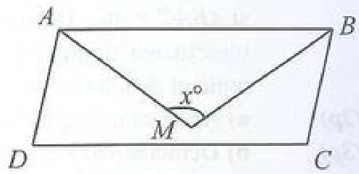
SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Dintre triunghiurile dreptunghice din figura alăturată, o pereche de triunghiuri asemenea este perechea:



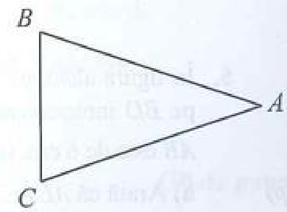
a) (1, 3); **b)** (2, 3);
c) (2, 1); **d)** (3, 4).

(5p) **2.** În figura alăturată, $ABCD$ este un paralelogram, iar M este punctul de intersecție a bisectoarelor unghiurilor DAB și ABC. Măsura unghiului AMB este $x°$. Valoarea lui x este:



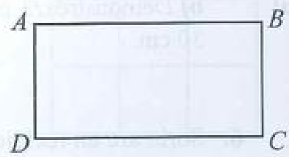
a) 90; **b)** 120;
c) 50; **d)** 180.

(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC, cu $AB = AC = 12$ m și aria egală cu $36\sqrt{3}$ m^2. Distanța dintre punctele B și C este egală cu:



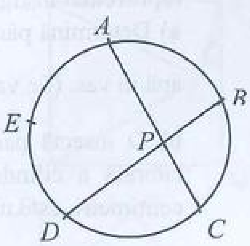
a) 24 m; **b)** $6\sqrt{3}$ m;
c) 18 m; **d)** 12 m.

(5p) **4.** O coală de hârtie are forma dreptunghiului $ABCD$ din figura alăturată, cu $AB = 30$ cm și $AD = 20$ cm. O astfel de coală are masa de 0,8 g. Suprafața ce poate fi acoperită în întregime, fără suprapuneri, cu foile dintr-un pachet care cântărește 500 g este:



a) 40 m^2; **b)** 37,5 m^2;
c) 38 m^2; **d)** 32 m^2.

(5p) **5.** Cinci persoane A, B, C, D și E stau în jurul unei mese circulare, ca în figura alăturată. Dacă arcele $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CD}$, $\overset{\frown}{DE}$ și $\overset{\frown}{EA}$ au măsuri egale și P este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD, atunci măsura unghiului APB este egală cu:



a) 108°; **b)** 36°;
c) 72°; **d)** 90°.

(5p) **6.** Într-un vas metalic, având formă de prismă patrulateră regulată cu latura bazei de 20 cm și înălțimea de 30 cm, se află 6 ℓ de apă. Dacă introducem în vas o piatră cubică cu latura de 10 cm, atunci nivelul apei crește cu:

a) 1,25 cm; **b)** 2,5 cm; **c)** 2 cm; **d)** 1 cm.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrieți rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Pe o parte a unei alei sunt plantați tei din 10 m în 10 m; în ambele capete ale aleii se află câte un tei. Între oricare doi tei consecutivi sunt plantate câte 5 panseluțe. Numărul panseluțelor este cu 27 mai mare decât numărul teilor.

(2p) **a)** Este posibil să fie 29 de panseluțe? Justifică răspunsul.

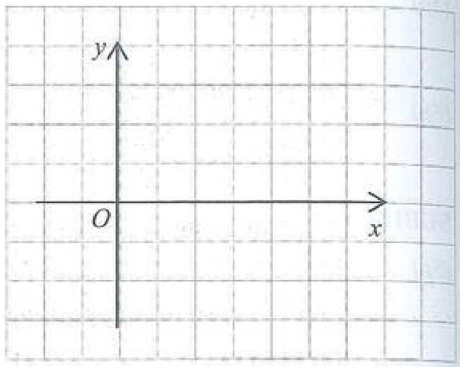
(3p) **b)** Determină lungimea aleii.

2. Se consideră expresia $E(x) = \dfrac{x^3 + x^2 - x - 1}{x(x+2)+1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

(2p) **a)** Arată că $x(x + 2) + 1 = (x + 1)^2$, pentru orice număr real x.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(n)$ este număr natural, pentru orice număr natural nenul n.

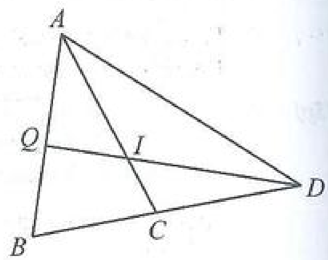
3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x\sqrt{3} - 3$.



(2p) **a)** Reprezintă graficul funcției f în sistemul de axe ortogonale xOy alăturat.

(3p) **b)** Află valorile numerelor raționale a și b, știind că punctul $P\left(a,\ b+\sqrt{12}\right)$ aparține graficului funcției f.

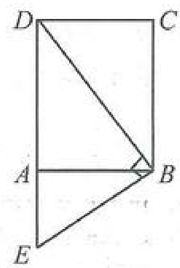
4. În figura alăturată este reprezentat un triunghi isoscel ABC cu baza BC și $\sphericalangle BAC = 36°$. Pe dreapta BC alegem punctul D, astfel încât AC este bisectoarea unghiului BAD. Punctul Q este mijlocul AB, iar I este punctul de intersecție a dreptelor AC și QD.



(2p) **a)** Arată că triunghiul BAD este isoscel.

(3p) **b)** Demonstrează că I este centrul cercului înscris în triunghiul ABD.

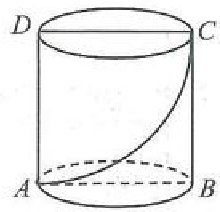
5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$. Perpendiculara în B pe BD intersectează prelungirea laturii AD în punctul E. Lungimea laturii AB este de 6 cm, iar lungimea segmentului BE este de $4\sqrt{3}$ cm.



(2p) **a)** Arată că $AE = 2\sqrt{3}$ cm.

(3p) **b)** Demonstrează că perimetrul dreptunghiului $ABCD$ este mai mare de 30 cm.

6. Sorin are un recipient cilindric cu diametrul bazei de 7 cm și înălțimea de 12 cm, reprezentat în figura alăturată.



(2p) **a)** Determină până la ce înălțime se ridică apa atunci când turnăm 154 ml de apă în vas. (Se va utiliza valoarea aproximativă $\pi = \dfrac{22}{7}$.)

(3p) **b)** O insectă parcurge drumul minim dintre punctele A și C pe suprafața laterală a cilindrului. Arată că lungimea drumului furnicii, exprimată în centimetri, este un număr din intervalul $(16, 17)$.

✦ TESTUL 56 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mare număr de forma $\overline{x1y}$, divizibil cu 4, pentru care $x + y = 10$, este:

a) 918; **b)** 812; **c)** 218; **d)** 416.

(5p) **2.** Dacă $\frac{x+1}{5x+1} = 0,(27)$, atunci valoarea lui x este:

a) 7; **b)** 1; **c)** 2; **d)** 4.

(5p) **3.** Temperaturile înregistrate într-o săptămână din ianuarie, la ora 6^{00}, sunt prezentate în tabelul următor.

Luni	Marţi	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
–4°C	–6°C	–7°C	–5°C	–3°C	0°C	1°C

Numărul zilelor în care nu au fost înregistrate temperaturi negative este:

a) 1; **b)** 2; **c)** 5; **d)** 3.

(5p) **4.** Scrierea sub formă de interval a mulţimii $M = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < 2x + 1 < 3\}$ este:

a) $(-1, 1)$; **b)** $(-1, 2)$; **c)** $(0, 1)$; **d)** $(0, 2)$.

(5p) **5.** Patru elevi au avut de calculat numărul $xz + xt + yz + yt$, ştiind că $x + y = \sqrt{5} + 1$ şi $t + z = \sqrt{5} - 1$. Rezultatele obţinute sunt înregistrate în tabelul următor.

Maria	Cristi	Radu	Eugen
2	$2\sqrt{5}$	–4	4

Numele elevului care a obţinut rezultatul corect este:

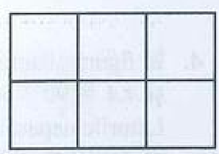
a) Cristi; **b)** Eugen; **c)** Radu; **d)** Maria.

(5p) **6.** Radu afirmă că mulţimea $\{-1, 0, 1\}$ este o submulţime a mulţimii $\mathbb{N}$. Afirmaţia lui Radu este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

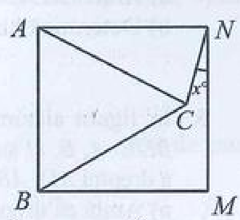
(5p) **1.** În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi 2×3, împărţit în pătrăţele cu latura 1. Numărul pătratelor ce pot fi identificate pe figura dată este egal cu:



a) 8; **b)** 9;

c) 4; **d)** 5.

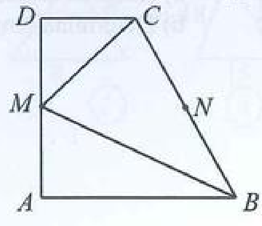
(5p) **2.** În figura alăturată, triunghiul echilateral ABC este situat în interiorul pătratului $ABMN$. Măsura unghiului MNC este $x°$. Valoarea lui x este:



a) 10; **b)** 15;

c) 30; **d)** 75.

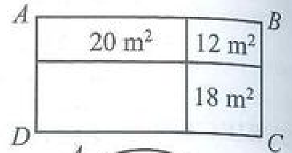
(5p) **3.** În trapezul $ABCD$ din figura alăturată, $AB \parallel CD$, punctele M şi N sunt mijloacele laturilor neparalele AD, respectiv BC, $AB = 12$ cm, $CD = 8$ cm şi măsura unghiului BMC este egală cu 90°. Lungimea segmentului BC este:



a) 20 cm; **b)** 4 cm;

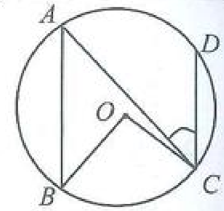
c) 10 cm; **d)** 16 cm.

(5p) 4. O cameră cu formă dreptunghiulară este împărțită în patru suprafețe, ca în figura alăturată. Trei dintre aceste suprafețe au ariile egale cu 20 m^2, 12 m^2, respectiv 18 m^2. Suprafața întregii camere este:



a) 30 m^2; b) 76 m^2;
c) 66 m^2; d) 80 m^2.

(5p) 5. În cercul de centru O din figura alăturată, AB și CD sunt două coarde paralele, iar măsura unghiului ACD este egală cu 60°. Măsura unghiului BOC este:



a) 180°; b) 60°;
c) 30°; d) 120°.

(5p) 6. Dintr-un corp metalic, având formă de piramidă patrulateră regulată cu latura bazei de 4 cm și înălțimea de 6 cm, se obțin, prin topire, cubulețe cu latura de 5 mm. Numărul maxim de cubulețe ce pot fi obținute este:
a) 128; b) 256; c) 120; d) 300.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieți rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Aflat în concediu, domnul Ionescu și-a împărțit banii astfel: 40% din sumă pentru cazare, 75% din rest pentru mâncare, iar ceilalți 375 lei pentru alte cheltuieli.

(2p) a) Suma pentru cazare este mai mare decât suma stabilită pentru mâncare? Justifică răspunsul.

(3p) b) Determină suma inițială pe care a avut-o domnul Ionescu.

2. Se consideră expresia $E(x) = \frac{x+2}{x-1} : \left(\frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x^2+x} + \frac{2}{x^2-1}\right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

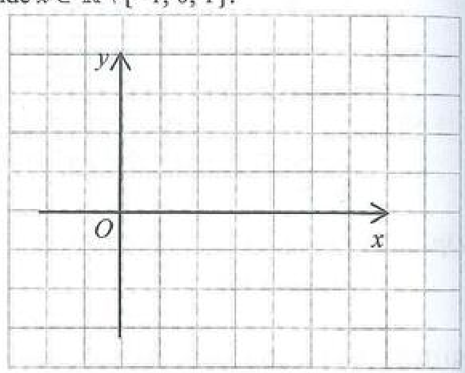
(2p) a) Arată că $E(x) = \frac{x^2+2x}{2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

(3p) b) Determină numerele reale a, pentru care $E(a) = a$.

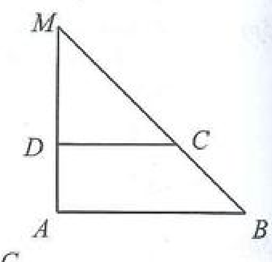
3. Se consideră funcția $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{2}$, unde $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \le 1\}$.

(2p) a) Determină domeniul de definiție al funcției.

(3p) b) Reprezintă graficul funcției f în sistemul de axe ortogonale xOy alăturat.



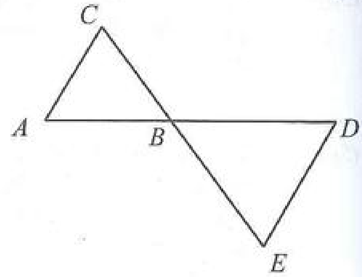
4. În figura alăturată este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$ și $\sphericalangle A = 90°$. Se știe că $AB = 12$ cm, $AD = 3$ cm, iar $\mathcal{A}_{ABCD} = 30$ cm^2. Laturile neparalele AD și BC se intersectează în punctul M.



(2p) a) Arată că $DC = 8$ cm.

(3p) b) Determină lungimea segmentului MC.

5. În figura alăturată sunt reprezentate două triunghiuri echilaterale ABC și BDE. A, B, D sunt puncte coliniare, C și E sunt situate de o parte și de alta a dreptei AD, $AB = 5$ cm și $BD = 10$ cm.



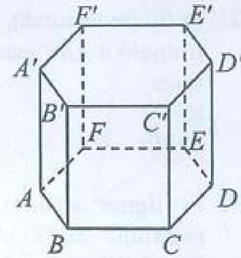
(2p) a) Arată că dreptele AC și DE sunt paralele.

(3p) b) Determină lungimea segmentului AE.

6. În figura alăturată este reprezentat un suport pentru pixuri, având forma unei prisme hexagonale regulate $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$. Aria laterală a prismei este egală cu 300 cm^2, iar înălțimea suportului este cât dublul lungimii laturii bazei.

(2p) a) Arată că volumul suportului este mai mic decât 675 cm^3.

(3p) b) Determină distanța de la punctul B la planul (ADD').



✦ TESTUL 57 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Valoarea numărului natural n pentru care 3^{2n-1} este divizor al numărului 171 este:

a) 1; **b)** 0; **c)** 2; **d)** 3.

(5p) **2.** Dacă numerele $2x+1$ și $x-2$ sunt invers proporționale cu numerele 3 și 5, atunci valoarea lui x este:

a) -7; **b)** -13; **c)** 2; **d)** -10.

(5p) **3.** Fie $n = \square 1 \square 2 \square 3 \square 4$. Completând căsuțele cu unul din semnele „+" sau „–", dar fără a avea același semn în toate căsuțele, cea mai mică valoare posibilă a numărului n este:

a) -8; **b)** -10; **c)** -6; **d)** -4.

(5p) **4.** Patru elevi au ordonat descrescător numerele $x=\frac{3}{4}$, $y=\frac{11}{12}$, $z=\frac{7}{8}$ și $t=\frac{5}{6}$. Rezultatele obținute sunt înregistrate în tabelul următor.

Ana	Cătălin	Irina	Sebastian
$y>z>x>t$	$y>x>t>z$	$y>x>z>t$	$y>z>t>x$

Numele elevului care a scris ordinea corectă este:

a) Cătălin; **b)** Sebastian; **c)** Ana; **d)** Irina.

(5p) **5.** Rezultatul calculului $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$ este numărul:

a) $2\sqrt{3}$; **b)** $\frac{2}{3}$; **c)** $\frac{1}{2}$; **d)** $\frac{1}{\sqrt{12}}$.

(5p) **6.** Victor merge la înot o dată la două zile, iar Matei o dată la trei zile. Luni, când au ieșit de la piscină, Matei i-a spus că se vor întâlni din nou marțea viitoare. Afirmația lui Matei este:

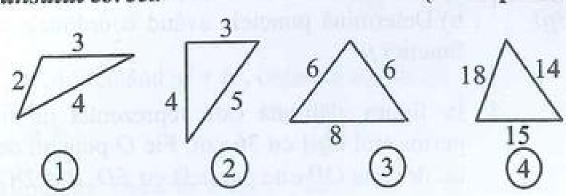
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

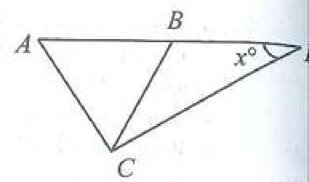
(5p) **1.** În desenul alăturat sunt reprezentate patru triunghiuri. Singurul triunghi isoscel este cel din figura:

a) ②; **b)** ④;

c) ③; **d)** ①.

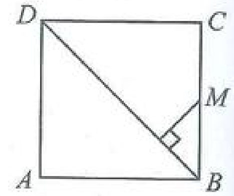


(5p) **2.** În figura alăturată, punctul D este simetricul punctului A față de punctul B, iar triunghiul ABC este echilateral. Măsura unghiului ADC este $x°$. Valoarea lui x este:



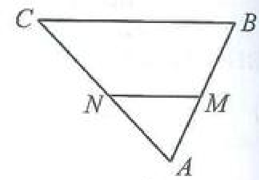
a) 15; **b)** 60;
c) 30; **d)** 40.

(5p) **3.** În figura alăturată este reprezentată schița unei camere, având forma pătratului $ABCD$ cu perimetrul egal cu 40 m. Dacă punctul M este mijlocul laturii BC, atunci distanța de la M la dreapta BD este egală cu:



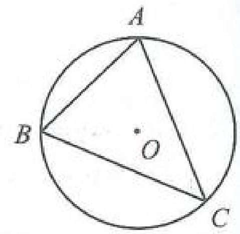
a) 5 m; **b)** $\frac{5}{\sqrt{2}}$ m;
c) $5\sqrt{2}$ m; **d)** 1 m.

(5p) **4.** Proprietarul terenului ABC, din figura alăturată, a vândut 25% din suprafață, rămânându-i trapezul $BMNC$. Dacă $AB = 180$ m, iar delimitarea s-a făcut prin dreapta MN paralelă cu BC, atunci distanța dintre punctele A și M este:



a) 45 m; **b)** 60 m;
c) 90 m; **d)** 30 m.

(5p) **5.** În figura alăturată, triunghiul ABC este înscris în cercul de centru O. Măsurile unghiurilor B și C sunt egale cu $80°$, respectiv $30°$, iar înălțimea din B intersectează cercul în punctul M. Măsura unghiului AOM este egală cu:



a) $80°$; **b)** $40°$;
c) $60°$; **d)** $70°$.

(5p) **6.** Un zar de formă cubică are volumul egal cu 8 cm^3. Aria totală a paralelipipedului obținut prin lipirea a cin zaruri este egală cu:
a) 88 cm^2; **b)** 120 cm^2; **c)** 80 cm^2; **d)** 100 cm^2.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrieți rezolvările complete.* **(30 de puncte**

1. Un test de admitere în format grilă cuprinde 20 de întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 5 puncte iar pentru unul greșit se scad 2 puncte. Din oficiu se acordă 20 de puncte, iar pentru a fi declarat admis, u candidat trebuie să acumuleze minim 100 de puncte.

(2p) **a)** Este admis un candidat care are exact 15 răspunsuri corecte? Justifică răspunsul.

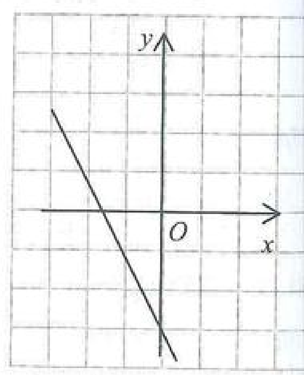
(3p) **b)** Determină numărul minim de răspunsuri corecte pe care trebuie să le dea un candidat pentru a fi admis.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x + 3)^2 - (2x + 1)(x - 7) - (x + 4)(4 - x)$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = 19x$, pentru orice număr real x.

(3p) **b)** Determină numerele naturale n pentru care $E(n) \leq n^3$.

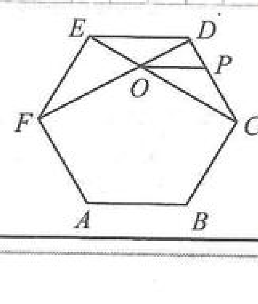
3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x - 3$.



(2p) **a)** Demonstrează că numărul $f(-2) + f(-3) + ... + f(-10)$ este pătrat perfect.

(3p) **b)** Determină punctele având coordonate egale care sunt situate pe graficul funcției f.

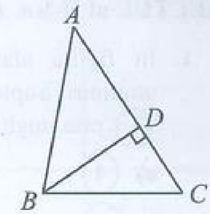
4. În figura alăturată este reprezentat un hexagon regulat $ABCDEF$, având perimetrul egal cu 36 cm. Fie O punctul de intersecție a dreptelor EC și FD, iar dreapta OP este paralelă cu ED, $P \in DC$.



(2p) **a)** Arată că $EC = 6\sqrt{3}$ cm.

(3p) **b)** Determină lungimea segmentului OP.

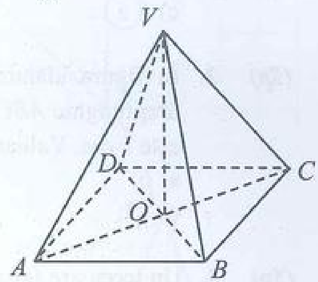
5. În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC, având $BC = 10$ cm, $AC = 14$ cm şi măsura unghiului BAC de 45°. Înălţimea BD a triunghiului are lungimea de x cm.



(2p) a) Arată că $x^2 - 14x + 48 = 0$.

(3p) b) Perimetrul triunghiului ABC are cea mai mică valoare posibilă. Determină lungimea laturii AB.

6. În figura alăturată este reprezentat un cort din pânză, având forma piramidei patrulatere regulate $VABCD$, cu muchia bazei $AB = 4$ m şi înălţimea $VO = 1{,}5$ m.



(2p) a) Feţele laterale ale cortului sunt fabricate din pânză. Care este suprafaţa de pânză necesară?

(3p) b) Află cosinusul unghiului format de planul unei feţe laterale cu planul bazei.

✦ TESTUL 58 ✦

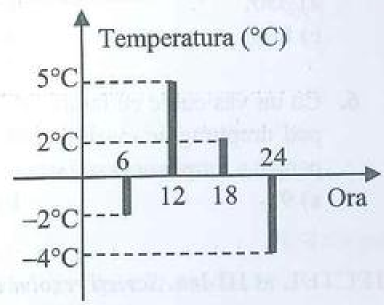
SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mic număr natural nenul n pentru care $3^n + 3^{n+1}$ este pătrat perfect este:
a) 4; **b)** 0; **c)** 2; **d)** 1.

(5p) **2.** Tabelul alăturat cuprinde informaţii referitoare la numărul curselor efectuate şi suma finală încasată de patru taximetrişti. Persoanele care au acelaşi câştig mediu la o cursă sunt:
a) Dan şi Robert; **b)** Mihai şi Dan;
c) Alex şi Mihai; **d)** Alex şi Dan.

	Număr curse	Suma finală
Dan	6	120 lei
Robert	4	90 lei
Mihai	2	50 lei
Alex	5	100 lei

(5p) **3.** La o staţie meteo s-au realizat patru măsurători în decursul a 24 h, obţinându-se datele din tabelul alăturat. Diferenţa dintre cea mai mică şi cea mai mare dintre valorile înregistrate în tabel este:
a) –3°C; **b)** –9°C;
c) 3°C; **d)** 7°C.



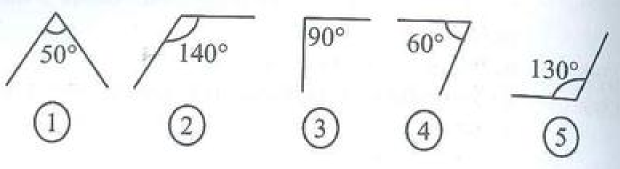
(5p) **4.** Dacă $x = 1{,}0(6)$, atunci numărul dat se scrie sub formă de fracţie ireductibilă, astfel:
a) $\frac{48}{45}$; **b)** $1\frac{6}{10}$; **c)** $\frac{16}{15}$; **d)** $\frac{32}{33}$.

(5p) **5.** Numerele raţionale a şi b verifică relaţia $a + b\sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$. Calculând $a^2 + b^2$, obţinem rezultatul:
a) 2; **b)** 0; **c)** 3; **d)** 1.

(5p) **6.** Maşina noastră consumă 6 litri de benzină la 100 de kilometri. După ce a făcut plinul (30 ℓ), tata afirmă că este destul combustibil pentru a parcurge cei 450 km până la mare. Afirmaţia tatei este:
a) adevărată; **b)** falsă.

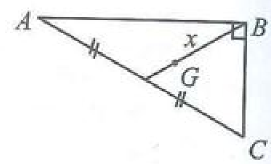
SUBIECTUL al II-lea. *Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.* **(30 de puncte)**

(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate cinci unghiuri. Suplementul unghiului de la punctul (1) este unghiul de la punctul:



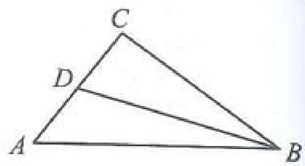
a) (4); **b)** (2);
c) (5); **d)** (3).

(5p) **2.** În figura alăturată, punctul G este centrul de greutate al triunghiului dreptunghic ABC, cu $\sphericalangle B = 90°$ şi $AC = 18$ cm. Lungimea segmentului BG este x cm. Valoarea lui x este egală cu:



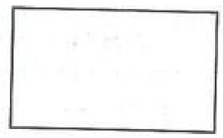
a) 6; **b)** 9;
c) 12; **d)** 3.

(5p) **3.** Un teren are forma unui triunghi dreptunghic ABC, cu ipotenuza AB, ca în figura alăturată. Punctul D este mijlocul laturii AC, triunghiul ABD este o suprafaţă cu gazon având 60 m^2, iar lungimea segmentului AB este egală cu 20 m. Distanţa de la punctul C la dreapta AB este egală cu:



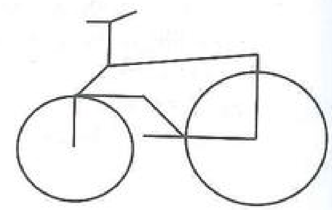
a) 12 m; **b)** 24 m;
c) 6 m; **d)** 10 m.

(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat un teren dreptunghiular cu suprafaţa de 1 ha. Dacă mărim lungimea cu 10% din ea şi micşorăm lăţimea cu 10% din ea, obţinem un teren cu suprafaţa egală cu:



a) 10000 m^2; **b)** 10100 m^2;
c) 9900 m^2; **d)** 11000 m^2.

(5p) **5.** Roţile unei biciclete sunt reprezentate de două cercuri cu raze diferite, ca în figura alăturată. Roata din spate are raza de 35 cm, iar cea din faţă are raza de 30 cm. Dacă la un drum roate din spate a efectuat 600 de rotaţii complete, atunci numărul rotaţiilor roţii din faţă este:



a) 650; **b)** 550;
c) 800; **d)** 700.

(5p) **6.** Cu un vas cubic cu latura de 20 cm vrem să cărăm apă pentru a umple un acvariu, având formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 40 cm, 30 cm şi 60 cm. Numărul minim de drumuri pe care le vom face pentru a umple acvariul este:

a) 9; **b)** 6; **c)** 4; **d)** 10.

SUBIECTUL al III-lea. *Scrieţi rezolvările complete.* **(30 de puncte)**

1. Un număr de 25 de ciocolate şi 39 de napolitane trebuie distribuite unor copii în pachete cu acelaşi conţinut. După ce s-au făcut pachetele s-a observat că au mai rămas trei napolitane şi o ciocolată.

(2p) **a)** Este posibil să se facă 4 pachete? Justifică răspunsul.

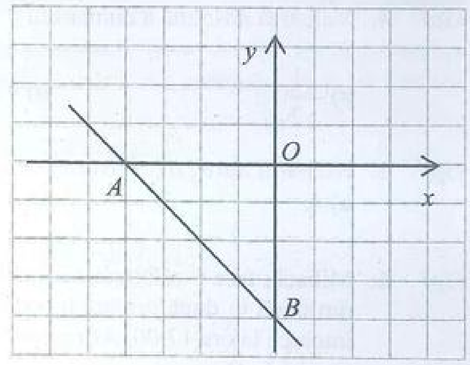
(3p) **b)** Determină numărul maxim de pachete care se pot face.

2. Se consideră expresia $E(x) = 2(x+3)^2 - (x-1)^2 - 5(2x+3)$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) **a)** Arată că $E(x) = x^2 + 4x + 2$, pentru orice număr real x.

(3p) **b)** Determină valoarea lui x pentru care $E(x)$ are cea mai mică valoare posibilă.

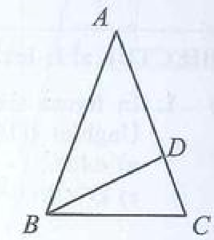
3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x - 4$.



(2p) a) Determină valorile numărului real m, pentru care punctul $M(m^2, 5m)$ aparține graficului funcției f.

(3p) b) Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, iar P este mijlocul segmentului AB, află lungimea segmentului OP.

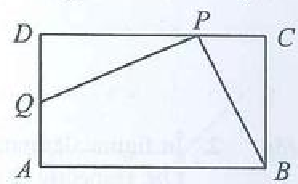
4. În figura alăturată este reprezentat un triunghi isoscel ABC cu baza BC și două dintre lungimile laturilor egale cu 10 cm, respectiv 25 cm. Punctul D aparține laturii AC, astfel încât $DC = 4$ cm.



(2p) a) Calculează perimetrul triunghiului ABC.

(3p) b) Determină lungimea segmentului BD.

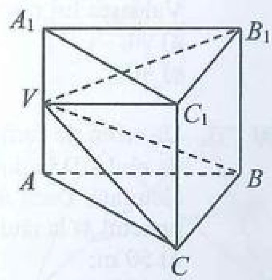
5. În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu perimetrul de 20 m și latura $BC = 4$ m. Pe laturile CD și DA se consideră punctele P, respectiv Q, astfel încât $CP = DQ = 2$ m.



(2p) a) Calculează perimetrul triunghiului BPQ.

(3p) b) Determină măsura unghiului QBP.

6. Dintr-o prismă triunghiulară regulată $ABCA_1B_1C_1$ din lemn, cu toate muchiile de lungime 6 cm, se obține prin prelucrare piramida patrulateră regulată $VBCC_1B_1$ din figura alăturată, unde V este mijlocul muchiei AA_1.



(2p) a) Determină volumul de lemn pierdut prin prelucrare.

(3p) b) Află măsura unghiului format de două fețe laterale opuse ale piramidei.

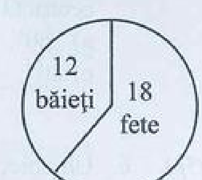
✦ TESTUL 59 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) 1. Dacă $189 < \overline{xyz} < 200$, atunci valoarea sumei $x + y$ este:

a) 3; **b)** 5; **c)** 10; **d)** 7.

(5p) 2. Distribuția după gen a elevilor unei clase este cea din diagrama alăturată. Procentul reprezentat de băieți din numărul elevilor clasei este:



a) 12%; **b)** 60%;
c) 40%; **d)** 20%.

(5p) 3. Probabilitatea ca, la aruncarea unui zar, să obținem pe fața superioară un număr prim este:

a) $\frac{2}{5}$; **b)** $\frac{1}{2}$; **c)** $\frac{1}{3}$; **d)** $\frac{4}{6}$.

(5p) **4.** Valoarea absolută a numărului $x = \left(2\frac{1}{5} - 0{,}7\right) : (-0{,}(3))$ este:

a) $-\frac{1}{2}$; **b)** -2; **c)** $-\frac{9}{2}$; **d)** $\frac{9}{2}$.

(5p) **5.** Numărul întreg n pentru care $n - 1 < 2\sqrt{5} < n$ este:

a) 4; **b)** 3; **c)** 5; **d)** 6.

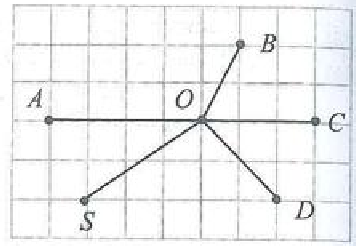
(5p) **6.** Mihaela face o călătorie cu mocănița pe Valea Vaserului. O cursă dus-întors durează șase ore. Plecările sunt din două în două ore, cu începere la ora 9:00, trei curse pe zi. Mihaela ia a doua cursă. Ea afirmă că se va întoarce la ora 17:00. Afirmația Mihaelei este:

a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

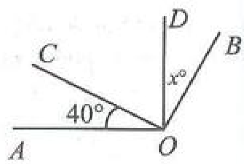
(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, D, O și S. Unghiul AOB este adiacent și suplementar cu unghiul:

a) $\sphericalangle AOS$; **b)** $\sphericalangle COD$;
c) $\sphericalangle COB$; **d)** $\sphericalangle AOC$.



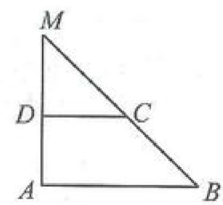
(5p) **2.** În figura alăturată, unghiul AOB este obtuz, iar perechile de semidrepte OC și OB, respectiv OA și OD, sunt perpendiculare. Măsura unghiului BOD este $x°$. Valoarea lui x este:

a) 90; **b)** 50;
c) 40; **d)** 140.



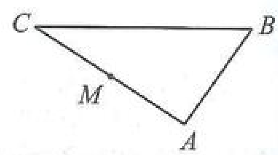
(5p) **3.** Un teren de forma triunghiului dreptunghic MAB, cu $\sphericalangle A = 90°$, este împărțit de râul CD în două suprafețe: triunghiul MDC și trapezul $ABCD$, ca în figura alăturată. Dacă $AB = 120$ m, $DC = 80$ m și $AD = 30$ m, atunci distanța de la punctul M la râul DC este egală cu:

a) 50 m; **b)** 60 m;
c) 120 m; **d)** 80 m.



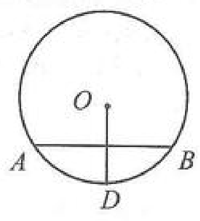
(5p) **4.** Figura alăturată reprezintă schița unui teren triunghiular ABC cu aria de 6 ha și lungimea laturii BC de 400 m. Dacă M este mijlocul laturii AC, atunci distanța de la punctul M la dreapta BC egală cu:

a) 300 m; **b)** 150 m;
c) 75 m; **d)** 600 m.



(5p) **5.** În figura alăturată, simetricul punctului O față de coarda AB a cercului de centru O este punctul D, aparținând cercului. Măsura arcului BD este egală cu:

a) 160°; **b)** 80°;
c) 20°; **d)** 60°.



(5p) **6.** Un obiect ornamental are forma unei piramide hexagonale regulate cu înălțimea de 9 m și latura bazei de 12 m. Pe toate muchiile piramidei se fixează bandă autoadezivă. Lungimea minimă a benzii autoadezive necesare este egală cu:

a) 72 m; **b)** 90 m; **c)** 162 m; **d)** 126 m.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieți rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Ana își propune să rezolve un set de probleme la matematică într-un anumit număr de zile. Dacă ar rezolva câte patru probleme pe zi, i-ar mai rămâne 6 probleme. Dacă ar rezolva câte cinci probleme pe zi, ar termina cu o zi mai devreme decât și-a propus.

(2p) **a)** Este posibil ca numărul problemelor de rezolvat să fie impar? Justifică răspunsul.

(3p) **b)** Determină numărul de probleme pe care le are de rezolvat Ana.

2. Se consideră expresia $E(x)=\left(\dfrac{x}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}-1\right)\cdot\dfrac{x^3+x^2}{x^3-x^2+x}$, unde $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,0,1\}$.

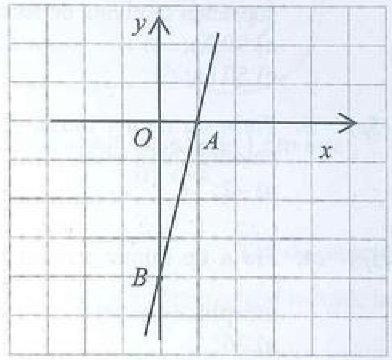
(2p) **a)** Arată că $E(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$, oricare ar fi numărul $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,0,1\}$.

(3p) **b)** Rezolvă, în mulțimea numerelor reale, inecuația $E(x)\geq 1$.

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-(2-x)^2$.

(2p) **a)** Arată că $f(x)=4x-4$, pentru orice număr real x.

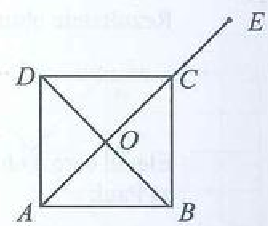
(3p) **b)** Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, află aria triunghiului OAB.



4. În figura alăturată este reprezentat un pătrat $ABCD$ cu $AB=12$ cm, iar O este punctul de intersecție a diagonalelor sale. Notăm cu E simetricul punctului O față de punctul C.

(2p) **a)** Arată că $AE=18\sqrt{2}$ cm.

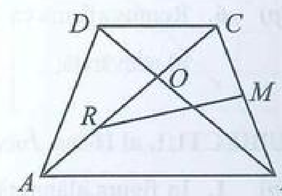
(3p) **b)** Determină distanța de la punctul E la dreapta AD.



5. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB\parallel CD$, $AB=$ $=12$ cm, $CD=6$ cm și $BD=18$ cm. Diagonalele trapezului se intersectează în punctul O, R este mijlocul segmentului AO, iar M este mijlocul segmentului BC.

(2p) **a)** Arată că $OB=12$ cm.

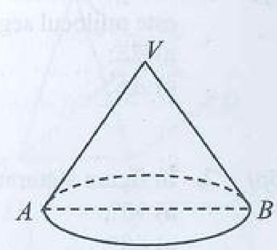
(3p) **b)** Determină lungimea segmentului RM.



6. Un sector de disc, având aria egală cu 75π cm^2 și măsura unghiului la centru $\alpha=120°$, se înfășoară, formând un con, ca în figura alăturată.

(2p) **a)** Arată că înălțimea conului, exprimată în centimetri, este un număr din intervalul $(14, 15)$.

(3p) **b)** Determină sinusul unghiului AVB.

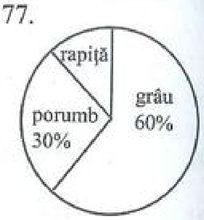


✦ TESTUL 60 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Împărţind pe 87 la n, unde n este un număr natural nenul, $n \leq 50$, obţinem restul 10. Valoarea lui n este:
a) 7; **b)** 11; **c)** 1; **d)** 77.

(5p) **2.** Un fermier a cultivat pe terenul său trei tipuri de culturi, ponderea acestora fiind prezentată în diagrama alăturată. Dacă rapiţa a fost plantată pe 5 ha, atunci suprafaţa cultivată de fermier este de:
a) 90 ha; **b)** 30 ha;
c) 50 ha; **d)** 100 ha.



(5p) **3.** Fie n un număr întreg negativ. Dacă suma numerelor întregi din intervalul $(n, 0)$ este egală cu -3, atunci valoarea lui n este:
a) -2; **b)** -1; **c)** -4; **d)** -3.

(5p) **4.** Fie n un număr natural, astfel încât fracţia $\dfrac{6}{n-1}$ este număr întreg. Produsul tuturor valorilor lui n care îndeplinesc această condiţie este egal cu:
a) 36; **b)** 168; **c)** 0; **d)** 24.

(5p) **5.** Patru elevi au avut de determinat aproximarea prin adaos la cifra sutimilor a numărului $\pi = 3{,}1415...$. Rezultatele obţinute sunt înregistrate în tabelul următor.

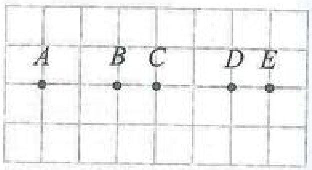
Paul	Elvira	Ştefan	Denisa
3,142	3,2	3,14	3,15

Elevul care a obţinut rezultatul corect este:
a) Paul; **b)** Denisa; **c)** Ştefan; **d)** Elvira.

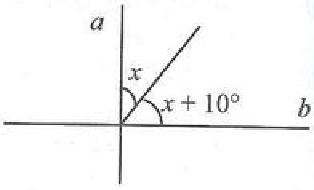
(5p) **6.** Remus afirmă că în intervalul $\left(\sqrt{5}, \sqrt{8}\right)$ nu există numere întregi. Afirmaţia lui Remus este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

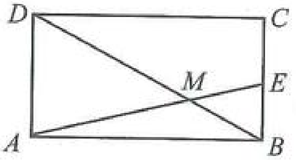
(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, D şi E. Punctul C este mijlocul segmentului:
a) BE; **b)** BD;
c) AE; **d)** DA.



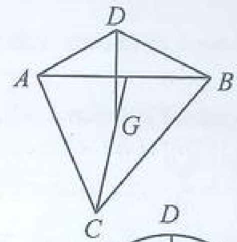
(5p) **2.** În figura alăturată, dreptele a şi b sunt perpendiculare. Valoarea lui x este:
a) 90°; **b)** 130°;
c) 40°; **d)** 140°.



(5p) **3.** Figura alăturată reprezintă o reţea de drumuri care unesc localităţile A, B, C, D şi E. Punctele A, B, C, D sunt vârfurile unui dreptunghi, E este la mijlocul distanţei dintre B şi C, iar intersecţia drumurilor AE şi BD este reprezentată de punctul M. Dacă distanţa de la A la M este parcursă la pas în 2 ore, atunci timpul necesar pentru a ajunge la pas din A în E este:
a) 1 h; **b)** 3 h;
c) 4 h; **d)** 30 min.

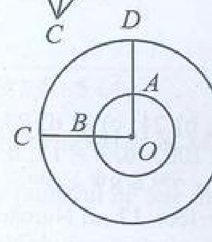


(5p) **4.** O persoană care deține un teren de forma triunghiului ABC cu aria de $300\ m^2$, a achiziționat și terenul triunghiular ABD, unde D este simetricul centrului de greutate G al triunghiului ABC față de latura AB. Suprafața deținută la final de acea persoană este egală cu:



a) $400\ m^2$; **b)** $200\ m^2$;
c) $350\ m^2$; **d)** $330\ m^2$.

(5p) **5.** Cercurile din figura alăturată au același centru O. Dacă $OA = 1$ cm, $OC =$ $= 3$ cm și lungimea arcului AB este egală cu $\frac{\pi}{2}$ cm, atunci lungimea arcului CD va fi egală cu:



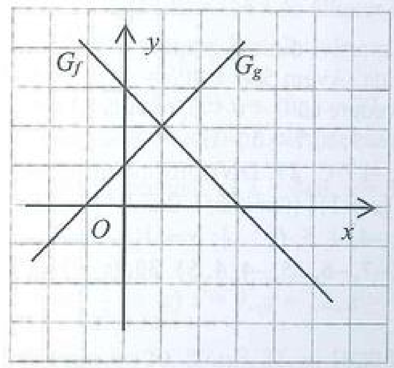
a) 9π cm; **b)** π cm;
c) $90°$; **d)** $\frac{3\pi}{2}$ cm.

(5p) **6.** Numărul de bile metalice cu raza de 1 cm ce trebuie topite pentru a putea obține o bilă cu raza de 1 dm este:
a) 100; **b)** 10; **c)** 1000; **d)** 250.

SUBIECTUL al III-lea. ***Scrieți rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

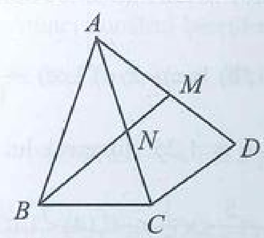
1. Alexandra are câteva nuci. Ea a constatat că dacă le numără câte trei sau câte cinci, îi rămâne câte o nucă, iar dacă le numără câte șapte, obține un număr întreg de grupe.
(2p) **a)** Este posibil ca Alexandra să aibă 31 de nuci? Justifică răspunsul.
(3p) **b)** Determină numărul nucilor Alexandrei, știind că acest număr este cel mai mic posibil.

2. Se consideră expresia $E(x) = x(x-2)^2 - (x-5) \cdot x^2 - 5x + 1$, unde $x \in \mathbb{R}$.
(2p) **a)** Arată că $E(n)$ este număr întreg impar, oricare ar fi numărul întreg n.
(3p) **b)** Demonstrează că $E(x) \cdot E(-x) \geq 1$, pentru orice număr real x.



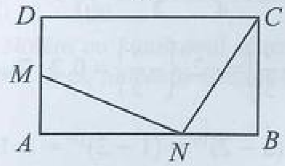
3. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x + 3$, $g(x) = x + 1$.
(2p) **a)** Află coordonatele punctului de intersecție dintre graficele celor două funcții.
(3p) **b)** Determină aria figurii delimitate de cele două grafice și axa absciselor a sistemului de axe ortogonale xOy.

4. În figura alăturată sunt reprezentate două triunghiuri isoscele cu interioarele disjuncte și $AB = AC = AD = 12$ cm. Măsurile unghiurilor BAC și CAD sunt egale cu $30°$, punctul M este mijlocul AD, iar punctul N este intersecția dreptelor BM și AC.



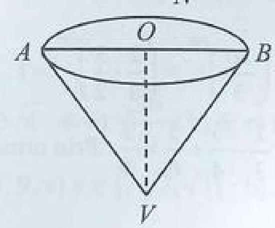
(2p) **a)** Arată că $BM \perp AD$.
(3p) **b)** Demonstrează că lungimea segmentului NC este mai mare de 5 cm.

5. O grădină are forma dreptunghiului $ABCD$ din figura alăturată. Punctul M este mijlocul laturii AD, iar punctul N aparține laturii AB, astfel încât $AN = 2NB$.



(2p) **a)** Arată că triunghiurile BCN și AMN au ariile egale.
(3p) **b)** Dacă $\mathcal{A}_{AMN} = 60\ m^2$, află suprafața grădinii.

6. La un atelier, dintr-o bucată de tablă, având forma unui sector de disc cu unghiul la centru $\alpha = 216°$, se obține o pâlnie conică cu înălțimea $VO = 24$ cm, ca în figura alăturată.



(2p) **a)** Arată că suprafața bucății de tablă este mai mare de $1690\ cm^2$.
(3p) **b)** Determină distanța de la punctul A la dreapta VB.