Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\lg 100+\lg\frac{1}{10}=\lg 10=$	**3p**
	$=1$	**2p**
2.	$f(-1)=3,\ f(0)=2,\ f(1)=1$	**3p**
	$\operatorname{Im} f=\{1,2,3\}$	**2p**
3.	$x_v=-\frac{b}{2a}=-1$	**2p**
	$y_v=-\frac{\Delta}{4a}=-2$	**3p**
4.	$3^{2x+1}=3^2$	**2p**
	$2x+1=2\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$	**3p**
5.	$AB=\sqrt{(2-1)^2+(0-2)^2}=$	**3p**
	$=\sqrt{5}$	**2p**
6.	$\sin 10^\circ=\cos 80^\circ$	**2p**
	$\sin^2 80^\circ+\cos^2 80^\circ=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

a)	$x\circ y=xy-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y+\frac{1}{9}+\frac{3}{9}=$	**1p**
	$=x\left(y-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{3}\left(y-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}=$	**2p**
	$=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(y-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}$ pentru orice $x,y\in M$	**2p**
b)	$x\circ y=xy-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y+\frac{4}{9}$	**2p**
	$y\circ x=yx-\frac{1}{3}y-\frac{1}{3}x+\frac{4}{9}$	**2p**
	Finalizare	**1p**
c)	$(x\circ y)\circ z=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(y-\frac{1}{3}\right)\left(z-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}$, pentru orice $x,y,z\in M$	**2p**
	$x\circ(y\circ z)=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(y-\frac{1}{3}\right)\left(z-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}$, pentru orice $x,y,z\in M$	**2p**
	Finalizare	**1p**

d)	$x \circ e = e \circ x$, pentru orice $x \in M$ $x \circ e = x \Rightarrow xe - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}e + \frac{4}{9} = x \Rightarrow \left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot e = \frac{4}{3} \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right)$, pentru orice $x \in M$ $e = \frac{4}{3}$	**1p** **3p** **1p**
e)	$x \circ x = \frac{4}{9} \Rightarrow x^2 - \frac{2}{3}x = 0$ $x = 0$ sau $x = \frac{2}{3}$ Finalizare: $x = \frac{2}{3}$	**2p** **2p** **1p**
f)	$\left(a + \frac{1}{3}\right) \circ 3 = \frac{8a+1}{3}$ $\left(a + \frac{1}{3}\right) \circ 3 \circ \left(a + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{8a+1}{3}\right) \circ \left(a + \frac{1}{3}\right) = \frac{8a^2+1}{3}$, pentru orice $a \in M$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\det(A(2)) = 6$	**2p** **3p**
b)	$\det(A(m)) = m^3 - 1 + 1 - m + m - m =$ $= m^3 - m$	**2p** **3p**
c)	$\det(A(m)) = 0 \Rightarrow m^3 - m = 0$ $m(m-1)(m+1) = 0 \Rightarrow m = -1, m = 0, m = 1$	**2p** **3p**
d)	$m = 3 \Rightarrow \begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \\ -x + y + 3z = 1 \end{cases}$ Verificare: $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ este soluție a sistemului	**2p** **3p**
e)	$m = 2 \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + 2y - z = 1 \\ -x + y + 2z = 1 \end{cases}$ $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{2}$	**1p** **4p**
f)	$m = 0 \Rightarrow \begin{cases} y - z = 1 \\ x - z = 1 \\ -x + y = 1 \end{cases}$ Scăzând primele 2 ecuații se obține $y = x$ Înlocuind în a treia ecuație se obține $0 = 1$, imposibil, deci sistemul (S) nu are soluții pentru $m = 0$	**1p** **2p** **2p**

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați $\lg 100+\lg\frac{1}{10}$.

5p **2.** Determinați mulțimea valorilor funcției $f:\{-1,0,1\}\to\mathbb{R},\ f(x)=-x+2$.

5p **3.** Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2+2x-1$.

5p **4.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+1}=9$.

5p **5.** Într-un reper cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$ și $B(2,0)$. Calculați distanța de la *A* la *B*.

5p **6.** Calculați $\sin^2 10^\circ+\sin^2 80^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea $M=\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$ se definește legea de compoziție $x\circ y=xy-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y+\frac{4}{9}$.

5p **a)** Verificați dacă $x\circ y=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(y-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}$, pentru orice $x,y\in M$.

5p **b)** Arătați că $x\circ y=y\circ x$, pentru orice $x,y\in M$.

5p **c)** Demonstrați că legea de compoziție „$\circ$” este asociativă.

5p **d)** Determinați $e\in M$ astfel încât $x\circ e=e\circ x=x$, pentru orice $x\in M$.

5p **e)** Rezolvați în mulțimea M ecuația $x\circ x=\frac{4}{9}$.

5p **f)** Arătați că $\left(a+\frac{1}{3}\right)\circ 3\circ\left(a+\frac{1}{3}\right)=\frac{8a^2+1}{3}$, pentru orice $a\in M$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m & 1 & -1\\ 1 & m & -1\\ -1 & 1 & m\end{pmatrix}$ și sistemul (S) $\begin{cases} mx+y-z=1\\ x+my-z=1\\ -x+y+mz=1\end{cases}$, unde *m* este un număr real.

5p **a)** Calculați $\det(A(2))$.

5p **b)** Arătați că $\det(A(m))=m^3-m$.

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui m pentru care $\det(A(m))=0$.

5p **d)** Verificați dacă, pentru $m=3$, tripletul $\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$ este soluție a sistemului (S).

5p **e)** Pentru $m=2$, rezolvați sistemul (S).

5p **f)** Pentru $m=0$, arătați că sistemul (S) nu are soluții.

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_7 = a_1 + 6r$	**3p**
	$a_7 = 7$	**2p**
2.	$G_f \cap Ox = \{A(3,0)\}$	**3p**
	$G_f \cap Oy = \{B(0,4)\}$	**2p**
3.	$\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2+m)$	**2p**
	$\Delta = 1 > 0$, deci ecuația admite două soluții reale distincte pentru orice $m \in \mathbb{R}$	**3p**
4.	$5 \cdot 3^x = 45 \Leftrightarrow 3^x = 9$	**3p**
	$x = 2$	**2p**
5.	Notăm cu O centrul paralelogramului $ABCD \Rightarrow \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AO}$	**2p**
	$\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{CO}$	**2p**
	$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CO} = \vec{0}$	**1p**
6.	$\cos B = \dfrac{3}{5} \Rightarrow AB = 12$	**2p**
	$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AC = 16$	**2p**
	Perimetrul este egal cu 48	**1p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

a)	$(-5) * 5 = 1$	**2p**
	$(-10) * 10 = 1$	**2p**
	$(-5) * 5 = (-10) * 10$	**1p**
b)	$x^2 * x \le 13 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 \le 0$	**2p**
	$x \in [-4, 3]$	**3p**
c)	$4^x * 2^x = 21 \Leftrightarrow 4^x + 2^x = 20$	**1p**
	Cu notația $2^x = t$ obținem $t^2 + t = 20$	**1p**
	$t = 4$ sau $t = -5$	**2p**
	Finalizare: $x = 2$	**1p**
d)	$(x * y) * z = x + y + z + 2$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$	**2p**
	$x * (y * z) = x + y + z + 2$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$	**2p**
	Finalizare	**1p**
e)	$3 * x' = x' * 3 = -1$	**2p**
	$x' = -5$	**3p**
f)	$n * (n+1) = 2n + 2$	**1p**
	$2n + 2 \le 2012 \Leftrightarrow n \le 1005$	**2p**
	A are 1006 elemente	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

a)	$\det A = 18 - 36 =$ $= -18$	**3p** **2p**
b)	Matricea B este inversabilă $\Leftrightarrow \det B \neq 0$ Finalizare	**3p** **2p**
c)	$a = 1 \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $B \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ ${}^t(A \cdot B) = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} = B \cdot A$	**1p** **2p** **2p**
d)	$a = 1 \Rightarrow$ (S) $\begin{cases} y + z = 1 \\ x + y = 0 \\ x + z = 2 \end{cases}$ Verificare: $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ este soluție a sistemului (S)	**2p** **3p**
e)	$\det B \neq 0 \Rightarrow$ sistemul este de tip Cramer $x = \frac{1}{2a}$, $y = -\frac{1}{2a}$, $z = \frac{3}{2a}$	**2p** **3p**
f)	$x_0 + y_0 + z_0 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{3}{2a} = \frac{1}{4}$ $a = 6$	**3p** **2p**

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu rația $r=-2$ şi $a_1=19$. Calculați a_7.

5p **2.** Determinați coordonatele punctelor de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4-\frac{4x}{3}$ cu axa Ox şi respectiv cu axa Oy.

5p **3.** Arătați că ecuația $x^2-(2m+1)x+m^2+m=0$ admite două soluții reale distincte, pentru orice $m\in\mathbb{R}$.

5p **4.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1}+2\cdot 3^x=45$.

5p **5.** Se consideră paralelogramul $ABCD$ şi M, N, P, Q mijloacele laturilor (AB), (BC), (CD) respectiv (DA). Demonstrați că $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu ipotenuza $BC=20$ şi $\cos B=\frac{3}{5}$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se defineşte legea de compoziție $x*y=x+y+1$.

5p **a)** Arătați că $(-5)*5=(-10)*10$.

5p **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2*x\leq 13$.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x*2^x=21$.

5p **d)** Demonstrați că $(x*y)*z=x*(y*z)$, pentru orice numere reale x,y,z.

5p **e)** Determinați simetricul elementului $x=3$ în raport cu legea de compoziție "$*$", ştiind că elementul neutru este $e=-1$.

5p **f)** Determinați numărul elementelor mulțimii $A=\left\{n\in\mathbb{N}\mid n*(n+1)\leq 2012\right\}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&a&a\\a&a&0\\a&0&a\end{pmatrix}$ şi sistemul de ecuații (S) $\begin{cases}ay+az=1\\ax+ay=0\\ax+az=2\end{cases}$, unde a este un număr real nenul.

5p **a)** Calculați determinantul matricei A.

5p **b)** Arătați că matricea B este inversabilă pentru orice $a\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

5p **c)** Pentru $a=1$, arătați că ${}^t(AB)=BA$.

5p **d)** Pentru $a=1$, arătați că tripletul $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ este soluție a sistemului (S).

5p **e)** Rezolvați sistemul (S), pentru $a\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

5p **f)** Determinați numărul real nenul a pentru care soluția (x_0,y_0,z_0) a sistemului (S) verifică relația $x_0+y_0+z_0=\frac{1}{4}$.

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{3}-5<0\Rightarrow\left\|\sqrt{3}-5\right\|=5-\sqrt{3}$	**2p**
	$\sqrt{3}-1>0\Rightarrow\left\|\sqrt{3}-1\right\|=\sqrt{3}-1$	**2p**
	$a=4\in\mathbb{Z}$	**1p**
2.	$f(1)+f(2)+...+f(10)=2\cdot(1+2+3+...+10)-10=$	**2p**
	$=2\cdot\dfrac{10\cdot 11}{2}-10=$	**2p**
	$=100$	**1p**
3.	$x^2-2x+3=2x-1$	**1p**
	$x^2-4x+4=0$	**2p**
	Finalizare: $x=2$ şi $y=3$	**2p**
4.	$3+4x\ge 0\Rightarrow x\in\left[-\dfrac{3}{4},+\infty\right)$	**1p**
	$3+4x=25$	**2p**
	Finalizare: $x=\dfrac{11}{2}$ este soluție	**2p**
5.	$\vec{w}=\vec{v}+\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}+\vec{i}-5\vec{j}=3\vec{i}-4\vec{j}$	**3p**
	Coordonatele vectorului $\vec{w}$ sunt $(3,-4)$	**2p**
6.	$AC^2=BC^2+AB^2-2BC\cdot AB\cdot\cos B$	**1p**
	$AC^2=49$	**3p**
	Finalizare: $AC=7$	**1p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

a)	$\hat{1}+\hat{3}+\hat{5}+\hat{7}=\hat{0}$	**5p**
b)	$\hat{2}^2=\hat{4}$	**1p**
	$\hat{2}^3=\hat{0}$	**1p**
	$\hat{2}^4=\hat{2}^6=\hat{2}^8=\hat{2}^{10}=\hat{0}$	**2p**
	$\hat{2}^{10}+\hat{2}^8+\hat{2}^6+\hat{2}^4+\hat{2}^2=\hat{4}$	**1p**
c)	Dacă $x\in\mathbb{Z}_8$ este inversul lui $\hat{7}$, atunci $\hat{7}x=\hat{1}$	**2p**
	$x=\hat{7}$	**3p**
d)	$\hat{7}x+\hat{2}=\hat{5}\Leftrightarrow\hat{7}x=\hat{3}$	**2p**
	$x=\hat{7}^{-1}\cdot\hat{3}=\hat{7}\cdot\hat{3}=\hat{5}$	**3p**
e)	$x^2\in\{\hat{0},\hat{1},\hat{4}\}$	**2p**
	$\hat{0}+\hat{5}\ne\hat{0},\ \hat{1}+\hat{5}\ne\hat{0},\ \hat{4}+\hat{5}\ne\hat{0}$	**2p**
	Ecuația nu are soluții în mulțimea $\mathbb{Z}_8$	**1p**

f)	$\begin{cases} x+y=\hat{4} \\ x+\hat{2}(x+y)=\hat{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\hat{4} \\ x=\hat{1} \end{cases}$	4p
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\hat{1} \\ y=\hat{3} \end{cases}$	1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

a)	$C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, {}^tC=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C+{}^tC=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	3p
	$\det\left(C+{}^tC\right)=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}=4$	2p
b)	$A^2=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	3p
	$A^3=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}=O_3$	2p
c)	$(I_3+A)\left(I_3-A+A^2\right)=I_3+A^3$	3p
	$I_3+A^3=I_3+O_3=I_3$	2p
d)	$(I_3+aA)\left(I_3+A+A^2\right)=I_3 \Leftrightarrow I_3+A+A^2+aA+aA^2+aA^3=I_3$	2p
	$\Leftrightarrow (a+1)\left(A+A^2\right)=O_3$	1p
	$A+A^2=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \neq O_3 \Rightarrow a+1=0 \Rightarrow a=-1$	2p
e)	$C^{-1}=I_3-A+A^2$	3p
	$C^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	2p
f)	$xC+yA^2+zI_3=A \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ x & x & 0 \\ x & x & x \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ y & 0 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} z & 0 & 0 \\ 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	2p
	$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x+z & 0 & 0 \\ x & x+z & 0 \\ x+y & x & x+z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow x=1,\ y=0,\ z=-1$	3p

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $a=\left|\sqrt{3}-5\right|+\left|\sqrt{3}-1\right|$ este un număr întreg.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$. Calculați $f(1)+f(2)+f(3)+...+f(10)$.

5p **3.** Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, sistemul $\begin{cases} 2x-1=y \\ x^2-2x+3=y \end{cases}$.

5p **4.** Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\sqrt{3+4x}=5$.

5p **5.** Se consideră vectorii $\vec{v}=2\vec{i}+\vec{j}$ şi $\vec{u}=\vec{i}-5\vec{j}$. Determinați coordonatele vectorului $\vec{w}=\vec{v}+\vec{u}$.

5p **6.** Calculați lungimea laturii AC a triunghiului ABC în care $AB=3$, $BC=8$ şi $m(\sphericalangle ABC)=60^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_8,+,\cdot)$, unde $\mathbb{Z}_8=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7}\}$.

5p **a)** Calculați, în $\mathbb{Z}_8$, $\hat{1}+\hat{3}+\hat{5}+\hat{7}$.

5p **b)** Verificați, în $\mathbb{Z}_8$, egalitatea $\hat{2}^{10}+\hat{2}^8+\hat{2}^6+\hat{2}^4+\hat{2}^2=\hat{4}$.

5p **c)** Determinați inversul elementului $\hat{7}$ în inelul $(\mathbb{Z}_8,+,\cdot)$.

5p **d)** Rezolvați, în $\mathbb{Z}_8$, ecuația $\hat{7}x+\hat{2}=\hat{5}$.

5p **e)** Arătați că ecuația $x^2+\hat{5}=\hat{0}$ nu are soluții în mulțimea $\mathbb{Z}_8$.

5p **f)** Rezolvați sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y=\hat{4} \\ \hat{3}x+\hat{2}y=\hat{1} \end{cases}$, unde $x,y\in\mathbb{Z}_8$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $C=I_3+A$.

5p **a)** Calculați $\det\left(C+{}^tC\right)$, unde ${}^tC$ este transpusa matricei C.

5p **b)** Calculați A^3, unde $A^3=A\cdot A\cdot A$.

5p **c)** Verificați egalitatea $(I_3+A)\left(I_3-A+A^2\right)=I_3$.

5p **d)** Determinați $a\in\mathbb{R}$ pentru care $(I_3+aA)\left(I_3+A+A^2\right)=I_3$.

5p **e)** Calculați inversa matricei C.

5p **f)** Determinați numerele reale x, y, z care verifică egalitatea $xC+yA^2+zI_3=A$.

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\lg 100+\lg\frac{1}{10}=\lg 10=$	**3p**
	$=1$	**2p**
2.	$f(-1)=3,\ f(0)=2,\ f(1)=1$	**3p**
	$\operatorname{Im} f=\{1,2,3\}$	**2p**
3.	$x_v=-\frac{b}{2a}=-1$	**2p**
	$y_v=-\frac{\Delta}{4a}=-2$	**3p**
4.	$3^{2x+1}=3^2$	**2p**
	$2x+1=2 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$	**3p**
5.	$AB=\sqrt{(2-1)^2+(0-2)^2}=$	**3p**
	$=\sqrt{5}$	**2p**
6.	$\sin 10^\circ=\cos 80^\circ$	**2p**
	$\sin^2 80^\circ+\cos^2 80^\circ=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

a)	$x\circ y=xy-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y+\frac{1}{9}+\frac{3}{9}=$	**1p**
	$=x\left(y-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{3}\left(y-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}=$	**2p**
	$=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(y-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}$ pentru orice $x,y\in M$	**2p**
b)	$x\circ y=xy-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y+\frac{4}{9}$	**2p**
	$y\circ x=yx-\frac{1}{3}y-\frac{1}{3}x+\frac{4}{9}$	**2p**
	Finalizare	**1p**
c)	$(x\circ y)\circ z=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(y-\frac{1}{3}\right)\left(z-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}$, pentru orice $x,y,z\in M$	**2p**
	$x\circ(y\circ z)=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(y-\frac{1}{3}\right)\left(z-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}$, pentru orice $x,y,z\in M$	**2p**
	Finalizare	**1p**

d)	$x \circ e = e \circ x$, pentru orice $x \in M$ $x \circ e = x \Rightarrow xe - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}e + \frac{4}{9} = x \Rightarrow \left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot e = \frac{4}{3} \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right)$, pentru orice $x \in M$ $e = \frac{4}{3}$	**1p** **3p** **1p**
e)	$x \circ x = \frac{4}{9} \Rightarrow x^2 - \frac{2}{3}x = 0$ $x = 0$ sau $x = \frac{2}{3}$ Finalizare: $x = \frac{2}{3}$	**2p** **2p** **1p**
f)	$\left(a + \frac{1}{3}\right) \circ 3 = \frac{8a+1}{3}$ $\left(a + \frac{1}{3}\right) \circ 3 \circ \left(a + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{8a+1}{3}\right) \circ \left(a + \frac{1}{3}\right) = \frac{8a^2+1}{3}$, pentru orice $a \in M$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\det(A(2)) = 6$	**2p** **3p**
b)	$\det(A(m)) = m^3 - 1 + 1 - m + m - m =$ $= m^3 - m$	**2p** **3p**
c)	$\det(A(m)) = 0 \Rightarrow m^3 - m = 0$ $m(m-1)(m+1) = 0 \Rightarrow m = -1, m = 0, m = 1$	**2p** **3p**
d)	$m = 3 \Rightarrow \begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \\ -x + y + 3z = 1 \end{cases}$ Verificare: $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ este soluție a sistemului	**2p** **3p**
e)	$m = 2 \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + 2y - z = 1 \\ -x + y + 2z = 1 \end{cases}$ $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{2}$	**1p** **4p**
f)	$m = 0 \Rightarrow \begin{cases} y - z = 1 \\ x - z = 1 \\ -x + y = 1 \end{cases}$ Scăzând primele 2 ecuații se obține $y = x$ Înlocuind în a treia ecuație se obține $0 = 1$, imposibil, deci sistemul (S) nu are soluții pentru $m = 0$	**1p** **2p** **2p**

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Calculați $\lg 100 + \lg \frac{1}{10}$.
5p	**2.** Determinați mulțimea valorilor funcției $f:\{-1,0,1\} \to \mathbb{R},\ f(x) = -x+2$.
5p	**3.** Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2 + 2x - 1$.
5p	**4.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+1} = 9$.
5p	**5.** Într-un reper cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$ și $B(2,0)$. Calculați distanța de la *A* la *B*.
5p	**6.** Calculați $\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea $M = \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y + \frac{4}{9}$.

5p	**a)** Verificați dacă $x \circ y = \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}$, pentru orice $x, y \in M$.
5p	**b)** Arătați că $x \circ y = y \circ x$, pentru orice $x, y \in M$.
5p	**c)** Demonstrați că legea de compoziție „$\circ$” este asociativă.
5p	**d)** Determinați $e \in M$ astfel încât $x \circ e = e \circ x = x$, pentru orice $x \in M$.
5p	**e)** Rezolvați în mulțimea M ecuația $x \circ x = \frac{4}{9}$.
5p	**f)** Arătați că $\left(a + \frac{1}{3}\right) \circ 3 \circ \left(a + \frac{1}{3}\right) = \frac{8a^2 + 1}{3}$, pentru orice $a \in M$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} m & 1 & -1 \\ 1 & m & -1 \\ -1 & 1 & m \end{pmatrix}$ și sistemul (S) $\begin{cases} mx + y - z = 1 \\ x + my - z = 1 \\ -x + y + mz = 1 \end{cases}$, unde *m* este un număr real.

5p	**a)** Calculați $\det(A(2))$.
5p	**b)** Arătați că $\det(A(m)) = m^3 - m$.
5p	**c)** Determinați valorile reale ale lui m pentru care $\det(A(m)) = 0$.
5p	**d)** Verificați dacă, pentru $m = 3$, tripletul $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ este soluție a sistemului (S).
5p	**e)** Pentru $m = 2$, rezolvați sistemul (S).
5p	**f)** Pentru $m = 0$, arătați că sistemul (S) nu are soluții.

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E.c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_7 = a_1 + 6r$ $a_7 = 7$	**3p** **2p**
2.	$G_f \cap Ox = \{A(3,0)\}$ $G_f \cap Oy = \{B(0,4)\}$	**3p** **2p**
3.	$\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2+m)$ $\Delta = 1 > 0$, deci ecuația admite două soluții reale distincte pentru orice $m \in \mathbb{R}$	**2p** **3p**
4.	$5 \cdot 3^x = 45 \Leftrightarrow 3^x = 9$ $x = 2$	**3p** **2p**
5.	Notăm cu O centrul paralelogramului $ABCD \Rightarrow \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AO}$ $\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{CO}$ $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CO} = \vec{0}$	**2p** **2p** **1p**
6.	$\cos B = \frac{3}{5} \Rightarrow AB = 12$ $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AC = 16$ Perimetrul este egal cu 48	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

a)	$(-5) * 5 = 1$ $(-10) * 10 = 1$ $(-5) * 5 = (-10) * 10$	**2p** **2p** **1p**
b)	$x^2 * x \le 13 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 \le 0$ $x \in [-4,3]$	**2p** **3p**
c)	$4^x * 2^x = 21 \Leftrightarrow 4^x + 2^x = 20$ Cu notația $2^x = t$ obținem $t^2 + t = 20$ $t = 4$ sau $t = -5$ Finalizare: $x = 2$	**1p** **1p** **2p** **1p**
d)	$(x * y) * z = x + y + z + 2$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$ $x * (y * z) = x + y + z + 2$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$ Finalizare	**2p** **2p** **1p**
e)	$3 * x' = x' * 3 = -1$ $x' = -5$	**2p** **3p**
f)	$n * (n+1) = 2n + 2$ $2n + 2 \le 2012 \Leftrightarrow n \le 1005$ A are 1006 elemente	**1p** **2p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

a)	$\det A = 18 - 36 =$ $= -18$	**3p** **2p**
b)	Matricea B este inversabilă $\Leftrightarrow \det B \neq 0$ Finalizare	**3p** **2p**
c)	$a = 1 \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $B \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ ${}^t(A \cdot B) = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} = B \cdot A$	**1p** **2p** **2p**
d)	$a = 1 \Rightarrow$ (S) $\begin{cases} y + z = 1 \\ x + y = 0 \\ x + z = 2 \end{cases}$ Verificare: $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ este soluție a sistemului (S)	**2p** **3p**
e)	$\det B \neq 0 \Rightarrow$ sistemul este de tip Cramer $x = \frac{1}{2a}$, $y = -\frac{1}{2a}$, $z = \frac{3}{2a}$	**2p** **3p**
f)	$x_0 + y_0 + z_0 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{3}{2a} = \frac{1}{4}$ $a = 6$	**3p** **2p**

Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu rația $r=-2$ și $a_1=19$. Calculați a_7.

5p **2.** Determinați coordonatele punctelor de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4-\frac{4x}{3}$ cu axa Ox şi respectiv cu axa Oy.

5p **3.** Arătați că ecuația $x^2-(2m+1)x+m^2+m=0$ admite două soluții reale distincte, pentru orice $m\in\mathbb{R}$.

5p **4.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1}+2\cdot 3^x=45$.

5p **5.** Se consideră paralelogramul $ABCD$ și M, N, P, Q mijloacele laturilor (AB), (BC), (CD) respectiv (DA). Demonstrați că $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$.

5p **6.** Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu ipotenuza $BC=20$ și $\cos B=\frac{3}{5}$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y+1$.

5p **a)** Arătați că $(-5)*5=(-10)*10$.

5p **b)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2*x\leq 13$.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x*2^x=21$.

5p **d)** Demonstrați că $(x*y)*z=x*(y*z)$, pentru orice numere reale x,y,z.

5p **e)** Determinați simetricul elementului $x=3$ în raport cu legea de compoziție "$*$", știind că elementul neutru este $e=-1$.

5p **f)** Determinați numărul elementelor mulțimii $A=\left\{n\in\mathbb{N}\mid n*(n+1)\leq 2012\right\}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&a&a\\a&a&0\\a&0&a\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații (S) $\begin{cases}ay+az=1\\ax+ay=0\\ax+az=2\end{cases}$, unde a este un număr real nenul.

5p **a)** Calculați determinantul matricei A.

5p **b)** Arătați că matricea B este inversabilă pentru orice $a\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

5p **c)** Pentru $a=1$, arătați că ${}^t(AB)=BA$.

5p **d)** Pentru $a=1$, arătați că tripletul $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ este soluție a sistemului (S).

5p **e)** Rezolvați sistemul (S), pentru $a\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

5p **f)** Determinați numărul real nenul a pentru care soluția (x_0,y_0,z_0) a sistemului (S) verifică relația $x_0+y_0+z_0=\frac{1}{4}$.

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{3}-5<0 \Rightarrow \left\|\sqrt{3}-5\right\| = 5-\sqrt{3}$	**2p**
	$\sqrt{3}-1>0 \Rightarrow \left\|\sqrt{3}-1\right\| = \sqrt{3}-1$	**2p**
	$a = 4 \in \mathbb{Z}$	**1p**
2.	$f(1)+f(2)+...+f(10) = 2\cdot(1+2+3+...+10)-10=$	**2p**
	$=2\cdot\dfrac{10\cdot 11}{2}-10=$	**2p**
	$=100$	**1p**
3.	$x^2-2x+3=2x-1$	**1p**
	$x^2-4x+4=0$	**2p**
	Finalizare: $x=2$ şi $y=3$	**2p**
4.	$3+4x \geq 0 \Rightarrow x \in \left[-\dfrac{3}{4},+\infty\right)$	**1p**
	$3+4x=25$	**2p**
	Finalizare: $x=\dfrac{11}{2}$ este soluție	**2p**
5.	$\vec{w}=\vec{v}+\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}+\vec{i}-5\vec{j}=3\vec{i}-4\vec{j}$	**3p**
	Coordonatele vectorului $\vec{w}$ sunt $(3,-4)$	**2p**
6.	$AC^2=BC^2+AB^2-2BC\cdot AB\cdot\cos B$	**1p**
	$AC^2=49$	**3p**
	Finalizare: $AC=7$	**1p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

a)	$\hat{1}+\hat{3}+\hat{5}+\hat{7}=\hat{0}$	**5p**
b)	$\hat{2}^2=\hat{4}$	**1p**
	$\hat{2}^3=\hat{0}$	**1p**
	$\hat{2}^4=\hat{2}^6=\hat{2}^8=\hat{2}^{10}=\hat{0}$	**2p**
	$\hat{2}^{10}+\hat{2}^8+\hat{2}^6+\hat{2}^4+\hat{2}^2=\hat{4}$	**1p**
c)	Dacă $x\in\mathbb{Z}_8$ este inversul lui $\hat{7}$, atunci $\hat{7}x=\hat{1}$	**2p**
	$x=\hat{7}$	**3p**
d)	$\hat{7}x+\hat{2}=\hat{5} \Leftrightarrow \hat{7}x=\hat{3}$	**2p**
	$x=\hat{7}^{-1}\cdot\hat{3}=\hat{7}\cdot\hat{3}=\hat{5}$	**3p**
e)	$x^2\in\left\{\hat{0},\hat{1},\hat{4}\right\}$	**2p**
	$\hat{0}+\hat{5}\neq\hat{0},\ \hat{1}+\hat{5}\neq\hat{0},\ \hat{4}+\hat{5}\neq\hat{0}$	**2p**
	Ecuația nu are soluții în mulțimea $\mathbb{Z}_8$	**1p**

f)	$\begin{cases} x+y=\hat{4} \\ x+\hat{2}(x+y)=\hat{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\hat{4} \\ x=\hat{1} \end{cases}$	**4p**
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\hat{1} \\ y=\hat{3} \end{cases}$	**1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

a)	$C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, {}^tC=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C+{}^tC=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	**3p**
	$\det\left(C+{}^tC\right)=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}=4$	**2p**
b)	$A^2=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	**3p**
	$A^3=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}=O_3$	**2p**
c)	$\left(I_3+A\right)\left(I_3-A+A^2\right)=I_3+A^3$	**3p**
	$I_3+A^3=I_3+O_3=I_3$	**2p**
d)	$\left(I_3+aA\right)\left(I_3+A+A^2\right)=I_3 \Leftrightarrow I_3+A+A^2+aA+aA^2+aA^3=I_3$	**2p**
	$\Leftrightarrow (a+1)\left(A+A^2\right)=O_3$	**1p**
	$A+A^2=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \neq O_3 \Rightarrow a+1=0 \Rightarrow a=-1$	**2p**
e)	$C^{-1}=I_3-A+A^2$	**3p**
	$C^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$	**2p**
f)	$xC+yA^2+zI_3=A \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ x & x & 0 \\ x & x & x \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ y & 0 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} z & 0 & 0 \\ 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	**2p**
	$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x+z & 0 & 0 \\ x & x+z & 0 \\ x+y & x & x+z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow x=1,\ y=0,\ z=-1$	**3p**

Examenul de bacalaureat 2012
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $a=\left|\sqrt{3}-5\right|+\left|\sqrt{3}-1\right|$ este un număr întreg.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$. Calculați $f(1)+f(2)+f(3)+...+f(10)$.

5p **3.** Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, sistemul $\begin{cases} 2x-1=y \\ x^2-2x+3=y \end{cases}$.

5p **4.** Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $\sqrt{3+4x}=5$.

5p **5.** Se consideră vectorii $\vec{v}=2\vec{i}+\vec{j}$ şi $\vec{u}=\vec{i}-5\vec{j}$. Determinați coordonatele vectorului $\vec{w}=\vec{v}+\vec{u}$.

5p **6.** Calculați lungimea laturii AC a triunghiului ABC în care $AB=3$, $BC=8$ şi $m(\sphericalangle ABC)=60^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_8,+,\cdot)$, unde $\mathbb{Z}_8=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7}\}$.

5p **a)** Calculați, în $\mathbb{Z}_8$, $\hat{1}+\hat{3}+\hat{5}+\hat{7}$.

5p **b)** Verificați, în $\mathbb{Z}_8$, egalitatea $\hat{2}^{10}+\hat{2}^8+\hat{2}^6+\hat{2}^4+\hat{2}^2=\hat{4}$.

5p **c)** Determinați inversul elementului $\hat{7}$ în inelul $(\mathbb{Z}_8,+,\cdot)$.

5p **d)** Rezolvați, în $\mathbb{Z}_8$, ecuația $\hat{7}x+\hat{2}=\hat{5}$.

5p **e)** Arătați că ecuația $x^2+\hat{5}=\hat{0}$ nu are soluții în mulțimea $\mathbb{Z}_8$.

5p **f)** Rezolvați sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y=\hat{4} \\ \hat{3}x+\hat{2}y=\hat{1} \end{cases}$, unde $x,y\in\mathbb{Z}_8$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $C=I_3+A$.

5p **a)** Calculați $\det\left(C+{}^tC\right)$, unde ${}^tC$ este transpusa matricei C.

5p **b)** Calculați A^3, unde $A^3=A\cdot A\cdot A$.

5p **c)** Verificați egalitatea $(I_3+A)\left(I_3-A+A^2\right)=I_3$.

5p **d)** Determinați $a\in\mathbb{R}$ pentru care $(I_3+aA)\left(I_3+A+A^2\right)=I_3$.

5p **e)** Calculați inversa matricei C.

5p **f)** Determinați numerele reale x, y, z care verifică egalitatea $xC+yA^2+zI_3=A$.