Examenul național de bacalaureat 2022 Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- **5p 1.** Determinați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n>1}$, știind că $a_2 = 6$ și $a_3 = 12$.
- **5p 2.** Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x) = x 5. Determinați numărul real a pentru care f(a) + f(2a) = 2.
- **5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x \cdot \frac{1}{5} = 25$.
- **5p 4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 16.
- **5p 5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,2) și B(1,4). Determinați coordonatele punctului C, astfel încât punctul A este mijlocul segmentului BC.
- **5p 6.** Se consideră expresia $E(x) = \sin x + \sin \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2}$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

- **1.** Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & 3-x \\ 2-x & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real
- **5p** a) Arătați că det A = 0.
- **5p b**) Arătați că B(x) B(0) = xA, pentru orice număr real x.
- **5p** c) Arătați că matricea $C(a) = B(a) \cdot B(1) B(a+1)$ este inversabilă, pentru orice număr întreg a.
 - **2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție x * y = (2x-1)(2y-1)+1.
- **5p a)** Arătați că 1*2=4.
- **5p b**) Determinați numerele reale x pentru care x * x = 2.
- **5p** c) Determinați numărul întreg nenul m pentru care $m * \left(1 + \frac{1}{m}\right) = 1$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

- 1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+1+\ln x$.
- **5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{4x^2 + 1}{x}, x \in (0, +\infty).$
- **5p b)** Arătați că $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x) \ln x}{x^2 + x + 4} = 2$.
- **5p** c) Demonstrați că funcția f este bijectivă.
 - **2.** Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x(e^x + 2x^2)$.
- **5p** a) Arătați că $\int_{0}^{4} \frac{f(x)}{e^{x} + 2x^{2}} dx = 8$.

- **5p b)** Arătați că $\int_{0}^{1} (f(x) 2x^{3}) dx = 1$.
- **5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\int_{1}^{2} \frac{1}{x} \cdot f(x^2) dx = \frac{e^4 e}{2} + a$.