

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică $M_{pedagogic}$
Barem de evaluare și de notare

Variantă 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2 = \frac{1}{9} + \frac{18}{9} = \frac{19}{9}$	3p
	$\frac{19}{9} : \frac{19}{9} = 1$	2p
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2014 - x = x - 2014$	3p
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x = 2014$ și $y = 0$	2p
3.	$x^2 + 3x = x - 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$	3p
	$x = -1$	2p
4.	$\frac{25}{100} \cdot 360 = 90$	3p
	După reducere prețul aparatului de fotografiat este $360 - 90 = 270$ de lei	2p
5.	M mijlocul segmentului $AB \Rightarrow x_M = \frac{-2+2}{2} = 0$	3p
	$y_M = 3$	2p
6.	$\frac{3}{5} = \frac{6}{BC}$	3p
	$BC = 10$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$8 * (-3) = 8 - 3 + 11 =$	3p
	$= 16$	2p
2.	$(x * y) * z = (x + y + 11) * z = x + y + z + 22$	2p
	$x * (y * z) = x * (y + z + 11) = x + y + z + 22 = (x * y) * z$ pentru orice numere reale x, y și z	3p
3.	$x * (-11) = x + (-11) + 11 = x$	3p
	$(-11) * x = -11 + x + 11 = x$ pentru orice număr real x	2p
4.	$(x^2) * x = 121 \Leftrightarrow x^2 + x - 110 = 0$	3p
	$x_1 = 10$ și $x_2 = -11$	2p
5.	$x * (x + 23) = x + (x + 23) + 11 = 2x + 34$	2p
	$(x * x) * 12 = (x + x + 11) + 12 + 11 = 2x + 34 = x * (x + 23)$ pentru orice număr real x	3p
6.	$\lg x + \lg x + 11 = 13$	2p
	$\lg x = 1 \Rightarrow x = 10$ care verifică ecuația	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 =$	3p
	$= 1$	2p

2.	$2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & a-3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3a-3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$	3p
	$3a-3=0 \Leftrightarrow a=1$	2p
3.	$A(1) + A(2) + \dots + A(9) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$	2p
	$= \begin{pmatrix} 9 & 1+2+\dots+9 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 45 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} = 9 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 9A(5)$	3p
4.	$A(a) + A(b) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & a+b \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a) + A(b)) = 4$	2p
	$A(a) \cdot A(b) = \begin{pmatrix} 1 & a+b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a) \cdot A(b)) = 1 \Rightarrow \det(A(a) + A(b)) = 4 \det(A(a) \cdot A(b))$	3p
5.	$A(a) \cdot A(-a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	3p
	$A(-a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} 1 & -a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$ pentru orice număr real a	2p
6.	$\begin{pmatrix} p & 2 \\ q & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p & 2 \\ q & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} p & pa+2 \\ q & qa+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p+qa & 2+a \\ q & 1 \end{pmatrix}$ pentru orice număr real a	3p
	$p=1$ și $q=0 \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	2p

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

5p	1. Arătați că $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2\right) : \frac{19}{9} = 1$.
5p	2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2014 - x$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x - 2014$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor celor două funcții.
5p	3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^{x^2+3x} = 9^{x-1}$.
5p	4. Prețul unui aparat de fotografiat este de 360 de lei. Determinați prețul aparatului de fotografiat după o reducere cu 25%.
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,3)$ și $B(2,3)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB .
5p	6. Determinați lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A știind că $AC = 6$ și $\sin B = \frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y + 11$.
5p	1. Calculați $8 * (-3)$.
5p	2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
5p	3. Verificați dacă $e = -11$ este element neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
5p	4. Determinați numerele întregi x știind că $(x^2) * x = 121$.
5p	5. Arătați că $x * (x + 23) = (x * x) * 12$ pentru orice număr real x .
5p	6. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg x * \lg x = 13$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

	Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	1. Calculați $\det(A(0))$.
5p	2. Determinați numărul real a știind că $2A(a) + A(a-3) = 3A(0)$.
5p	3. Arătați că $A(1) + A(2) + \dots + A(9) = 9A(5)$.
5p	4. Arătați că $\det(A(a) + A(b)) = 4\det(A(a) \cdot A(b))$ pentru orice numere reale a și b .
5p	5. Verificați dacă matricea $A(-a)$ este inversa matricei $A(a)$ pentru orice număr real a .
5p	6. Determinați matricea $X = \begin{pmatrix} p & 2 \\ q & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ știind că $X \cdot A(a) = A(a) \cdot X$ pentru orice număr real a .

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Barem de evaluare și de notare

Variantă 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$2014^0 = 1$, $\sqrt{9} = 3$ Scrise în ordine crescătoare, numerele sunt 2014^0 , 2 , $\sqrt{9}$	2p 3p
2.	$f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 4 = 0$ Coordonatele punctului de intersecție cu axa Ox sunt $x = 2$ și $y = 0$	2p 3p
3.	$2x + 1 = -1$ $x = -1$	3p 2p
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 5 moduri Cum cifrele sunt distincte, cifra zecilor poate fi aleasă în 4 moduri, iar cifra sutelor poate fi aleasă în 3 moduri Se pot forma $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ de numere	1p 2p 2p
5.	$AB = 3$ $AC = 3 \Rightarrow AB = AC$, deci $\triangle ABC$ este isoscel	2p 3p
6.	$AC = 12$ $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$0 * 1 = 0 \cdot 1 - 0 - 1 + 5 = 4$	3p 2p
2.	$x * y = xy - x - y + 5$ $y * x = yx - y - x + 5 = x * y$ pentru orice numere reale x și y	2p 3p
3.	$x * y = xy - x - y + 1 + 4 =$ $= x(y - 1) - (y - 1) + 4 = (x - 1)(y - 1) + 4$ pentru orice numere reale x și y	2p 3p
4.	$x * 1 = (x - 1)(1 - 1) + 4 =$ $= 0 + 4 = 4$ pentru orice număr real x	3p 2p
5.	$(x - 1)^2 + 4 = 8$ $(x - 1)^2 = 4 \Leftrightarrow x_1 = -1$ și $x_2 = 3$	2p 3p
6.	$m * n = 5 \Leftrightarrow (m - 1)(n - 1) = 1$ $m, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = n = 0$ sau $m = n = 2$, deci sunt două perechi de numere întregi care verifică cerința	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 - 1 \cdot 2 =$ $= -2$	3p 2p
----	---	----------

2.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	2p
	$A \cdot A + I_2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = B$	3p
3.	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$	2p
	$B \cdot A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 8 & 2 \end{pmatrix} = A \cdot B$	3p
4.	$A \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	2p
	$C \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	3p
5.	$\det(A + aI_2) = \begin{vmatrix} a+1 & 1 \\ 2 & a \end{vmatrix} = a^2 + a - 2$	2p
	$a^2 + a - 12 = 0 \Leftrightarrow a_1 = -4 \text{ și } a_2 = 3$	3p
6.	$A \cdot X = B \Leftrightarrow X = A^{-1} \cdot B$	2p
	$X = \begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ 3 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	3p

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică $M_pedagogic$

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Scrieți în ordine crescătoare numerele 2014^0 , $\sqrt{9}$ și 2.
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție dintre graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$ și axa Ox .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+1} = 2^{-1}$.
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele 1, 3, 5, 7 și 9.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$, $B(5,2)$ și $C(2,5)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
- 5p** 6. Calculați aria triunghiului ABC dreptunghic în A știind că $AB = 5$ și $BC = 13$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - x - y + 5$.

- 5p** 1. Calculați $0 * 1$.
- 5p** 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Arătați că $x * y = (x - 1)(y - 1) + 4$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 4. Verificați dacă $x * 1 = 4$ pentru orice număr real x .
- 5p** 5. Determinați numerele reale x știind că $x * x = 8$.
- 5p** 6. Determinați numărul perechilor de numere întregi (m, n) știind că $m * n = 5$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 5p** 1. Calculați $\det A$.
- 5p** 2. Arătați că $A \cdot A + I_2 = B$.
- 5p** 3. Verificați dacă $A \cdot B = B \cdot A$.
- 5p** 4. Arătați că matricea $C = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ este inversa matricei A .
- 5p** 5. Determinați numerele reale a știind că $\det(A + aI_2) = 10$.
- 5p** 6. Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $A \cdot X = B$.

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Barem de evaluare și de notare

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ $2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} = 0 \in \mathbb{N}$	2p 3p
2.	$y = 0$ $f(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$	2p 3p
3.	$7^{x^2+1} = 7^2 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0$ $x_1 = -1$ și $x_2 = 1$	3p 2p
4.	Se notează cu x prețul înainte de scumpire \Rightarrow prețul după scumpire este $x + 10\% \cdot x = \frac{11x}{10}$ $\frac{11x}{10} - 10\% \cdot \frac{11x}{10} = 1980 \Rightarrow x = 2000$	2p 3p
5.	Coordonatele punctului M care este mijlocul segmentului PR sunt $x_M = 5$ și $y_M = 3$ $x_M = \frac{x_Q + x_S}{2} \Rightarrow x_S = 6$ și $y_M = \frac{y_Q + y_S}{2} \Rightarrow y_S = 4$	3p 2p
6.	$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{25 + 49 - 64}{2 \cdot 5 \cdot 7} =$ $= \frac{1}{7}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$2 * 3 = 2 + 3 - 1 =$ $= 4$	3p 2p
2.	$x * y = x + y - 1$ și $y * x = y + x - 1$, pentru orice numere reale x și y $x * y = y * x$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
3.	$(x * y) * z = (x + y - 1) * z = x + y + z - 2$, pentru orice numere reale x , y și z $x * (y * z) = x * (y + z - 1) = x + y + z - 2$, pentru orice numere reale x , y și z Finalizare	2p 2p 1p
4.	$(x^2) * x = x^2 + x - 1$ $x^2 + x - 1 = 11 \Leftrightarrow x_1 = 3$ și $x_2 = -4$	2p 3p
5.	$x * (x + 2014) = 2x + 2013$ $(x + 1012) * (x + 1012) = 2x + 2013 = x * (x + 2014)$, pentru orice număr real x	2p 3p
6.	$x + \frac{1}{x} - 1 = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2 - x + 1}{x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$ $x = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$A(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 1$	<p>2p</p> <p>3p</p>
2.	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $A(0) \cdot A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	<p>2p</p> <p>3p</p>
3.	$\det(A(m)) = 0 + 1 + m^2 - 0 - m - 0 = m^2 - m + 1$ $m^2 - m + 1 = m \Leftrightarrow m = 1$	<p>3p</p> <p>2p</p>
4.	$A(2) + A(4) = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 6 & 2 & 0 \end{pmatrix} =$ $= 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} = 2A(3)$	<p>3p</p> <p>2p</p>
5.	$A(0) \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I_3$ $B \cdot A(0) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I_3 \Rightarrow \text{matricea } B \text{ este inversa matricei } A(0)$	<p>2p</p> <p>3p</p>
6.	$(0,1,0) \text{ este soluție a sistemului } \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ 0=m \\ 1=1 \end{cases}$ $m=0$	<p>3p</p> <p>2p</p>

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Arătați că numărul $\sqrt{12} + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) - \sqrt{8}$ este natural. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$. Determinați coordonatele punctului de intersecție dintre graficul funcției f și axa absciselor. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{x^2+1} = 49$. |
| 5p | 4. După o scumpire cu 10%, urmată de o ieftinire cu 10% din noul preț, un produs costă 1980 de lei. Calculați prețul produsului înainte de scumpire. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(3,4)$, $Q(4,2)$ și $R(7,2)$. Determinați coordonatele punctului S , știind că $PQRS$ este paralelogram. |
| 5p | 6. Calculați cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB = 5$, $AC = 7$ și $BC = 8$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție dată de $x * y = x + y - 1$. |
| 5p | 1. Calculați $2 * 3$. |
| 5p | 2. Verificați dacă legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă. |
| 5p | 3. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă. |
| 5p | 4. Determinați numerele reale x pentru care $(x^2) * x = 11$. |
| 5p | 5. Arătați că $x * (x + 2014) = (x + 1012) * (x + 1012)$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 6. Determinați numărul real nenul x pentru care $x * \frac{1}{x} = 1$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} m & m & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ m & 1 & 0 \end{pmatrix}$. |
| 5p | 1. Calculați $\det(A(0))$. |
| 5p | 2. Calculați $A(0) \cdot A(1)$. |
| 5p | 3. Determinați numărul real m pentru care $\det(A(m)) = m$. |
| 5p | 4. Arătați că $A(2) + A(4) = 2A(3)$. |
| 5p | 5. Verificați dacă matricea $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(0)$. |
| 5p | 6. Determinați numărul real m pentru care sistemul $\begin{cases} mx + my + z = 0 \\ x + z = m \\ mx + y = 1 \end{cases}$ are soluția $(0,1,0)$. |

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Simulare pentru elevii clasei a XII-a

Barem de evaluare și de notare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(2^5 - 1)(2^5 + 1) = 2^{10} - 1 =$ $= 1024 - 1 = 1023$	2p 3p
2.	$f(x) = x \Rightarrow 3x + 2 = x$ $x_A = -1, y_A = -1$	3p 2p
3.	$x > 0; 4\log_2 x = 12 \Rightarrow \log_2 x = 3$ $x = 8$ care verifică ecuația	3p 2p
4.	$x + 24\% \cdot x = 186$, unde x este prețul imprimantei înainte de aplicarea TVA-ului $x = 150$ de lei	2p 3p
5.	N este mijlocul segmentului $MP \Rightarrow 2 = \frac{3+a}{2}$ și $1 = \frac{4+b}{2}$ $a = 1$ și $b = -2$	3p 2p
6.	$AB = 3, BC = 4, AC = 5$ $\cos A = \frac{3}{5}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$2014 \circ 3 = (2014 - 3)(3 - 3) + 3 =$ $= 3$	3p 2p
2.	$(x \circ y) \circ z = ((x - 3)(y - 3) + 3) \circ z = (x - 3)(y - 3)(z - 3) + 3$ $x \circ (y \circ z) = x \circ ((y - 3)(z - 3) + 3) = (x - 3)(y - 3)(z - 3) + 3 = (x \circ y) \circ z$, pentru orice numere reale x, y și z	2p 3p
3.	$x \circ e = (x - 3)(e - 3) + 3 = (e - 3)(x - 3) + 3 = e \circ x$, pentru orice număr real x $x \circ e = x \Leftrightarrow (x - 3)(e - 4) = 0$ pentru orice număr real x , deci $e = 4$	2p 3p
4.	$x \circ 3 = (x - 3)(3 - 3) + 3 = 3$ $3 \circ x = (3 - 3)(x - 3) + 3 = 3 = x \circ 3$ pentru orice număr real x	2p 3p
5.	$(x - 3)((x + 1) - 3) + 3 = 3 \Rightarrow (x - 3)(x - 2) = 0$ $x_1 = 2, x_2 = 3$	3p 2p
6.	$a \circ b = 4 \Rightarrow (a - 3)(b - 3) = 1$ și $a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a - 3 = b - 3 = 1$ sau $a - 3 = b - 3 = -1$ $a = 4, b = 4$ sau $a = 2, b = 2$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det(A(x, y)) = \begin{vmatrix} x & y \\ -y & x \end{vmatrix} =$ $= x^2 + y^2 = 1$	3p 2p
----	--	----------

2.	De exemplu, $A(1,0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $1^2 + 0^2 = 1$	3p 2p
3.	$A\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + A\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	2p 3p
4.	$A(x, y) \cdot A(x, -y) = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} x^2 + y^2 & 0 \\ 0 & x^2 + y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = A(1,0)$	2p 3p
5.	$x^2 = 1, y^2 = 0 \Rightarrow x = 1, y = 0$ sau $x = -1, y = 0$ $x^2 = 0, y^2 = 1 \Rightarrow x = 0, y = 1$ sau $x = 0, y = -1$ Mulțimea M conține 4 matrice care au toate elementele numere întregi	2p 2p 1p
6.	$p^2 + q^2 = 1 \Rightarrow -1 \leq p \leq 1 \Rightarrow (p-2)^2 \geq 1$ și $-1 \leq q \leq 1 \Rightarrow (q+2)^2 \geq 1$ $(p-2)^2 + (q+2)^2 \geq 2 \Rightarrow \begin{pmatrix} p-2 & q+2 \\ -(q+2) & p-2 \end{pmatrix} \notin M$	3p 2p

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Simulare pentru elevii clasei a XII-a

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Verificați dacă $(2^5 - 1)(2^5 + 1) = 1023$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$. Determinați coordonatele punctului A care aparține graficului funcției f și care are abscisa egală cu ordonata. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x^3 = 12 - \log_2 x$. |
| 5p | 4. O imprimantă are prețul de vânzare 186 de lei. Calculați prețul imprimantei înainte de aplicarea TVA-ului, știind că TVA-ul este de 24%. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(3,4)$, $N(2,1)$ și $P(a,b)$. Determinați numerele reale a și b știind că punctul N este mijlocul segmentului MP . |
| 5p | 6. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(5,3)$ și $C(5,7)$. Calculați $\cos A$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$. |
| 5p | 1. Calculați $2014 \circ 3$. |
| 5p | 2. Verificați dacă legea de compoziție „ \circ ” este asociativă. |
| 5p | 3. Determinați elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”. |
| 5p | 4. Arătați că $x \circ 3 = 3 \circ x = 3$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ (x + 1) = 3$. |
| 5p | 6. Determinați numerele întregi a și b pentru care $a \circ b = 4$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Se consideră mulțimea $M = \left\{ A(x, y) = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix} \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 = 1 \right\}$. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(A(x, y)) = 1$. |
| 5p | 2. Dați un exemplu de matrice care aparține mulțimii M . |
| 5p | 3. Calculați $A\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + A\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. |
| 5p | 4. Arătați că $A(x, y) \cdot A(x, -y) = A(1, 0)$, pentru orice matrice $A(x, y)$, $A(x, -y) \in M$. |
| 5p | 5. Determinați numărul matricelor din mulțimea M care au toate elementele numere întregi. |
| 5p | 6. Se consideră numerele reale p și q cu proprietatea că $p^2 + q^2 = 1$. Demonstrați că matricea $\begin{pmatrix} p-2 & q+2 \\ -(q+2) & p-2 \end{pmatrix}$ nu este element al mulțimii M . |

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Simulare pentru elevii clasei a XI-a

Barem de evaluare și de notare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$a_8 = a_1 + 7r \Rightarrow 38 = 3 + 7r$ $r = 5$	3p 2p
2.	$f(3) = 2$; $2x - 4 < 2 \Rightarrow x < 3$ $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x = 0$ sau $x = 1$ sau $x = 2$	2p 3p
3.	$3x + 1 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 9x + 8 = 0$ $x_1 = 1$ nu convine și $x_2 = 8$ convine	3p 2p
4.	Numărul elevilor clasei este $20 + 18 - 5 =$ $= 33$	3p 2p
5.	M este mijlocul segmentului $BC \Rightarrow x_M = 1$ și $y_M = 3$ $AM = 1$	2p 3p
6.	$BD = 10$ $\cos(\sphericalangle ADB) = \frac{3}{5}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$2 * (-5) = 2 \cdot 2 \cdot (-5) + 10 \cdot 2 + 10 \cdot (-5) + 45 =$ $= -5$	3p 2p
2.	$x * y = 2(xy + 5x + 5y + 25) - 5 =$ $= 2(x(y + 5) + 5(y + 5)) - 5 = 2(x + 5)(y + 5) - 5$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
3.	$(x * y) * z = (2(x + 5)(y + 5) - 5) * z = 4(x + 5)(y + 5)(z + 5) - 5$ $x * (y * z) = x * (2(y + 5)(z + 5) - 5) = 4(x + 5)(y + 5)(z + 5) - 5 = (x * y) * z$, pentru orice numere reale x , y și z	2p 3p
4.	$2(x + 5)^2 - 5 = 27 \Rightarrow (x + 5)^2 = 16$ $x_1 = -9$, $x_2 = -1$	3p 2p
5.	$x * (-5) = (-5) * x = -5$ pentru orice număr real x $(-2014) * (-2013) * \dots * 2014 = ((-2014) * (-2013) * \dots * (-6)) * (-5) * (-4) * \dots * 2013 * 2014 =$ $= (-5) * ((-4) * \dots * 2013 * 2014) = -5$	2p 3p
6.	$2(a + 5)(b + 5) - 5 = 7 \Rightarrow (a + 5)(b + 5) = 6$ De exemplu, $a = \sqrt{2} - 5$ și $b = 3\sqrt{2} - 5$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\hat{0} + \hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} + \hat{5} = (\hat{0} + \hat{1} + \hat{2} + \hat{3}) + \hat{4} + \hat{5} = \hat{0} + \hat{4} + \hat{5} =$ $= \hat{3}$	3p 2p
2.	$5 \cdot 5 = 25$ $\hat{5} \cdot \hat{5} = \hat{1}$	3p 2p

3.	$\hat{2} + \hat{4} = \hat{0}$	2p
	$\hat{4} + \hat{2} = \hat{0} \Rightarrow \hat{4}$ este simetricul elementului $\hat{2}$ în raport cu adunarea în \mathbb{Z}_6	3p
4.	$\hat{5} \cdot x = \hat{4}$	2p
	$x = \hat{2}$	3p
5.	\hat{a} este element simetrizabil în raport cu înmulțirea în $\mathbb{Z}_6 \Leftrightarrow (a, 6) = 1$	3p
	Elementele simetrizabile sunt $\hat{1}$ și $\hat{5}$	2p
6.	$\hat{0}^2 = \hat{0}, \hat{1}^2 = \hat{1}, \hat{2}^2 = \hat{4}, \hat{3}^2 = \hat{3}, \hat{4}^2 = \hat{4}$ și $\hat{5}^2 = \hat{1}$	3p
	$H = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{3}, \hat{4}\} \Rightarrow$ suma elementelor mulțimii H este $\hat{0} + \hat{1} + \hat{3} + \hat{4} = \hat{2}$	2p

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Simulare pentru elevii clasei a XI-a

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

5p	1. Determinați rația progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 3$ și $a_8 = 38$.
5p	2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$. Determinați numerele naturale x pentru care $f(x) < f(3)$.
5p	3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+1} = x - 3$.
5p	4. Dintre elevii unei clase, 20 sunt membri ai clubului de ecologie și 18 sunt membri ai clubului de științe. Știind că toți elevii clasei sunt membri ai cel puțin unuia dintre cele două cluburi și că 5 elevi ai clasei sunt membri ai ambelor cluburi, determinați numărul elevilor acestei clase.
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(4,5)$ și $C(-2,1)$. Determinați lungimea medianei din A în triunghiul ABC .
5p	6. Se consideră dreptunghiul $ABCD$ cu laturile $AB = 8$, $BC = 6$. Calculați $\cos(\angle ADB)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2xy + 10x + 10y + 45$.
5p	1. Calculați $2 * (-5)$.
5p	2. Arătați că $x * y = 2(x+5)(y+5) - 5$, pentru orice numere reale x și y .
5p	3. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
5p	4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x * x = 27$.
5p	5. Calculați $(-2014) * (-2013) * \dots * 2013 * 2014$.
5p	6. Dați un exemplu de numere iraționale a și b astfel încât $a * b = 7$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

	Se consideră $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$, mulțimea claselor de resturi modulo 6.
5p	1. Calculați $\hat{0} + \hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} + \hat{5}$ în \mathbb{Z}_6 .
5p	2. Calculați $\hat{5} \cdot \hat{5}$ în \mathbb{Z}_6 .
5p	3. Determinați simetricul elementului $\hat{2}$ în raport cu operația de adunare în \mathbb{Z}_6 .
5p	4. Rezolvați în \mathbb{Z}_6 ecuația $\hat{5} \cdot x + \hat{2} = \hat{0}$.
5p	5. Determinați toate elementele simetrizabile în raport cu înmulțirea în \mathbb{Z}_6 .
5p	6. Calculați în \mathbb{Z}_6 suma elementelor mulțimii $H = \{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}_6\}$.