Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$0,1(6)=\frac{15}{90}=\frac{1}{6}$	**3p**
	$2\cdot\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\right)=2\cdot\frac{1}{2}=1$	**2p**
2.	$f(a)=2a-2$	**2p**
	$2a-2=a\Leftrightarrow a=2$	**3p**
3.	$x^2+6=5x\Leftrightarrow x^2-5x+6=0$	**3p**
	$x=2$ sau $x=3$	**2p**
4.	După prima ieftinire cu 10%, prețul obiectului este $900-10\%\cdot 900=810$ lei	**3p**
	După a doua ieftinire cu 10%, prețul obiectului este $810-10\%\cdot 810=729$ de lei	**2p**
5.	$AB=\sqrt{10}$, $AC=\sqrt{10}$, deci triunghiul ABC este isoscel	**3p**
	$BC=\sqrt{20}$, și cum $\left(\sqrt{20}\right)^2=\left(\sqrt{10}\right)^2+\left(\sqrt{10}\right)^2$, obținem că triunghiul ABC este dreptunghic	**2p**
6.	$\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**3p**
	$\sin^2 30°+\sin^2 45°+\sin^2 60°=\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$0*(-2)=2(0+(-2))+0\cdot(-2)+2=$	**3p**
	$=-4+2=-2$	**2p**
2.	$x*y=xy+2x+2y+4-2=$	**2p**
	$=x(y+2)+2(y+2)-2=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*(-1)=(x+2)(-1+2)-2=x+2-2=x$	**2p**
	$(-1)*x=(-1+2)(x+2)-2=x+2-2=x=x*(-1)$, pentru orice număr real x, deci $e=-1$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$(x+3)(x+3)-2=2\Leftrightarrow x^2+6x+5=0$	**3p**
	$x=-5$ sau $x=-1$	**2p**
5.	$(\lg x+2)(\lg(2x)+2)-2=-2\Rightarrow \lg x+2=0$ sau $\lg(2x)+2=0$	**3p**
	$x=\frac{1}{100}$ sau $x=\frac{1}{200}$, care convin	**2p**
6.	$a*b\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow(a+2)(b+2)\in\mathbb{Z}$	**2p**
	De exemplu, pentru $a+2=\frac{2}{3}\Leftrightarrow a=-\frac{4}{3}\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$ și $b+2=\frac{3}{2}\Leftrightarrow b=-\frac{1}{2}\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$, obținem $a*b=-1$, care este număr întreg	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow \det A=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{vmatrix}=1\cdot 2-0\cdot 1=$	**3p**
	$=2-0=2$	**2p**
2.	$M(a)=a\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a+1 & a\\ 0 & 2a+1\end{pmatrix}$	**3p**
	$\det\left(M(a)\right)=\begin{vmatrix}a+1 & a\\ 0 & 2a+1\end{vmatrix}=(a+1)(2a+1)$, pentru orice număr real a	**2p**
3.	$M(-2)=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 0 & -3\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(M(-2)\right)=3$	**2p**
	$M^{-1}(-2)=\begin{pmatrix}-1 & \frac{2}{3}\\ 0 & -\frac{1}{3}\end{pmatrix}$	**3p**
4.	$M(1)\cdot M(2)=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & 2\\ 0 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 9\\ 0 & 15\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}2 & 3\\ 0 & 5\end{pmatrix}$	**3p**
	$A\cdot A+I_2=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 0 & 5\end{pmatrix}$, deci $M(1)\cdot M(2)=3\left(A\cdot A+I_2\right)$	**2p**
5.	$M(a)-2aA=I_2-aA=M(-a)\Rightarrow \det\left(M(a)-2aA\right)=(1-a)(1-2a)$	**2p**
	$(1-a)(1-2a)=1\Leftrightarrow 2a^2-3a+1=1\Leftrightarrow a(2a-3)=0$, ceea ce este imposibil dacă a este număr întreg nenul, deci $\det\left(M(a)-2aA\right)\neq 1$, pentru orice număr întreg nenul a	**3p**
6.	$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ -4\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=0\\ 2y=-4\end{cases}$	**2p**
	$x=2$ și $y=-2$, deci $X=\begin{pmatrix}2\\ -2\end{pmatrix}$	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2018
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 2

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătaţi că $2\cdot\left(0{,}1(6)+\frac{1}{3}\right)=1$.
5p	**2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2x-2$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=a$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x^2+6}=5^{5x}$.
5p	**4.** Preţul unui obiect este 900 de lei. Determinaţi preţul obiectului după ce acesta se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$, $B(1,2)$ şi $C(-1,-2)$. Demonstraţi că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.
5p	**6.** Arătaţi că $\sin^2 30°+\sin^2 45°+\sin^2 60°=\frac{3}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2(x+y)+xy+2$.
5p	**1.** Arătaţi că $0*(-2)=-2$.
5p	**2.** Demonstraţi că $x*y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x şi y.
5p	**3.** Verificaţi dacă $e=-1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**4.** Determinaţi numerele reale x, ştiind că $(x+1)*(x+1)=2$.
5p	**5.** Determinaţi numerele $x\in(0,+\infty)$ pentru care $\lg x*\lg(2x)=-2$.
5p	**6.** Daţi exemplu de numere raţionale a şi b, care nu sunt întregi, pentru care numărul $a*b$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=aA+I_2$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătaţi că $\det A=2$.
5p	**2.** Demonstraţi că $\det\big(M(a)\big)=(a+1)(2a+1)$, pentru orice număr real a.
5p	**3.** Determinaţi inversa matricei $M(-2)$.
5p	**4.** Arătaţi că $M(1)\cdot M(2)=3(A\cdot A+I_2)$.
5p	**5.** Demonstraţi că $\det\big(M(a)-2aA\big)\neq 1$, pentru orice număr întreg nenul a.
5p	**6.** Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X=\begin{pmatrix}0\\ -4\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)-\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)=(3-1)-(2-1)=$	**3p**
	$=2-1=1$	**2p**
2.	$3x-2<4 \Leftrightarrow 3x<6$	**3p**
	$x\in(-\infty,2)$	**2p**
3.	$x^3+3=30 \Rightarrow x^3-27=0$	**3p**
	$x=3$, care convine	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 5 moduri	**2p**
	Cum cifrele sunt distincte, pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în 4 moduri, iar apoi cifra sutelor poate fi aleasă în 3 moduri, deci se pot forma $5\cdot 4\cdot 3=60$ de numere	**3p**
5.	Punctul M este mijlocul segmentului $NP \Rightarrow 2=\dfrac{-1+x_P}{2}$, de unde obținem $x_P=5$	**3p**
	$3=\dfrac{4+y_P}{2}$, de unde obținem $y_P=2$	**2p**
6.	$\sin C=\dfrac{AB}{BC} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}=\dfrac{8}{BC}$	**3p**
	$BC=16$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1*2=1\cdot 2-2(1+2)+6=$	**3p**
	$=2-6+6=2$	**2p**
2.	$x*y=xy-2x-2y+4+2=$	**2p**
	$=x(y-2)-2(y-2)+2=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*3=(x-2)(3-2)+2=x-2+2=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$3*x=(3-2)(x-2)+2=x-2+2=x=x*3$, pentru orice număr real x, deci $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$(n-2)(n-2)+2\le n \Leftrightarrow (n-2)(n-3)\le 0$	**3p**
	Cum n este număr natural, obținem $n=2$ sau $n=3$	**2p**
5.	$2^x*2^x=\left(2^x-2\right)^2+2$, $\left(2^x*2^x\right)*2^x=\left(2^x-2\right)^3+2$	**3p**
	$\left(2^x-2\right)^3+2=10 \Leftrightarrow 2^x-2=2 \Leftrightarrow x=2$	**2p**
6.	$\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}*\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}=\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}-2\right)^2+2=\left(\sqrt{3}-1\right)^2+2=6-2\sqrt{3}$	**3p**
	$6-2\sqrt{3}=p+q\sqrt{3}$, de unde obținem $p=6$ și $q=-2$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}-2 & 4\\ -1 & 2\end{vmatrix}=(-2)\cdot 2-(-1)\cdot 4=$	**3p**
	$=-4+4=0$	**2p**
2.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}(-2)(-2)+4\cdot(-1) & (-2)\cdot 4+4\cdot 2\\ (-1)(-2)+2\cdot(-1) & (-1)\cdot 4+2\cdot 2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}4-4 & -8+8\\ 2-2 & -4+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
3.	$M(a)\cdot M(b)=(I_2+aA)(I_2+bA)=I_2+aA+bA+abA\cdot A=$	**3p**
	$=I_2+(a+b)A+abO_2=I_2+(a+b)A=M(a+b)$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
4.	$M(t)\cdot M\left(t^2\right)=M\left(t+t^2\right)$	**2p**
	$M\left(t+t^2\right)=M(90)\Rightarrow t^2+t-90=0$, de unde obținem $t=-10$ sau $t=9$	**3p**
5.	$(I_2+A)(I_2-A)=I_2-A+A-A\cdot A=I_2$	**2p**
	$(I_2-A)(I_2+A)=I_2+A-A-A\cdot A=I_2$, deci matricea I_2-A este inversa matricei I_2+A	**3p**
6.	$X=(I_2+A)^{-1}\cdot(A-I_2)$	**2p**
	$X=2A-I_2\Rightarrow X=\begin{pmatrix}-5 & 8\\ -2 & 3\end{pmatrix}$	**3p**

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)-\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)=1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x)<4$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(x^3+3\right)=\log_2 30$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele $1, 2, 3, 4$ și 5.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,3)$ și $N(-1,4)$. Determinați coordonatele punctului P, simetricul punctului N față de punctul M.

5p **6.** Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $AB=8$ și $m(\sphericalangle C)=30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=xy-2(x+y)+6$.

5p **1.** Arătați că $1*2=2$.

5p **2.** Demonstrați că $x*y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Arătați că $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

5p **4.** Determinați numerele naturale n pentru care $n*n\le n$.

5p **5.** Determinați numărul real x pentru care $\left(2^x*2^x\right)*2^x=10$.

5p **6.** Determinați numerele raționale p și q, știind că $\frac{2}{\sqrt{3}-1}*\frac{2}{\sqrt{3}-1}=p+q\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ -1 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det A=0$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **3.** Demonstrați că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **4.** Determinați numerele reale t, știind că $M(t)\cdot M\left(t^2\right)=M(90)$.

5p **5.** Arătați că inversa matricei I_2+A este matricea I_2-A.

5p **6.** Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $(I_2+A)\cdot X=A-I_2$.

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{20}=2\sqrt{5}$	**2p**
	$6-2\sqrt{5}+2\sqrt{5}=6$	**3p**
2.	$f(0)=a-2$	**2p**
	$a-2=0 \Leftrightarrow a=2$	**3p**
3.	$7-x=1^3$	**3p**
	$x=6$, care convine	**2p**
4.	Prețul după prima ieftinire este $p-\frac{50}{100}\cdot p=\frac{p}{2}$, unde p este prețul inițial al tricoului	**2p**
	Prețul după a doua ieftinire este $\frac{p}{2}-\frac{50}{100}\cdot\frac{p}{2}=\frac{p}{4}$, de unde obținem $p=40$ de lei	**3p**
5.	$MN=\sqrt{(0-2)^2+(3-3)^2}=$	**3p**
	$=2$	**2p**
6.	$\sin C=\frac{AB}{BC}\Rightarrow\frac{3}{5}=\frac{AB}{15}$	**3p**
	$AB=9$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$3*(-4)=3+(-4)-3=$	**3p**
	$=(-1)-3=-4$	**2p**
2.	$(x*y)*z=(x+y-3)*z=(x+y-3)+z-3=x+y+z-6$	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+z-3)=x+(y+z-3)-3=x+y+z-6=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziție „$*$” este asociativă	**3p**
3.	$x*3=x+3-3=x$	**2p**
	$3*x=3+x-3=x=x*3$, pentru orice număr real x, deci $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$(a+1010)*(1010-a)=(a+1010)+(1010-a)-3=1010+1010-3=$	**3p**
	$=1010*1010$, pentru orice număr real a	**2p**
5.	$9^x=3^x+9-3\Leftrightarrow\left(3^x+2\right)\left(3^x-3\right)=0$	**3p**
	Cum $3^x>0$, obținem $x=1$	**2p**
6.	$n+(n+1)-3\le 2\Leftrightarrow n\le 2$	**2p**
	Cum n este număr natural, obținem $n=0$, $n=1$ sau $n=2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det M = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 1\cdot 4 - 2\cdot 3 =$	**3p**
	$= 4 - 6 = -2$	**2p**
2.	$A(2017) = 2017 I_2 + M = \begin{pmatrix} 2018 & 3 \\ 2 & 2021 \end{pmatrix}$	**3p**
	Suma elementelor matricei $A(2017)$ este egală cu 4044	**2p**
3.	$M\cdot M = \begin{pmatrix} 7 & 15 \\ 10 & 22 \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= \begin{pmatrix} 5 & 15 \\ 10 & 20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 5\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + 2I_2 = 5M + 2I_2$	**2p**
4.	$A(1)\cdot \begin{pmatrix} \frac{5}{4} & -\frac{3}{4} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\cdot \begin{pmatrix} \frac{5}{4} & -\frac{3}{4} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{2}-\frac{3}{2} & -\frac{3}{2}+\frac{3}{2} \\ \frac{5}{2}-\frac{5}{2} & -\frac{3}{2}+\frac{5}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	**2p**
	$\begin{pmatrix} \frac{5}{4} & -\frac{3}{4} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}\cdot A(1) = \begin{pmatrix} \frac{5}{2}-\frac{3}{2} & \frac{15}{4}-\frac{15}{4} \\ -1+1 & -\frac{3}{2}+\frac{5}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$, deci matricea $\begin{pmatrix} \frac{5}{4} & -\frac{3}{4} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(1)$	**3p**
5.	$A(a)\cdot A(a) = a^2 I_2 + 2aM + M\cdot M$	**2p**
	$a^2 I_2 + 2aM + M\cdot M = a^2 I_2 + M + M\cdot M \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$	**3p**
6.	$\det(A(m)) = \begin{vmatrix} m+1 & 3 \\ 2 & m+4 \end{vmatrix} = m^2 + 5m - 2$	**2p**
	$m^2 + 5m - 2 < 4 \Leftrightarrow m^2 + 5m - 6 < 0$ şi, cum m este număr natural, obţinem $m = 0$	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2018

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătaţi că $2\left(3-\sqrt{5}\right)+\sqrt{20}=6$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+a-2$. Determinați numărul real a, pentru care $f(0)=0$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{7-x}=1$.
5p	**4.** După două ieftiniri succesive cu câte 50%, un tricou costă 10 lei. Calculați prețul inițial al tricoului.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,3)$ și $N(0,3)$. Calculați lungimea segmentului MN.
5p	**6.** Calculaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că $BC=15$ și $\sin C=\frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-3$.
5p	**1.** Arătaţi că $3*(-4)=-4$.
5p	**2.** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Verificaţi dacă $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**4.** Demonstrați că $(a+1010)*(1010-a)=1010*1010$, pentru orice număr real a.
5p	**5.** Determinați numărul real x pentru care $9^x=3^x*9$.
5p	**6.** Determinați numerele naturale n pentru care $n*(n+1)\le 2$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=aI_2+M$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătaţi că $\det M=-2$.
5p	**2.** Calculați suma elementelor matricei $A(2017)$.
5p	**3.** Arătați că $M\cdot M=5M+2I_2$.
5p	**4.** Arătați că inversa matricei $A(1)$ este matricea $\begin{pmatrix}\frac{5}{4} & -\frac{3}{4}\\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$.
5p	**5.** Determinați numerele reale a pentru care $A(a)\cdot A(a)=A\left(a^2\right)+M\cdot M$.
5p	**6.** Determinați numărul natural m pentru care $\det\left(A(m)\right)<4$.

Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{40}{11}=3,(63)$	**3p**
	A 2018-a zecimală este 3	**2p**
2.	$\Delta=1$	**2p**
	Valoarea minimă a funcției este $-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{1}{4}$	**3p**
3.	$4^x-2^x-12=0 \Leftrightarrow \left(2^x-4\right)\left(2^x+3\right)=0$	**3p**
	$x=2$	**2p**
4.	$\left(x+\frac{10}{100}\cdot x\right)-\frac{10}{100}\cdot\left(x+\frac{10}{100}\cdot x\right)=990$, unde x este prețul inițial al televizorului	**3p**
	$x=1000$ de lei	**2p**
5.	$\overrightarrow{AD}=(a-1)\vec{i}+2\vec{j}$, $\overrightarrow{CB}=2\vec{i}+\vec{j}$	**2p**
	$\frac{a-1}{2}=\frac{2}{1}\Leftrightarrow a=5$	**3p**
6.	$BC^2=AB^2+AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ este dreptunghic în A	**2p**
	$R=\frac{BC}{2}=13$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2*3=6-8-12+20=$	**3p**
	$=6$	**2p**
2.	$x*y=xy-4x-4y+16+4=$	**3p**
	$=x(y-4)-4(y-4)+4=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
3.	$(x*y)*z=\left((x-4)(y-4)+4\right)*z=(x-4)(y-4)(z-4)+4$	**2p**
	$x*(y*z)=x*\left((y-4)(z-4)+4\right)=(x-4)(y-4)(z-4)+4=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea „$*$” este asociativă	**3p**
4.	$(x-4)(x-3)+4=6 \Leftrightarrow x^2-7x+10=0$	**3p**
	$x=2$ sau $x=5$	**2p**
5.	$(x-4)^2+4\le 8 \Leftrightarrow (x-4)^2\le 4$	**2p**
	$(x-2)(x-6)\le 0 \Leftrightarrow x\in[2,6]$	**3p**
6.	$x*4=4$ și $4*y=4$, pentru x și y numere reale	**2p**
	$2^0*2^1*2^2*\ldots*2^{2018}=\left(\left(2^0*2^1\right)*4\right)*\left(2^3*2^4*\ldots*2^{2018}\right)=4*\left(2^3*2^4*\ldots*2^{2018}\right)=4$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(1,1)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(1,1)\right)=\begin{vmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{vmatrix}=1-(-1)=$	**3p**
	$=2$	**2p**
2.	$\begin{pmatrix}x & y\\ -y & x\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3 & 1\\ -1 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow x-3=1$ și $-y+1=-1$	**3p**
	$x=4$ și $y=2$	**2p**
3.	$6A(3,1)-A(3,1)\cdot A(3,1)=\begin{pmatrix}18 & 6\\ -6 & 18\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}8 & 6\\ -6 & 8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10 & 0\\ 0 & 10\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=10\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=10A(1,0)$	**2p**
4.	$\det\left(A(a,b)\right)=\begin{vmatrix}a & b\\ -b & a\end{vmatrix}=a^2+b^2$	**3p**
	Cum a și b sunt numere reale, $a^2+b^2=0\Leftrightarrow a=0$ și $b=0$	**2p**
5.	$\det\left(A(1,1)\right)\neq 0\Rightarrow\left(A(1,1)\right)^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$	**2p**
	$X=\left(A(1,1)\right)^{-1}\cdot A(1,0)\Leftrightarrow X=\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$	**3p**
6.	$A(m,-n)A(m,n)=A(m,n)A(m,-n)=I_2$, deci $m^2+n^2=1$	**3p**
	Cum m și n sunt numere naturale, obținem $(0,1)$ și $(1,0)$	**2p**

Examenul de bacalaureat naţional 2018

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați a 2018-a zecimală a numărului $\frac{40}{11}$.
5p	**2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$. Determinaţi valoarea minimă a funcției f.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x-2^x=12$.
5p	**4.** După o majorare cu 10%, urmată de o reducere cu 10%, prețul unui televizor este 990 de lei. Calculați prețul inițial al televizorului.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(-1,5)$, $C(-3,4)$ și $D(a,4)$. Determinați numărul real a, știind că vectorii $\overrightarrow{AD}$ și $\overrightarrow{CB}$ sunt coliniari.
5p	**6.** Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC cu $AB=10$, $AC=24$ și $BC=26$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-4x-4y+20$.
5p	**1.** Calculați $2*3$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.
5p	**4.** Determinați numerele reale x pentru care $x*(x+1)=6$.
5p	**5.** Determinați valorile reale x pentru care $x*x\le 8$.
5p	**6.** Calculați $2^0*2^1*2^2*\ldots*2^{2018}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricea $A(a,b)=\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
5p	**1.** Calculați $\det\left(A(1,1)\right)$.
5p	**2.** Determinați numerele reale x și y, știind că $A(x,y)-A(3,1)=A(1,1)$.
5p	**3.** Arătați că $6A(3,1)-A(3,1)\cdot A(3,1)=10A(1,0)$.
5p	**4.** Determinați numerele reale a și b, știind că $\det\left(A(a,b)\right)=0$.
5p	**5.** Rezolvați ecuația matriceală $A(1,1)\cdot X=A(1,0)$.
5p	**6.** Determinați perechile de numere naturale (m,n), știind că matricea $A(m,-n)$ este inversa matricei $A(m,n)$.

Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{(2a_1+9r)\cdot 10}{2}=150 \Leftrightarrow 2a_1+18=30$	**3p**
	$a_1=6$	**2p**
2.	$A(2a,a)\in G_f \Leftrightarrow f(2a)=a$	**2p**
	$2a-1=a \Leftrightarrow a=1$, deci $A(2,1)$	**3p**
3.	$x^2+1=2x$	**2p**
	$(x-1)^2=0 \Rightarrow x=1$, care verifică ecuația	**3p**
4.	Mulțimea H are 5 elemente, deci sunt 5 cazuri posibile	**1p**
	În mulțimea H sunt 2 numere care verifică egalitatea dată, deci sunt 2 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{2}{5}$	**2p**
5.	$MN=3$, $NP=3$, $MP=3\sqrt{2}$	**3p**
	Cum triunghiul MNP este dreptunghic în N, lungimea înălțimii din N este egală cu $\frac{3\sqrt{2}}{2}$	**2p**
6.	$AC=2DE=2$	**2p**
	Triunghiul ABC este dreptunghic și $\sin B=\frac{AC}{BC}=\frac{1}{2}$, deci $m(\sphericalangle B)=30^\circ$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1*3=6-6-18+21=$	**3p**
	$=3$	**2p**
2.	$x*y=2xy-6x-6y+18+3=$	**3p**
	$=2x(y-3)-6(y-3)+3=2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
3.	$(x*y)*z=(2(x-3)(y-3)+3)*z=4(x-3)(y-3)(z-3)+3$	**2p**
	$x*(y*z)=x*(2(y-3)(z-3)+3)=4(x-3)(y-3)(z-3)+3=(x*y)*z$, pentru orice x, y și z numere reale, deci legea „$*$” este asociativă	**3p**
4.	$2(x-3)(x-3)+3=21 \Leftrightarrow 2(x-3)^2=18$	**3p**
	$x=0$ sau $x=6$	**2p**
5.	$x*3=3$ și $3*y=3$, pentru x și y numere reale	**2p**
	$\sqrt{1}*\sqrt{2}*\sqrt{3}*\ldots*\sqrt{2018}=\left(\left(\sqrt{1}*\sqrt{2}*\ldots*\sqrt{8}\right)*3\right)*\left(\sqrt{10}*\sqrt{11}*\ldots*\sqrt{2018}\right)=$ $=3*\left(\sqrt{10}*\sqrt{11}*\ldots*\sqrt{2018}\right)=3$	**3p**
6.	$2(a-3)(b-3)+3=5 \Rightarrow (a-3)(b-3)=1$	**3p**
	De exemplu, $a=\frac{11}{3}$ și $b=\frac{9}{2}$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\hat{1}+\hat{3}+\hat{5}+\hat{7}+\hat{9}=\left(\hat{1}+\hat{9}\right)+\left(\hat{3}+\hat{7}\right)+\hat{5}=\hat{0}+\hat{0}+\hat{5}=$ $=\hat{5}$	**3p** **2p**
2.	$2\cdot 8=16$ $\hat{2}\cdot\hat{8}=\hat{6}$	**3p** **2p**
3.	$\hat{3}\cdot x=\hat{5}\Leftrightarrow x=\hat{3}^{-1}\cdot\hat{5}$ $x=\hat{7}\cdot\hat{5}\Rightarrow x=\hat{5}$	**2p** **3p**
4.	$\hat{4}+\hat{6}=\hat{0}$ $\hat{6}+\hat{4}=\hat{0}\Rightarrow\hat{6}$ este simetricul elementului $\hat{4}$ în raport cu adunarea în $\mathbb{Z}_{10}$	**2p** **3p**
5.	$\hat{a}$ este element simetrizabil în raport cu înmulţirea în $\mathbb{Z}_{10}\Leftrightarrow\left(a,10\right)=1$ Elementele simetrizabile sunt $\hat{1}$, $\hat{3}$, $\hat{7}$ și $\hat{9}$	**3p** **2p**
6.	$x^2\in\left\{\hat{0},\hat{1},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{9}\right\}$ pentru orice $x\in\mathbb{Z}_{10}$ $x^2+\hat{3}=\hat{0}\Rightarrow x^2=\hat{7}$ și, cum $\hat{7}\notin\left\{\hat{0},\hat{1},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{9}\right\}$, obținem $M=\varnothing$	**3p** **2p**

Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ de rație 2 și care are suma primilor 10 termeni egală cu 150. Determinați a_1.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$. Determinați coordonatele punctului situat pe graficul funcției f și care are abscisa egală cu dublul ordonatei.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x+\frac{1}{x}=2$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $H=\{0,1,2,3,4\}$, acesta să verifice egalitatea $2^n+5^n=3^n+4^n$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(-1,1)$, $N(2,1)$ și $P(2,4)$. Determinați lungimea înălțimii din N a triunghiului MNP.
5p	**6.** Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu ipotenuza $BC=4$, punctele D și E, mijloacele laturilor AB, respectiv BC. Știind că $DE=1$, calculați $m(\sphericalangle B)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=2xy-6x-6y+21$.
5p	**1.** Calculați $1*3$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.
5p	**4.** Determinați numerele reale x pentru care $x*x=21$.
5p	**5.** Calculați $\sqrt{1}*\sqrt{2}*\sqrt{3}*\ldots*\sqrt{2018}$.
5p	**6.** Dați exemplu de numere $a, b\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$ astfel încât $a*b=5$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	Se consideră $\mathbb{Z}_{10}=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7},\hat{8},\hat{9}\}$, mulțimea claselor de resturi modulo 10.
5p	**1.** Calculați $\hat{1}+\hat{3}+\hat{5}+\hat{7}+\hat{9}$ în $\mathbb{Z}_{10}$.
5p	**2.** Calculați $\hat{2}\cdot\hat{8}$ în $\mathbb{Z}_{10}$.
5p	**3.** Rezolvați în $\mathbb{Z}_{10}$ ecuația $\hat{3}\cdot x+\hat{2}=\hat{7}$.
5p	**4.** Determinați simetricul elementului $\hat{4}$ în raport cu operația de adunare în $\mathbb{Z}_{10}$.
5p	**5.** Determinați elementele simetrizabile în raport cu operația de înmulțire în $\mathbb{Z}_{10}$.
5p	**6.** Determinați mulțimea $M=\{x\in\mathbb{Z}_{10}\mid x^2+\hat{3}=\hat{0}\}$.