

CUPRINS

| | |
|--|-----------|
| I. Teste inițiale..... | 7 |
| Testul 1 | 7 |
| Testul 2 | 8 |
| Testul 3 | 9 |
| Testul 4..... | 10 |
| Testul 5..... | 11 |
| | |
| II. Numere naturale..... | 12 |
| 2.1. Scrierea numerelor naturale; aproximări; comparări..... | 12 |
| 2.2. Adunarea și scăderea numerelor naturale..... | 17 |
| 2.3. Înmulțirea și împărțirea numerelor naturale | 21 |
| Fișa nr. 1 | 31 |
| Teste recapitulative..... | 33 |
| 2.4. Ridicarea la putere a unui număr natural..... | 35 |
| Fișa nr. 2 | 41 |
| Teste recapitulative..... | 43 |
| | |
| III. Mulțimi | 45 |
| Fișa nr. 3 | 53 |
| Fișa nr. 4 | 55 |
| Teste recapitulative..... | 57 |
| | |
| IV. Divizibilitatea numerelor naturale | 59 |
| 4.1. Divizor; multiplu | 59 |
| 4.2. Criterii de divizibilitate..... | 65 |
| 4.3. Numere prime; numere compuse..... | 69 |
| Fișa nr. 5 | 71 |
| Fișa nr. 6 | 73 |
| Teste recapitulative..... | 75 |

| | |
|--|-----|
| V. Fracții ordinare | 77 |
| 5.1. Fracții; tipuri de fracții; fracții egale..... | 77 |
| 5.2. Scoaterea întregilor din fracție; introducerea întregilor în fracție | 84 |
| 5.3. Amplificare; simplificare; compararea fracțiilor | 86 |
| Teste recapitulative..... | 93 |
| 5.4. Operații cu fracții ordinare | 97 |
| 5.5. Procente; media aritmetică | 111 |
| Fișa nr. 7 | 115 |
| Fișa nr. 8 | 117 |
| Fișa nr. 9 | 119 |
| Teste recapitulative | 121 |
| VI. Numere zecimale | 124 |
| 6.1. Scrierea și citirea numerelor zecimale. Comparare și reprezentare pe axă | 124 |
| 6.2. Adunarea și scăderea numerelor zecimale finite | 127 |
| 6.3. Înmulțirea numerelor zecimale. Puteri. | 131 |
| 6.4. Împărțirea numerelor zecimale. Periodicitate..... | 135 |
| 6.5. Fracții zecimale infinite..... | 142 |
| Fișa nr. 10 | 145 |
| Fișa nr. 11 | 147 |
| Teste recapitulative | 149 |
| VII. Elemente de geometrie și unități de măsură | 151 |
| 7.1. Figuri și corpuri geometrice | 151 |
| 7.2. Unități de măsură pentru lungime, pentru arie și pentru volum | 156 |
| 7.3. Unități de măsură pentru capacitate și pentru masă..... | 161 |
| 7.4. Unități de măsură pentru timp | 164 |
| Fișa nr. 12 | 167 |
| Fișa nr. 13 | 169 |
| Teste recapitulative | 171 |
| 7.5. Unități monetare | 172 |

| | |
|--|-----|
| VIII. Modele de teză | 174 |
| Modele de teză pentru Semestrul I | 174 |
| Modele de teză pentru Semestrul al II-lea | 181 |
| | |
| IX. Teste recapitulative | 187 |
| Teste de evaluare | 192 |
| | |
| Răspunsuri | 198 |
| Cap. I. Teste inițiale..... | 198 |
| Cap. II. Numere naturale | 199 |
| Cap. III. Multimi..... | 201 |
| Cap. IV. Divizibilitatea numerelor naturale | 203 |
| Cap. V. Fracții ordinare | 205 |
| Cap. VI. Numere zecimale | 209 |
| Cap. VII. Elemente de geometrie și unități de măsură | 211 |
| Cap. VIII. Modele de teză | 212 |
| Cap. IX. Teste recapitulative | 214 |

I

Teste inițiale

Testul 1

I. Completați spațiile libere:

- 1) Cel mai mare număr natural de 2 cifre distințe este
- 2) Diferența numerelor 1351 și 257 este
- 3) Scrieți în cifre numărul trei sute două mii patruzeci și unu:
- 4) Produsul numerelor 451 și 25 este
- 5) Numărul de 8 ori mai mic decât 136 este

II. Scrieți rezolvări complete:

- 1) Suma a trei numere consecutive este 219. Aflați cele trei numere.
- 2) Fie numerele:
$$a = 785 - 102 \cdot 5 + 2 \cdot (64 \cdot 4 - 12 \cdot 5)$$

$$b = 232 : 2 + (56 + 44) : 5$$
 - a) Să se compare cele două numere;
 - b) Să se calculeze: $a - 2b$.
- 3) Aflați termenul necunoscut x din relația:
$$(245 : 5 + 5 \cdot x) : 9 + 89 = 100$$
- 4) Într-un coș sunt mere, pere și caise, în total 29 de fructe. Știind că numărul perelor este cu 1 mai mare decât numărul merelor și de trei ori mai mic decât numărul caiselor, aflați câte mere, câte pere și câte caise sunt în coș.

Punctaj:

| | |
|------|--|
| 10 p | – din oficiu |
| I | – fiecare exercițiu 5 p |
| II | 1 – 10 p; 2 – 20 p; 3 – 15 p; 4 – 20 p |

Timp de lucru 50 min.

Testul 2

I. Completăți spațiile libere:

- 1) Restul împărțirii numărului 325 la 3 este
- 2) Între numerele naturale $2 \cdot 35$ și $15 \cdot 5$ sunt numere naturale.
- 3) Două ore și jumătate reprezintă minute.
- 4) Un sfert din numărul 2012 este
- 5) Dintre numerele $a = 3 \cdot 13 + 1$ și $b = 2 \cdot 25 - 11$ mai mic este

II. Scrieți rezolvări complete:

- 1) Suma a două numere naturale este 81. Aflați numerele știind că primul număr este jumătate din al doilea număr.
- 2) Calculați $a : 4 + b \cdot 2 + 10 \cdot c$ știind că:
$$a = 183 - (172 + 160); 4 + 25 \cdot (5 \cdot 3 - 15)$$
$$b = 25 + 3 \cdot [21 - (7 - 7); 2]; 9$$
$$c = [(20 + 4); 6 - 4] \cdot 35 + 2 \cdot (5 \cdot 15 - 2 \cdot 3 \cdot 5)$$
- 3) Un număr natural de trei cifre are cifra unităților cu 1 mai mare decât cea a sutelor, iar cifra zecilor este suma dintre cifra sutelor și cifra unităților. Știind că suma celor trei cifre este egală cu cel mai mic număr natural de 2 cifre, aflați numărul cu cele trei cifre.
- 4) Un pătrat și un dreptunghi au același perimetru. Dreptunghiul are lățimea de 14 m și lungimea de 7 ori mai mare. Ce lungime are latura pătratului?

Punctaj:

- 10 p – din oficiu
I – fiecare exercițiu 5 p
II 1 – 10 p; 2 – 20 p; 3 – 20 p; 4 – 15 p

Timp de lucru 50 min.

Testul 3

I. Completăți spațiile libere:

- 1) Cel mai mic număr natural de 3 cifre distințe este
- 2) Rezultatul calculului $23 + 18 : 3 + 1$ este
- 3) Numărul de 32 de ori mai mare decât 15 este
- 4) Latura unui pătrat cu perimetrul de 100 cm este de cm.
- 5) Două treimi din numărul 60 reprezintă

II. Scrieți rezolvări complete:

- 1) Diferența a două numere este 160. Aflați numerele știind că primul este de 5 ori mai mare decât al doilea.
- 2) Efectuați:
$$\{[1560 - 15 \cdot (67 + 11 \cdot 3)] \cdot 6 - [117 + 21 : (49 - 6 \cdot 7)]\} : 10$$
- 3) La un magazin de fructe s-au adus 25 de lăzi cu câte 20 kg de mere fiecare și 15 lăzi cu câte 12 kg de pere fiecare. S-au vândut 275 kg de mere și cu 135 kg mai puține pere. Câte kg de fructe au rămas nevândute?
- 4) Din banii pe care îi are, Mihai cheltuiește într-o zi jumătate din sumă, a doua zi o treime din rest și îi mai rămân 24 lei. Ce sumă a avut la început?

Punctaj:

- 10 p – din oficiu
I – fiecare exercițiu 5 p
II 1 – 10 p; 2 – 15 p; 3 – 20 p; 4 – 20 p

Timp de lucru 50 min.

Testul 4

I. Completăți spațiile libere:

- 1) Între numerele 26 și 32 sunt numere impare.
- 2) Numărul de 12 ori mai mare decât 210 este
- 3) Numărul cu 23 mai mic decât produsul numerelor 10 și 13 este
- 4) Un dreptunghi are lățimea de 5 cm și lungimea de 3 ori mai mare. Perimetrul dreptunghiului este cm.
- 5) Trei kilograme de mere costă 6 lei. Cinci kilograme de mere costă lei.

II. Scrieți rezolvări complete:

- 1) Aflați valoarea lui x din relația:
$$(3 \cdot x - 5): 4 + (275 - 2 \cdot 30): 5 = 53$$
- 2) Calculați câtul dintre triplul numărului a și dublul numărului b , unde:
$$a = 1543 - 721 + 312 - 200 - 900$$
$$b = 60 - (54 - 27): 3$$
- 3) Maria a citit o carte de 81 pagini în trei zile. Știind că a doua zi a citit de 2 ori mai multe pagini decât în prima zi și încă 3 pagini, iar în ultima zi 15 pagini, aflați câte pagini a citit în prima zi și câte pagini a citit în a doua zi.
- 4) Un dreptunghi are lățimea egală cu $1/3$ din lungime și perimetru de 80 cm. Aflați lățimea și lungimea dreptunghiului.

Punctaj:

- 10 p – din oficiu
I – fiecare exercițiu 5 p
II – 1 – 10 p; 2 – 15 p; 3 – 20 p; 4 – 20 p

Timp de lucru 50 min.

Testul 5

I. Completați spațiile libere:

- 1) Numărul care împărțit la 7 dă câtul 5 și restul 2 este
- 2) Dacă $a + b = 10$ și $c = 3$, atunci $a \cdot c + b \cdot c$ este egal cu
- 3) Suma numerelor 2532 și 1035 este egală cu
- 4) Produsul $25 \cdot 7$ este cu mai mic decât produsul $31 \cdot 15$.
- 5) Un sfert de oră reprezintă minute.

II. Scrieți rezolvări complete:

- 1) Într-un depozit sunt 240 t de cereale. În prima zi se scoate a cincea parte din cantitate, iar a doua zi se scoate o șesime din rest. Ce cantitate de cereale a rămas după cele două zile?
- 2) Știind că:
$$3 \cdot x - 5 = 55$$
$$100 + 2 \cdot y = 164$$
$$(z - 1) \cdot 7 + 1 = 15,$$
aflați numerele x , y și z și apoi calculați $(x + y - 1) : z$.
- 3) Un teren dreptunghiular are lungimea de 160 m și lățimea de patru ori mai mică. Câți lei va costa gardul ce împrejmuieste terenul, dacă un metru de gard costă 20 lei și se lasă 2 m liberi pentru poartă?
- 4) La un spectacol sunt 700 de spectatori, dintre care 124 adulți și restul copii. Știind că numărul fetelor este de 3 ori mai mare decât cel al băieților, aflați câte fete și câți băieți sunt la spectacol.

Punctaj:

- 10 p – din oficiu
I – fiecare exercițiu 5 p
II 1 – 10 p; 2 – 20 p; 3 – 15 p; 4 – 20 p

Timp de lucru 50 min.

II Numere naturale

2.1. Scrierea numerelor naturale; aproximări; comparări

- Sirul numerelor naturale este: 0, 1, 2, 3, 4,
- Cifrele din sistemul de numerație zecimal, numite și cifre arabe, sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- Dacă n este un număr natural, atunci n și $n + 1$ sunt consecutive; $2n$ este număr par; $2n + 1$ este număr impar.
- Scrierile \overline{ab} , \overline{abc} , \overline{abcd} reprezintă numere naturale de 2, 3, respectiv 4 cifre, nu neapărat distințe, cu $a \neq 0$.
- Aproximarea prin lipsă până la zeci, sute, mii, a unui număr este cel mai mare număr natural mai mic sau egal cu numărul dat, format numai din zeci, sute, respectiv mii.

Exemplu: Pentru numărul 27359 aproximările prin lipsă sunt:

- la zeci: 27350;
- la sute: 27300;
- la mii: 27000.

- Aproximarea prin adăos până la zeci, sute, mii, a unui număr este cel mai mic număr natural mai mare sau egal cu numărul dat, format numai din zeci, sute, respectiv mii.

Exemplu: Pentru numărul 27359 aproximările prin adăos sunt:

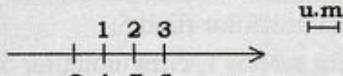
- la zeci: 27360;
- la sute: 27400;
- la mii: 28000.

- Rotunjirea până la zeci, sute, mii, este aproximarea prin lipsă sau prin adăos la cea mai apropiată valoare a numărului dat. Dacă ambele aproximări sunt la fel de apropiate de număr, atunci rotunjirea este aproximarea prin adăos.

Exemplu: Pentru numărul 27359 rotunjirile sunt:

- la zeci: 27360;
- la sute: 27400;
- la mii: 27000.

- Axa numerelor este o dreaptă pe care se fixează un punct O numit origine, un sens pozitiv (spre dreapta) și o unitate de măsură.



A(1), B(2), C(3)

$P(n)$ – numărul n reprezintă coordonata punctului P .

APLICAȚII

- 1* Citiți numerele naturale: 213025; 1201789; 3071; 41529; 89315; 179402.
- 2* Scrieți cu ajutorul cifrelor următoarele numere naturale:
 - a) trei sute șaptezeci și doi;
 - b) cinci sute douăzeci și trei;
 - c) două mii trei;
 - d) treisprezece mii;
 - e) opt mii trei sute douăzeci și doi;
 - f) un milion cincizeci și două de mii patru sute șase;
 - g) două sute de mii treizeci și doi;
 - h) o sută cincizeci și patru de mii șapte sute treizeci și cinci.
- 3* Dați câte două exemple de numere naturale formate din:
 - a) mii, sute, zeci și unități;
 - b) sute de mii, mii, sute și unități;
 - c) milioane, sute de mii, sute și unități;
 - d) zeci de milioane, milioane, zeci de mii, mii, zeci și unități.
- 4* Scrieți și citiți un număr natural par format din șapte cifre distințe, așezate în ordine descrescătoare, prima cifră fiind:
 - a) 7;
 - b) 8.
- 5* Scrieți și citiți un număr natural impar format din șapte cifre distințe, așezate în ordine crescătoare, prima cifră fiind:
 - a) 3;
 - b) 2.
- 6* Scrieți toate numerele naturale:
 - a) mai mici decât 5;
 - b) cuprinse între 12 și 17;

- c) care au 2 cifre, cifra unităților fiind 5;
 - d) de trei cifre, cu cifra sutelor 1, cifra unităților 5;
 - e) de trei cifre pentru care produsul cifrelor este 4;
 - f) de două cifre, cifra unităților fiind dublul cifrei zecilor;
 - g) de două cifre, cu suma cifrelor 3;
 - h) de trei cifre, cifra sutelor mai mare sau egală cu 8, iar produsul celorlalte două cifre egal cu 4;
 - i) de două cifre care au diferența cifrelor 3;
 - j) de trei cifre distințe care au suma cifrelor 3.
- 7* Scrieți toate numerele naturale care se pot forma folosind toate cifrele 1, 3, 5 o singură dată.
- 8* Completați șirurile de numere naturale:
- a) 1, 5, ..., 13, ..., ..., 25.
 - b) 48, 24, ..., ..., 3.
 - c) 2, 6, ..., 54, ..., 486.
- 9** Se dă numărul 1223334444.....9.
- a) Câte cifre are numărul?
 - b) Ce cifră se află în poziția 35?
- 10** Se dă numărul 123123123...123, tripletul 123 repetându-se de 50 de ori.
- a) Câte cifre are numărul?
 - b) Cât este suma tuturor cifrelor?
 - c) Ce cifră se află pe poziția 100?
 - d) Ce cifră se află pe poziția 123?
- 11* Pentru fiecare dintre numerele: 38251; 71457; 35239; 125714; 53287; 43247 scrieți:
- a) aproximările prin lipsă până la zeci, sute și mii;
 - b) aproximările prin adaos până la zeci, sute și mii;
 - c) rotunjirile până la zeci, sute și mii.
- 12* Reprezentați pe axa numerelor cifrele pare.
- 13* Reprezentați pe axa numerelor cifrele impare.
- 14* Scrieți numărul natural corespunzător fiecărui punct marcat pe axa numerelor din figura de mai jos:
- a)
-
- b) Fixați pe axa dată punctele $M(3)$; $N(8)$ și $P(11)$.

- 15*** Pe axa numerelor cu unitatea de măsura 1 cm reprezentați punctele $A(3)$, $B(8)$, $C(5)$ și $D(7)$. Stabiliți dacă sunt adevărate sau false următoarele propoziții:
a) punctul C este situat între A și D ;
b) punctul B este mai aproape de originea O decât punctul C ;
c) punctul D este situat între A și C .
- 16*** Pe axa numerelor cu unitatea de măsură 5 mm reprezentați punctele $A(2)$, $B(5)$, $C(7)$, $D(10)$ și $E(12)$.
a) Calculați lungimile segmentelor OA , OB , OD ;
b) Calculați lungimile segmentelor AB , AC , AD , BC , CD , CE și DE ;
c) Care este coordonata punctului M , egal depărtat de punctele B și C ?
d) Care este coordonata punctului N , egal depărtat de punctele D și E ?
e) Comparați distanțele AC și CE . Ce observați?
- 17*** Comparați numerele naturale:
a) 125 și 152;
b) 301 și 130;
c) 83612 și 82998;
d) 20222 și 22022;
e) 5101 și 5110;
f) 302752 și 302725;
g) 42003 și 42030;
h) 113251 și 11325;
i) 1253420 și 1254320;
j) 405232 și 405323.
- 18*** Ordonați crescător numerele:
a) 125, 25, 152, 251, 512, 521;
b) 3241, 1243, 1324, 4123, 4312, 4321, 1342;
c) 1203, 1200, 2101, 1999, 2001, 1002, 2013;
d) 3251001, 2513002, 3152112, 3001152, 2312500;
e) 6302, 1630, 6203, 3160, 6032, 6023;
f) 1251321, 1125123, 1215321, 1321512, 1525120, 2153123;
g) 253151, 523115, 325511, 321551, 532511, 355112.
- 19*** Ordonați descrescător numerele:
a) 435, 534, 453, 544, 354, 345, 533;
b) 1725, 2751, 5271, 1257, 7251, 7152, 5712;
c) 51003, 13005, 53015, 31501, 35001, 51300;
d) 7122400, 7214200, 4722100, 1425722, 4227100;
e) 63030, 30630, 60033, 30306, 60303;
f) 1250127, 5210721, 7110225, 1752210, 2512710, 1015272;
g) 435993, 543399, 939453, 993453, 349953, 495933.

20* Scrieți cel mai mic și cel mai mare număr natural de forma \overline{abc} care verifică simultan condițiile:

- a) este număr impar;
- b) este cuprins între 100 și 200;
- c) b este jumătate din suma celorlalte două cifre.

21** Scrieți cel mai mic și cel mai mare număr natural de forma $\overline{a5b2}$ cu suma tuturor cifrelor egală cu 18.

22** Scrieți cel mai mic și cel mai mare număr natural de forma $\overline{a5b2}$ cu produsul tuturor cifrelor egal cu 180.

23** Determinați numerele naturale de forma $\overline{5ab}$ care verifică simultan condițiile:

- a) $a = b + 2$;
- b) $500 < \overline{5ab} < 560$.

24** Se dău numerele naturale $x = \overline{32a53}$ și $y = \overline{325a3}$. Determinați cifra a pentru care are loc:

- a) $x = y$;
- b) $x < y$;
- c) $x \geq y$.

25** O carte are 100 de pagini. De câte ori a fost folosită cifra 7 la numerotarea paginilor?

26** Aflați cel mai mic număr natural de 4 cifre care îndeplinește simultan condițiile:

- a) este mai mare ca 5000;
- b) cifrele sunt distințe;
- c) suma cifrelor este 12.

27** Să se determine cel mai mic și cel mai mare număr natural de 5 cifre cu proprietatea că suma primelor două cifre este 7, a treia cifră este impară, iar ultimele două cifre sunt pare.

28* a) Câte numere naturale de forma $\overline{3aa}$ există?

b) Câte numere naturale de forma $\overline{5ab}$, cu a și b distințe, există?

c) Câte numere naturale de forma $\overline{5ab}$ există?

d) Câte numere naturale de forma $\overline{a5b}$ există?

29* Scrieți cu cifre romane numerele : 35, 24, 753, 1992, 2013, 3753, 205.

30* Scrieți numerele cu cifre arabe : XVI, XLIV, XXII, MMC, CIX, DCXX, MCMIV, CDLXXV, \overline{XXXII} , \overline{IX} , \overline{XL} , \overline{XCV} .

2.2. Adunarea și scăderea numerelor naturale

- Fiind date numerele naturale a și b , există și este unic numărul natural c , numit suma numerelor a și b .
Notăm $a + b = c$
 a, b – termenii adunării.
- Adunarea este comutativă: $a + b = b + a$;
- Adunarea este asociativă: $a + (b + c) = (a + b) + c$;
- Numărul 0 este element neutru pentru adunare: $a + 0 = 0 + a = a$;
- Fiind date numerele naturale a și b , cu $a \geq b$, există și este unic numărul natural c , numit diferența numerelor a și b .
Notăm $a - b = c$;
 a – descăzut;
 b – scăzător.
- Scăderea nu este comutativă, nici asociativă și nu are element neutru.
- Au loc relațiile:

$$a=b \Rightarrow \begin{cases} a+c=b+c \\ a-c=b-c \end{cases}$$

$$a \leq b \Rightarrow \begin{cases} a+c \leq b+c \\ a-c \leq b-c \end{cases}$$

Exemplul 1. Utilizând proprietățile adunării, calculați cât mai rapid:

$$270+125+30+25.$$

R: $270+125+30+25=(270+30)+(125+25)=300+150=450$

S-au folosit proprietățile de comutativitate și asociativitate.

Exemplul 2. Comparați numerele a și b .

$$a = 225 - (101 + 50) \text{ și } b = 225 - 101 - 50.$$

R: $a = 225 - 151 = 74$

$$b = 124 - 50 = 74$$

$$a = b$$

Exemplul 3. Aflați x : $x + (125 + 30) = 620$.

R: Se efectuează calculul din paranteză: $x + 155 = 620$. Necunoscuta fiind un termen al adunării, se află prin scădere: $x = 620 - 155$; $x = 465$.

APLICAȚII

1* Efectuați:

- a) $253 + 729$; g) $1253721 + 2702332$;
b) $1521 + 7257$; h) $324001 + 125052$;
c) $35 + 729 + 321$; i) $253x + 725x$;
d) $1305 + 2309 + 5211$; j) $724a + 256a$;
e) $24502 + 72311 + 203$; k) $251b + 73b$;
f) $1525 + 1231 + 7252$; l) $1005c + 2054c$.

2* Calculați:

- a) $205 - 132$; g) $45112 - 29211$;
b) $765 - 299$; h) $3911 - 2035$;
c) $3012 - 1205$; i) $293a - 23a$;
d) $24631 - 21322$; j) $125b - 5b$;
e) $1505 - 509$; k) $1340c - 250c$;
f) $132451 - 123541$; l) $214d - 111d$.

3* Efectuați, folosind proprietățile adunării:

- a) $27 + 51 + 13 + 49$; e) $2 + 95 + 98 + 35 + 5 + 65$;
b) $2 + 56 + 18 + 14$; f) $72 + 84 + 16 + 28$;
c) $123 + 252 + 148 + 227$; g) $108 + 45 + 2 + 45$;
d) $3543 + 247 + 283$; h) $27 + 721 + 33 + 39$.

4* Efectuați și comparați rezultatele obținute:

- a) $213 - 102 - 51$ și $213 - (102 - 51)$;
b) $213 - 102 + 51$ și $213 - (102 + 51)$;
c) $873 - (32 + 71)$ și $873 - 32 - 71$;
d) $1254 - 321 - 11 - 62$ și $1254 - (321 + 11 + 62)$;
e) $7531 + (251 - 51) - 42$ și $(7531 + 251) - (51 + 42)$.

5* Calculați și aproximați rezultatele obținute prin lipsă și prin adăos până la zeci și sute:

- a) $2501 + 725 + 639 + 7102$;
b) $3895 + 7251 - 5233$;
c) $721 + 253 + 1305 - 1291$;
d) $43721 - (2755 - 2231) + 125$;
e) $28325 - 8325 - (7291 + 15769)$;
f) $50603 - (25302 + 21733) + (7299 + 1135)$;
g) $25302 + 25101 - 43502 + 1525$;
h) $8501 - 7203 + 5033 - 729$;
i) $2352 + 7130 - (3125 + 1729)$;
j) $152351 - (52435 + 25615) + 351430$;
k) $42320 + 21535 - 60000 + 1250 - 350$;
l) $1253421 + 1130400 - (531021 + 70305)$;
m) $203422 - 157111 - 20312 + 625129$.

6* Calculați:

- a) $a - [b + (c - d)]$, pentru $a = 7525$, $b = 3201$, $c = 259$ și $d = 148$;
- b) $a - [b - (c + d)]$, pentru $a = 2589$, $b = 7235$, $c = 5201$ și $d = 1625$;
- c) $(a - c) - (b + d)$, pentru $a = 4303$, $b = 1201$, $c = 1254$ și $d = 459$;
- d) $(a + b) - (c - d)$, pentru $a = 129$, $b = 1325$, $c = 7591$ și $d = 6952$;
- e) $(b - c) + a - (c - d)$, pentru $a = 1729$, $b = 325$, $c = 300$ și $d = 289$.

7* Calculați, ținând cont de paranteze:

- a) $1225 - (302 + 101)$;
- b) $2739 - (605 - 205)$;
- c) $859 + 725 - (209 + 525)$;
- d) $132752 - (75801 + 25302)$;
- e) $450 - [380 - (281 + 75)]$;
- f) $614 - [725 - (387 + 250)]$;
- g) $25 + [(310 - 211) - (21 + 35)]$;
- h) $725 + \{[25 + (72 - 52) - 28]\}$;
- i) $1903 - (801 + 255) - (251 - 73)$;
- j) $371 + (253 - 161) - [127 - (379 - 355)]$;
- k) $1250000 - [3251725 - (1312433 + 1315212)]$;
- l) $725339 - [612435 - (913522 - 725141)]$;
- m) $235221 + (252455 - 193717) - 240000$.

8* Rezolvați ecuațiile:

- a) $x + 25 = 72$;
- b) $63 - x = 21$;
- c) $125 + x = 715$;
- d) $x - 1203 = 1751$;
- e) $240 + x + 135 = 452$;
- f) $525 - 400 - x = 25$;
- g) $x + (243 + 125) = 799$;
- h) $x - (243 + 125) = 799$;
- i) $215 - (x + 12) = 170$;
- j) $123 - (x - 30) = 61$;
- k) $123 - (30 + x) = 61$;
- l) $8501 - (120 + x) - 155 = 6502$.

9* Determinați numărul:

- a) cu 35 mai mic decât 751;
- b) cu 71 mai mare decât 253;
- c) cu 25 mai mare decât cel mai mare număr de trei cifre;
- d) cu 17 mai mic decât cel mai mare număr de trei cifre distințe;
- e) cu 81 mai mare decât cel mai mic număr par de 3 cifre distințe;
- f) cu 372 mai mare decât cel mai mare număr impar de 2 cifre distințe;
- g) cu 25 mai mic decât cel mai mic număr de 3 cifre.

10* Aflați un număr știind că:

- a) dacă adunăm 175 la el obținem 352;
- b) dacă scădem 175 din el obținem 352;
- c) dacă îl mărim cu 725 obținem 2013;
- d) dacă îl micșorăm cu 2153 obținem 3729;
- e) dacă îl scădem din 159 obținem 89;
- f) dacă îl adunăm la 729 obținem 1253.

- 11* Ana are economisiți 432 lei, primește de la părinți încă 150 lei, iar de la bunici 200 lei. Câți lei îi rămân, dacă cheltuieste 325 lei?
- 12* Într-un depozit sunt 72500 kg de cereale. Din el se scot în trei zile cantitățile 375 kg, 821 kg, respectiv 1200 kg. Ce cantitate a rămas în depozit?
- 13* Diferența a două numere este 72953, iar cel mai mare dintre ele este 103251. Calculați diferența dintre numărul mic și 25132.
- 14* Se consideră numărul 2513. Calculați cu cât crește acest număr dacă i se adaugă un zero:
a) după cifra 3;
b) între 2 și 5;
c) între 5 și 1.
- 15* Suma numerelor a și b este 500, iar diferența dintre numerele c și b este 200. Cât este suma numerelor a și c ?
- 16* Într-un autobuz s-au urcat într-o stație 12 călători și au coborât 15. Câți călători au fost în autobuz înainte de oprire, dacă după oprire sunt 28 de călători?
- 17* La o fabrică de conserve au fost aduse 3500 kg de fructe și au fost apoi prelucrate 4200 kg de fructe, rămânând în depozitul fabricii încă 1320 kg. Câte kilograme de fructe erau la început în depozit?
- 18* Determinați soluțiile naturale ale inecuațiilor:
a) $x + 3 \leq 7$; g) $185 - 139 \geq x + 40$;
b) $x + 5 < 8$; h) $75 + 25 \geq x + 40 + 52$;
c) $199 + x \leq 203$; i) $125 - 94 \geq x + 20 + 5$;
d) $x - 25 \leq 27$; j) $728 - 600 + x \leq 353 + 421 - 640$;
e) $32 - x > 28$; k) $x - 72 \geq 53 + 150 - 200$;
f) $17 - x \geq 14$; l) $53 - x \geq 129 - 29 - 50$.
- 19** Determinați numerele naturale care verifică inegalitățile:
a) $11 \leq x + 3 \leq 17$; g) $23 < x - 11 < 30$;
b) $5 \leq x - 1 \leq 9$; h) $35 \leq x + 2 < 40$;
c) $102 \leq x + 50 \leq 110$; i) $45 \leq x - 3 \leq 50$;
d) $32 < x - 11 \leq 35$; j) $129 < x + 90 \leq 135$;
e) $18 \leq x + 11 < 22$; k) $2525 \leq x + 500 < 2530$;
f) $75 < x + 25 < 80$; l) $1250311 < x + 1250302 < 1250319$.
- 20** Determinați numerele naturale care verifică relațiile:
a) $x + 7 \leq 35$ și $x \geq 23$;
b) $210 + x < 1210$ și $x > 997$;
c) $17 + x \geq 25$ și $x + 5 \leq 15$;
d) $(310 - x) - 55 \geq 235$ și $x - 5 > 7$;
e) $x + 251 + 72 \geq 353$ și $425 - 392 \geq x$;
f) $152 + x - 102 \geq 20 + 40$ și $4535 + 1251 + x < 5780 + 20$;
g) $121425 - 22411 + x > 100000$ și $432 + 251 \geq x - 305$;
h) $30213 - 15200 + x < 19213$ și $x - 123 + 1521 > 5593$.

2.3. Înmulțirea și împărțirea numerelor naturale

- Fiind date numerele naturale a și b există și este unic numărul natural c , numit produsul numerelor a și b .
Notăm $a \cdot b = c$;
 a, b – factorii produsului.
- Înmulțirea numerelor este comutativă: $a \cdot b = b \cdot a$;
- Înmulțirea numerelor este asociativă: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$;
- Numărul natural 1 este element neutru față de înmulțire:
 $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$;
- Înmulțirea este distributivă față de adunare și scădere:
 $a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$ (regula factorului comun)
- Dacă un factor este nul, atunci și produsul este nul:
 $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$
- Dacă produsul este nul, atunci cel puțin unul dintre factori este nul:
 $a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0$ sau $b = 0$
- Teorema împărțirii cu rest: Oricare ar fi numerele naturale a și b , $b \neq 0$, există numerele naturale c și r , unic determinate, astfel încât $a = b \cdot c + r$, $0 \leq r < b$
 a – deîmpărțit;
 b – împărțitor;
 c – cât;
 r – rest.
- Împărțirea la zero nu are sens;
- Pentru orice $b \neq 0$, avem $0 \cdot b = 0$;
- Împărțirea nu este comutativă, nici asociativă;
- Ordinea efectuării operațiilor:
 - Adunarea și scăderea sunt operații de ordinul I, iar înmulțirea și împărțirea sunt operații de ordinul al II-lea;
 - Într-un exercițiu cu operații de același ordin se efectuează operațiile în ordinea scrierii lor;
 - Într-un exercițiu cu operații de ordine diferite se efectuează întâi operațiile de ordin mai mare.

Exemplul 1. Într-o cutie sunt 12 pungi cu bomboane, fiecare pungă are 25 de bomboane.

Dacă avem 5 astfel de cutii, câte bomboane sunt în total? Calculați în două moduri.

R: Metoda I: numărul total al pungilor: $5 \cdot 12 = 60$.

Numărul total al bomboanelor $60 \cdot 25 = 1500$

Metoda II: numărul bomboanelor dintr-o cutie $25 \cdot 12 = 300$

Numărul total al bomboanelor $300 \cdot 5 = 1500$

Observație: $(5 \cdot 12) \cdot 25 = 5 \cdot (12 \cdot 25)$. Egalitatea este dată de proprietatea de asociativitate a înmulțirii.

Exemplul 2. Calculați folosind factorul comun: $2014 \cdot 35 + 64 \cdot 2014 + 2014$.

R: Factorul comun este 2014, iar ultimul termen al sumei poate fi scris ca $2014 \cdot 1$.
 $2014(35 + 64 + 1) = 2014 \cdot 100 = 201400$.

Exemplul 3. Arătați că: $1 + 2 + 3 + \dots + n = n \cdot (n + 1) : 2$.

R: $S = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n$

$S = n + (n - 1) + (n - 2) + \dots + 2 + 1$

Prin adunare, obținem: $2S = \underbrace{(n + 1) + (n + 1) + \dots + (n + 1)}_{\text{de } n \text{ ori}}$, deci

$2S = n \cdot (n + 1) \Rightarrow S = n \cdot (n + 1) : 2$

APLICAȚII

1* Calculați oral:

- | | | |
|----------------------|--------------------------|-------------------|
| a) $25 \cdot 10$; | f) $70 : 10$; | k) $25 \cdot 2$; |
| b) $151 \cdot 100$; | g) $2500 : 10$; | l) $25 \cdot 4$; |
| c) $7 \cdot 1000$; | h) $1700 : 100$; | m) $25 \cdot 8$; |
| d) $45 \cdot 100$; | i) $20000 : 1000$; | n) $50 \cdot 2$; |
| e) $3 \cdot 10000$; | j) $3000000 : 1000000$; | o) $50 \cdot 4$. |

2* Efectuați:

- | | | |
|--------------------|---------------------|-----------------------|
| a) $35 \cdot 5$; | f) $121 \cdot 25$; | k) $33 \cdot 29$; |
| b) $21 \cdot 3$; | g) $48 \cdot 13$; | l) $4021 \cdot 15$; |
| c) $42 \cdot 2$; | h) $51 \cdot 32$; | m) $1001 \cdot 205$; |
| d) $175 \cdot 7$; | i) $352 \cdot 16$; | n) $3021 \cdot 453$; |
| e) $39 \cdot 8$; | j) $425 \cdot 12$; | o) $3093 \cdot 71$. |

3* Calculați folosind proprietățile înmulțirii:

- | | |
|----------------------------|------------------------------------|
| a) $5 \cdot 27 \cdot 2$; | e) $12 \cdot 5 \cdot 4$; |
| b) $47 \cdot 25 \cdot 4$; | f) $48 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 50$; |
| c) $2 \cdot 5 \cdot 321$; | g) $4 \cdot 250 \cdot 13$; |
| d) $8 \cdot 14 \cdot 5$; | h) $37 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ |

4* Calculați folosind factorul comun:

- | |
|------------------------------------|
| a) $7 \cdot 39 + 3 \cdot 39$; |
| b) $53 \cdot 240 + 53 \cdot 760$; |
| c) $13 \cdot 215 - 13 \cdot 200$; |

- d) $12 \cdot 625 - 525 \cdot 12$;
e) $83 \cdot 25 - 64 \cdot 25 + 25 \cdot 81$;
f) $72 \cdot 13 - 72 \cdot 5 + 72 \cdot 12$;
g) $120 \cdot 3501 + 3501 \cdot 20 - 3501 \cdot 40$;
h) $31 \cdot 73 - 31 \cdot 3 + 31 \cdot 29 + 31$.

5* Dați factor comun:

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| a) $3x + 3y$; | i) $8m - 4n - 20p$; |
| b) $5a + 5b + 10c$; | j) $6a + 6 - 36b$; |
| c) $2a + 4b + 6c$; | k) $30ab + 10a$; |
| d) $15 + 5a + 5b$; | l) $15abc + 25ac$; |
| e) $32x + 16i + 16$; | m) $35ab - 14bc$; |
| f) $7a - 7b$; | n) $21abc + 14ab + 7b$; |
| g) $25a - 5b + 5c$; | o) $xyz - xy - xz$; |
| h) $20x + 10y - 30z$; | p) $4a + 8ab - 16ac$. |

6* Rezolvați următoarele probleme:

- a) Dacă $a + b = 15$ și $c = 3$, calculați $ac + bc$;
b) Dacă $a - b = 27$ și $c = 30$, calculați $ca - cb$;
c) Dacă $xy + xz = 126$ și $x = 5$, calculați $y + z$;
d) Dacă $xy - xz = 625$ și $x = 5$, calculați $y - z$;
e) Dacă $mn + mp = 450$ și $n + p = 10$, calculați m ;
f) Dacă $nm - pm = 320$ și $n - p = 16$, calculați m .

7* Dacă $a + b = 4$ și $c = 5$, calculați:

- a) $5a + 3c + 5b$;
b) $10a - 2c + 10b$;
c) $(4a + c + 4b) \cdot [3c - (2a + 2b)]$.

8* Dacă $a - 2b = 5$, să se afle x din relațiile:

- a) $x + 2a - 4b = 15$;
b) $25a + x - 50b = 200$;
c) $4a - 8b - x = 10$;
d) $x + 15 + 3a - 6b = 30$.

9** Să se afle perechile de numere naturale (x, y) știind că:

- a) $x \cdot y = 5$;
b) $(x + 1) \cdot y = 4$;
c) $(x + 1) \cdot (y - 1) = 7$;
d) $xy + x = 3$;
e) $xy - x = 5$;
f) $2xy + 6y = 8$;
g) $(x + 2) \cdot (y - 3) = 12$.

- 10**** Fie a, b, c numere naturale cu proprietatea $a + b = 15$, $b + c = 13$ și $a + c = 14$. Calculați:
- a) $3a + 3b + 3c$;
 - b) $5a + 5b + 5c$;
 - c) a, b, c .

11** Calculați sumele:

- a) $2 + 4 + 6 + \dots + 98 + 100$;
- b) $3 + 6 + 9 + \dots + 180$;
- c) $4 + 8 + 12 + \dots + 360$;
- d) $5 + 10 + 15 + \dots + 625$;
- e) $1 + 3 + 5 + \dots + 201$;
- f) $1 + 4 + 7 + \dots + 301$;
- g) $2 + 7 + 12 + \dots + 177$;
- h) $3 + 7 + 11 + \dots + 199$.

12* Calculați:

- | | | |
|-----------------|------------------|------------------|
| a) $32 : 8$; | h) $50 : 25$; | o) $1113 : 21$; |
| b) $125 : 5$; | i) $75 : 25$; | p) $266 : 14$; |
| c) $624 : 4$; | j) $54 : 18$; | q) $3888 : 54$; |
| d) $1002 : 2$; | k) $918 : 27$; | r) $2520 : 72$; |
| e) $123 : 3$; | l) $1440 : 32$; | s) $1092 : 12$; |
| f) $82 : 41$; | m) $255 : 17$; | t) $1675 : 25$. |
| g) $36 : 18$; | n) $1134 : 14$; | |

13* Calculați:

- | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|
| a) $242 : 121$; | g) $11983 : 521$; | m) $4437 : 261$; |
| b) $1810 : 362$; | h) $5625 : 375$; | n) $98115 : 155$; |
| c) $1824 : 456$; | i) $2500 : 250$; | o) $4747 : 101$; |
| d) $477 : 159$; | j) $52000 : 260$; | p) $36400 : 112$; |
| e) $2453 : 223$; | k) $19000 : 19$; | q) $7140 : 35$; |
| f) $3972 : 331$; | l) $42000 : 600$; | r) $353028 : 52$. |

14* Determinați numărul:

- a) de 15 ori mai mare decât 752;
- b) de 15 ori mai mic decât 270;
- c) de 12 ori mai mare decât cel mai mic număr natural de trei cifre distințe;
- d) de 25 ori mai mic decât cel mai mic număr natural de trei cifre;
- e) de 13 ori mai mare decât suma numerelor 725 și 103;
- f) de 21 ori mai mare decât diferența numerelor 1235 și 939;
- g) de 7 ori mai mic decât suma numerelor 1351 și 2569;
- h) de 30 ori mai mic decât diferența numerelor 2620 și 2560;

- i) de 25 ori mai mare decât produsul numerelor 73 și 12;
- j) de 14 ori mai mic decât produsul numelor 49 și 20;
- k) de 10 ori mai mare decât cîtul numerelor 725 și 25;
- l) de 11 ori mai mic decât cîtul numerelor 847 și 7.

15* Determinați cîtul și restul împărțirilor, efectuând apoi proba:

- | | | |
|---------------|------------------|------------------|
| a) 253 : 15; | j) 4035 : 25; | s) 402077 : 150; |
| b) 721 : 18; | k) 1021 : 20; | t) 7211 : 13; |
| c) 425 : 14; | l) 15151 : 101; | u) 60201 : 25 |
| d) 323 : 16; | m) 1025 : 21; | v) 40351 : 100; |
| e) 732 : 11; | n) 35421 : 121; | w) 10251 : 200; |
| f) 1035 : 12; | o) 4759 : 35; | x) 1729453 : 12; |
| g) 901 : 32; | p) 16259 : 85; | y) 2172453 : 11. |
| h) 325 : 10; | q) 702051 : 205; | |
| i) 275 : 16; | r) 25102 : 15; | |

16* Aflați numerele naturale care:

- a) împărțite la 3 dau cîtul 15 și restul 1;
- b) împărțite la 3 dau cîtul 15;
- c) împărțite la 5 dau cîtul 12 și restul 2;
- d) împărțite la 5 dau cîtul 12.

17* Aflați cel mai mic și cel mai mare număr natural care:

- a) împărțit la 28 dă cîtul 7;
- b) împărțit la 35 dă cîtul 12;
- c) împărțit la 13 dă cîtul 15;
- d) are trei cifre și împărțit la 56 dă restul 15;
- e) are trei cifre și împărțit la 60 dă restul 15.

18* Calculați suma tuturor numerelor care:

- a) împărțite la 5 dau cîtul 35;
- b) împărțite la 12 dau cîtul 8;
- c) împărțite la 4 dau cîtul 15;
- d) împărțite la 7 dau cîtul 12 și restul mai mare sau egal cu 4;
- e) împărțite la 10 dau cîtul 9 și restul mai mic decât 7.

19** Aflați:

- a) Câte numere naturale mai mici decât 600, împărțite la 35 dau restul 12?
- b) Câte numere naturale cuprinse între 220 și 430 împărțite la 21 dau restul 9?
- c) Câte numere naturale cuprinse între 90 și 248 împărțite la 17 dau restul 10?
- d) Câte numere naturale cuprinse între 235 și 2305 dau restul 5 la împărțirea cu 23?

20* Calculați:

- a) $320 : 16 + 2 \cdot 15$;
- b) $(25 - 7 \cdot 3) : 4$;

- c) $125 + 13 \cdot 11$;
d) $52 + 65 : 5$;
e) $86 - 120 : 4$;
f) $342 : 18 + 6 \cdot 3 - 37$;
g) $1092 : 14 - 2 \cdot 39$;
h) $80 \cdot 13 : 10 - 4 \cdot 22$;
i) $(700 + 35) : 15 + (225 - 81) : 12$;
j) $(270 + 57 \cdot 10) : 14 - 85 : 17$;
k) $85 - (36 + 2 \cdot 17) : 14$;
l) $1305 : 29 - 21 \cdot (36 : 6 - 4)$;
m) $25 \cdot 14 - (72 : 9 + 15 \cdot 3) : 53 \cdot 350$;
n) $31 \cdot (256 : 14 - 0 : 72) - 3 \cdot 41$;
o) $225 : (18 + 49 : 7) - 368 : 46$;
p) $184 \cdot (448 - 16 \cdot 28) + 7 \cdot (83 - 2 \cdot 19)$;
q) $[46 + 2 \cdot (48 - 3 \cdot 15)] \cdot [72 - 2 \cdot (5 \cdot 6 - 7)]$;
r) $250 + 21 \cdot 20 - [4 \cdot 3 \cdot 7 + 4 \cdot (15 + 9 - 14)]$;
s) $1231 - 3 \cdot [5027 - 7 \cdot (5 \cdot 128 + 7 \cdot 11) + 75 : 15]$;
t) $429 + [21 + 2 \cdot (529 - 8 \cdot 48) - 12 \cdot 2] \cdot 10 - 25$;
u) $625 : 25 + 10 \cdot [84 : 6 + 225 : 15 \cdot (5 \cdot 6 - 7 \cdot 4)]$;
v) $[43 : (3 \cdot 7 + 2 \cdot 11) + 999] : 100$.

21* Calculați:

- a) $(608 : 16 - 270 : 30) \cdot 2 - 19 \cdot 3$;
b) $2583 : [2 + 5(72 : 9 + 121 : 11) - 7 \cdot 8]$;
c) $[(205 : 5 + 13 \cdot 5) : 2 - 2 \cdot 25] : 3 + 1$;
d) $25 - [300 : 10 + 2(725 : 5 - 29 \cdot 5) - 4 \cdot 5]$;
e) $3 \cdot [35 + 16 \cdot (230 - 19 \cdot 12)] - [14 \cdot 3 + 82 \cdot 3 - 4 \cdot (2 + 4 \cdot 5)]$;
f) $[302 + 19 \cdot (68 - 8 \cdot 6)] : 2 - 2 \cdot 17 \cdot 10$;
g) $25 \cdot 13 + 325 : [178 - 17 \cdot (27 \cdot 7 - 18 \cdot 10)]$.

22** Calculați:

- a) $1734 - \{214 \cdot 2 + 2[196 \cdot 4 - 39 \cdot 3 - 896 : (420 \cdot 14 - 419 \cdot 14)]\}$;
b) $\{(7 \cdot 3 - 5) + 2 \cdot 6\} : 7 + 210 : 35 : 10 + 9$;
c) $[265 - (50 : 25 + 2) \cdot 65] \cdot 2 - (100 : 25 + 5)$;
d) $[(450 - 20 \cdot 15) \cdot 16 + 2800 + 8 \cdot 9] : 659 - 84 : 7 : 3$;
e) $[(300 : 15 - 82 : 41) : 6 + (3 + 3 \cdot 3) \cdot 5] : 9 + 3$;
f) $110 : \{75 : 15 + 50 + 7 \cdot [(1 + 90 : 30) : 2 - 2]\}$.

23** Verificați dacă au loc egalitățile:

- a) $5 + 5 \cdot \{5 + 5 \cdot [5 + 5 \cdot (5 + 5 \cdot 5)]\} = 3905$;
b) $6000 - [2400 : (67 + 53) + 21 \cdot (2 + 3 \cdot 50)] : 4 = 220$;
c) $15 + 10 \cdot [325 + 10 \cdot (24 + 24 : 4)] = 6265$;
d) $[(15 \cdot 2 - 5) \cdot 7 + 25] : 4 - 1600 : 32 = 0$;
e) $12 \cdot [2 + 5 \cdot (384 : 4 - 36 : 6) - 12 \cdot 5 \cdot 3] - 3000 = 254$;
f) $35 + [72 : 8 + 144 : 12 - 3 \cdot (156 : 4 - 4 \cdot 9)] : 4 = 39$.

24* Determinați soluțiile naturale ale ecuațiilor:

- | | |
|------------------|-------------------------|
| a) $2x = 10$; | i) $x \cdot 72 = 0$; |
| b) $3x = 27$; | j) $25 : x = 1$; |
| c) $15x = 30$; | k) $576 : x = 3$; |
| d) $20x = 100$; | l) $480 : x = 10$; |
| e) $14x = 196$; | m) $205 : x = 41$; |
| f) $21x = 105$; | n) $x : 25 = 31$; |
| g) $12x = 180$; | o) $62 \cdot x = 868$; |
| h) $125x = 0$; | p) $x \cdot 71 = 781$. |

25* Rezolvați ecuațiile:

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| a) $5x + 2 = 22$; | i) $20x - 5 = 35$; |
| b) $3x - 1 = 170$; | j) $30x + 15 = 375$; |
| c) $19 + 7x = 89$; | k) $12x - 125 = 139$; |
| d) $15x + 3 = 378$; | l) $453 + 6x = 531$; |
| e) $4x - 15 = 69$; | m) $1251 + 101x = 2160$; |
| f) $2x - 17 = 13$; | n) $431x - 2031 = 8744$; |
| g) $3x - 13 = 17$; | o) $221x + 721 = 2931$. |
| h) $14x - 5 = 79$; | |

26* Rezolvați ecuațiile:

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| a) $72 - 2x = 36$; | e) $228 = 4x + 28$; |
| b) $81 - 3x = 27$; | f) $35 = 37 - 2x$; |
| c) $3 - 15x = 3$; | g) $10 = 5x - 20$; |
| d) $51 = 35x - 19$; | h) $1000 = 100x - 2500$. |

27* Rezolvați ecuațiile:

- | | |
|----------------------------------|--------------------------------------|
| a) $2(x + 1) = 18$; | g) $(x + 2) : 5 = 2$; |
| b) $3(x - 1) + 1 = 4$; | h) $12 \cdot (3 - x) = 0$; |
| c) $7(x + 2) - 5 = 44$; | i) $(25 - x) \cdot 3 = 60 + 6$; |
| d) $10 - 3(x - 1) = 4$; | j) $3 \cdot (x + 125) = 253 + 647$; |
| e) $16 + 24 = 2(2x - 4) + 12$; | k) $10 \cdot (x + 7) - 23 = 177$; |
| f) $4 \cdot (2x + 1) - 3 = 81$; | l) $(621 - x) \cdot 5 = 495$. |

28** Rezolvați ecuațiile:

- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| a) $5x - 10 = 3x$; | h) $20 - 2x = 3x - 5$; |
| b) $3x + 50 = 5x$; | i) $15x + 1 = 5x + 101$; |
| c) $2x - 5 = x + 1$; | j) $13 + 2x = 16 - x$; |
| d) $7x + 4 = 3x + 8$; | k) $452 + 3x = 640 + 2x$; |
| e) $13x - 2 = 3x + 18$; | l) $2x + 152 = 3x + 99$; |
| f) $x + 12 = 7x - 6$; | m) $145 - x = x - 41$; |
| g) $15 - x = 4x$; | n) $9251 + 3x = 9676 - 2x$. |

29** Rezolvați ecuațiile:

- a) $3(x+1) + 7 = 2(x+1) + 12;$
- b) $5 + 2(2x+1) = 5(x-1);$
- c) $5(x+3) + 2 = 3(x+9);$
- d) $6(3x+1) + 4 = 2(10x+1) + 4;$
- e) $25 \cdot (x+1) + 3 = 24x + 35;$
- f) $121 + 6 \cdot (x+2) = 4(x+2) + 139;$
- g) $(x+1) \cdot 10 + 1 = 9 \cdot (x+2);$
- h) $12(2x+3) = 3(7x+1) + 39.$

30* Determinați soluțiile naturale ale inecuațiilor:

- a) $5x \leq 10;$
- b) $3x < 9;$
- c) $7x + 1 \leq 50;$
- d) $25x + 2 \leq 27;$
- e) $12x - 4 \leq 20;$
- f) $10x + 1 \geq 21;$
- g) $7x - 5 > 44;$
- h) $10 - 2x < 8.$

31** Determinați soluțiile naturale ale inecuațiilor:

- a) $3(2x-1) \leq 9;$
- b) $7x + 8 \leq 4x + 23;$
- c) $3x + 2 > 2x + 8;$
- d) $15x + 5 > 10x + 25;$
- e) $2x + 11 > 5x + 2;$
- f) $4(x+1) + 2 \leq 2(x+5);$
- g) $(2x+3) \cdot 2 - 1 \leq 3(x+1) + 7;$
- h) $8x - 1 \geq 3x + 29.$

32* Determinați un număr natural știind că:

- a) înmulțindu-l cu 5 și apoi adăugând 40 la rezultat, se obține 60;
- b) împărțindu-l la 3 și apoi scăzând 2 din rezultat, se obține 7;
- c) scăzând 15 din triplul său se obține 45;
- d) adunând 12 la dublul său se obține 100;
- e) scăzând 18 din jumătatea sa se obține 1;
- f) adunând sfertul său cu 10, se obține 20;
- g) diferența dintre dublul său și 1 este de 5 ori mai mare decât 17;
- h) suma dintre triplul său și 1 este de 2 ori mai mare decât 8;
- i) diferența dintre triplul său și 1, înmulțită cu 23, dă 391;
- j) triplul sumei dintre număr și 8 este jumătate din 108.

33** Determinați un număr natural știind că:

- a) adunând 10 la triplul său, se obține același rezultat ca atunci când îl adunăm cu 14;
- b) scăzând 5 din dublul său, se obține același rezultat ca atunci când îl adunăm cu 5;
- c) înmulțind cu 3 suma sa cu 10, se obține același rezultat ca atunci când adunăm 50 la dublul său;
- d) jumătate din diferența dintre el și 7 este egală cu 10;

- e) înmulțind cu 5 diferența dintre el și 2, se obține același rezultat ca atunci când mărim cu 2 dublul său.

34* Suma a două numere este 36, iar diferența lor este 8. Aflați numerele.

35* Aflați două numere naturale știind că:

- a) unul este cu 10 mai mare decât celălalt, iar suma lor este 30;
- b) unul este de 3 ori mai mare decât celălalt, iar diferența lor este 100;
- c) unul este un sfert din celălalt, iar suma lor este 175;
- d) unul este de 5 ori mai mic decât celălalt, iar diferența lor este 64;
- e) suma lor este 40, iar suma dintre dublul primului număr și al doilea număr este 65;
- f) diferența lor este 25, iar suma dintre al doilea număr și triplul primului număr este 375.

36** Aflați trei numere naturale știind că:

- a) primul este dublul celui de-al II-lea, al II-lea este dublul celui de-al III-lea, iar suma lor este 84;
- b) primul este cu 19 mai mare decât al II-lea, al II-lea este cu 57 mai mare decât al III-lea, iar suma lor este 394;
- c) al II-lea este cu 2 mai mare decât primul și de 2 ori mai mic decât al III-lea, iar suma lor este 66;
- d) primul este de 7 ori mai mic decât al II-lea, al II-lea este cu 123 mai mic decât al III-lea, iar suma lor este 1623;
- e) suma primelor două numere este 40, suma dintre primul și al treilea număr este 65, iar suma celor trei numere este 90;
- f) primul număr este un sfert din al doilea număr și jumătate din al treilea număr, iar al doilea număr este cu 30 mai mare decât al treilea număr.

37** Aflați două numere naturale știind că:

- a) împărțind pe unul la celălalt obținem câtul 5 și restul 4, iar suma lor este 34;
- b) împărțind pe unul la celălalt obținem câtul 10 și restul 3, iar suma lor este 69;
- c) împărțind pe unul la celălalt obținem câtul 15 și restul 6, iar diferența lor este 286;
- d) împărțind pe unul la celălalt obținem câtul 12 și restul 10, iar diferența lor este 131.

38** Aflați trei numere naturale știind că:

- a) împărțind primul număr la al doilea obținem câtul 5 și restul 3, împărțind al II-lea număr la al III-lea obținem câtul 2 și restul 1, iar suma celor trei numere este 269;
- b) primul număr este de 5 ori mai mare decât al doilea, împărțind al treilea număr la al doilea obținem câtul 6 și restul 10, iar suma celor trei numere este 190;

- c) primul număr este cu 5 mai mare decât triplul celui de-al doilea număr, al doilea număr este cu 6 mai mare decât dublul celui de-al treilea, iar suma celor trei numere este 731;
- d) primul număr este de 5 ori mai mic decât al doilea număr, ultimul număr împărțit la primul dă cîtul 6 și restul 2, iar diferența dintre al treilea și al doilea număr este 64.

39 Suma a două numere este 321. Aflați cele două numere știind că, împărțindu-le la 3, se obțin câturi a căror diferență este 52.

40 Patru persoane au împreună 278 lei. Dacă prima persoană ar mai primi de la fiecare din celelalte câte 1 leu, atunci sumele lor ar fi patru numere consecutive. Ce sumă de bani are fiecare persoană?

41 Fie sirul de numere 3,8,13, 18,

- a) Completați sirul cu încă 5 numere;
- b) Determinați numărul de pe poziția 100;
- c) Aflați suma primilor 50 de termeni ai sirului.

42 Fie sirul de numere 0,1,1,2,2,3,3,4,4,.....

- a) Ce număr este pe poziția 2015 în sir? Justificați.
- b) Calculați suma primelor 100 de numere din sir.

43 Într-o cofetărie sunt 15 mese. La unele pot sta 6 persoane, la altele numai 4. Dacă în cofetărie pot fi așezate 76 de persoane, câte mese de 6 persoane sunt?

44 Suma a trei numere naturale este 72. Determinați numerele știind că dacă micșoram cu 1 jumătatea primului număr, cu 2 jumătatea celui de-al doilea număr și cu 3 jumătatea celui de-al treilea număr, obținem numere consecutive, ordonate crescător.

45 Doi frați și tatăl lor au împreună 47 de ani. Vârsta tatălui este un număr natural format din două cifre, iar vîrstele fiilor sunt prima, respectiv a doua cifră a vîrstei tatălui. Arătați că cei doi fi nu sunt gemeni și apoi aflați vîrstele tatălui și fiilor.

46 Fie numărul $A = 30300300030000\dots$

- a) Dacă cifra 3 apare de 2014 ori în A și 3 este ultima cifră a lui A, de câte ori apare cifra 0?
- b) De câte ori apare cifra 0 în scrierea lui A, dacă A are 60 de cifre?

Test 1

I. Completați cu rezultatul final:

- 1) Rezultatul calculului: $(306 + 534) : 14 - 85 : 17 + 945 : 21$ este
- 2) Cel mai mic număr natural de forma $\overline{a3b2}$ cu suma cifrelor 9 este
- 3) Cel mai mare număr natural x care verifică relația: $6x + 2 \leq 302$ este
- 4) Soluția ecuației: $4(x + 1) - 2 = 26$ este
- 5) Numărul care împărțit la 25 dă câtul 7 și restul 11 este

II. Scrieți rezolvările complete:

- 1) Calculați:
 - a) $6432 : 2 : 12 - 1748 : 2 : 23 + 407 \cdot 2 \cdot 3$;
 - b) $\{15 \cdot 13 + 10 [27 + 10 \cdot (407 + 2405 : 65)] - 4400 \cdot 10\} : 5$.
- 2) Calculați suma tuturor numerelor care împărțite la 5 dau câtul 6.
- 3) Un biciclist parcurge în prima zi 105 km, în a doua zi parcurge cu 30 km mai puțin decât în prima zi, iar în a treia zi parcurge cu 20 km mai puțin decât în primele două zile la un loc. Calculați distanța totală parcursă.
- 4) Într-o clasă sunt de 2 ori mai mulți băieți decât fete. Dacă ar mai pleca 5 băieți și ar veni 5 fete, atunci numărul băieților ar fi egal cu numărul fetelor. Câți băieți și câte fete sunt în clasă?

Punctaj: 10 p – din oficiu

I – fiecare exercițiu 5 p $\Rightarrow 25$ p
II – 1 – 20 p; 2 – 10 p; 3 – 15 p; 4 – 20 p.

Test 2

I. Completați cu rezultatul final:

- 1) Dintre numerele $a = 6 \cdot [3 + 3 \cdot (4 + 4 \cdot 225)]$ și $b = 10 \cdot [40 \cdot 40 + (5 + 2) \cdot 4]$ mai mic este
- 2) Pe axa numerelor se consideră $A(2)$, $B(6)$ și $C(10)$. Suma $OA + OB + OC =$
- 3) Numărul de 12 ori mai mic decât suma numerelor 60 și $9 \cdot (14 + 6)$ este
- 4) Din dublul unui număr scădem 16 și obținem 18. Numărul este
- 5) Câte numere naturale nenule verifică relația: $3 \cdot (2x + 1) - 1 < 32$?
R:

II. Scrieți rezolvările complete:

- 1) Verificați dacă are loc inegalitatea: $[420 - 3(103 - 345 : 15) : 12] - 5 \cdot 75 < 25$.
- 2) a) Determinați un număr natural știind că adunând 20 la triplul său, se obține același rezultat ca atunci când îl adunăm cu 60.
b) Determinați restul împărțirii lui $x = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50 + 27$ la 15.
- 3) Aflați x știind că: $(1 + 2 + 3 + \dots + 100) : x = 101$.
- 4) Aflați 4 numere naturale consecutive știind că împărțind suma lor la 5 obținem câtul 8 și restul 2.

Punctaj: 10 p – din oficiu

I – fiecare exercițiu 5 p $\Rightarrow 25$ p

II – 1 – 15 p; 2 – 20 p; 3 – 15 p; 4 – 15 p.

Test 3

- 1) Calculați:
 - a) $\{[3 \cdot 5 \cdot 25 - (14 + 6 \cdot 4)] - 5 \cdot 43\} : 2 + 15$;
 - b) $3 \cdot \{477 : 9 + 2 \cdot [10 + 5 \cdot (306 : 17 - 288 : 18)]\} - 79$.
- 2) Aflați termenul necunoscut:
 - a) $2 \cdot (x + 1) + 1 = x + 15$;
 - b) $7x - 2 \geq 4x + 10$.
- 3) Suma a patru numere este 340. Aflați numerele știind că suma primelor 3 numere este 300, suma ultimelor 3 este 260, iar al doilea număr este de 4 ori mai mare decât al treilea.
- 4) Suma a trei numere naturale este 654. Să se afle numerele știind că împărțind al doilea număr la primul se obține câtul 11 și restul 10, iar al treilea împărțit la primul dă câtul 25 și restul 15.
- 5) Câte numere naturale de trei cifre împărțite la 23 dau restul 1?
- 6) Fie a și b două numere naturale nenule. Aflați restul împărțirii lui $x = 15a + 9b + 20$ la 3.
- 7) Fie a , b și c numere naturale pentru care $a + b = 120$ și $b + c = 230$.
Calculați:
 - a) $a + 2b + c$;
 - b) $5a + 8b + 3c$.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 15 p; 2 – 15 p; 3 – 15 p; 4 – 15 p; 5 – 5 p; 6 – 10 p; 7 – 15 p.

2.4. Ridicarea la putere a unui număr natural

- Fiind date numerele naturale a și n , $n \neq 0$, puterea a n -a a numărului a este

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factori}}$$

a^n se citește "a la puterea n "

Dacă $n = 0$, atunci $a^0 = 1$.

Pentru a^n , a se numește bază, iar n exponent.

Nu are sens 0^0 .

- Reguli de calcul cu puteri:

Pentru orice numere naturale a, m, n, b cu $a, b \neq 0$, au loc relațiile:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n};$$

$$a^m : a^n = a^{m-n};$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n};$$

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m;$$

$$(a : b)^m = a^m : b^m.$$

- Compararea puterilor:

$$a^m = a^n, a \neq 0 \text{ și } a \neq 1 \Rightarrow m = n;$$

$$a^m = b^m, m \neq 0 \Rightarrow a = b;$$

$$a^m > b^m, a, b \neq 0 \text{ și } a, b \neq 1 \Rightarrow a > b;$$

$$a^m > a^n, a \neq 0 \text{ și } a \neq 1 \Rightarrow m > n.$$

- Operația de ridicare la putere este operație de ordin trei.

Exemplul 1. Demonstrați regula de calcul pentru înmulțirea puterilor cu aceeași bază:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

R: $a^n \cdot a^m = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{\text{de } n \text{ ori}} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{\text{de } m \text{ ori}},$ conform definiției.

Pe baza asociativității, putem elimina parantezele și obținem

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_{\text{de } n+m \text{ ori}} = a^{n+m}.$$

Exemplul 2. Calculați produsul: $P = 2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^{100}$

R: $2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^{100} = 2^{1+2+3+\dots+100}$

Dar $1+2+3+\dots+100 = 100(100+1)/2 = 50 \cdot 101 = 5050.$ Prin urmare, $P = 2^{5050}$

Exemplul 3. Calculați ultima cifră a puterii 3^{601} .

R: Știm că $3^1 = 3; 3^2 = 9; 3^3 = 27; 3^4 = 81; 3^5 = 243$.

Se observă că ultima cifră se repetă din 4 în 4.

$601 : 4 = 150$, rest 1.

Cum restul este 1, ultima cifră a lui 3^{601} este 3.

APLICAȚII

1* Precizați baza și exponentul următoarelor puteri: $2^5, 4^3, 7^2, 5, 10^4$.

2* Scrieți sub formă de puteri:

- a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$;
- b) $5 \cdot 5 \cdot 5$;
- c) $10 \cdot 10$;
- d) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$.

3* Calculați puterile: $2^4, 2^5, 3^2, 4^3, 5^2, 10^3, 7^2, 1^{100}, 25^0, 35^2, 6^3, 15^2, 5^4$.

4* Scrieți ca putere: 25, 8, 64, 49, 1000, 32, 144, 81, 3600.

5* Efectuați:

- | | |
|------------------------|------------------------|
| a) $2^2 + 3^2$; | g) $15^2 - 14^2$; |
| b) $3^4 - 2^4$; | h) $2^2 + 2^3 + 2^4$; |
| c) $5^3 + 5^2$; | i) $4^3 - 3^3 + 5$; |
| d) $4 + 15^1 + 25^2$; | j) $6^3 - 5^3 - 4^3$; |
| e) $100^0 + 45^0$; | k) $3^2 + 4^2 - 5^2$; |
| f) $13^2 + 1^{100}$; | l) $2011^0 + 2011^1$. |

6* Scrieți ca putere:

- | | |
|--|---|
| a) $2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^5$; | g) $8^{10} \cdot 8^{10} \cdot 8^{10}$; |
| b) $5^3 \cdot 5^4 \cdot 5$; | h) $10 \cdot 10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^4$; |
| c) $3^{15} \cdot 3^{20}$; | i) $3 \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^5$; |
| d) $6^{21} \cdot 6^{10} \cdot 6^{10}$; | j) $11^2 \cdot 11^5 \cdot 11 \cdot 11^2$; |
| e) $7^5 \cdot 7^3 \cdot 7^4 \cdot 7^1$; | k) $5^2 \cdot 5 \cdot 5^2 \cdot 5 \cdot 5^2$; |
| f) $4^4 \cdot 4^3 \cdot 4$; | l) $2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \dots 2^{10}$. |

7* Calculați:

- | | |
|------------------------------|-------------------------------------|
| a) $3^7 : 3^2$; | g) $15^{15} : 15^{13}$; |
| b) $5^9 : 5^4 : 5^3$; | h) $x^{30} : x^{20}$; |
| c) $2^{10} : 2^8$; | i) $5^{40} : 5^{20} : 5^{18}$; |
| d) $6^{15} : 6^{14}$; | j) $3^{19} : 3^{10} : 3^7$; |
| e) $16^4 : 16^4$; | k) $a^{100} : a^{90} : a^{10}$; |
| f) $7^{25} : 7^{20} : 7^3$; | l) $n^{2015} : n^{2000} : n^{10}$. |

8* Calculați:

a) $(3^2)^4$;
b) $(2^3)^4$;
c) $(5^5)^2$;
d) $(2^5)^2$;

e) $[(7^2)^3]^4$;
f) $[(10^2)^3]^0$;
g) $[(x^2)^5]^6$;
h) $[(a^4)^2]^2$;
i) 5^{2^3} ;
j) $(5^2)^3$;
k) 2^{2^5} ;
l) $(2^2)^5$.

9* Calculați:

a) $(3^2 \cdot 3^5) : 3^4$;
b) $(2^2)^3 : 2^4$;
c) $(3^5 : 3^3)^2$;
d) $(5 \cdot 5^2 \cdot 5^3)^4 : (5^{10})^2$;
e) $(7^6 : 7^4)^9 : (7^3)^6$;
f) $(10^2 \cdot 10^3)^2 : (10^5)^2$;

g) $(4^5 : 4^2)^3 : (4^3)^2$;
h) $5 \cdot (5^4 : 5^3)^2$;
i) $(2^9 \cdot 2^3)^2 : (2^3)^8$;
j) $7 \cdot (7^3 \cdot 7^2)^4 : (7^4)^5$;
k) $11^{50} : (11^4 \cdot 11^6)^5$;
l) $3^{25} : (3^2)^{10} : 3^4$.

10* Calculați:

a) $2^{15} : 8^4$;
b) $4^{10} : 16^5$;
c) $3^{104} : 9^{51}$;
d) $9^3 \cdot 27^2 : 81^3$;
e) $16^{15} : 32^{12}$;
f) $64^5 : 32^5$;

g) $25^{72} : 125^{48}$;
h) $625^{20} : (5^2 \cdot 5^3)^{16}$;
i) $49^3 : (7^2 \cdot 7)^2$;
j) $100^2 \cdot 10^3 : 1000^2$;
k) $125^{15} : (625^2 \cdot 5^3)^4$;
l) $27^3 \cdot 9^2 \cdot (3^5)^{10} : (3^{21})^3$.

11* Scrieți ca produs de puteri cu același exponent: $10^5, 6^7, 18^{10}, 14^5, 35^8, 15^{20}$.

12* Scrieți ca o singură putere:

a) $2^9 \cdot 3^9$;
b) $5^3 \cdot 3^3$;
c) $6^{10} \cdot 7^{10}$;
d) $4^4 \cdot 9^4$;
e) $a^x \cdot b^x \cdot c^x$;
f) $7^5 \cdot 2^5 \cdot 3^5$;

g) $2^{10} \cdot 5^{10} \cdot 3^{10}$;
h) $2^3 \cdot a^3 \cdot b^3$;
i) $4^2 \cdot 3^4 \cdot 5^4$;
j) $9^3 \cdot 7^6 \cdot 8^2$;
k) $49^2 \cdot 81 \cdot 5^4$;
l) $x^{10} \cdot y^5 \cdot z^{15}$.

13** Calculați, folosind factorul comun:

a) $2^3 + 2^4 + 2^5$;
b) $3^6 + 3^5 - 11 \cdot 3^4$;
c) $5^5 + 5^4 - 30 \cdot 5^3$;
d) $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} + 2^{n+3}$;
e) $2^{n+5} - 2^{n+4} - 2^{n+3}$;
f) $3^n \cdot 5^{n+2} + 3^{n+2} \cdot 5^n - 3^{n+1} \cdot 5^{n+1}$;
g) $12^{n+1} + 3^n \cdot 4^{n+1} - 3^{n+2} \cdot 4^n$;
h) $3^{n+3} \cdot 4^n + 3^{n+1} \cdot 4^{n+2} - 3^{n+2} \cdot 4^{n+1}$.

14** Calculați, ținând cont de ordinea operațiilor:

- a) $10 - 9 \cdot [16 - (2 \cdot 3 + 3^2 - 2^3)]$;
- b) $(5 - 5 \cdot 5 + 5^5; 5^5 - 5) \cdot 5^5$;
- c) $9 + 2^2 \cdot (3^2; 9 - 1); 2^3 + 100^0$;
- d) $10 + 3^3 \cdot 2^{-5} \cdot (2^4; 8 - 2)^2 + 5 \cdot 2^2$;
- e) $3^2 + [2^3; 2 - 2^{17}; (2^2)^8]; 2$;
- f) $(3^3)^4; 9^5 - (4^3 \cdot 2^5); 2^{10}$;
- g) $[(2^5)^6 + 25^4 - 13^2]; [8^{10} + 625^2 - 169]$;
- h) $3^{105}; (5^{221}; 5^{220} - 2)^{45}; 27^{20}$;
- i) $4^3; 2^2 - 18^0 \cdot [5^{10}; 5^9 - 6^2 \cdot (7^{15}; 7^{13} - 7^2)]$;
- j) $25^0 + 37; [2 \cdot 3^4 - 5 \cdot (2^7; 2^4 - 3^2; 3)^2]$;
- k) $7^3; \{7^4; 7^3; [7^5; 7^4; 7; (7^{10}; 7^9 - 6^7; 6^6)]\}$;
- l) $[9^2 + 2 \cdot (5^3 - 7 \cdot 2^4)] \cdot (2 \cdot 5)^2 - 2^3 \cdot 15^2$;
- m) $5^9; 25^4 + \{16 \cdot 4^5; 8^3 - 3 \cdot [(2^5 \cdot 3)^4 - 2^{20} \cdot 81]\}$;
- n) $1 + [19 - 9 \cdot (5^3)^7; (5^7)^3]^{10}; 1000^3$;
- o) $3 \cdot (2^5 + 2^4 - 2^3) + [25^{10} - (5^5)^4]; (3^{100} - 2^{100})$;
- p) $2 \cdot 3^2 - 81^{10}; 27^5; [5^3 - 5 \cdot (4^2 - 11)^2 + 3^5]^5$;
- q) $125^5; 25^7 + 3 \cdot [16^3 \cdot 4^2; 8^5 + (7^5 \cdot 3^4)^{10}; (7^2)^{25}; 9^{20}]$.

15** Se dă numerele:

$$x = 3^7 \cdot 9^2; [2^2 - (27 \cdot 5 + 10^{10})^0]^{10};$$

$$y = 5^{10}; 5^8; 5 - 3^{100}; 9^{50} - 2^{50^0};$$

- a) Calculați x și y ;
- b) Calculați $(x - y)^{2000}$;
- c) Comparați $(x + y)^{2000}$ cu 2^{4000} .

16** Comparați numerele x și y :

- a) $x = 2^3, y = 2^7$;
- b) $x = 3^7, y = 3^4$;
- c) $x = 5^{25}, y = (5^5)^5$;
- d) $x = 8^4, y = 32^2$;
- e) $x = 5^7, y = 6^7$;
- f) $x = 10^{100}, y = 15^{100}$;
- g) $x = 4^{15}, y = 3 \cdot 4^{14}$;
- h) $x = 9^4 \cdot 27^3, y = 3^5 \cdot 81^2$;
- i) $x = 3^2 \cdot 3^3, y = (3^2)^2$;
- j) $x = (2 \cdot 5)^4 \cdot 10, y = (10^2)^3$;
- k) $x = (5^7; 5^3)^4, y = 25^8$;
- l) $x = (2^3; 2)^6, y = (2^4)^3$.

17** Comparați numerele a și b :

- a) $a = 2^5, b = 5^2$;
- b) $a = 2^{14}, b = 3^7$;
- c) $a = 2^{15}, b = 5^6$;
- d) $a = 2^{12}, b = 3^8$;
- e) $a = 3^9, b = 5^6$;
- f) $a = 2^{30}, b = 3^{20}$;
- g) $a = 3^{51}, b = 2^{102}$;
- h) $a = 3^{22}, b = 2^{33}$.

18** Ordonați crescător numerele:

- a) $5^{300}; 3^{400}; 8^{200}$;
- b) $2^{60}; 3^{45}; 5^{30}$;
- c) $32^{25}; 4^{62}; 64^{21}$.

19** Determinați ultima cifră a numărului:

- | | | |
|-----------------|-----------------|--|
| a) 2^{100} ; | e) 6^{1000} ; | i) 9^{203} ; |
| b) 3^{2000} ; | f) 2^{42} ; | j) $3 \cdot 2^{35} + 5 \cdot 7^{100}$; |
| c) 4^{101} ; | g) 7^{45} ; | k) $4 \cdot 23^{25} + 2 \cdot 5^{100}$. |
| d) 5^{35} ; | h) 8^{1223} ; | |

20** Stabiliți dacă următoarele numere sunt pătrate perfecte:

- | | | |
|-----------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| a) 9^{15} ; | f) $4^5 \cdot 49^{11}$; | k) $3^{45} - 3^{44} - 3^{43}$; |
| b) 4^7 ; | g) $3^6 + 3^7$; | l) $2^{55} - 2^{54} - 2^{53}$; |
| c) 64^{25} ; | h) $5^7 + 4 \cdot 5^6$; | m) $5^{21} - 5^{20}$. |
| d) 25^{2001} ; | i) $3^5 + 3^6 - 8 \cdot 3^4$; | |
| e) $16^{35} \cdot 9^{25}$; | j) $2^{11} + 2^{12}$; | |

21** Arătați că următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:

- a) 28^{1999} ;
- b) $10n + 2$;
- c) $10n + 7$;
- d) $2 + 4 + 6 + \dots + 2n$;
- e) $5n + 2$.

22** Arătați că pentru orice valoare a cifrelor a, b, c numerele următoare nu sunt pătrate perfecte:

- a) $\overline{a2} + \overline{b5}$;
- b) $\overline{a1} + \overline{b2} + \overline{c5}$;
- c) $\overline{a9} + \overline{b5} + \overline{c4}$.

23** Arătați că numărul a este pătrat perfect:

- a) $a = (1 + 2 + 3 + \dots + 99) \cdot 2 + 100$;
- b) $a = 1 + 2 + 3 + \dots + 50 - 25 \cdot 50$;
- c) $a = 3 + 6 + 9 + \dots + 75 - 75$.

24** Aflați soluțiile naturale ale ecuațiilor:

- | | |
|------------------------------|-------------------------------------|
| a) $x^2 = 25$; | f) $2^x = 16$; |
| b) $2 \cdot x^2 = 8$; | g) $3^{x+1} = 27$; |
| c) $2 \cdot x^2 + 1 = 201$; | h) $5^{x-1} - 1 = 24$; |
| d) $x^2 + 3 = 12$; | i) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+3} = 22$; |
| e) $3x^2 - 1 = 74$; | j) $3^{x+2} + 3^{x+1} - 3^x = 99$. |

25*** Calculați:

- a) $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$;
- b) $2 \cdot (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{49})$;
- c) $4 \cdot (1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{100})$;
- d) $5 \cdot (6 + 6^2 + 6^3 + \dots + 6^{1000})$.

26*** Arătați că:

- a) $2 \cdot (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{99}) < 3^{100}$;
- b) $3 \cdot (1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{2013}) < 4^{2014}$.

27*** Să se arate că x și y sunt egale, unde:

- a) $x = 3 \cdot (1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{50})$ și $y = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{101}$;
- b) $x = 8 \cdot (1 + 9 + 9^2 + \dots + 9^{100})$ și $y = 2 \cdot (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{201})$.

28 Aflați ultimele trei cifre ale numărului:

$$n = 7^{37} - 7^{36} + 7^{35} - 7^{34} + \dots + 7^3 - 7^2 + 7^1 - 7^0.$$

29 Un elev scrie numerele naturale în ordine, începând cu 1 și terminând cu $\overline{300p}$. Știind că $(p-1)^{2014} = 2015^0$, aflați câte cifre are numărul scris de elev.

30 a) Să se scrie numărul 3^{2014} ca sumă de trei numere consecutive.
b) Să se scrie 5^{2015} ca sumă de cinci numere consecutive.

31 Arătați că numărul $A + 2$ este pătrat perfect, unde
 $A = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2015}$.

32 Arătați că nu există numerele naturale a și b astfel încât $5a^2 + 3b^2 = 2013^{2016}$.

Test 1

1. Calculați:
 - a) suma pătratelor numerelor 3 și 13;
 - b) diferența cuburilor numerelor 5 și 2.
2. Comparați numerele x și y :
 - a) $x = (5^3 : 5)^6; y = (25 \cdot 5)^3$;
 - b) $x = 2^{155}; y = 3^{93}$.
3. Determinați ultima cifră a numărului n :
$$n = 125^{100} + 49^{81} + 37^{102}$$
4. Aflați x dacă $5^x + 5^{x+1} = 750$.
5. Să se arate că $6 \cdot 3^{10} + 3^{11}$ este cub perfect.
6. Calculați:
 - a) $(2^2 \cdot 3^2 - 5^2) : 11$;
 - b) $(3^3)^4 : 3^4 - 3^{2^3}$;
 - c) $[(2^5)^2 + 2^5 - 7^0] : [(2^2)^5 + 2^2 \cdot 2^3 - 3^8 : 3^8]$;
 - d) $[(2^8)^3 : 8 : (2^6 + 2^6) - 16^3 \cdot 4^5 : 2^8] : 2^{12} + 2$;
 - e) $9^{23} : [3^{44} + 3^{20} \cdot 27^8 + 3^{60} : 81^4] - 2^{20} : (2^{19} + 2^{19})$.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 10 p; 2 – 15 p; 3 – 15 p; 4 – 10 p; 5 – 10 p; 6 – 30 p

Test 2

1. a) Exponentul lui 2^7 este
- b) Baza puterii 4^2 este
2. Comparați:
 - a) $9^4 \cdot 27^3$ și $81^2 \cdot 3^5$;
 - b) 2^{45} și 3^{30} .

3. Aflați x : $(3x)^5 = 9^5 \cdot 3^2 \cdot 3^3$.
4. Determinați ultima cifră a numărului $n = 5^{130} + 2^{102} + 3 \cdot 7^{41}$.
5. Studiați dacă $3^7 + 3^6$ este pătrat perfect.
6. Efectuați:
 - a) $(2^3 + 2^2 \cdot 10) : 2^3$;
 - b) $5^{3^2} : (5^3)^2$;
 - c) $3^{40} : [3^{20} \cdot 3^{18} + (3^5 \cdot 3^{14})^2 + (4^{20} : 4^{19} - 1)^{38}]$;
 - d) $8^{33} : [4^{32} \cdot 2^{34} + (2^5 \cdot 2^{20})^5 : (16 \cdot 2^{23}) + (75 : 75 - 2^0) \cdot 32 \cdot 4]$;
 - e) $[(34)2 + 26 : 22 - 20] : [(32)4 - 42 - 30]$.

Punctaj: 10 p – din oficiu
 1 – 5 p; 2 – 10 p; 3 – 10 p; 4 – 10 p; 5 – 5 p; 6 – 50 p

Test 3

1. a) Scrieți ca putere: $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \cdot 2$;
 b) Scrieți pătratele perfecte cuprinse între 10 și 90.
2. Comparați numerele a și b:
 - a) $a = 5^{2^3}$; $b = (5^7 : 5^3)^4$;
 - b) $a = 315^0$; $b = 5^{100}$.
3. Aflați x din relația $(10^x)^5 \cdot 100 = (10^4)^8$.
4. Aflați ultima cifră a lui $n = 67^{38} + 92^{43}$. Este n pătrat perfect?
5. Calculați:
 - a) $2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 + 10$;
 - b) $3^{61} : (3^4)^{15} + (5^2)^3 : 5^{2^0}$;
 - c) $7^2 : \{17^2 : 289 + 2 \cdot [(2^3 \cdot 3)^{15} : (2 \cdot 2^{43} \cdot 3^{15}) + 1^{100}]\}$;
 - d) $5^{140} : 25^{70} + 8^{32} : 16^{24} + 100^{25} : 10^{48} - 2^2 \cdot 5^2$;
 - e) $[3^{100} : 3^{10} + (9^5 \cdot 3^{14})^5 : 27^{10} + (4^{30} : 4^{29} - 1^{20})^{102} : 81^3] : (2^{10} : 2^9 + 1)^{90}$.

Punctaj: 10 p – din oficiu
 1 – 10 p; 2 – 10 p; 3 – 10 p; 4 – 10 p; 5 – 50 p

III

Mulțimi

- Mulțimea este o colecție de obiecte bine determinate și distințe, numite elementele mulțimii.
Notăm mulțimile cu litere mari: A, B, C, \dots
- Mulțimea numerelor naturale: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ sau \mathbb{N}_+ .
- Mulțimea numerelor naturale nenule: $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$.
- Mulțimea fără niciun element se numește mulțimea vidă, \emptyset .
- Numărul de elemente al unei mulțimi A se numește cardinalul mulțimii și se notează $\text{card } A$.
- Două mulțimi sunt egale dacă au exact aceleași elemente.
- Mulțimea A este inclusă în mulțimea B ($A \subset B$), dacă orice element al lui A este și element al lui B .
 $\emptyset \subset A;$
 $A \subset A;$
 $A = B \Leftrightarrow A \subset B \text{ și } B \subset A.$
- Operații cu mulțimi:
 1. Reuniunea $A \cup B = \{x / x \in A \text{ sau } x \in B\}$;
 2. Intersecția $A \cap B = \{x / x \in A \text{ și } x \in B\}$;
 3. Diferența $A \setminus B = A - B = \{x / x \in A \text{ și } x \notin B\}$.
- Dacă $A \cap B = \emptyset$, mulțimile se numesc disjuncte.
- $\text{card}(A \cup B) = \text{card } A + \text{card } B - \text{card}(A \cap B)$.

Exemplul 1. Este corect scrisă mulțimea: $A = \{1, 2, 3, 4^0, 2^2, 5, 4\}$? De ce?

R: Mulțimea A este de fapt $\{1, 2, 3, 1, 4, 5, 4\}$. Nu este scrisă corect, deoarece are elemente care se repetă.

Exemplul 2. Determinați mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x+1 \leq 7\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x \leq 32\}$ și

apoi calculați $A \cup B; A \cap B; A - B$ și $B - A$.

R: Pentru mulțimea A avem de rezolvat inecuația $2 \leq x+1 \leq 7 \mid -1 \Rightarrow 1 \leq x \leq 6$

$$\Rightarrow A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Elementele mulțimii B sunt soluțiile inecuației: $2^x \leq 32$, adică $2^x \leq 2^5 \Rightarrow x \leq 5$

$$\Rightarrow B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}; A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\};$$

$$A - B = \{6\} \text{ și } B - A = \{0\}$$

Exemplul 3. Arătați că mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este patrat perfect}\}$ și

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 5 \cdot n + 2, n \in \mathbb{N}\}$$
 sunt disjuncte.

R: Ultima cifră a elementelor din B este 2 sau 7, pentru că $u(5n) \in \{0, 5\}$. Deoarece nici un patrat perfect nu are ultima cifră 2 sau 7, rezultă că A și B nu au nici un element comun, deci sunt disjuncte.

APLICAȚII

- 1* Scrieți mulțimile formate din cifrele numerelor: 23; 454; 12234; 2300; 1003155.
- 2* Scrieți mulțimile formate din literele cuvintelor: *mulțime, carte, matematică, calculator*.
- 3* Scrieți mulțimea cifrelor pare și mulțimea cifrelor impare.
- 4* Să se scrie cu ajutorul simbolurilor matematice:
 - a) Elementul x aparține mulțimii A ;
 - b) Elementul y nu aparține mulțimii B ;
 - c) Mulțimea C îl conține pe 1;
 - d) Cardinalul mulțimii D este 5;
 - e) Mulțimea M este inclusă în mulțimea N ;
 - f) Mulțimea formată din elementele a și b este submulțime a mulțimii E.
 - g) Mulțimea E include mulțimea F ;
 - h) Mulțimea P nu este inclusă în mulțimea M ;
 - i) Elementul a nu aparține mulțimii vide;
 - j) Mulțimea vidă este inclusă în mulțimea A ;
 - k) Mulțimile C și D sunt egale.
- 5* Să se scrie în cel puțin 2 moduri diferite mulțimile:
 - a) Mulțimea numerelor pare cuprinse între 11 și 25;
 - b) Mulțimea zilelor săptămânii;
 - c) Mulțimea puterilor lui 2 mai mici decât 20;
 - d) Mulțimea elevilor din clasa ta;
 - e) Mulțimea materiilor din clasa a V-a;
 - f) Mulțimea numerelor de 2 cifre egale;

- g) Multimea resturilor posibile la împărțirea cu 5;
 h) Multimea băieților din clasă.
- 6* Fie A mulțimea literelor cuvântului “abecedar”.
- a) Scrieți multimea A cu ajutorul diagramei Venn-Euler;
- b) Stabiliti valoarea de adevăr a propozițiilor:
- | | |
|--------------------------------|-------|
| $P_1: a \in A$ | A – F |
| $P_2: b \notin A$ | A – F |
| $P_3: \{c, e\} \subset A$ | A – F |
| $P_4: \{e, f\} \subset A$ | A – F |
| $P_5: A \supset \{d, r\}$ | A – F |
| $P_6: \text{card}A = 6$ | A – F |
| $P_7: m \notin A$ | A – F |
| $P_8: A$ este mulțime infinită | A – F |
- 7* Fie $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Completați spațiile punctate cu unul dintre semnele: \in , \notin , \subset , \supset , $=$, \neq , pentru a obține propoziții adevărate:
- a) $2 \dots A$;
 b) $1 \dots A$;
 c) $5 \dots A$;
 d) $A \dots 4$;
 e) $\{1, 2\} \dots A$;
 f) $\{1, 2, 3\} \dots A$;
 g) $\{2\} \dots A$;
 h) $\{2, 5\} \dots A$;
 i) $A \dots \{1, 4\}$;
 j) $\{1, 2, 3, 4\} \dots A$.
- 8* Scrieți mulțimea, enumerând elementele:
- a) $A = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 3\}$;
 b) $B = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x \leq 7\}$;
 c) $C = \{x \in \mathbb{N} / x + 1 \leq 4\}$;
 d) $D = \{x \in \mathbb{N} / 3 \leq x - 2 \leq 8\}$;
 e) $E = \{x \in \mathbb{N} / 4 \leq x + 2 \leq 10\}$;
 f) $F = \{x \in \mathbb{N} / 2^x \leq 16\}$;
 g) $G = \{x \in \mathbb{N} / 3^x < 80\}$;
 h) $H = \{x \in \mathbb{N} / 5^x + 5^{x+1} \leq 150\}$;
 i) $I = \{x \in \mathbb{N} / x$ este patrat perfect și $x \leq 50\}$;
 j) $J = \{x \in \mathbb{N} / x$ este cub perfect și $x \leq 50\}$;

- k)** $K = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ este ultima cifră a unui patrat perfect}\}.$
- 9*** Pentru fiecare dintre mulțimile de la exercițiul 8 scrieți cardinalul său.
- 10*** Fie $A = \{x \in \mathbb{N}^* / x \leq 4\}$. Determinați mulțimile:
- A ;
 - $B = \{y \in \mathbb{N} / y = 2x + 1, x \in A\}$;
 - $C = \{z \in \mathbb{N} / z = 2^x, x \in A\}$;
 - $D = \{t \in \mathbb{N} / t = x^3, x \in A\}$;
 - $E = \{u \in \mathbb{N} / u = 3x - 1, x \in A\}$;
 - $F = \{v \in \mathbb{N} / v = x^2 - 1, x \in A\}$;
 - $G = \{w \in \mathbb{N} / w = 2x^2 + x, x \in A\}$.
- h)** Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor, ținând cont de mulțimile determinate la punctele anterioare:
- | | |
|----------------------------|---|
| $p_1 : 0 \notin A$ | $p_6 : 2^2 \notin A$; |
| $p_2 : 3 \notin B$ | $p_7 : 2^3 \in E$; |
| $p_3 : \{4, 8\} \subset C$ | $p_8 : \{1, 3, 5, 7\} \subset B$; |
| $p_4 : 10 \in E$ | $p_9 : A \text{ și } B \text{ sunt mulțimi disjuncte}$; |
| $p_5 : G \ni 21$ | $p_{10} : \text{Mulțimea } G \text{ are ca elemente numai multiplii ai lui } 3$. |
- 11*** Fie $A = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x \leq 6\}$. Determinați mulțimile:
- A ;
 - $B = \{b \in \mathbb{N} / b = x + 1, x \in A\}$;
 - $C = \{c \in \mathbb{N} / c = 2 \cdot b - 3, b \in B\}$;
 - $D = \{d \in \mathbb{N} / d = c^2 - 1, c \in C\}$;
 - $E = \{e \in \mathbb{N} / e = d - 20, d \in D\}$;
 - $F = \{f \in \mathbb{N} / f = e : 4, e \in E\}$;
 - $G = \{g \in \mathbb{N} / g = f : 2, f \in F\}$.
- 12*** Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:
- | | |
|---|-------|
| a) $\{0, 1, 2, 3\} = \{x \in \mathbb{N} / x < 4\}$ | A – F |
| b) $\{x \in \mathbb{N} / 4 - x \in \mathbb{N}\} = \{x \in \mathbb{N} / 2x - 3 < 5\}$ | A – F |
| c) $\{x \in \mathbb{N} / 2x - 3 \leq 9\} \subset \{y \in \mathbb{N} / 3y + 1 \leq 22\}$ | A – F |
| d) $\{x \in \mathbb{N} / 7 < x + 2 \leq 10\} \supset \{x \in \mathbb{N} / 60 \leq 2^x \leq 65\}$ | A – F |
| e) $\{x \in \mathbb{N} / x \leq 5\} = \{y \in \mathbb{N} / 10y + 7 \leq 9y + 12\}$ | A – F |
| f) $\{x \in \mathbb{N} / 10 \leq x + 5 \leq 19\} \subset \{y \in \mathbb{N} / 2y + 5 \geq 15\}$ | A – F |
| g) $\{x \in \mathbb{N} / 2^{x+1} + 2^x = 48\} \not\subset \{y \in \mathbb{N} / y \text{ este cifra pară}\}$ | A – F |
| h) $\{x \in \mathbb{N} / 3^{x+1} \leq 81\} = \{1, 2, 3\}$ | A – F |

13** Determinați $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$ pentru mulțimile:

- a) $A = \{a, b, c\}$; $B = \{b, c, d\}$;
- b) $A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{1, 2, 5, 6\}$;
- c) $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$; $B = \{1, 3, 5, 7\}$;
- d) $A = \{x \in \mathbb{N} / 5x - 1 \leq 24\}$; $B = \{x \in \mathbb{N}^* / 3x + 1 \leq 7\}$;
- e) $A = \{x \in \mathbb{N} / 7 \leq x + 5 < 15\}$; $B = \{x \in \mathbb{N} / 3 < 2x + 1 < 15\}$;
- f) $A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ pătrat perfect}, x < 70\}$; $B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ cub perfect}, x < 70\}$;
- g) $A = \{x \in \mathbb{N} / x = 2p + 1, p \in \mathbb{N}, p \leq 3\}$;
 $B = \{x \in \mathbb{N} / x = 3q - 2, q \in \mathbb{N}^*, q \leq 3\}$;
- h) $A = \{x \in \mathbb{N} / x = 2k, k \in \mathbb{N}, k < 4\}$;
 $B = \{y \in \mathbb{N} / y = x + 2, x \in A\}$;
- i) $A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ este rest posibil la împărțirea cu } 5\}$;
 $B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ este ultima cifră a unui pătrat perfect}\}$;
- j) $A = \{x \in \mathbb{N}^* / x < 6\}$, $B = \{y \in \mathbb{N} / y = x + 1, x \in A\}$;
- k) $A = \{x \in \mathbb{N} / 2x + 3 \leq 9\}$, $B = \{y \in \mathbb{N} / y = 2^{x-1}, x \in A\}$;
- l) $A = \{x \in \mathbb{N} / 3^x \leq 30\}$, $B = \{y \in \mathbb{N} / y = x + 2, x \in A\}$;
- m) $A = \{x \in \mathbb{N} / 21 \leq 2x - 1 \leq 33\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} / 85 \geq 6x - 5 > 19\}$.

14** Determinați $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$, specificând și cardinalul lor:

- a) $A = \{x, y, z, t\}$; $B = \{a, b, x, y\}$;
- b) $A = \{m, n, p\}$; $B = \{q, r\}$;
- c) $A = \{10, 20, 30, 40\}$; $B = \{2 \cdot 5; 3 \cdot 10; 2 \cdot 10; 2 \cdot 40\}$;
- d) $A = \{n \in \mathbb{N} / n \leq 7\}$; $B = \{n \in \mathbb{N}^* / n \text{ este cifră pară}\}$;
- e) $A = \{n \in \mathbb{N}^* / n = 2 \cdot p; p \in \mathbb{N}; p \leq 5\}$;
 $B = \{m \in \mathbb{N} / m = 3 \cdot q; q \in \mathbb{N}; q \leq 3\}$;
- f) $A = \{x \in \mathbb{N} / 5x - 1 \leq 14\}$; $B = \{y \in \mathbb{N}^* / y = x + 1, x \in A\}$;
- g) $A = \{x \in \mathbb{N} / 5^x \leq 125\}$; $B = \{y \in \mathbb{N} / 5 \leq 4^y \leq 64\}$.

15** Determinați mulțimea A știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

- a) 1. $A \cap \{2, 3, 4\} = \{3\}$;
2. $A \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
3. $\text{card}A = 3$.
- b) 1. $A \cap \{2, 4, 5\} = \emptyset$;
2. $A \subset \{1, 2, 3\}$; $\{1, 3\} \subset A$.
- c) 1. $A - \{1, 2\} = \{3, 4\}$;
2. $\text{card}A = 3$; suma elementelor lui A este 8.

16** Determinați mulțimile A și B știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

- a) 1. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$;
2. $A \cap B = \{1, 2\}$;
3. $A \setminus B = \{5\}$.

- b) 1. $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$;
 2. $A \cap B = \emptyset$;
 3. $A - B = \{a, b\}$.
- c) 1. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 2. $A \cap B = \{1, 2\}$;
 3. suma elementelor lui B este 10.
- d) 1. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$;
 2. $A \cap B = \{3, 5, 7\}$;
 3. $A - B = \{1, 2, 6\}$;
- e) 1. $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$;
 2. $A - \{a, b, c\} = \{d, e, f\}$;
 3. $\text{card}A = \text{card}B = 3$.

17** Fie A și B două mulțimi disjuncte cu câte 2 elemente fiecare.

- a) câte elemente are $A \cap B$?
 b) câte elemente are $A \cup B$?
 c) dacă A și B nu sunt disjuncte, care poate fi atunci $\text{card}(A \cup B)$, $\text{card}(A \cap B)$, respectiv $\text{card}(A - B)$?

18** Să se arate că mulțimile sunt disjuncte:

$$A = \{n^2 / n \in \mathbb{N}\}; B = \{5n + 2 / n \in \mathbb{N}\}.$$

19** Se consideră mulțimile $A = \{1, 2, 3, x^2\}$ și $B = \{2, y^2, 3, 4\}$. Aflați numerele naturale x și y pentru care $A \cup B = A \cap B$.

20** Se consideră mulțimea A cu 15 elemente și mulțimea B cu 10 elemente.

- a) Dacă $A \cup B$ are 20 de elemente, câte elemente are $A \cap B$?
 b) Dacă $A \cap B$ are 3 elemente, câte elemente are $A \cup B$?
 c) Dacă $A \cup B$ are 22 de elemente, câte elemente au $A - B$ și $B - A$?

21** Se consideră mulțimile:

$$\begin{aligned} A &= \{x \in \mathbb{N} / x - \text{cifră impară}\}; \\ B &= \{y \in \mathbb{N} / y = 2x + 1, x \in A\}; \\ C &= \{z \in \mathbb{N} / z = y - 2; y \in B\}. \end{aligned}$$

Determinați mulțimile:

- a) A, B, C ;
 b) $A \cup B \cup C$ și $A \cap B \cap C$;
 c) $A \cap B, A \cap C, B \cap C$;
 d) $(A \setminus B) \cup (C \setminus B)$;
 e) $(A \cup B) \cap C$;
 f) $A \cap (C - B)$;
 g) $C \setminus (A \cup B)$

22** Se consideră mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} / 2 \leq x \leq 4\}$; $B = \{y \in \mathbb{N}^* / y^2 \leq 4\}$; $C = \{z \in \mathbb{N} / z = x + y, x \in A, y \in B\}$. Determinați mulțimile:

- | | |
|--|--|
| a) $A, B, C;$ b) $A \cup B \cup C$ și $A \cap B \cap C;$ c) $(B \setminus A) \cup (C \setminus A);$ | d) $(B \cup C) \cap A;$ e) $(A \cup B) \cap C;$ |
|--|--|

23*** Se dau mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* / x < 6\}$; $B = \{x \in \mathbb{N} / 5 \leq x + 2 < 11\}$ și

$C = \{x, y, z\}$ unde:

$$\begin{aligned} x &= [(3^6 : 3^5 + 3^5 : 3^4) : 3]^{10} : 2^8; \\ y &= 2^{16} : 2^{15} + 5^{100} \cdot [(3^2)^6 - 27^4]; \\ z &= (7^5 : 7^5 \cdot 7^2)^3 : 49^3. \end{aligned}$$

Determinați mulțimile:

- | |
|--|
| a) $A, B, C;$ b) $A \cap B$ și $B \cap C;$ c) $C - A$ și $C - B;$ d) $A \cup B \cup C$ și $A \cap B \cap C;$ e) $(A - B) \cup (B - C).$ |
|--|

24*** Se dau mulțimile $A = \{x, y, z\}$; $B = \{a, b, c\}$ și $C = \{m, n\}$ unde:

$$\begin{aligned} x &= (5 \cdot 13 - 3^3) : 19 + 1; & b &= (5 \cdot 3)^{15} : (5^{14} \cdot 3^{15}); \\ y &= 2^3 + 15^0 + 1^{100} - 3^2; & c &= [(2^2)^3 - 7^2] : 15; \\ z &= (5^{20})^2 : (5^{10})^4 + 1; & m &= (2^4 \cdot 3 + 2 \cdot 5^2) : 7^2 - 20^0; \\ a &= (3^{12} \cdot 3^4) : (3^{24} : 3^9); & n &= [(2^6)^3 : 4^9 + 5^0]^2. \end{aligned}$$

Determinați mulțimile:

- | | |
|--|---|
| a) $A, B, C;$ b) $A \cup B \cup C$ și $A \cap B \cap C;$ c) $(A \cap B) \cup (B \cap C);$ | d) $A - B; B - C; C - A;$ e) $(A - C) \cap B.$ |
|--|---|

25*** Determinați mulțimile A, B, C știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

- | | |
|---|--|
| a) $A \cup B \cup C = \{a, b, c, d, e\};$ b) $A - B = \{c, d\};$ | c) $A - C = \{b, d\};$ d) $B - C = \{a, b\}.$ |
|---|--|

26*** Să se afle $x \in \mathbb{N}$, știind că au loc egalitățile:

- | |
|--|
| a) $\{2, x + 5, 12, 17\} = \{12, 2, 10, 17\};$ b) $\{1, 2, 3, x\} \cup \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\};$ c) $\{1, 2, 3, x\} \cap \{3, 4, 5\} = \{3, 5\};$ d) $\{1, 2, 3, x\} \setminus \{1, 3\} = \{2, 4\}.$ |
|--|

27*** Fie mulțimea $A = \{\overline{ab} / a$ este cifră pară; $b = a + 3\}$. Determinați mulțimea A și stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- | | |
|---|--|
| a) $47 \in A;$ b) $\{25, 81\} \subset A;$ c) $A \supset \{69, 25\};$ | d) $14 \notin A;$ e) $cardA = 4.$ |
|---|--|

28*** Fie mulțimea $A = \{\overline{xyz} / x \text{ este cifră impară}, y = x + 2, z = y - 5\}$.

Determinați mulțimea A și $\text{card } A$.

29*** Fie mulțimile $A = \{2x / x \in \mathbb{N}\}$; $B = \{3x / x \in \mathbb{N}\}$; $C = \{6x / x \in \mathbb{N}\}$.

- Stabiliți relații de incluziune între aceste mulțimi.
- Determinați mulțimile: $A \cap B$; $A \cup C$; $A \cap C$; $B \cap C$; $B \cup C$; $(A \cap C) \cap B$; $A \cap (C \cup B)$.

30*** Să se afle x pentru care:

- $x \in \mathbb{N}$ și $2x + 3 \in \{5, 7, 6, 9, 10\}$;
- $x \in \mathbb{N}$ și $5x - 1 \in \{9, 14, 19, 20, 21\}$;
- $x \in \mathbb{N}$ și $6x + 1 \in \{1, 13, 19, 28, 30\}$;
- $x \in \mathbb{N}$ și $4x - 2 \in \{30, 40, 50, 60, 70\}$;
- $x \in \mathbb{N}$ și $x^2 + 2 \in \{27, 38, 51, 66\}$;
- $x \in \mathbb{N}$ și $x^3 - 2 \in \{6, 123\}$.

31 a) Arătați că mulțimile $A = \{x | x = 3n - 19, n \in \mathbb{N}\}$ și

$B = \{y | y = 15 - 6m, m \in \mathbb{N}\}$ sunt disjuncte.

b) Determinați $A \cap B$ pentru $A = \{x | x = 3n + 1, n \in \mathbb{N}^*\}$ și
 $B = \{x | x = 99 - 4m, m \in \mathbb{N}\}$.

32 Se dă mulțimea $A = \{0, 2, 4, 6\}$. Determinați mulțimea B , cu trei elemente numere naturale consecutive, știind că dacă $x \in A$ și $2x \in A$, atunci $x \in B$.

33 Să se determine care mulțime are mai multe elemente:

$A = \{x \in \mathbb{N} | 2^{2014} < x \leq 2^{2015}\}$ sau $B = \{x \in \mathbb{N}^* | x \leq 3^{1007}\}$.

34 Fie mulțimile $A = \{2^n, 2^{n+1}, 2^{n+2}, 2^{n+3}\}$ și $B = \{16, 32, 64, 128\}$. Determinați în funcție de $n \in \mathbb{N}$ cardinalul mulțimii $A \cap B$.

35 Se consideră o mulțime de numere naturale A , care îndeplinește simultan următoarele condiții:

- $2 \in A$ și $3 \in A$
- dacă $x, y \in A \Rightarrow x \cdot y \in A$
- dacă $x \in A \Rightarrow 5x \in A$
- dacă $x \in A \Rightarrow x^2 \in A$
 - Arătați că $900 \in A$
 - Arătați că $2^{2015} \in A$
 - Arătați că $5400 \in A$.

Fișa nr. 3 **Mulțimi**

1. Completați spațiile punctate:

- a) $A \cup B = \{x / x \in A \dots x \in B\};$
- b) $A \cap B = \{x / x \in A \dots x \in B\};$
- c) $A - B = \{x / \dots\};$
- d) $A = B$ dacă și

2. Alegeți varianta corectă (o singură variantă este corectă).

Fie mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} / 4x - 1 \leq 15\}$; $B = \{x \in \mathbb{N} / 3x + 1 \geq 7\}$.

- a) Suma elementelor lui A este:
A. 0; B. 10; C. 6; D. 24.
- b) Produsul elementelor lui A este:
A. 0; B. 24; C. 6; D. 12.
- c) $A \cap B$ este:
A. \emptyset ; B. \mathbb{N} ; C. $\{2, 3, 4\}$; D. $\{3, 4\}$.
- d) Numărul de elemente al mulțimii $B - A$ este:
A. 1; B. 2; C. 3; D. infinit.

3. Alegeți “A” sau “F” în funcție de valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) Două mulțimi sunt disjuncte dacă sunt diferite; A – F
- b) Mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} / x^2 \leq 40\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} / 10x - 1 \leq 59\}$ sunt mulțimi egale; A – F
- c) Dacă $A \subset B$ și $B \subset C$, atunci $A \subset C$; A – F
- d) Dacă $A \cap B = A$, atunci $B \subset A$. A – F

4. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} / 12 + x \leq 25 \text{ și } 2x - 1 > 17\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} / 80 < x^2 < 130\}$.

- a) Determinați A , B , $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$, $B - A$;
- b) Determinați cardinalul mulțimilor de la punctul a.

5. Arătați că mulțimile $\{6n + 3 / n \in \mathbb{N}\}$ și $\{4p + 2 / p \in \mathbb{N}\}$ sunt mulțimi disjuncte.

Fișa nr. 4 Mulțimi

1. Completați spațiile punctate:

- a) Mulțimea care are cardinalul zero este
- b) Elementele mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} / 3 < 2x - 1 \leq 7\}$ sunt
- c) Suma elementelor mulțimii $B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ este ultima cifră a unui pătrat perfect}\}$ este
- d) Dacă $A \cap B = \{1, 2\}$, atunci mulțimile A și B pot fi de forma:
 $A = \{\dots\}$ și $B = \{\dots\}$;

2. Alegeți varianta corectă (o singură variantă este corectă).

Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} / 3 \leq 3(x-1) \leq 9\}$; $B = \{y \in \mathbb{N} / y = 2^{x-1}, x \in A\}$ și $C = \{z \in \mathbb{N} / z = y-1, y \in B\}$.

- a) Mulțimea $A \cap (B \cup C)$ este:
A. $\{3, 4\}$; B. $\{2, 3, 4\}$; C. $\{2, 4\}$; D. \emptyset ;
- b) Mulțimea $(A \cap B) \setminus C$ este:
A. $\{2, 4\}$; B. $\{1, 3, 7\}$; C. $\{2\}$; D. \emptyset ;
- c) Mulțimea $C - (B - A)$ este:
A. \emptyset ; B. $\{8\}$; C. $\{1, 3, 7\}$; D. $\{1, 7\}$;
- d) Mulțimea $(B \cup C) - A$ este:
A. $\{1, 7, 8\}$; B. $\{2, 3, 4\}$; C. $\{7, 8\}$; D. $\{1, 7\}$.

3. Alegeți "A" sau "F" în funcție de valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) Mulțimile $\{1, 4, 5, 6, 9\}$ și $\{n \in \mathbb{N} / n \text{ este ultima cifră a unui pătrat perfect}\}$ sunt mulțimi egale; A – F
- b) Mulțimea $\{0, 1, 2\}$ are 8 submulțimi; A – F
- c) Intersecția dintre $\{x \in \mathbb{N} / x \text{ este rest posibil la împărțirea cu } 4\}$ și $\{x \in \mathbb{N} / 2 \leq x \leq 7\}$ este mulțimea $\{2, 3, 4\}$; A – F
- d) Numărul submulțimilor cu 2 elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$ este 6. A – F

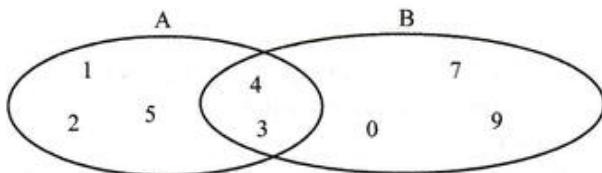
4. Determinați mulțimile A și B care îndeplinesc simultan condițiile:

- a) $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$;
- b) $A \cap B = \{c, d\}$;
- c) $b \notin A - B$;
- d) $\text{card } B < \text{card } A$.

5. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} / x = 2k - 1, k \in \mathbb{N}^*, k < 4\}$; $B = \{y \in \mathbb{N} / y = 2^{x-1}, x \in A\}$ și $C = \{z \in \mathbb{N} / z = 2^{x+1}; x \in A\}$. Determinați mulțimile A , B , C și $A \cap B \cap C$; $A \cup B \cup C$; $(B - A) \cap C$.

Test 1

- Mulțimea literelor cuvântului "aritmetică" are cardinalul
- Folosind diagrama de mai jos, completați spațiile punctate:



-
-
- a) $A \cup B = \dots$
b) $A \cap B = \dots$
c) $B \setminus A = \dots$
- Cardinalul mulțimii $\{x \in \mathbb{N} / 2x - 1 \leq 2013\}$ este
- Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* / x \text{ este cifră pară}\}$; $B = \{y \in \mathbb{N} / 3y + 1 < 10\}$ și $C = \{z \in \mathbb{N} / 3z^2 + 1 \leq 49\}$.
 - Determinați mulțimile A , B , C specificând și cardinalul lor.
 - Reprezentați cele trei mulțimi prin diagrame Venn-Euler și hașurați $A \cap B \cap C$.
- Determinați mulțimile care îndeplinesc simultan condițiile:
 - $A \cup B = \{x \in \mathbb{N} / 3 \leq x + 2 < 14\}$;
 - $A \cap B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ este număr impar, } x < 12\}$;
 - $A - B = \{x \in \mathbb{N} / 2x = 8 \text{ sau } x : 3 = 2\}$.
- Fie $A = \{a, b, c, d, e\}$
 - Scrieți submulțimile lui A care au cardinalul 4;
 - Scrieți 3 perechi de submulțimi ale lui A , cu cardinalul 2, disjuncte.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 5 p; 2 – 25 p; 3 – 10 p; 4 – 20 p; 5 – 15 p; 6 – 15 p

Test 2

- Se consideră mulțimile $A = \{a, b, c\}$; $B = \{b, c, d\}$; $C = \{c, d\}$; $D = \{a, b, c, e\}$. Determinați mulțimile:
 - $A \cup B = \dots$
 - $B \cap C = \dots$
 - $(A \cap D) - (B \cap C) = \dots$
 - $A \cap B \cap C \cap D = \dots$
 - $B - D = \dots$
 - $C - B = \dots$
- Scrieți relațiile de incluziune dintre mulțimile de la exercițiul 1.
- Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} / x < 3\}$; $B = \{y \in \mathbb{N} / y = 2^a + 2^b, a, b \in A; a \neq b\}$ și $C = \{z \in \mathbb{N} / z = y - 1; y \in B\}$.

- a) Determinați mulțimile A , B , C ;
 b) Stabiliți perechile de mulțimi disjuncte;
 c) Calculați $A \cup B \cup C$; $(A - C) \cup B$; $(B \cap C) \cup (A - C)$.
4. Aflați numerele x și y știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:
 a) $\{2, 4, 5\} \cap \{1, 2, x, 7\} = \{2, 5\}$;
 b) $\{2, 4, 5\} \subset \{x, y, 4, 10\}$.
5. În clasa a V-a sunt 28 de elevi. Dintre aceștia 20 au participat la concurs de matematică și 17 la concurs de limba română.
 a) Câți elevi au participat la ambele concursuri?
 b) Câți elevi au participat numai la concursul de matematică?
 c) Câți elevi au participat numai la concursul de limba română?
6. Se dă mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N} / 5x - 1 \geq 34 \text{ și } 7x + 1 < 92\}$. Determinați mulțimile: $B = \{x \in A / x \text{ este patrat perfect}\}$; $C = \{x \in A / 2x \text{ este patrat perfect sau } 2x + 1 \text{ este patrat perfect}\}$

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 20 p; 2 – 10 p; 3 – 15 p; 4 – 10 p; 5 – 15 p; 6 – 20 p

Test 3

1. Fie $A = \{1, 2, 3\}$ și $B = \{x^3 / x \in A\}$. Elementele mulțimii B sunt
2. Mulțimile $\{2, 3, 4, 5\}$ și $\{3, 4, x, x + 3\}$ sunt egale dacă $x = \dots$
3. Mulțimea $\{a, b, c\}$ are un număr de submulțimi.
4. Dacă $A \subset B$ cu $A = \{1, n, n^2, 50\}$ și $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 9, 16, 50\}$, atunci $n \in \{\dots\}$.
5. Se consideră mulțimile $A = \{a, b\}$; $B = \{x, y, z\}$ și $C = \{m, n\}$ unde:

$$\begin{aligned} a &= (2^3)^2 : 2^5 + 1; & z &= 4^{10} : 8^6 - 2^1; \\ b &= 5^{100} : (5^5)^{20} + 5^0; & m &= (2013 - 2^{10})^0; \\ x &= 2013^0 + 0^{2013}; & n &= (3^3 - 5^2)^2 - 2. \\ y &= (3^{15} \cdot 3^4) : (3^{20} : 9); \end{aligned}$$

 Determinați cele trei mulțimi, reuniunea lor, intersecția lor, precum și toate diferențele posibile dintre două mulțimi.
6. Andrei, Bogdan, Călin, Dan, Mihai, Tudor, Sergiu și George sunt colegi și fiecare dintre ei face parte din cel puțin una din echipele de fotbal și de baschet. Andrei și Dan sunt singurii care fac parte din ambele echipe, iar George e singurul care face parte numai din echipa de baschet. Scrieți care sunt participanții echipei de fotbal și cei ai echipei de baschet.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 5 p; 2 – 5 p; 3 – 5 p; 4 – 10 p; 5 – 50 p; 6 – 15 p

4.1. Divizor; multiplu

Un număr natural a este divizibil cu numărul natural b dacă există numărul natural c , astfel încât $a = b \cdot c$.

Notăm $a : b$ și citim “ a divizibil cu b ”.

Notăm $b | a$ și citim “ b divide pe a ”.

- Dacă $a : b$ (sau $b | a$), a se numește multiplu al lui b , iar b se numește divizor al lui a .
- Multimea divizorilor numărului natural n : D_n
- Multimea multiplilor numărului natural n : M_n

▪ Proprietăți:

- | | |
|---|--|
| 1. $a a$; 2. $a 0$ și $1 a$; 3. $a ab$ și $b ab$; 4. $\begin{cases} a b \\ b c \end{cases} \Rightarrow a c$; | 5. $\begin{cases} a b \\ b a \end{cases} \Rightarrow a = b$; 6. $\begin{cases} a b \\ a c \end{cases} \Rightarrow a b \pm c$; 7. $a b \Rightarrow a b \cdot c$ |
|---|--|

Exemplul 1. Scrieți multimea divizorilor comuni ai numerelor 12 și 18.

R: $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ și $D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$. Multimea cerută este $D_{12} \cap D_{18} = \{1, 2, 3, 6\}$.

Exemplul 2. Aflați multimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x + 3 | 15\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 2 | x + 10\}$.

R: $2x + 3 | 15 \Rightarrow 2x + 3 \in D_{15} \Rightarrow 2x + 3 \in \{1, 3, 5, 15\} \mid -3$

$2x \in \{0, 2, 12\} \mid :2 \Rightarrow A = \{0, 1, 6\}$

Pentru multimea B folosim proprietățile (1) și (6).

$$(I) \Rightarrow \begin{cases} x+2 | x+10 \\ x+2 | x+2 \end{cases} \stackrel{(6)}{\Rightarrow} x+2 | (x+10) - (x+2)$$

$$\Rightarrow x+2 | 8 \Rightarrow x+2 \in D_8$$

$$\Rightarrow x+2 \in \{1, 2, 4, 8\} \mid -2 \Rightarrow x \in \{0, 2, 6\}$$

Exemplul 3. Arătați că numărul $2^n + 2^{n+2} + 2^{n+4} + 2^{n+6}$ este divizibil cu 17, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

R: Numărul poate fi scris:

$$2^n + 2^n \cdot 2^2 + 2^n \cdot 2^4 + 2^n \cdot 2^6 = 2^n + 4 \cdot 2^n + 16 \cdot 2^n + 64 \cdot 2^n.$$

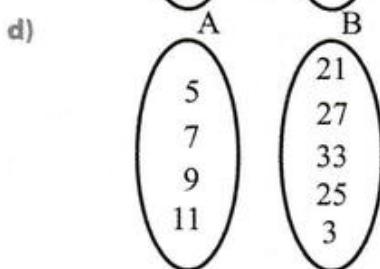
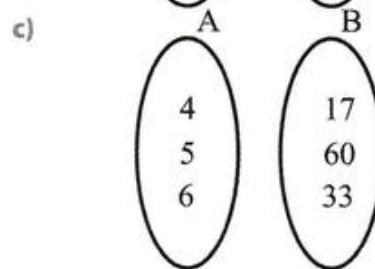
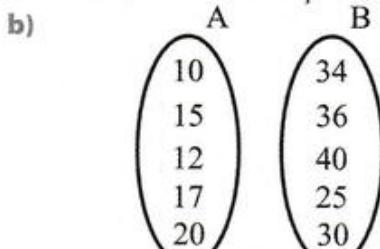
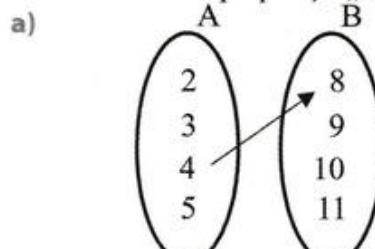
Dând factor comun, obținem: $2^n(1 + 4 + 16 + 64) = 2^n \cdot 85$. Cum $85 = 17 \cdot 5$, rezultă divizibilitatea cu 17.

APLICAȚII

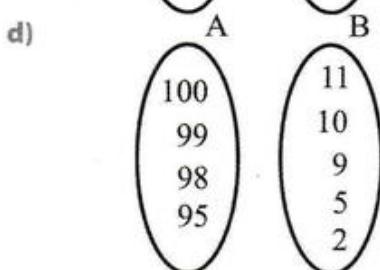
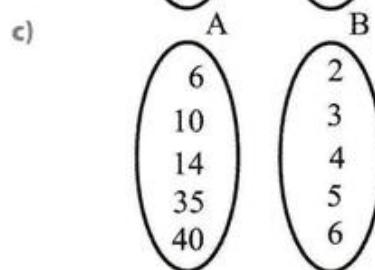
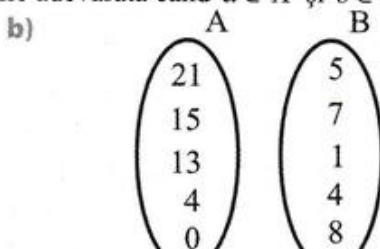
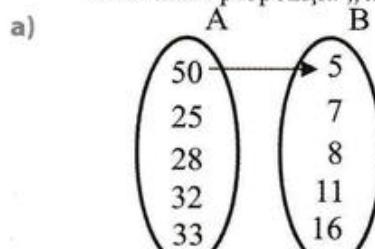
- 1* Determinați mulțimile: $D_{10}; D_{12}; D_{25}; D_{18}; D_{20}; D_{45}; D_{50}; D_{60}; D_{75}$.
- 2* Scrieți cinci elemente ale mulțimilor: $M_3, M_5, M_2, M_{10}, M_7, M_{15}, M_{20}, M_{25}, M_{100}$.
- 3* Determinați mulțimile:
 - a) $A = \{x \in D_{40} / x \leq 15\}$;
 - b) $B = \{x \in M_7 / 15 \leq x \leq 70\}$;
 - c) $C = \{x \in M_9 / x \leq 50\}$;
 - d) $D = \{x \in M_{11} / 25 < x < 80\}$;
 - e) $E = \{x \in M_{15} / 30 \leq x \leq 50\}$;
 - f) $F = \{x \in D_{100} / 10 < x < 100\}$;
 - g) $G = \{x \in M_5 / 20 \leq x \leq 50\}$;
 - h) $H = \{x \in D_{50} / x + 2 < 20\}$;
 - i) $I = \{x \in D_{36} / 15 \leq x + 5 \leq 35\}$
- 4* Scrieți corespunzător semnele “:” sau “|” între numerele:

| | |
|---------------|----------------|
| a) 5 și 10; | h) 25 și 5; |
| b) 10 și 2; | i) 16 și 8 |
| c) 7 și 35; | j) 4 și 32 |
| d) 0 și 15; | k) 10 și 100 |
| e) 100 și 25; | l) 1025 și 25 |
| f) 13 și 26; | m) 17 și 289 |
| g) 5 și 5; | n) 900 și 300. |

5* Uniți cu ajutorul săgeților elementele mulțimii A cu elementele mulțimii B, astfel încât propoziția „ $a \mid b$ ” să fie adevărată când $a \in A$ și $b \in B$.



6* Uniți cu ajutorul săgeților elementele mulțimii A cu elementele mulțimii B, astfel încât propoziția „ $a:b$ ” să fie adevărată când $a \in A$ și $b \in B$.



7* Scrieți multiplii naturali pentru:

- a) 5, mai mici decât 30;
- b) 7, mai mici decât 50;
- c) 10, mai mari decât 15 și mai mici decât 45;

- d) 6, mai mari decât 35 și mai mici decât 70;
e) 8, mai mari decât 25 scriși cu două cifre;
f) 25, scriși cu două cifre.
- 8* Scrieți cel mai mare multiplu pentru:
- a) 2, mai mic decât 15;
 - b) 3, mai mic decât 100;
 - c) 5, mai mic decât 36;
 - d) 10, mai mic decât 99;
 - e) 25, mai mic decât 80;
 - f) 30, mai mic decât 70.

9* Determinați mulțimile:

- a) $A = \{x \in \mathbb{N} / x : 20 \text{ și } x \leq 100\};$
- b) $B = \{x \in \mathbb{N} / x : 2, x : 3 \text{ și } x < 20\};$
- c) $C = \{x \in \mathbb{N} / 15 \mid x \text{ și } x < 40\};$
- d) $D = \{x \in \mathbb{N} / x : 7 \text{ și } x \mid 56\};$
- e) $E = \{x \in \mathbb{N} / x : 30 \text{ și } x \text{ are două cifre}\};$
- f) $F = \{x \in \mathbb{N} / x : 17 \text{ și } x \text{ are două cifre}\};$
- g) $G = \{x \in \mathbb{N} / x \in M_{50} \text{ și } x \in D_{200}\};$
- h) $H = \{x \in \mathbb{N} / 11 \mid x \text{ și } 79 < x < 200\};$
- i) $I = \{x \in \mathbb{N} / x : 52 \text{ și } 20 < x < 400\};$
- j) $J = \{x \in \mathbb{N} / x : 2 \text{ și } x : 3 \text{ și } x \leq 50\};$
- k) $K = \{x \in \mathbb{N} / x : 2 \text{ sau } x : 5 \text{ și } x \leq 20\};$
- l) $L = \{x \in \mathbb{N} / x : 3 \text{ sau } x : 5 \text{ și } 20 < x < 50\};$
- m) $M = \{x \in \mathbb{N} / x : 3 \text{ și } x \not\mid 6 \text{ și } x < 25\};$
- n) $N = \{x \in \mathbb{N} / x : 5 \text{ și } x \not\mid 10 \text{ și } x \leq 30\}.$

10* Determinați mulțimile:

- a) $A = \{x \in \mathbb{N} / (x + 1) \mid 5\};$
- b) $B = \{x \in \mathbb{N} / 10 : (x - 2)\};$
- c) $C = \{x \in \mathbb{N} / (x - 3) \mid 4\};$
- d) $D = \{x \in \mathbb{N} / (x + 3) \mid 15\};$
- e) $E = \{x \in \mathbb{N} / (2x + 1) \in D_{15}\};$
- f) $F = \{x \in \mathbb{N} / (2x - 1) \in D_{25}\};$
- g) $G = \{x \in \mathbb{N} / (3x - 1) \in D_{22}\};$

h) $H = \{x \in \mathbb{N} / (4x + 2) \in D_{14}\};$

i) $I = \{x \in \mathbb{N} / (2x + 1) \mid 50\};$

j) $J = \{x \in \mathbb{N} / (3x - 2) \mid 24\};$

k) $K = \{x \in \mathbb{N} / (x + 5) \in D_{28}\};$

l) $L = \{x \in \mathbb{N} / (x - 3) \in D_{12}\};$

m) $M = \{x \in \mathbb{N} / 20 : (x + 2)\}.$

11** Se dau mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} / (x + 1) \mid 18\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} / (x + 2) \mid 21\}.$

Determinați $A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A.$

12** Se dau mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N}^* / (2x + 1) \in D_{35}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} / 8 \mid x\}.$

Determinați $A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A.$

13** Se dau mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} / 36 \mid (x + 3)\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} / (2x - 3) \in D_{42}\}.$

Determinați $A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A.$

14** Fie mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} / (2x - 1) \mid 18\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} / 2x + 1 \in D_{15}\}.$

Determinați $A \cup B, A \cap B, (A - B) \cup (B - A).$

15** Fie mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} / 3x + 1 \in D_{12}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} / 14 \mid (x + 3)\}.$

Determinați $A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A.$

16** Fie mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N}^* / x \in M_5; x < 30\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} / (x + 5) \mid 40\}.$

Determinați $A \cup B, A \cap B, A - B$ și $B - A.$

17** Arătați că:

a) $\overline{ab} + \overline{ba} \mid 11;$

b) $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} \mid 3;$

c) $2011 \mid (1 + 2 + 3 + \dots + 2010);$

d) $(1 + 2 + 3 + \dots + 2013) \mid 2013.$

18** Arătați că:

a) $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} + 2^{n+3}$ este divizibil cu 15;

b) $3^{2n} + 3^{2n+1} + 3^{2n+2}$ este divizibil cu 13;

c) $3^{n+1} \cdot 4^{n+2} - 3^{n+2} \cdot 4^{n+1} + 3^{n+3} \cdot 4^n$ este divizibil cu 13;

d) $3^n \cdot 5^{n+2} - 3^{n+1} \cdot 5^{n+1} + 3^{n+2} \cdot 5^n$ este divizibil cu 19;

e) $3^{2n} + 3^{2n+1} + 3^{2n+2} + 3^{2n+3}$ este divizibil cu 4, cu 5 și cu 8;

f) $5^n \cdot 4^{n+3} + 5^{n+1} \cdot 4^{n+2} + 5^{n+3} \cdot 4^n$ este divizibil cu 269;

g) $3^n \cdot 7^{n+2} - 3^{n+1} \cdot 7^{n+1} + 3^{n+2} \cdot 7^n$ este divizibil cu 37;

h) $5^n \cdot 3^n + 5^{n+1} \cdot 3^{n+1} + 5^{n+1} \cdot 3^{n+2} - 2 \cdot 5^{n+2} \cdot 3^n$ este divizibil cu 11.

19*** Arătați că:

- a) $a = 2 + 2^2 + \dots + 2^{100}$ se divide prin 3;
- b) $a = 2^{36} + 2^{35} + \dots + 2^2 + 2$ se divide prin 15;
- c) $a = 3^{27} + 3^{26} + \dots + 3^2 + 3$ se divide prin 13;
- d) $a = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{204}$ se divide prin 13;
- e) $3^{100} - 3^{99} + 3^{98} - 3^{97} + \dots + 3^2 - 3$ se divide prin 10;
- f) $2^{40} - 2^{39} + 2^{38} - 2^{37} + \dots + 2^2 - 2$ se divide prin 5.

20*** Determinați numerele naturale n pentru care:

- a) $n + 1 \mid n + 5$;
- b) $n + 2 \mid n + 6$;
- c) $n + 3 \mid 2n + 12$;
- d) $n + 2 \mid 3n + 14$;
- e) $n + 1 \mid 5n + 12$;
- f) $2n + 1 \mid 6n + 10$;
- g) $2n + 3 \mid 5n + 15$;
- h) $2n + 1 \mid 3n + 9$.

4.2. Criterii de divizibilitate

- Criteriul de divizibilitate cu 2: Un număr natural este divizibil cu 2 dacă și numai dacă ultima sa cifră este 0, 2, 4, 6 sau 8.
- Criteriul de divizibilitate cu 5: Un număr natural este divizibil cu 5 dacă și numai dacă ultima sa cifră este 0 sau 5.
- Criteriul de divizibilitate cu 10: Un număr natural este divizibil cu 10 dacă și numai dacă ultima sa cifră este 0.
- Criteriul de divizibilitate cu 3: Un număr natural este divizibil cu 3 dacă și numai dacă suma cifrelor sale se împarte exact la 3.
- Criteriul de divizibilitate cu 9: Un număr natural este divizibil cu 9 dacă și numai dacă suma cifrelor sale se împarte exact la 9.
- Criteriul de divizibilitate cu 4: Un număr natural este divizibil cu 4 dacă și numai dacă ultimele două cifre formează un număr care se împarte exact la 4.
- Criteriul de divizibilitate cu 25: Un număr natural este divizibil cu 25 dacă și numai dacă ultimele două cifre formează un număr care se împarte exact la 25 (00, 25, 50, 75).
- Criterii "combinate":
 - $x \mid 6 \Leftrightarrow x \mid 2$ și $x \mid 3$;
 - $x \mid 15 \Leftrightarrow x \mid 3$ și $x \mid 5$;
 - $x \mid 45 \Leftrightarrow x \mid 9$ și $x \mid 5$;
 - $x \mid 12 \Leftrightarrow x \mid 3$ și $x \mid 4$;
 - $x \mid 18 \Leftrightarrow x \mid 2$ și $x \mid 9$;
 - $x \mid 20 \Leftrightarrow x \mid 4$ și $x \mid 5$.

Exemplul 1. Se consideră mulțimea $A = \{25, 132, 625, 240, 320, 909, 252\}$.

Determinați mulțimile:

$$B = \{x \in A \mid x \mid 2\}; C = \{x \in A \mid x \mid 5\}; D = \{x \in A \mid x \mid 10\}; E = \{x \in A \mid 4 \mid x\};$$

$$F = \{x \in A \mid x \in M_3\}$$

R: $B = \{132, 240, 320\}$; $C = \{25, 625, 240, 320\}$; $D = \{240, 320\}$;
 $E = \{240, 320, 252\}$; $F = \{132, 240, 909, 252\}$

Exemplul 2. Determinați numerele de forma $\overline{2a3b}$ divizibile cu 15.

R: $\overline{2a3b} \mid 15$ dacă $\overline{2a3b} \mid 5$ și $\overline{2a3b} \mid 3$.

Pentru $\overline{2a3b} \mid 5 \Rightarrow b \in \{0, 5\}$

I. $b = 0 \Rightarrow \overline{2a30} \mid 3$, dacă $2 + a + 3 \mid 3 \Rightarrow 5 + a \mid 3$ pentru $a \in \{1, 4, 7\}$. Numerele sunt în acest caz: 2130, 2430, 2730.

II. $b = 5 \Rightarrow \overline{2a35} \div 3$, dacă $2 + a + 3 + 5 \div 3 \Rightarrow 10 + a \div 3$ pentru $a \in \{2, 5, 8\}$. Numerele sunt în acest caz: 2235, 2535, 2835.

Soluția completă: $\{2130, 2430, 2730, 2235, 2535, 2835\}$

Exemplul 3. Determinați numerele de forma $\overline{14xy} \div 2$ și $x + y = 6$.

R: $\overline{14xy} \div 2 \Rightarrow y \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$y = 0 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow 1460$

$y = 2 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow 1442$

$y = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 1424$

$y = 6 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow 1406$

Pentru $y = 8, x \notin \mathbb{N}$.

APLICAȚII

- 1* Se dă numerele: 15, 14, 23, 0, 140, 63, 65, 171, 13090, 101, 200, 40. Enumerați elementele care sunt divizibile cu:
- a) 10; e) 4;
 - b) 2; f) 25;
 - c) 5; g) 9.
 - d) 3;
- 2* Se dă mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N} / 200 \leq x < 215\}$. Determinați mulțimile:
- a) $B = \{x \in A / x \div 2\}$;
 - b) $C = \{x \in A / 4 \mid x\}$;
 - c) $D = \{x \in A / x \div 10\}$;
 - d) $E = \{x \in A / x \div 3\}$;
 - e) $A \cap M_9$;
 - f) $A \cap M_5$.
- 3* Scrieți toate numerele de forma $\overline{23x}$ divizibile cu: a) 2; b) 5; c) 10; d) 3; e) 4; f) 9.
- 4* Scrieți toate numerele de forma $\overline{x1x}$ divizibile cu: a) 2; b) 5; c) 10; d) 3; e) 4; f) 9.
- 5* Scrieți toate numerele de forma $\overline{x14x}$ divizibile cu: a) 2; b) 5; c) 3; d) 9.
- 6* Scrieți toate numerele de forma $\overline{3x5}$ divizibile cu: a) 3; b) 9.

- 7* Scrieți toate numerele de forma $\overline{x1x3}$ divizibile cu: a) 3; b) 9.
- 8* Scrieți toate numerele de forma $\overline{52x}$ divizibile cu: a) 2; b) 5; c) 10; d) 4; e) 25.
- 9* Scrieți toate numerele de forma $\overline{6x7x}$ divizibile cu: a) 2; b) 5; c) 4; d) 25; e) 10.
- 10* Scrieți cel mai mic și apoi cel mai mare număr natural, divizibil cu 5, care are:
a) o cifră; b) 2 cifre; c) 3 cifre; d) 4 cifre.
- 11* Scrieți cel mai mic și apoi cel mai mare număr natural, nedivizibil cu 5, care are:
a) o cifră; b) 2 cifre; c) 3 cifre; d) 4 cifre.
- 12* Scrieți cel mai mic și apoi cel mai mare număr natural divizibil cu 2, care are:
a) o cifră; b) 2 cifre; c) 3 cifre; d) 4 cifre.
- 13* Scrieți cel mai mic și apoi cel mai mare număr natural nedivizibil cu 2, care are:
a) o cifră; b) 2 cifre; c) 3 cifre; d) 4 cifre.
- 14** Arătați că numărul natural $n^2 + n$ este divizibil cu 2, indiferent de valoarea numărului natural n .
- 15** Arătați că produsul a trei numere naturale consecutive este divizibil cu 3.
- 16* Determinați mulțimile:
 a) $A = \{x \in \mathbb{N} / \overline{x123x} \mid 2\}$; e) $E = \{x \in \mathbb{N} / 3 \mid \overline{29x4}\}$;
 b) $B = \{x \in \mathbb{N} / \overline{501xx} \mid 25\}$; f) $F = \{x \in \mathbb{N} / 9 \mid \overline{2a11}\}$;
 c) $C = \{x \in \mathbb{N} / \overline{31x6} \mid 4\}$; g) $G = \{x \in \mathbb{N} / 10 \mid \overline{x2x}\}$.
 d) $D = \{x \in \mathbb{N} / 3 \mid \overline{25xx1}\}$;
- 17** Determinați numerele naturale care verifică relațiile:
 a) $\overline{2xy} \mid 6$; c) $\overline{x3y} \mid 18$; e) $\overline{3x5y} \mid 36$;
 b) $\overline{51x2y} \mid 15$; d) $12 \mid \overline{5x7y}$; f) $\overline{xyx} \mid 15$.
- 18** Determinați numerele de forma:
 a) $\overline{4alb} \mid 2$ și $a + b = 5$; c) $\overline{1ab} \mid 5$ și $a = b + 3$;
 b) $\overline{2lab} \mid 2$ și $a = 3b$; d) $\overline{3a2b} \mid 10$ și $a = 2b + 1$;
 e) $\overline{abcd} \mid 10$ și d, c, b, a sunt numere pare consecutive în această ordine;
 f) $\overline{abcd} \mid 5$ și d, c, b, a sunt numere consecutive în această ordine.

19** Arătați că dacă $3 \mid \overline{ab}$, atunci:

a) $3 \mid \overline{21a} + \overline{72b}$; b) $3 \mid \overline{2a1} + \overline{7b2}$.

20** Arătați că dacă $9 \mid \overline{abc}$, atunci:

a) $9 \mid \overline{32a} + \overline{75b} + \overline{10c}$;
b) $9 \mid \overline{3a2} + \overline{7b5} + \overline{1c0}$;
c) $9 \mid \overline{a32} + \overline{b75} + \overline{c10}$.

21** Arătați că oricum am alege 4 numere naturale, două dintre ele au diferență divizibilă cu 3.

22** Arătați că oricum am alege 6 numere naturale, există 2 numere între acestea a căror diferență este divizibilă cu 5.

23** Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $3^{105} - 3^{103} \mid 2$; c) $2^{203} - 3^{17} \mid 5$;
b) $7^{403} + 5^{113} \mid 10$; d) $7^{400} - 3^{22} \mid 10$.

24** Fie numărul $n = 5p^2 + 20k$, cu p și k numere naturale.

- a) Arătați că $n \mid 5$;
b) Știind că n este multiplu de 4, determinați numărul p . Câte soluții are problema?

25** Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $10^{10} + 8 \mid 9$; d) $10^{2016} + 44 \mid 9$;
b) $10^{25} + 11 \mid 3$; e) $10^{30} - 1 \mid 9$;
c) $10^{100} + 25 \mid 3$; f) $10^{2016} + 2015 \mid 9$.

26*** Stabiliți dacă numărul $n = 2011^2 \cdot 2012^2 \cdots 2019^2$ este divizibil cu 100.

27*** Fie numărul $A = 5^{2016} \cdot 2^{2014} - 25$.

- a) Arătați că $A \mid 25$;
b) Stabiliți dacă A este divizibil cu 9.

28 Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 2014\}$.

- a) Câți multipli de 3 are mulțimea A ?
b) Câte elemente are mulțimea $B = \{x \in A \mid x \mid 3 \text{ sau } x \mid 5\}$?

29 Determinați numere naturale n pentru care $2n + 1 \in \mathcal{D}_{n+18}$ și $5n + 1 \in \mathcal{D}_{32}$.

30 Să se arate că $5^{7^n} - 5 \mid 31$.

4.3. Numere prime; numere compuse

- Un număr natural se numește prim dacă are exact doi divizori, pe 1 și pe el însuși.
- Numerele naturale care nu sunt prime se numesc numere compuse. Pentru $a \in \mathbb{N}^*$, $a \neq 1$ divizorii 1 și a se numesc improprii, ceilalți divizori se numesc proprii.
- Numărul 1 nu este nici prim, nici compus.
- Singurul număr prim par este 2.

APLICAȚII

1* Scrieți numerele prime cuprinse între:

- a) 1 și 10;
- b) 15 și 25;
- c) 30 și 50;
- d) 60 și 90.

2* Scrieți următoarele numere ca sumă de numere prime:

- a) 10;
- b) 11;
- c) 15.

3* Scrieți următoarele numere ca produs de numere prime:

- a) 10;
- b) 15;
- c) 35;
- d) 55.

4* Descompuneți în factori primi numerele naturale:

- | | |
|---------|---------|
| a) 30; | g) 145; |
| b) 45; | h) 98; |
| c) 36; | i) 121; |
| d) 120; | j) 325; |
| e) 80; | k) 420; |
| f) 144; | l) 500. |

5* Determinați mulțimile:

- a) $A = \{a \in \mathbb{N} / \overline{1a}$ este număr prim};
- b) $B = \{a \in \mathbb{N} / \overline{2a}$ este număr prim};
- c) $C = \{a \in \mathbb{N} / \overline{3a}$ este număr compus}.

6** Arătați că următoarele numere naturale nu sunt prime:

- a) $n^2 + 2n$ pentru $n \geq 2$;
- b) $n^2 + 3n$ pentru $n \geq 1$;
- c) $n^2 - 4n$ pentru $n > 5$;
- d) $2n^2 + n$ pentru $n \geq 2$.

7*** Determinați numerele prime x și y știind că:

- a) $7x = 7 + y$;
- b) $5x = y + 5$;
- c) $11 + x = 11y$.

8**** Determinați numerele prime a , b și c știind că:

- a) $a + 4b + 6c = 44$;
- b) $4a + 6b + 5c = 66$;
- c) $a + 4b + 2c = 36$.

9**** Arătați că, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$, numărul:

- a) $N = 2^{n+1} \cdot 5^n + 1$ este număr compus;
- b) $N = 2^n \cdot 5^{n+1} + 1$ este număr compus.

Test 1

1. Numărul $\overline{6a2} : 9$, dacă $a \in \{ \dots \}$.
2. Mulțimea divizorilor proprii ai numărului 15 este $\{ \dots \}$.
3. Câți multipli nenuli mai mici ca 99 are numărul 10?
4. Numerele de forma $\overline{14ab}$ divizibile cu 25 sunt
5. Descompunerea în factori primi a numărului 98 este
6. Determinați mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} / (3x - 1) \mid 48\}$;
 $B = \{x \in \mathbb{N} / x = \overline{4a2b}, x : 5 \text{ și } a = b + 3\}$.
7. Arătați că produsul a trei numere consecutive se divide cu 6.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 10 p; 2 – 10 p; 3 – 10 p; 4 – 10 p; 5 – 10 p; 6 – 20 p; 7 – 20 p

Test 2

1. Numerele naturale de forma $\overline{4a3a}$ divizibile cu 2 sunt
2. Multiplii comuni ai numerelor 3 și 5 cuprinși între 20 și 50 sunt
3. Intersecția mulțimilor D_{24} și D_{15} este mulțimea $\{ \dots \}$.
4. Cardinalul mulțimii $A = \{\overline{a24b} / \overline{a24b} : 4\}$ este
5. Scrieți multiplii lui 5 cuprinși între numerele
$$a = (2^4)^4 : 2^{2^4} \cdot (3^2 - 400^0) - 4 \text{ și}$$
$$b = (2 \cdot 2^6 : 4^3) \cdot (9 \cdot 3 \cdot 27 : 3^5) + (4^2 \cdot 3 - 4^2).$$
6. Determinați numerele naturale de forma $\overline{x42y}$ divizibile cu 15.
7. Aflați numerele naturale n pentru care $2n + 1 \mid 5n + 19$.
8. Arătați că numărul $N = 34^{43} - 43^{34}$ este divizibil cu 5.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 10 p; 2 – 10 p; 3 – 10 p; 4 – 10 p; 5 – 15 p; 6 – 15 p; 7 – 10 p; 8 – 10 p

Test 3

1. Fie mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N} / 5 \leq x \leq 30\}$. Determinați mulțimile:
 - a) $B = \{x \in A / x \mid 10\}$;
 - b) $C = \{x \in A / x \mid 3 \text{ și } x \nmid 9\}$;
 - c) $D = \{x \in A / x \mid 4 \text{ și } x \nmid 8\}$;
 - d) $E = \{x \in A / x \mid 2 \text{ și } x \mid 3\}$.
2. Suma divizorilor lui 20 este egală cu
3. Produsul primilor 4 multiplii nenuli ai numărului 2 este egal cu
4. Determinați cardinalul mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} / x = \overline{301ab} \mid 18\}$.
5. Arătați că dacă $3 \mid (4a + b)$, atunci $3 \mid (13a + 7b)$.
6. Arătați că numărul $1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{2013}$ se divide cu 6.

Punctaj: 10 p – din oficiu

Fiecare exercițiu 15 p

V Fracții ordinare

5.1. Fracții; tipuri de fracții; fracții egale

- Fracția este o pereche de numere naturale (a, b) cu $b \neq 0$, scrisă sub formă $\frac{a}{b}$, unde a se numește numărător și b se numește numitor.
- Nu are sens fracția cu numitorul nul.
- Clasificare:
Fracția $\frac{a}{b}$ este echivalentă dacă $a = b$.
Fracția $\frac{a}{b}$ este subunitară dacă $a < b$.
Fracția $\frac{a}{b}$ este supraunitară dacă $a > b$.
- Două fracții sunt egale dacă reprezentările lor sunt echivalente.
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ numai dacă $a \cdot d = b \cdot c$.

Exemplul 1. Pentru ce valori ale lui x și y fracția $\frac{5}{(x-2)(y-3)}$ nu are sens?

R: Fracția nu există sau nu are sens dacă numitorul ei este nul, adică $(x-2)(y-3) = 0$.

Deci pentru $x=2$ sau $y=3$ fracția nu are sens.

Exemplul 2. Determinați numerele naturale x pentru care:

a) fracția $\frac{17}{2x+3}$ este echivalentă

b) fracția $\frac{x+2}{10}$ este subunitară

c) fracția $\frac{x+7}{2x+3}$ este supraunitară

R: a) $2x+3=17 \Rightarrow 2x=14 \Rightarrow x=7$

b) $x+2 < 10 \Rightarrow x < 8 \Rightarrow x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

c) $2x+3 < x+7 \Rightarrow x+3 < 7 \Rightarrow x < 4 \Rightarrow x \in \{0, 1, 2, 3\}$

Exemplul 3. Aflați x pentru care fracțiile $\frac{x+5}{x+1}$ și $\frac{3}{2}$ sunt egale.

$$\begin{aligned} \text{R: } \frac{x+5}{x+1} &= \frac{3}{2} \Rightarrow (x+5) \cdot 2 = (x+1) \cdot 3 \Rightarrow 2x+10 = 3x+3 \quad | -2x \\ &\Rightarrow 10 = x+3 \quad | -3 \Rightarrow x = 7 \end{aligned}$$

APLICAȚII

- 1* Pentru fiecare dintre fracțiile următoare specificați care este numărătorul și care este numitorul: $\frac{2}{3}; \frac{4}{5}; \frac{10}{3}; \frac{100}{300}; 10; \frac{1}{10}; 25$.
- 2* Scrieți fracțiile:
 - a) un sfert;
 - b) o treime;
 - c) două treimi;
 - d) o doime;
 - e) două săsimi;
 - f) patru zecimi.
- 3* Reprezentați prin desene fracțiile de la exercițiul 2.
- 4* Scrieți toate fracțiile care au numitorul 6 și:
 - a) numărătorul mai mic ca 3;
 - b) numărătorul cuprins între 7 și 10;
 - c) numărătorul cifră impară.
- 5* Fie mulțimile $A = \{1, 2, 3\}$ și $B = \{4, 5\}$. Determinați mulțimile $C = \left\{ \frac{a}{b}, a \in A, b \in B \right\}$ și $D = \left\{ \frac{x}{y}, x \in B, y \in A \right\}$.
- 6* Determinați mulțimile A și B știind că:
 - a) $A = \{x \in \mathbb{N}^* / x \leq 4\}; B = \left\{ \frac{1}{x} / x \in A \right\}$;
 - b) $A = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x < 7\}; B = \left\{ \frac{x}{3} / x \in A \right\}$;
 - c) $A = \{x \in \mathbb{N} / 10 < x \leq 13\}; B = \left\{ \frac{2}{x} / x \in A \right\}$;
 - d) $A = \{x \in \mathbb{N} / x \in D_9\}; B = \left\{ \frac{5}{x} / x \in A \right\}$;
 - e) $A = D_{15}; B = \left\{ \frac{x}{10} / x \in A \right\}$;

f) $A = \{x \in \mathbb{N} / x \vdots 4; 5 \leq x \leq 20\}; B = \{\frac{x}{100} / x \in A\};$

g) $A = \{x \in \mathbb{N}^* / x + 1 \mid 6\}; B = \{\frac{3}{x} / x \in A\};$

h) $A = \{x \in \mathbb{N} / 2x + 1 \mid 15\}; B = \{\frac{x+1}{2x+1} / x \in A\};$

i) $A = \{x \in \mathbb{N} / 14 \vdots (2x - 1)\}; B = \{\frac{2x}{x+1} / x \in A\};$

j) $A = \{x \in \mathbb{N} / 3 \leq x + 2 \leq 5\}; B = \{\frac{1}{x+1} / x \in A\};$

k) $A = \{x \in \mathbb{N}^* / \overline{2x} \vdots 2\}; B = \{\frac{x+2}{2x} / x \in A\};$

l) $A = \{x \in \mathbb{N} / \overline{5x} \vdots 3\}; B = \{\frac{x+1}{x+2} / x \in A\};$

m) $A = \{x \in \mathbb{N} / \overline{3xx2} \vdots 9\}; B = \{\frac{x+3}{2x+1} / x \in A\};$

n) $A = \{x \in \mathbb{N} / \overline{5x} \vdots 5\}; B = \{\frac{x^2+1}{x+2} / x \in A\}.$

7* Aflați $x \in \mathbb{N}$ pentru care fracțiile următoare nu au sens:

a) $\frac{2}{x};$ d) $\frac{10}{x \cdot (x-1)};$

b) $\frac{4}{x-1};$ e) $\frac{3}{(x-1) \cdot (x-5)}.$

c) $\frac{2}{x-4};$

8* Scrieți fracțiile de forma $\frac{\overline{2a}}{\overline{3b}}$ știind că numărătorul este număr natural par divizibil cu 3, iar numitorul este divizibil cu 5.

9* Determinați mulțimea $A:$

a) $A = \{\frac{\overline{1a}}{\overline{2b}} / \overline{1a} \text{ și } \overline{2b} \text{ sunt pătrate perfecte}\};$

b) $A = \{\frac{\overline{2a}}{\overline{7b}} / \overline{2a} \vdots 2 \text{ și } \overline{7b} \vdots 10\};$

c) $A = \{\frac{\overline{5x}}{\overline{5xy}} / \overline{5x} \vdots 10 \text{ și } \overline{5xy} \vdots 5\};$

d) $A = \{\frac{\overline{1a}}{\overline{aa}} / \overline{1a} \vdots 2 \text{ și } \overline{aa} \vdots 4\};$

e) $A = \left\{ \frac{\overline{3x2}}{\overline{2y}} / \overline{3x2} \vdots 3 \text{ și } \overline{2y} \vdots 10 \right\},$

10* Scrieți:

- a) toate fracțiile subunitare cu numitorul 5;
- b) toate fracțiile supraunitare cu numărătorul 7;
- c) toate fracțiile echivalentare cu numitorul mai mic decât 4.

11* Se consideră fracțiile: $\frac{1}{3}; \frac{5}{2}; \frac{7}{3}; \frac{6}{6}; \frac{10}{15}; \frac{8}{9}; \frac{2}{1}; \frac{2^2}{4}; \frac{3^2}{2^3}.$

- a) Scrieți fracțiile subunitare;
- b) Scrieți fracțiile echivalentare;
- c) Scrieți fracțiile supraunitare.

12* Se dă mulțimile: $A = \{5, 6, 7\}; B = \{0, 2, 5, 6\}$. Determinați mulțimile:

a) $C = \left\{ \frac{a}{b} / a \in A, b \in B, \frac{a}{b} \text{ echivalentă} \right\};$

b) $D = \left\{ \frac{a}{b} / a \in A, b \in B, \frac{a}{b} \text{ subunitară} \right\};$

c) $E = \left\{ \frac{a}{b} / a \in A, b \in B, \frac{a}{b} \text{ supraunitară} \right\};$

13** Determinați numerele naturale x pentru care fracțiile sunt echivalentare:

a) $\frac{4}{x};$

h) $\frac{x+1}{2x};$

b) $\frac{7}{x+1};$

i) $\frac{5x}{x+8};$

c) $\frac{8}{x-1};$

j) $\frac{2x+1}{x+4};$

d) $\frac{x-2}{5};$

k) $\frac{3x+2}{2x+6};$

e) $\frac{x^2}{4};$

l) $\frac{4x+2}{6x};$

f) $\frac{2x-1}{15};$

m) $\frac{x^2-1}{3};$

g) $\frac{21}{2x+1};$

n) $\frac{x^2+1}{5};$

o) $\frac{7}{x^2+3}$;

p) $\frac{1}{2x^2-1}$.

14** Determinați numerele naturale x pentru care fracțiile sunt subunitare:

a) $\frac{x}{5}$;

g) $\frac{7}{2x+1}$;

b) $\frac{2x}{6}$;

h) $\frac{2x+1}{x+5}$;

c) $\frac{x+1}{5}$;

i) $\frac{3x+2}{2x+6}$;

d) $\frac{2x-1}{3}$;

j) $\frac{4x-5}{x+7}$;

e) $\frac{x-3}{4}$;

k) $\frac{20x+2}{18x+6}$;

f) $\frac{5}{x+2}$;

l) $\frac{5x+1}{2x+13}$.

15** Determinați numerele naturale x pentru care fracțiile sunt supraunitare:

a) $\frac{7}{x}$;

g) $\frac{10}{x+3}$;

b) $\frac{5}{x}$;

h) $\frac{15}{2x+5}$;

c) $\frac{6}{x+1}$;

i) $\frac{x+1}{2x-1}$;

d) $\frac{7}{2x+1}$;

j) $\frac{2x+15}{5x-3}$;

e) $\frac{5x-7}{3}$;

k) $\frac{2x+13}{5x+1}$;

f) $\frac{11}{2x+1}$;

l) $\frac{3x}{2x+3}$.

16** Determinați perechile de numere naturale (a, b) pentru care fracțiile sunt echivalentă:

a) $\frac{4}{a \cdot b}$;

b) $\frac{6}{(a+1) \cdot b}$;

c) $\frac{7}{(a-1) \cdot (b-2)}$;

d) $\frac{10}{(a+1) \cdot (b+2)};$

e) $\frac{15}{(a+3) \cdot (b+1)}.$

17** Precizați dacă fracția $\frac{x}{y}$ este echivalentă, subunitară sau supraunitară în cazurile:

a) $x = 2^4; y = 3^3;$

b) $x = 2^{60}; y = 8^{20};$

c) $x = 2^6; y = 2^5 + 2^6;$

d) $x = 3^{35}; y = 5^{21};$

e) $x = 81^{27}; y = 27^{81}.$

18** Verificați dacă au loc egalitățile următoare:

a) $\frac{1}{2} = \frac{4}{8};$

d) $\frac{2}{6} = \frac{4}{10};$

b) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10};$

e) $\frac{35}{49} = \frac{5}{7};$

c) $\frac{4}{5} = \frac{8}{7};$

f) $\frac{30}{25} = \frac{6}{5}.$

19** Determinați numărul natural x pentru care fracțiiile sunt egale:

a) $\frac{2}{3} = \frac{x}{9};$

g) $\frac{10}{5} = \frac{x-3}{2};$

b) $\frac{5}{x} = \frac{10}{20};$

h) $\frac{2}{2x+3} = \frac{2}{9};$

c) $\frac{x}{8} = \frac{1}{2};$

i) $\frac{x+2}{x+10} = \frac{1}{3};$

d) $\frac{x+1}{3} = \frac{8}{6};$

j) $\frac{1}{2x+1} = \frac{1}{x+3};$

e) $\frac{5}{x+1} = \frac{1}{2};$

k) $\frac{3x+2}{5} = \frac{x+3}{2};$

f) $\frac{1}{5} = \frac{3}{2x+1};$

l) $\frac{x+4}{x+2} = \frac{3}{2}.$

20** Rezolvați:

- a) Dacă $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$, calculați $3x - 2y$;
- b) Dacă $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$, calculați $10x - 4y$;
- c) Dacă $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$, arătați că fracția $\frac{x+y}{3x}$ este echivalentă.

21** Aflați numerele naturale de forma \overline{xy} , pentru care fracția $\frac{\overline{xy} + \overline{yx}}{55}$ este echivalentă.

22** Aflați numerele naturale de forma \overline{xyx} , pentru care fracția $\frac{\overline{xyx} + \overline{yxy}}{555}$ este echivalentă.

23** Aflați numerele naturale de forma $\overline{x0y}$, pentru care fracția $\frac{\overline{x0y} + \overline{y0x}}{404}$ este echivalentă

24 Aflați $n \in \mathbb{N}$ pentru care fracția $\frac{3^n + 3^{n+2}}{2^n + 2^{n+1} + 3 \cdot 2^{n+2}}$ este echivalentă.

25 Determinați numerele naturale a, b, c dacă $\frac{a+2}{10} = \frac{b+1}{5} = \frac{4}{c+3}$.

5.2. Scoaterea întregilor din fracție; introducerea întregilor în fracție

- Fie $\frac{a}{b}$ o fracție supraunitară.

$a : b = c$, rest $r \Rightarrow a = b \cdot c + r$.

$$\frac{a}{b} = c \frac{r}{b}$$

- Pentru introducerea întregilor în fracție aplicăm: $x \frac{y}{z} = \frac{xz + y}{z}$

APLICAȚII

1* Scoateți întregii din fracțiile:

- a) $\frac{25}{3}, \frac{15}{10}, \frac{16}{9}, \frac{32}{6}, \frac{50}{8}, \frac{80}{7};$
- b) $\frac{120}{35}, \frac{75}{12}, \frac{175}{20}, \frac{271}{15}, \frac{625}{42}, \frac{431}{40};$
- c) $\frac{73}{20}, \frac{69}{13}, \frac{125}{34}, \frac{435}{17}, \frac{203}{12}, \frac{452}{31}.$
- d) $\frac{1025}{14}, \frac{4033}{22}, \frac{7259}{16}, \frac{9302}{25}, \frac{1359}{16}, \frac{2453}{10};$
- e) $\frac{2135}{120}, \frac{14030}{173}, \frac{253131}{735}, \frac{31025}{251}, \frac{163525}{433}, \frac{732359}{151}.$

2* Introduceți întregii în fracții:

- a) $1\frac{1}{3}, 2\frac{5}{7}, 1\frac{3}{8}, 4\frac{2}{5}, 10\frac{2}{13}, 5\frac{4}{20}, 10\frac{3}{25};$
- b) $15\frac{1}{3}, 12\frac{3}{7}, 11\frac{1}{4}, 21\frac{2}{5}, 25\frac{3}{8}, 30\frac{13}{15};$
- c) $100\frac{1}{2}, 120\frac{3}{5}, 211\frac{3}{10}, 115\frac{11}{12}, 205\frac{21}{15};$
- d) $351\frac{1}{3}, 25\frac{3}{151}, 171\frac{13}{129}, 53\frac{49}{213}, 12\frac{171}{275};$
- e) $2\frac{35}{791}, 3\frac{17}{259}, 15\frac{10}{433}, 3\frac{132}{411}, 51\frac{16}{415}.$

3** Aflăți numărul natural x :

a) $x \frac{3}{5} = \frac{13}{5}$;

b) $2 \frac{x}{3} = \frac{14}{6}$;

c) $5 \frac{x}{10} = \frac{26}{5}$;

d) $x \frac{5}{6} = \frac{34}{12}$;

e) $10 \frac{x+1}{5} = \frac{53}{5}$;

f) $4 \frac{5}{x+2} = \frac{53}{12}$.

5.3. Amplificare; simplificare; compararea fracțiilor

- A amplifica o fracție înseamnă a înmulții numărătorul și numitorul cu același număr natural nenul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

- A simplifica o fracție înseamnă a împărții numărătorul și numitorul cu același număr natural nenul și diferit de 1.

$$\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n}, \text{ } n - \text{divizor comun al lui } a \text{ și } b.$$

- O fracție care se poate simplifica se numește reductibilă. O fracție care nu se simplifică se numește ireductibilă. Prin amplificare și simplificare se obțin fracții egale.

- Compararea fracțiilor:

- Dintre două fracții cu același numitor este mai mare fracția cu numărătorul mai mare:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{b} \Leftrightarrow a < c$$

- Dintre două fracții cu același numărător este mai mare fracția cu numitorul mai mic:

$$\frac{a}{b} > \frac{a}{c} \Leftrightarrow b < c$$

- Pentru a compara fracțiile cu numărători și numitori diferenți, se aduc fracțiile la același numitor sau același numărător.

Exemplul 1. Simplificați fracția $\frac{24}{36}$.

R: $\mathcal{D}_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

$\mathcal{D}_{36} = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$.

$\mathcal{D}_{24} \cap \mathcal{D}_{36} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.

Cu aceste numere (diferite de 1) se poate simplifica fracția și obținem: $\frac{12}{18}; \frac{8}{12}; \frac{6}{9}$ sau $\frac{2}{3}$.

Exemplul 2. Scrieți fracțiile echivalente cu $\frac{5}{12}$ care au numitorul mai mic decât 100.

R: Deoarece $12 \cdot 8 = 96 < 100$ și $12 \cdot 9 = 108 > 100$, amplificăm fracția cu 2, 3, 4, 5, 6,

7, 8. Fracțiile cerute sunt: $\frac{10}{24}; \frac{15}{36}; \frac{20}{48}; \frac{25}{60}; \frac{30}{72}; \frac{35}{84}$ și $\frac{40}{96}$

Exemplul 3. Arătați că fracția $\frac{3n+7}{4n+9}$ este ireductibilă.

R: Dacă fracția ar fi reductibilă, atunci ea s-ar simplifica printr-un divizor comun al numărătorului și numitorului.

Fie d acest divizor comun.

Avem $d \mid 3n+7$. Înmulțind prima cu 4 și a doua cu 3, obținem: $d \mid 12n+28$ și $d \mid 12n+27$. Prin scădere, obținem $d \mid 1$, deci $d = 1$.

Prin urmare, numărătorul și numitorul îl au doar pe 1 divizor comun, deci fracția nu se poate simplifica, fiind astfel ireductibilă.

APLICAȚII

1* Amplificați fracțiile: $\frac{1}{3}; \frac{4}{5}; \frac{7}{8}; \frac{5}{6}; \frac{2x}{3y}; \frac{a+1}{a+2}$ cu:

- a) 2; d) $k, k \in \mathbb{N}^*$;
b) 3; e) $2k, k \in \mathbb{N}^*$.
c) 5;

2* Amplificați fracțiile: $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{2}{5}; \frac{5}{6}$ cu:

- a) $x, x \in \mathbb{N}^*$; c) $2x, x \in \mathbb{N}^*$;
b) $x + 1, x \in \mathbb{N}$; d) $2x + 1, x \in \mathbb{N}$.

3* Cu ce număr trebuie să amplificăm fracția $\frac{3}{5}$ pentru a obține:

- a) $\frac{6}{10}$; b) $\frac{15}{25}$; c) $\frac{24}{40}$; d) $\frac{30}{50}$.

4* Simplificați fracțiile:

- a) $\frac{2}{16}; \frac{8}{10}; \frac{10}{28}; \frac{14}{24}$ cu 2;
b) $\frac{15}{6}; \frac{27}{45}; \frac{102}{162}; \frac{180}{273}$ cu 3;
c) $\frac{25}{80}; \frac{15}{45}; \frac{35}{50}; \frac{200}{95}$ cu 5;
d) $\frac{250}{30}; \frac{40}{70}; \frac{300}{170}; \frac{1300}{260}$ cu 10

e) $\frac{72}{96}; \frac{108}{360}; \frac{840}{4200}; \frac{60}{42}$ cu 6ș

f) $\frac{14}{63}; \frac{210}{91}; \frac{175}{658}; \frac{798}{3934}$ cu 7.

5* Simplificați fracțiile până se obțin fracții ireductibile:

a) $\frac{16}{12};$

e) $\frac{100}{200};$

i) $\frac{81}{45};$

m) $\frac{85}{300};$

b) $\frac{24}{32};$

f) $\frac{75}{180};$

j) $\frac{210}{180};$

n) $\frac{2500}{3600};$

c) $\frac{12}{15};$

g) $\frac{87}{102};$

k) $\frac{340}{170};$

o) $\frac{4500}{7200};$

d) $\frac{35}{70};$

h) $\frac{96}{64};$

l) $\frac{2010}{630};$

p) $\frac{4200}{2700}.$

6* Simplificați fracțiile:

a) $\frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{3 \cdot 49};$

d) $\frac{2^3 \cdot 3^2}{2^4 \cdot 3};$

g) $\frac{25^{20}}{5^{42}};$

j) $\frac{81^{10}}{27^{12}};$

b) $\frac{3+4}{14};$

e) $\frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{3^{12} \cdot 2^{13}};$

h) $\frac{10^{15}}{100^8};$

k) $\frac{25^7}{125^5};$

c) $\frac{32-12}{10};$

f) $\frac{4^{16}}{2^{30}};$

i) $\frac{8^5}{4^8};$

l) $\frac{49^{25}}{(7^4)^{13}}.$

7* Simplificați fracțiile:

a) $\frac{2x+2y}{4};$

c) $\frac{4x^2 \cdot y^2 \cdot z}{8x^3 \cdot y};$

e) $\frac{25x-15y}{10x-6y};$

b) $\frac{5x+5y}{10a+5b};$

d) $\frac{3x-30}{6+3y};$

f) $\frac{4a+8b}{6a+3b}.$

8** Simplificați fracțiile:

a) $\frac{3^{101}}{3^{101} + 3^{102}};$

e) $\frac{10^{n+1} - 10^n}{3 \cdot 2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}};$

b) $\frac{7^{10} + 2 \cdot 7^{11} + 3 \cdot 7^{12}}{12 \cdot 7^{10}};$

f) $\frac{6+12+18+\dots+96}{8+16+24+\dots+128};$

c) $\frac{5^{20} + 5^{21} + 5^{22}}{4 \cdot 10^{20} + 2 \cdot 10^{21} + 10^{22}};$

g) $\frac{2+4+6+\dots+160}{3+6+9+\dots+240};$

d) $\frac{5^{n+1} + 8 \cdot 5^n}{3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}};$

h) $\frac{1+2+3+\dots+2015}{1+2+3+\dots+2014}.$

9* Scrieți toate fracțiile ireductibile de forma:

a) $\frac{\overline{3x}}{30}$;

b) $\frac{\overline{12}}{\overline{1x}}$;

c) $\frac{\overline{x2}}{\overline{2x}}$.

10* Scrieți toate fracțiile reductibile de forma:

a) $\frac{\overline{4}}{\overline{x2}}$;

b) $\frac{\overline{x2}}{\overline{3}}$;

c) $\frac{\overline{15}}{\overline{x5}}$.

11* Aflați cel mai mic număr natural x pentru care fracțiile sunt ireductibile:

a) $\frac{\overline{12}}{\overline{x+13}}$;

b) $\frac{\overline{x+18}}{\overline{16}}$;

c) $\frac{\overline{15}}{\overline{x+17}}$.

12* Determinați mulțimile:

a) $A = \{x \in \mathbb{N} / \frac{\overline{1x7}}{\overline{27}} \text{ se simplifică prin 3}\};$

b) $B = \{x \in \mathbb{N} / \frac{\overline{12}}{\overline{4x}} \text{ este reductibilă}\};$

c) $C = \{x \in \mathbb{N} / \frac{\overline{12}}{\overline{x}} \in \mathbb{N}\};$

d) $D = \{x \in \mathbb{N} / \frac{\overline{15}}{\overline{2x-1}} \in \mathbb{N}\};$

e) $E = \{x \in \mathbb{N} / \frac{\overline{27}}{\overline{2x+1}} \in \mathbb{N}\};$

f) $F = \{x \in \mathbb{N} / \frac{\overline{x+7}}{\overline{x+1}} \in \mathbb{N}\};$

g) $G = \{x \in \mathbb{N} / \frac{\overline{2x+5}}{\overline{x+1}} \in \mathbb{N}\};$

13** Simplificați:

a) $\frac{\overline{xy} + \overline{yx}}{\overline{x+y}}$;

c) $\frac{\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}}{\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy}}$;

b) $\frac{\overline{xy} + \overline{yx}}{22}$;

d) $\frac{\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}}{a+b+c}$.

14** Arătați că următoarele fracții sunt ireductibile:

a) $\frac{n+3}{n+2}$;

c) $\frac{2n+7}{n+3}$;

e) $\frac{3n+10}{n+3}$;

b) $\frac{n+5}{n+4}$;

d) $\frac{2n+9}{n+4}$;

f) $\frac{7n+10}{2n+3}$.

15* Aduceți la același numitor fracțiile:

- a) $\frac{1}{2}$ și $\frac{1}{4}$; c) $\frac{5}{12}$ și $\frac{1}{4}$; e) $\frac{2}{15}$ și $\frac{4}{30}$; g) $\frac{11}{20}$ și $\frac{7}{60}$;
b) $\frac{1}{3}$ și $\frac{2}{6}$; d) $\frac{1}{5}$ și $\frac{3}{20}$; f) $\frac{5}{11}$ și $\frac{3}{33}$; h) $\frac{4}{25}$ și $\frac{7}{100}$.

16* Aduceți la numitor comun:

- a) $\frac{1}{2}$ și $\frac{3}{5}$; c) $\frac{5}{7}$ și $\frac{3}{8}$; e) $\frac{5}{7}$ și $\frac{2}{3}$;
b) $\frac{2}{7}$ și $\frac{3}{4}$; d) $\frac{2}{3}$ și $\frac{4}{5}$; f) $\frac{1}{25}$ și $\frac{3}{4}$.

17* Aduceți la numitor comun:

- a) $\frac{1}{9}$ și $\frac{4}{15}$; d) $\frac{1}{10}$ și $\frac{2}{25}$; g) $\frac{1}{8}$ și $\frac{7}{10}$;
b) $\frac{1}{4}$ și $\frac{5}{6}$; e) $\frac{5}{12}$ și $\frac{2}{15}$; h) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ și $\frac{1}{8}$;
c) $\frac{3}{8}$ și $\frac{5}{6}$; f) $\frac{5}{6}$ și $\frac{2}{9}$; i) $\frac{2}{5}, \frac{3}{2}$ și $\frac{7}{10}$.

18* Comparați fracțiile:

- a) $\frac{2}{7}$ și $\frac{3}{7}$; e) $\frac{10}{3}$ și $\frac{10}{5}$;
b) $\frac{2}{5}$ și $\frac{2}{7}$; f) $\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{2}$;
c) $\frac{2}{4}$ și $\frac{3}{4}$; g) $\frac{17}{20}$ și $\frac{17}{19}$;
d) $\frac{7}{5}$ și $\frac{6}{5}$; h) $\frac{12}{17}$ și $\frac{10}{17}$.

19* Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$; e) $\frac{17}{15} < 1$;
b) $\frac{2}{3} > \frac{4}{3}$; f) $1 > \frac{9}{10}$;
c) $\frac{10}{11} < \frac{9}{11}$; g) $\frac{7}{5} < \frac{7}{6}$;
d) $\frac{15}{7} > \frac{15}{8}$; h) $\frac{32}{15} < \frac{42}{15}$.

20* Comparați:

- a) $\frac{2}{5}$ și $\frac{7}{10}$; c) $\frac{3}{4}$ și $\frac{5}{8}$; e) $\frac{13}{50}$ și $\frac{39}{150}$; g) $\frac{7}{14}$ și $\frac{15}{28}$;
 b) $\frac{16}{3}$ și $\frac{50}{9}$; d) $\frac{17}{2}$ și $\frac{53}{6}$; f) $\frac{3}{29}$ și $\frac{5}{58}$; h) $\frac{10}{87}$ și $\frac{70}{437}$.

21* Ordonați crescător fracțiile:

- a) $\frac{12}{5}; \frac{7}{5}; \frac{17}{5}; \frac{11}{5}; \frac{3}{5}$;
 b) $\frac{9}{2}; \frac{20}{3}; \frac{11}{6}; \frac{2}{3}; \frac{15}{2}$;
 c) $\frac{4}{5}; \frac{5}{2}; 3; \frac{17}{10}; \frac{17}{5}$.

22* Ordonați descrescător fracțiile:

- a) $\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{10}{7}; \frac{1}{7}; \frac{2}{7}$;
 b) $\frac{11}{2}; \frac{11}{5}; \frac{11}{3}; \frac{11}{4}; \frac{11}{6}$;
 c) $\frac{1}{4}; \frac{3}{2}; \frac{1}{6}; \frac{2}{3}; \frac{5}{2}$.

23** Aflați valorile naturale ale lui x pentru care au loc:

- a) $\frac{1}{3} \leq \frac{x}{12} \leq \frac{1}{2}$; c) $\frac{2}{15} \leq \frac{6}{x-2} \leq \frac{3}{13}$;
 b) $\frac{2}{3} \leq \frac{x+1}{30} \leq \frac{4}{5}$; d) $\frac{1}{5} \leq \frac{4}{x-1} \leq \frac{2}{9}$.

24** Încadrați fiecare din fracțiile următoare între două numere naturale consecutive: $\frac{5}{6}; \frac{7}{2}; \frac{9}{5}; \frac{10}{3}; \frac{17}{2}$.

25*** Care dintre fracții este mai mică:

- a) $\frac{(2^7)^2}{3^{14}}$ sau $\frac{(3^5)^2}{(2^9)^2}$?
 b) $\frac{5^{17}}{(3^5)^7}$ sau $\frac{27^{10}}{25^{11}}$?

c) $\frac{4^{10}}{9^3}$ sau $\frac{3^{24} : 9^4}{4^{10} : 2^7}$?

26* Un elev citește într-o zi $\frac{8}{15}$ dintr-o carte, iar în altă zi citește $\frac{1}{5}$ din carte. În care zi a citit mai mult?

27** Un biciclist parcurge în prima zi $\frac{3}{10}$ din lungimea unui traseu, iar a doua zi

încă $\frac{4}{11}$ din acesta.

- a) În ce zi a parcurs mai mult?
- b) Stabilește dacă, în cele 2 zile, a parcurs mai mult de jumătate din lungimea totală.

28*

a) Care dintre fracțiile $\frac{7}{3}$ și $\frac{9}{4}$ este mai aproape de 2?

b) Care dintre fracțiile $\frac{23}{5}$ și $\frac{30}{7}$ este mai departe de 4?

c) Care din fracțiile $\frac{11}{3}$ și $\frac{13}{4}$ este mai aproape de 3?

d) Care dintre fracțiile $\frac{29}{5}$ și $\frac{17}{3}$ este mai departe de 5?

29 Determinați mulțimea $A = \left\{ n \in \mathbb{N}^* \mid \frac{n-1}{2} < \frac{n+5}{3} < \frac{n+1}{2} \right\}$.

30 Determinați numerele naturale \overline{ab} cu proprietatea că $\frac{\overline{ab}}{13} = \frac{\overline{ba}}{31}$.

Test 1

1. Pentru ce numere naturale x , există fracțiile:

a) $\frac{3}{x-1}$; b) $\frac{2}{x-2}$; c) $\frac{6}{x+1}$?

2. Determinați toate fracțiile de forma $\frac{\overline{1x4}}{42y}$ știind că $\overline{1x4} \mid 3$ și $9 \mid \overline{42y}$.

3. Să se determine toate fracțiile subunitare de forma:

a) $\frac{\overline{x4}}{26}$; b) $\frac{\overline{35}}{3x}$; c) $\frac{\overline{xx}}{45}$.

4. Să se determine toate fracțiile supraunitare de forma:

a) $\frac{\overline{7x}}{77}$; b) $\frac{\overline{x6}}{58}$; c) $\frac{\overline{x8}}{6x}$.

5. Să se determine fracțiile echivalentare de forma:

a) $\frac{3x+1}{5+x}$; b) $\frac{2x+5}{3x+2}$.

6. Determinați mulțimea $A = \left\{ \frac{\overline{34x8}}{43y9} \mid \text{fracția se simplifică cu } 3 \right\}$.

7. Să se simplifice fracțiile:

a) $\frac{4 \cdot 7^n + 7^{n+1}}{12^{n+1} - 12^n}$; b) $\frac{2^n + 6^n}{3^n + 9^n}$; c) $\frac{3+6+9+\dots+150}{4+8+12+\dots+200}$.

8. Să se afle x pentru care $\frac{\overline{1x}}{3x} = \frac{3}{8}$.

9. Aflați n natural pentru care $\frac{4n+7}{n-1}$ este număr natural.

10. Arătați că fracția $\frac{n+15}{n+14}$ este ireductibilă.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 5 p; 2 – 10 p; 3 – 10 p; 4 – 10 p; 5 – 10 p; 6 – 10 p; 7 – 10 p; 8 – 10 p;
9 – 10 p; 10 – 5 p

Test 2

1. Pentru ce numere naturale x , există fracțiile:

a) $\frac{1}{x-7}$; b) $\frac{5}{x-10}$; c) $\frac{12}{x+5}$?

2. Determinați toate fracțiile de forma $\frac{\overline{23}x}{\overline{1}x4}$ știind că $\overline{23}x$ și $\overline{1}x4$ se divid prin 3.

3. Să se determine toate fracțiile subunitare de forma:

a) $\frac{\overline{3}x}{\overline{x}2}$; b) $\frac{\overline{xx}}{\overline{4}x}$; c) $\frac{\overline{4}2}{\overline{4}x}$.

4. Să se determine toate fracțiile supraunitare de forma:

a) $\frac{\overline{x}9}{\overline{5}6}$; b) $\frac{\overline{5}x}{\overline{x}4}$; c) $\frac{\overline{x}7}{\overline{6}x}$.

5. Să se determine fracțiile echivalentare de forma:

a) $\frac{5x+3}{2x+9}$; b) $\frac{7x+3}{5x+11}$

6. Determinați mulțimea $A = \left\{ \frac{\overline{123}x}{\overline{234}y} / \text{fracția se simplifică cu 4} \right\}$.

7. Să se simplifice fracțiile:

a) $\frac{5 \cdot 3^n + 3^{n+1}}{5^{n+1} - 5^n}$; b) $\frac{14 \cdot 4^n + 4^{n+1}}{7^{n+1} - 7^n}$; c) $\frac{5+10+15+\dots+5000}{4+8+12+\dots+4000}$.

8. Să se afle x pentru care $\frac{7}{9} = \frac{\overline{x}1}{\overline{x}7}$.

9. Aflați n natural pentru care $\frac{6n+4}{3n-2}$ este număr natural.

10. Arătați că fracția $\frac{2n+1}{3n+1}$ este ireductibilă.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 5 p; 2 – 10 p; 3 – 10 p; 4 – 10 p; 5 – 10 p; 6 – 10 p; 7 – 10 p; 8 – 10 p;
9 – 10 p; 10 – 5 p

Test 3

1. a) Scrieți sub formă de fracție două treimi, trei cincimi.
b) Determinați valorile lui x pentru care fracțiile nu au sens:

1) $\frac{2}{x-2}$; 2) $\frac{1}{3x-9}$.

2. a) Introduceți întregii în fracție: $2\frac{1}{3}$; $5\frac{13}{15}$.
b) Scoateți întregii din fracție: $\frac{17}{3}$; $\frac{212}{17}$.
3. Se dă mulțimea $A = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{10}{8}; \frac{5}{5}; \frac{7}{10}; \frac{13}{10} \right\}$. Scrieți fracțiile din A care:
a) sunt echiunitare;
b) sunt subunitare;
c) sunt supraunitare.

4. Să se afle numărul natural x pentru care:
a) $\frac{7x+3}{2x+18}$ este echiunitară; b) $\frac{7x-3}{12} = 3\frac{1}{4}$.

5. Determinați mulțimile:

$$A = \{n \in \mathbb{N} / \frac{10}{2n-1} \in \mathbb{N}\};$$

$$B = \{n \in \mathbb{N} / \frac{2n+11}{n+2} \in \mathbb{N}\};$$

$$C = \{n \in \mathbb{N} / \frac{47}{53} < \frac{47}{n} < \frac{47}{41}\};$$

$$D = \{n \in \mathbb{N} / \frac{3}{5} \leq \frac{n-1}{10} < \frac{3}{2}\}.$$

6. Simplificați fracția $\frac{3^n + 2 \cdot 3^{n+1} + 3^{n+2}}{2 \cdot 5^n + 5^{n+1} + 5^{n+2}}$ până obțineți fracție ireductibilă.

7. Arătați că $N = \frac{\overline{xy} + 8x + 8y}{9}$ este număr natural.

Punetaj: 10 p – din oficiu

1 – 10 p; 2 – 10 p; 3 – 10 p; 4 – 20 p; 5 – 20 p; 6 – 10 p; 7 – 10 p

Test 4

1. a) Scrieți două fracții egale cu $\frac{3}{6}$ folosind amplificarea.
b) Scrieți două fracții egale cu $\frac{30}{60}$ folosind simplificarea.
2. a) Introduceți întregii în fracție: $3\frac{1}{2}$; $4\frac{12}{17}$.
b) Scoateți întregii din fracție: $\frac{18}{5}$; $\frac{193}{12}$.
3. Se consideră mulțimea $P = \left\{ \frac{1}{2}; \frac{7}{3}; \frac{10}{2 \cdot 5}; \frac{5}{2+3}; \frac{16}{5}; \frac{4+5}{10} \right\}$. Scrieți fracțiile din P care:
a) sunt subunitare;
b) sunt echiunitare;
c) sunt supraunitare.
4. Să se afle numărul natural x pentru care:
a) $\frac{4x+5}{2x+15}$ este echiunitară; b) $\frac{5x+3}{4} = 4\frac{1}{2}$
5. Determinați mulțimile:
 $A = \{x \in \mathbb{N} / \frac{14}{2x+1} \in \mathbb{N}\};$
 $B = \{x \in \mathbb{N} / \frac{3x+5}{2x+1} \in \mathbb{N}\};$
 $C = \{x \in \mathbb{N} / \frac{32}{61} < \frac{32}{x} < \frac{32}{51}\};$
 $D = \{x \in \mathbb{N} / \frac{5}{6} \leq \frac{x+1}{12} < \frac{5}{4}\}.$
6. Simplificați fracția $\frac{5^{n+1} + 2 \cdot 5^n + 5^{n+2}}{3^{n+2} + 2 \cdot 3^{n+1} + 3^n}$ până obțineți fracție ireductibilă.
7. Arătați că $N = \frac{\overline{ab0} - \overline{ab}}{9}$ este număr natural.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 10 p; 2 – 10 p; 3 – 10 p; 4 – 20 p; 5 – 20 p; 6 – 10 p; 7 – 10 p

5.4. Operații cu fracții ordinare

- Adunarea fracțiilor:

(1) Dacă fracțiile au același numitor, atunci se adună numărătorii, iar numitorul rămâne neschimbat:

$$\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n}$$

(2) Dacă fracțiile nu au același numitor, atunci se aduc la numitor comun, prin amplificare sau simplificare, după care se adună ca în cazul (1).

- Scăderea fracțiilor:

(1) Dacă fracțiile au același numitor, atunci se scad numărătorii, iar numitorul rămâne neschimbat:

$$\frac{a}{n} - \frac{b}{n} = \frac{a-b}{n}$$

(2) Dacă fracțiile nu au același numitor, atunci se aduc la numitor comun, prin amplificare sau simplificare, după care se scad ca în cazul (1).

- Înmulțirea fracțiilor:

Pentru a înmulți două fracții, înmulțim numărătorii între ei și numitorii între ei:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

- Împărțirea fracțiilor:

Pentru a împărti două fracții, înmulțim prima fracție cu inversa celei de a doua fracții:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Exemplul 1. Lungimea unui dreptunghi este $3\frac{1}{2}$ m, iar lățimea este cu $\frac{3}{4}$ m mai mică

decât lungimea. Să se afle perimetruul dreptunghiului.

R: $L = 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ m, $l = \frac{7}{2} - \frac{3}{4}$. Aducem la numitorul comun 4, prin amplificarea primei

fracții cu 2. $\Rightarrow l = \frac{14}{4} - \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$.

$$P = 2 \cdot (L + l) = 2 \cdot \left(\frac{7}{2} + \frac{11}{4} \right) = 2 \cdot \left(\frac{14}{4} + \frac{11}{4} \right) = 2 \cdot \frac{25}{4} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2} \text{ m.}$$

Exemplul 2. Rezolvați ecuația:

$$4\frac{1}{3} - \left(x + \frac{1}{2} \right) = 2\frac{1}{5}$$

R: Aflăm mai întâi paranteza care are rol de scăzător:

$$x + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{5}$$

$$x + \frac{1}{2} = \frac{5/13}{3} - \frac{3/11}{5}$$

$$x + \frac{1}{2} = \frac{65 - 33}{15}$$

$$x + \frac{1}{2} = \frac{32}{15} \Rightarrow x = \frac{2/32}{15} - \frac{15/1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{64 - 15}{30} = \frac{49}{30} = 1\frac{19}{30}$$

Exemplul 3. Un biciclist a parcurs un traseu în trei zile astfel: în prima zi o treime din întregul traseu, a doua zi $\frac{2}{5}$ din rest și a treia zi ultimii 300 km. Ce lungime a avut traseul și câți kilometri a parcurs în fiecare din primele două zile?

R: Notăm cu x lungimea traseului.

În prima zi a parcurs o treime, deci $\frac{1}{3} \cdot x = \frac{x}{3}$.

Restul după prima zi este $R_1 = x - \frac{x}{3} = \frac{3/x}{1} - \frac{x}{3} = \frac{2x}{3}$.

În a doua zi a parcurs $\frac{2}{5}$ din R_1 : $\frac{2}{5} \cdot \frac{2x}{3} = \frac{4x}{15}$.

Restul după a doua zi este $R_2 = R_1 - \frac{4x}{15}$ și reprezintă traseul din a treia zi. Prin urmare,

obținem ecuația $\frac{5/2x}{3} - \frac{4x}{15} = 300 \Rightarrow \frac{10x - 4x}{15} = \frac{300}{1} \Rightarrow \frac{6x}{15} = \frac{300}{1}$

$\Rightarrow 6x = 300 \cdot 15 \mid :6 \Rightarrow x = 750$ m.

În prima zi: $\frac{x}{3} = \frac{750}{3} = 250$ km. În a doua zi: $\frac{4x}{15} = \frac{4 \cdot 750}{15} = 200$ km.

APLICAȚII

1* Efectuați adunările, simplificând (eventual) rezultatul obținut până la o fracție ireductibilă:

a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3};$

e) $\frac{13}{14} + \frac{1}{14};$

i) $\frac{5}{12} + \frac{1}{12};$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2};$

f) $\frac{2}{5} + \frac{2}{5};$

j) $\frac{7}{24} + \frac{5}{24};$

c) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5};$

g) $\frac{1}{6} + \frac{3}{6};$

k) $\frac{4}{35} + \frac{3}{35};$

d) $\frac{1}{6} + \frac{2}{6};$

h) $\frac{2}{7} + \frac{1}{7} + \frac{2}{7};$

l) $\frac{10}{7} + \frac{11}{7}.$

2* Efectuați:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4};$

g) $\frac{1}{8} + \frac{1}{4};$

m) $\frac{1}{15} + \frac{3}{10};$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3};$

h) $\frac{4}{5} + \frac{1}{20};$

n) $\frac{1}{12} + \frac{1}{18};$

c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4};$

i) $\frac{7}{10} + \frac{3}{100};$

o) $\frac{1}{20} + \frac{11}{20};$

d) $\frac{1}{5} + \frac{1}{2};$

j) $\frac{7}{6} + \frac{5}{12};$

p) $\frac{4}{21} + \frac{3}{14};$

e) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6};$

k) $\frac{9}{10} + \frac{2}{5};$

f) $\frac{1}{6} + \frac{1}{4};$

l) $\frac{2}{3} + \frac{1}{27};$

3* Efectuați:

a) $2 + \frac{1}{3};$

d) $5\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2};$

g) $2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{3};$

b) $3 + \frac{5}{4};$

e) $3\frac{1}{3} + 1;$

h) $5\frac{1}{2} + 2\frac{1}{7};$

c) $2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3};$

f) $2\frac{1}{7} + 1\frac{1}{2};$

i) $1\frac{1}{20} + 2\frac{1}{12}.$

4* Calculați:

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{2}{15};$

e) $1\frac{1}{3} + 2 + 2\frac{1}{4};$

i) $2\frac{1}{5} + 1 + 1\frac{1}{15};$

b) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{6};$

f) $5 + 1\frac{1}{8} + 2\frac{1}{2};$

j) $1\frac{2}{7} + 1\frac{1}{14} + 1;$

c) $\frac{1}{4} + 2 + \frac{1}{2};$

g) $2\frac{1}{4} + 5\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6};$

k) $2\frac{1}{6} + 2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{9};$

d) $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{3}{2};$

h) $1\frac{1}{16} + 2\frac{3}{8} + 2\frac{1}{4};$

l) $2\frac{1}{4} + \frac{7}{12} + 1\frac{1}{3}.$

5* Calculați folosind proprietățile adunării:

a) $\frac{2}{25} + \frac{15}{28} + \frac{23}{25} + \frac{13}{28};$

b) $\frac{3}{7} + \frac{2}{9} + \frac{4}{7} + \frac{7}{9};$

c) $\frac{4}{5} + 3 + \frac{1}{5};$

d) $2 + \frac{4}{11} + 3 + \frac{7}{11}.$

6** Știind că $a + b = 17$ și $a \cdot b = 72$, calculați $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

7* Se dau numerele: $a = \frac{3}{8} + \frac{5}{2}$; $b = \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$; $c = \frac{2}{3} + \frac{3}{2}$

a) Calculați a , b și c ;

b) Verificați proprietatea de asociativitate a adunării pentru a , b și c :
 $a + (b + c) = (a + b) + c$

8* Aflați înălțimea unei case știind că parterul are $4\frac{3}{8}$ m, etajul întâi $4\frac{1}{20}$ m și etajul al doilea $4\frac{5}{8}$ m.

9* Într-o lăda sunt $20\frac{1}{4}$ kg de mere; în alta $10\frac{1}{5}$ kg de pere și în a treia lăda $25\frac{3}{4}$ kg de prune. Aflați câte kilograme de fructe sunt în cele trei lăzi.

10* Determinați fracția:

- a) cu $1\frac{1}{5}$ mai mare decât $\frac{2}{5}$;
- b) cu $2\frac{1}{3}$ mai mare decât $3\frac{1}{4}$;
- c) cu $1\frac{1}{5}$ mai mare decât $2\frac{1}{10}$;
- d) cu $2\frac{5}{12}$ mai mare decât $1\frac{5}{18}$.

11* Scrieți următoarele fracții ca sumă de 2 termeni, unul fiind număr natural:

$$5\frac{1}{3}; 2\frac{1}{7}; \frac{15}{12}; \frac{17}{3}; \frac{19}{5}.$$

12* Efectuați scăderile punând rezultatul sub formă ireductibilă:

- a) $\frac{2}{5} - \frac{1}{5}$;
- b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$;
- c) $\frac{5}{3} - \frac{2}{3}$;
- d) $\frac{10}{3} - \frac{1}{3}$;
- e) $\frac{15}{18} - \frac{5}{18}$;
- f) $\frac{7}{3} - \frac{7}{3}$;
- g) $\frac{5}{9} - \frac{2}{9}$;
- h) $\frac{11}{17} - \frac{2}{17}$;
- i) $\frac{22}{15} - \frac{2}{15}$;
- j) $\frac{19}{27} - \frac{10}{27}$;
- k) $\frac{13}{52} - \frac{9}{52}$;
- l) $\frac{17}{30} - \frac{7}{30}$.

13* Calculați:

- a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$;
- b) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$;
- c) $\frac{4}{5} - \frac{1}{10}$;
- d) $\frac{12}{15} - \frac{2}{3}$;
- e) $\frac{4}{27} - \frac{1}{9}$;
- f) $\frac{14}{25} - \frac{2}{5}$;
- g) $\frac{17}{24} - \frac{1}{6}$;
- h) $\frac{2}{5} - \frac{3}{20}$;
- i) $\frac{7}{6} - \frac{5}{12}$;
- j) $\frac{3}{10} - \frac{1}{15}$;
- k) $\frac{1}{12} - \frac{1}{18}$;
- l) $\frac{2}{3} - \frac{1}{9}$.

14* Calculați:

- a) $3 - \frac{2}{5}$;
- b) $1 - \frac{1}{4}$;
- c) $2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}$;
- d) $1\frac{1}{5} - 1$;
- e) $3\frac{2}{3} - 2$;
- f) $2\frac{1}{5} - 1\frac{1}{4}$;
- g) $3\frac{1}{14} - 2\frac{1}{7}$;
- h) $4\frac{1}{15} - 2\frac{1}{10}$;
- i) $5 - 4\frac{1}{3}$.

15* Calculați:

a) $\frac{7}{12} - \frac{1}{12} - \frac{5}{12};$

g) $7\frac{1}{18} - 1\frac{1}{6} - 2\frac{1}{9};$

b) $\frac{15}{2} - \frac{3}{2} - \frac{11}{2};$

h) $5\frac{1}{20} - 2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{15};$

c) $2\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3};$

i) $7 - 2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4};$

d) $4\frac{1}{6} - 1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2};$

j) $10 - 3\frac{1}{12} - 1\frac{1}{24};$

e) $5\frac{1}{12} - 2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4};$

k) $7\frac{1}{10} - 2 - 2\frac{1}{5};$

f) $4\frac{1}{15} - 2\frac{1}{5} - 1\frac{1}{3};$

l) $4\frac{1}{9} - 2\frac{1}{5} - 1.$

16** Calculați:

a) $\frac{5}{4} - \frac{2}{5} + \left(2 - \frac{1}{2}\right);$

e) $\frac{8}{3} - \left(\frac{5}{4} - 1\right) - \frac{1}{12};$

b) $7 - \left(2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}\right);$

f) $3 - \left(1 - \frac{1}{4}\right) - \left(4 - \frac{7}{2}\right);$

c) $2\frac{1}{5} - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right);$

g) $3\frac{1}{3} + 2\frac{1}{5} - \left(\frac{7}{15} + 2\frac{1}{3}\right);$

d) $\frac{7}{12} + \frac{2}{3} - \left(1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right);$

h) $2\frac{1}{6} - \left(1\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{9}.$

17** Se dau numerele: $a = \frac{1}{3} + 2\frac{1}{6} - \frac{1}{2}; b = 3\frac{1}{5} + 2\frac{1}{3} - 5\frac{1}{3}; c = 5\frac{1}{6} - 3\frac{1}{9} - \frac{2}{9}.$

Calculați expresiile:

a) $E = a + b - c;$

b) $F = a - c + (1 + b);$

c) $G = \frac{4}{5} + b + c - a.$

18** Determinați fracția:

a) cu $2\frac{1}{3}$ mai mică decât $4\frac{1}{5};$

c) cu $1\frac{1}{4}$ mai mică decât 2;

b) cu $\frac{5}{7}$ mai mică decât 3;

d) cu $\frac{3}{5}$ mai mică decât $\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4}.$

19* Lungimea unei săli de clasă este de $5\frac{1}{2}$ m. Aflați câți metri are lățimea sa, știind că este cu $1\frac{1}{4}$ m mai mică decât lungimea.

20* Un turist are de parcurs 100 km în trei zile. Știind că în primele două zile a parcurs $25\frac{1}{2}$ km, respectiv $40\frac{1}{3}$ km, aflați câți kilometri mai are de parcurs în ultima zi.

21* Un magazin a avut spre vânzare 150 kg de fructe. În prima zi s-au vândut $21\frac{1}{4}$ kg, a doua zi cu $13\frac{1}{2}$ kg mai mult decât în prima zi, iar a treia zi s-au vândut cu $10\frac{1}{4}$ kg mai mult ca a doua zi. Într-a patra zi s-au vândut cu $5\frac{1}{2}$ kg mai puțin decât în a treia zi. Câte kilograme de fructe au rămas după cele patru zile?

22** Rezolvați ecuațiile:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad x + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}; & \text{f)} \quad x - 1\frac{1}{8} = \frac{3}{4}; & \text{k)} \quad 3\frac{1}{5} - \left(x + \frac{1}{2} \right) = 1\frac{1}{5}; \\ \text{b)} \quad \frac{7}{3} - x = \frac{1}{4}; & \text{g)} \quad \frac{7}{3} + \frac{1}{2} = x + \frac{1}{3}; & \text{l)} \quad x - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}; \\ \text{c)} \quad x + \frac{17}{4} = 5; & \text{h)} \quad x - 2\frac{1}{5} = 4\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}; & \text{m)} \quad x - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}; \\ \text{d)} \quad 2\frac{1}{3} - x = 1\frac{1}{6}; & \text{i)} \quad x + \frac{1}{15} = 2\frac{1}{3} + \frac{1}{5}; & \text{n)} \quad x + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}. \\ \text{e)} \quad x - 3 = \frac{4}{5}; & \text{j)} \quad \frac{4}{3} - \left(x - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{3}; & \end{array}$$

23** Rezolvați ecuațiile:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad 5\frac{x}{2} + 3\frac{1}{2} = 12\frac{1}{2}; & \text{e)} \quad x\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 6; \\ \text{b)} \quad \frac{x}{4} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}; & \text{f)} \quad x\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{43}{12}; \\ \text{c)} \quad \frac{x}{3} + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}; & \text{g)} \quad 2\frac{x}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{2}; \\ \text{d)} \quad \frac{13}{5} - \frac{x}{2} = \frac{1}{10}; & \text{h)} \quad 1\frac{x}{5} - \frac{1}{2} = \frac{7}{10}. \end{array}$$

24* Efectuați înmulțirile, scriind rezultatul sub forma unei fracții ireductibile:

a) $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3};$

g) $\frac{12}{9} \cdot \frac{1}{4};$

m) $1\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8};$

b) $\frac{2}{5} \cdot \frac{15}{4};$

h) $\frac{3}{11} \cdot \frac{22}{5};$

n) $2\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{2};$

c) $\frac{7}{4} \cdot \frac{2}{5};$

i) $\frac{4}{10} \cdot \frac{7}{6};$

o) $10\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{4};$

d) $\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{9};$

j) $\frac{44}{25} \cdot \frac{50}{99};$

p) $2\frac{1}{13} \cdot 1\frac{4}{9};$

e) $\frac{6}{7} \cdot \frac{2}{7};$

k) $\frac{13}{10} \cdot \frac{20}{7};$

q) $1\frac{1}{7} \cdot 5\frac{1}{4};$

f) $\frac{6}{7} \cdot \frac{7}{2};$

l) $\frac{12}{13} \cdot \frac{26}{24};$

r) $3\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{50}.$

25* Calculați:

a) $\frac{3}{7} \cdot 2;$

c) $18 \cdot \frac{1}{2};$

e) $3 \cdot \frac{2}{21};$

g) $\frac{3}{14} \cdot 7;$

b) $4 \cdot \frac{2}{3};$

d) $10 \cdot \frac{2}{5};$

f) $\frac{1}{14} \cdot 10;$

h) $\frac{2}{15} \cdot 20.$

26* Efectuați înmulțirile:

a) $\frac{5}{4} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{14}{10};$

e) $1\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{18}{20};$

b) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{15}{7};$

f) $\frac{20}{15} \cdot \frac{35}{40} \cdot \frac{5}{28};$

c) $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{7}{10};$

g) $6 \cdot 3\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{21};$

d) $\frac{3}{11} \cdot \frac{5}{16} \cdot \frac{22}{15};$

h) $\frac{125}{13} \cdot \frac{79}{350} \cdot 0 \cdot \frac{211}{602}.$

27* Calculați:

a) jumătate din 100; 250; 1800;

b) un sfert din 60; 324; 4800;

c) o cincime din 75; 225; 400;

d) o treime din 222; 720; 8100.

28* Calculați:

- a) $\frac{2}{3}$ din 18; e) $\frac{3}{5}$ din 100; i) $2\frac{1}{5}$ din 70; m) $\frac{5}{9}$ din $\frac{27}{10}$;
b) $\frac{3}{5}$ din 10; f) $\frac{2}{7}$ din 84; j) $3\frac{1}{4}$ din 20; n) $\frac{3}{4}$ din $\frac{16}{9}$;
c) $\frac{1}{7}$ din 21; g) $\frac{3}{25}$ din 125; k) $5\frac{1}{6}$ din 72; o) $\frac{5}{2}$ din $1\frac{1}{5}$;
d) $\frac{3}{4}$ din 16; h) $\frac{6}{5}$ din 100; l) $4\frac{1}{11}$ din 3; p) $1\frac{1}{2}$ din $1\frac{1}{3}$.

29* Din cei 30 de elevi ai unei clase, $\frac{3}{5}$ sunt fete. Câte fete și câți băieți sunt în clasă?

30* O persoană a avut 1000 de lei din care a cheltuit trei sferturi. Ce sumă i-a rămas?

31* Un elev are de rezolvat 75 de probleme într-o lună. În prima săptămână a rezolvat $\frac{1}{3}$ din numărul lor, în a doua săptămână $\frac{2}{5}$ din total, iar în a treia săptămână $\frac{1}{5}$ din total. Câte probleme i-au mai rămas de rezolvat?

32* În fiecare din cele trei clase de a V-a ale unei școli sunt 30 de elevi. Din toți elevii de-a V-a, o treime fac fotbal, $\frac{1}{10}$ dansuri, $\frac{2}{5}$ practică înotul, $\frac{1}{9}$ baschet, iar restul nu practică niciun sport. Câți elevi nu fac sport?

33* Un autocar are de parcurs 1500 km. În prima zi a parcurs $\frac{2}{5}$ din drum, iar a doua zi jumătate din rest. Câți kilometri au rămas de parcurs?

34* Într-un joc LEGO sunt 500 de piese: $\frac{2}{5}$ dintre ele sunt piese roșii, jumătate din rest sunt piese galbene, $\frac{2}{3}$ din noul rest sunt piese albastre, iar restul sunt albe. Câte piese sunt din fiecare culoare?

35* Într-un magazin sunt 450 kg de fructe. În prima zi s-a vândut $\frac{2}{5}$ din cantitate, a doua zi s-a vândut $\frac{2}{3}$ din rest, iar a treia zi restul. Câte kilograme s-au vândut în fiecare zi?

36* Un drum de 630 km a fost parcurs în trei etape: în prima etapă o treime din drum, în a doua etapă $\frac{3}{5}$ din rest, iar restul în ultima etapă. Câți kilometri au fost parcurși în fiecare etapă?

37* Scrieți inversele următoarelor numere: $\frac{7}{2}; \frac{3}{5}; \frac{4}{3}; 5; \frac{1}{7}; 10; \frac{1}{3}; 1 + \frac{1}{3}; \frac{3}{2} + \frac{1}{6}$.

38* Efectuați împărțirile:

| | | | |
|---------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|
| a) $\frac{2}{3} : \frac{4}{9};$ | e) $\frac{1}{8} : \frac{3}{4};$ | i) $\frac{77}{27} : \frac{33}{12};$ | m) $\frac{3}{100} : \frac{30}{25};$ |
| b) $\frac{3}{5} : \frac{2}{5};$ | f) $\frac{6}{5} : \frac{8}{3};$ | j) $18 : \frac{2}{3};$ | n) $\frac{15}{14} : \frac{3}{28};$ |
| c) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2};$ | g) $\frac{12}{5} : 3;$ | k) $10 : \frac{5}{4};$ | o) $\frac{45}{18} : \frac{9}{12};$ |
| d) $\frac{7}{2} : \frac{1}{4};$ | h) $\frac{625}{15} : \frac{25}{18};$ | l) $\frac{72}{10} : \frac{18}{25};$ | p) $\frac{400}{32} : \frac{100}{24}.$ |

39* Calculați:

| | |
|--|--|
| a) $\frac{3}{7} : \frac{4}{3} : \frac{9}{14};$ | e) $5 : \left(\frac{10}{3} : \frac{2}{9} \right);$ |
| b) $\frac{2}{5} : \frac{3}{7} : \frac{4}{3};$ | f) $\left(\frac{2}{3} : 6 \right) \cdot \left(5 : \frac{10}{3} \right);$ |
| c) $\frac{2}{5} : \left(\frac{3}{7} : \frac{4}{3} \right);$ | g) $\left(\frac{2}{3} : 6 \right) \cdot \left(5 : \frac{10}{3} \right);$ |
| d) $5 : \frac{10}{3} : \frac{2}{9};$ | h) $4 : \left(\frac{1}{2} : \frac{1}{8} \right) : \left(\frac{2}{5} : \frac{4}{25} \right).$ |

40** Calculați ținând cont de paranteze și de ordinea efectuării operațiilor:

| | |
|---|---|
| a) $\frac{2}{3} : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{27}{4};$ | c) $\left(2 + 3\frac{1}{2} \right) : \frac{33}{4};$ |
| b) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} : \frac{3}{4};$ | d) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{7} - \frac{1}{14} \right) \cdot \frac{7}{3};$ |

$$\text{e)} \quad \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) : \frac{25}{240};$$

$$\text{i)} \quad \left(2 + \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : 4;$$

$$\text{f)} \quad 5 - 3 : \left(3 + \frac{3}{4}\right);$$

$$\text{j)} \quad 2\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{7}{2} : \frac{14}{10};$$

$$\text{g)} \quad \left(2 + \frac{3}{8} : \frac{1}{2}\right) \cdot 20;$$

$$\text{k)} \quad \frac{3}{7} + \frac{4}{7} \cdot \left(\frac{2}{5} + 1\right);$$

$$\text{h)} \quad 5 - 5 : \left(1 + \frac{1}{4}\right);$$

$$\text{l)} \quad \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{30}{22} + \frac{1}{2} : \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{10}\right);$$

$$\text{m)} \quad 2\frac{1}{2} : \left(\frac{5}{2} - 3\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{13}\right) \cdot 1\frac{1}{5};$$

$$\text{n)} \quad \left[\frac{1}{10} + \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right)\right] : 2\frac{1}{2};$$

$$\text{o)} \quad \left[\frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{1}{8} - \left(1 + \frac{3}{2}\right) \cdot 2\right] : 1\frac{5}{6};$$

$$\text{p)} \quad \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{10}\right) \cdot 6 + \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{12}{5} - \frac{1}{10}\right) \cdot \frac{5}{29};$$

$$\text{q)} \quad \left(1 + 2 : \frac{1}{2} + 3 : \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{2} - 20;$$

$$\text{r)} \quad \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{10}\right) - 2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{14};$$

$$\text{s)} \quad \left(1\frac{8}{9} : \frac{17}{9}\right) + 2 \cdot \left(3\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot 7\frac{1}{2}\right);$$

$$\text{t)} \quad \left(\frac{13}{5} - 2\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7}\right) \cdot 1\frac{3}{7} + \frac{1}{7};$$

$$\text{u)} \quad 10 - 13\frac{1}{3} : \left(5\frac{1}{3} - 4\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{7}{5} - \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{3}{20};$$

$$\text{v)} \quad \left[\frac{1}{2} + 3 \cdot \left(8\frac{1}{4} \cdot \frac{10}{11} - \frac{1}{2}\right)\right] \cdot \frac{2}{43} + 1.$$

41* Aflați numărul care:

$$\text{a)} \quad \text{este de 5 ori mai mare decât } 3\frac{1}{5};$$

- b) este de 3 ori mai mic decât $\frac{9}{2}$;
- c) este de 4 ori mai mare decât dublul lui $\frac{5}{8}$;
- d) este de 6 ori mai mic decât triplul lui $\frac{15}{4}$;
- e) este de 3 ori mai mare decât jumătatea lui $\frac{8}{9}$;
- f) este de 2 ori mai mic decât sfertul lui $\frac{24}{5}$.

42* Rezolvați ecuațiile în mulțimea numerelor raționale:

- | | | |
|-----------------|----------------|------------------|
| a) $2x = 3$; | f) $4x = 15$; | k) $28x = 7$; |
| b) $5x = 2$; | g) $8x = 4$; | l) $38x = 4$; |
| c) $3x = 4$; | h) $6x = 3$; | m) $72x = 16$; |
| d) $10x = 20$; | i) $25x = 5$; | n) $100x = 30$; |
| e) $35x = 7$; | j) $32x = 4$; | o) $27x = 36$. |

43* Aflați x :

- | | | |
|---------------------|---------------------|----------------------|
| a) $2x + 3 = 6$; | f) $6 - 3x = 1$; | k) $12x + 5 = 14$; |
| b) $3x - 1 = 7$; | g) $12 - 4x = 10$; | l) $7x - 5 = 1$; |
| c) $12x + 2 = 10$; | h) $13 - 8x = 7$; | m) $4x + 3 = 10$; |
| d) $5x - 3 = 4$; | i) $10x - 7 = 1$; | n) $15 - 10x = 10$; |
| e) $20x - 5 = 5$; | j) $25 - 3x = 24$; | o) $23 - 6x = 21$. |

44* Aflați x :

- | | | | |
|---------------------------|--------------------------------|---|---|
| a) $5x = \frac{5}{3}$; | d) $4x = \frac{10}{3}$; | g) $\frac{4}{5} \cdot x = 12$; | j) $\frac{2}{3} \cdot x = \frac{10}{21}$; |
| b) $2x = \frac{6}{7}$; | e) $\frac{1}{2} \cdot x = 3$; | h) $\frac{3}{7} \cdot x = 6$; | k) $x \cdot \frac{7}{8} = \frac{21}{16}$; |
| c) $3x = \frac{18}{10}$; | f) $\frac{2}{3} \cdot x = 8$; | i) $\frac{4}{5} \cdot x = \frac{8}{15}$; | l) $x \cdot \frac{15}{16} = 3\frac{3}{4}$. |

45** Rezolvați ecuațiile:

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| a) $3x + 1 = 1\frac{1}{2}$; | c) $4x + \frac{3}{4} = \frac{5}{6}$; |
| b) $2x - \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$; | d) $4x - \frac{3}{4} = \frac{5}{6}$; |

$$e) \ 3x + \frac{1}{5} = \frac{7}{2};$$

$$f) \ 5x + \frac{1}{4} = \frac{7}{8};$$

$$g) \ 10x - \frac{2}{9} = \frac{1}{3};$$

$$h) \ 4x - \frac{5}{6} = \frac{2}{3}.$$

46** Rezolvați ecuațiile:

$$a) \ \frac{2}{3} \cdot x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2};$$

$$b) \ \frac{3}{5} \cdot x - \frac{1}{2} = \frac{1}{10};$$

$$c) \ 3\frac{1}{5} - \frac{2}{3} \cdot x = 3;$$

$$d) \ \frac{7}{5} \cdot x + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{31}{30};$$

$$e) \ x \cdot \frac{3}{5} + \frac{4}{3} \cdot \frac{8}{15} = 2\frac{9}{10};$$

$$f) \ \frac{7}{5} \cdot \frac{15}{14} - x \cdot \frac{9}{4} = \frac{3}{4};$$

$$g) \ x \cdot 1\frac{2}{5} = 10 + x;$$

$$h) \ x - 12\frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot x.$$

47** În două lăzi sunt în total 72 kg de fructe. După ce din fiecare ladă se vinde aceeași cantitate de fructe, în prima ladă rămân $15\frac{1}{2}$ kg, iar în a doua $30\frac{1}{4}$ kg.

- a) Ce cantitate de fructe s-a vândut din fiecare ladă?
- b) Ce cantitate de fructe a fost la început în fiecare ladă?

48** Din tema de vacanță, Ionel a rezolvat în luna iulie jumătate din numărul de probleme, iar în august un sfert din total. Câte probleme a avut de rezolvat, știind că în septembrie a rezolvat ultimele 25 de probleme?

49** Un călător a parcurs un drum în 3 zile astfel: în prima zi $\frac{1}{3}$ din drum, a doua zi 10 km, iar în ultima zi jumătate din drum. Aflați lungimea drumului și cât a parcurs în fiecare zi.

50** Suma a trei numere este 120. Aflați numerele știind că al doilea este $\frac{2}{3}$ din primul și al treilea este jumătate din al doilea.

51** Dintr-un balot de stofă s-au vândut într-o săptămână $\frac{1}{3}$ din total, în a doua săptămână s-a vândut un sfert din rest. Știind că au mai rămas 60 m de stofă, aflați lungimea inițială și câți metri s-au vândut în fiecare săptămână.

52*** Dana și Maria au împreună 110 lei. După ce Dana cheltuie un sfert din suma sa, iar Maria jumătate din cât a avut, cele două fete au împreună 70 lei. Aflați ce sumă a avut fiecare fată la început.

53*** Vârsta fiului este $\frac{1}{4}$ din vârsta tatălui. Peste 6 ani fiul va avea o treime din vârsta tatălui. Aflați vârsta actuală a fiecărui.

54 Dacă $2 < a < 4$ și $4 < b < 6$, să se arate că:

a) $\frac{5}{12} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < \frac{3}{4}$;

b) $\frac{13}{144} < \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} < \frac{5}{16}$;

c) $\frac{3}{16} < \frac{1}{a} - \frac{1}{b^2} < \frac{17}{36}$.

55 a) Demonstrați că $\frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right)$.

b) Calculați $S = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 16}$.

56 Arătați că fracția $\frac{3 \cdot 7^n + 2}{7^{n+1} + 5}$ este ireductibilă pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

57 Arătați că numărul $1 + 2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3} + 4\frac{3}{3} + \dots + 2014\frac{2013}{3}$ este număr natural.

58 Să se determine cel mai mic număr natural nenul n pentru care numărul

$$N = n \cdot a \cdot b$$
 este patrat perfect, știind că $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$.

59 Se consideră numerele $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2015}$ și

$$y = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2014}{2015}. \text{ Arătați că } x + y \text{ este număr natural și scrieți 4 divizori ai lui.}$$

60 La un magazin de jucării s-au adus mingi roșii, verzi, albastre și galbene. Numărul mingilor roșii este un sfert din celelalte, cele verzi sunt o treime din celelalte, cele albastre sunt jumătate din celelalte. Să se afle câte s-au adus din fiecare, știind că numărul mingilor galbene este cu 1 mai mare decât al mingilor roșii.

5.5. Procente; media aritmetică

- Fracția $\frac{p}{100}$ se citește "p la sută" sau "p procente".
Orice procent se calculează dintr-un număr.
- Media aritmetică a două sau mai multe numere se obține împărțind suma numerelor la numărul lor.

$$m_a = \frac{a+b}{2} \text{ pentru două numere}$$

$$m_a = \frac{a+b+c}{3} \text{ pentru trei numere}$$

$$m_a = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \text{ pentru } n \text{ numere}$$

Exemplul 1. a) Aflați 15% din 300.

b) Aflați un număr știind că 12% din el este 60.

R: a) $15\% \text{ din } 300 = \frac{15}{100} \cdot 300 = 15 \cdot 3 = 45$

b) Fie x numărul căutat. Avem

$$12\% \text{ din } x = 60 \Rightarrow \frac{12}{100} \cdot x = 60 \Rightarrow x = 60 \cdot \frac{12}{100} = 60 \cdot \frac{100}{12} \Rightarrow x = 5 \cdot 100 = 500$$

Exemplul 2. Media aritmetică a trei numere este 72. Aflați cele trei numere știind că al doilea este 50% din primul și cu 4 mai mic decât al treilea.

R: Notăm a , b și c cele trei numere:

$$m_a = \frac{a+b+c}{3} = 72 \Rightarrow a+b+c = 72 \cdot 3 = 216$$

$$b = 50\% \text{ din } a \Rightarrow b = \frac{50}{100} \cdot a \Rightarrow b = \frac{1}{2}a \Rightarrow a = 2b$$

$$b = c - 4 \Rightarrow c = b + 4$$

Înlocuind pe a și pe c în $a + b + c = 216$, obținem:

$$2b + b + b + 4 = 216 \Rightarrow 4b = 212 \Rightarrow b = 53; a = 106 \text{ și } c = 57.$$

Exemplul 3. Media aritmetică a zece numere este egală cu 300, iar media aritmetică a primelor 6 numere este 250. Aflați media aritmetică a ultimelor 4 numere.

R: Considerăm cele 10 numere $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. Media lor aritmetică este

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10}}{10} = 300. \text{ De aici obținem suma celor 10 numere:}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 3000 \quad (1)$$

Media aritmetică a primelor 6 numere este: $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_6}{6} = 250$. Suma primelor

6 numere este $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_6 = 1500$ (2). Prin scăderea relațiilor (1) și (2), obținem suma ultimelor 4 numere:

$x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 1500$. Deci media aritmetică a ultimelor 4 numere este:

$$\frac{x_7 + x_8 + x_9 + x_{10}}{4} = \frac{1500}{4} = 375.$$

APLICAȚII

1* Citiți următoarele procente:

10%; 15%; 50%; 100%; 75%

2* Scrieți folosind notația pentru procente:

- a) 25 la sută;
- b) 50 la sută;
- c) 12 de procente;
- d) 70 de procente;
- e) sută la sută.

3* Scrieți cu linie de fracție:

- a) 15%;
- b) 20%;
- c) 32%;
- d) 70%;
- e) 45%.

4* Calculați:

- a) 10% din 250;
- e) 12% din 125;
- b) 15% din 200;
- f) 14% din 150;
- c) 20% din 70;
- g) 120% din 25;
- d) 30% din 240;
- h) 150% din 32.

5* Stabiliți dacă rezultatul este număr natural:

- a) 20% din 300;
- e) 2% din 1000;
- b) 30% din 50;
- f) 3% din $6\frac{2}{3}$;
- c) 12% din 40;
- g) 40% din $5\frac{1}{20}$;
- d) 25% din 420;
- h) 125% din $\frac{4}{5}$.

6* Aflați un număr, știind că 10% din el este:

- a) 5; b) 10; c) 30; d) $\frac{2}{5}$; e) $1\frac{3}{10}$; f) $4\frac{1}{2}$.

7* Aflați un număr știind că 25% din el este:

- a) 70; b) 25; c) $\frac{3}{4}$; d) 325; e) $2\frac{1}{2}$; f) $3\frac{3}{8}$.

8* Comparați numerele:

- a) 10% din 200 și 20% din 150;
b) 20% din 100 și 10% din 200;
c) 50% din 1 000 și 25% din 2 000;
d) 35% din 700 și 15% din 900;
e) 120% din 50 și 30% din 200;
f) 24% din 250 și 20% din 320.

9** Într-o bibliotecă sunt 4500 de cărți dintre care 10% sunt în limbi străine, restul fiind în limba română. Câte cărți în română sunt în bibliotecă? Dar în limbi străine?

10** O persoană depune la bancă 2500 de lei cu dobânda de 7% pe an. Cât este dobânda și ce sumă ridică de la bancă după un an?

11** Într-o clasă sunt 30 de elevi dintre care 40% sunt fete. Câte fete și câți băieți sunt în clasă?

12** Dintr-o suprafață de 425 ha s-au arat 24 de procente. Aflați ce suprafață s-a arat și ce suprafață a rămas nearată?

13** Într-o livadă sunt 120 de pomi. 30% dintre ei sunt pruni, 50% sunt meri, iar restul sunt cireși. Câți pomi de fiecare tip sunt în livadă?

14** La o librărie au fost aduse 300 de caiete. 45% din numărul lor sunt de română, 30% sunt de matematică, 10% de muzică, iar restul de biologie. Câte caiete de fiecare tip au fost aduse?

15** Un calculator costă 1500 de lei. Cât va costa calculatorul dacă se ieftinește cu 10%? Dar dacă se scumpește cu 10%?

16** Unui produs cu prețul de 2500 lei i se aplică două scumpiri succesive de câte 10% fiecare. Care este prețul după a doua scumpire?

17** Unui produs cu prețul de 2500 lei i se aplică o majorare cu 20%. Care este prețul după a majorare?

18** Un produs cu prețul de 720 lei se ieftinește cu 10%, după care mai are loc o ieftinire cu 25%. Care este prețul după cele două ieftiniri?

- 19**** O suprafață de 250 ha este însămânțată cu grâu, porumb și orz astfel: 40% din suprafață cu grâu, 60% din rest cu porumb și restul cu orz. Câte hectare are suprafața însămânțată cu orz?
- 20**** Din suma de 150 lei pe care o avea, Ana a cheltuit pe un ghiozdan 30%. Cu 40% din rest și-a cumpărat caiete și creioane. Câți lei i-au mai rămas Anei?
- 21**** O fabrică de zahăr prelucrează într-o zi 50000 kg de sfeclă. Sfecla pierde 5% prin spălare, 2% din rest prin strivire, iar din ce rămâne se obține 20% zahăr. Să se calculeze cantitatea de zahăr obținută în 10 zile.
- 22**** La un concurs s-au înscris 50 de candidati. 10% au fost eliminați la prima probă; 20% dintre cei rămași nu au trecut de a doua probă și 75% din cei care au participat și la a treia probă au fost respinși. Câți candidați au reușit să treacă de cele trei probe?
- 23*** Calculați media aritmetică a numerelor:
- 4 și 8; 10 și 50; 25 și 45; 12 și 18;
 - 2, 5 și 8; 17, 13 și 24; 200, 300 și 400.
- 24*** Media aritmetică a două numere este 12, unul dintre numere fiind 10. Aflați celălalt număr.
- 25*** Media aritmetică a trei numere este 25, două dintre numere fiind 35 și 30. Aflați al treilea număr.
- 26**** Media aritmetică a trei numere este 48, iar suma a două dintre numere este 100. Aflați al treilea număr.
- 27**** Media aritmetică a trei numere este 60, iar media aritmetică a două dintre numere este 50. Aflați al treilea număr.
- 28**** Aflați trei numere naturale consecutive care au media aritmetică 35.
- 29**** Aflați trei numere pare consecutive care au media aritmetică 30.
- 30**** Media aritmetică a 10 numere este 25. Cât este suma lor?
- 31**** Media aritmetică a două numere este 15, iar media aritmetică a altor trei numere este 20. Aflați media aritmetică a celor 5 numere.
- 32**  Calculați media aritmetică a numerelor $a = \frac{2}{9} + \frac{3}{12} + \dots + \frac{1003}{3012}$,
 $b = \frac{3}{9} + \frac{4}{12} + \dots + \frac{1004}{3012}$ și $c = \frac{4}{9} + \frac{5}{12} + \dots + \frac{1005}{3012}$.

Fișa nr. 7 Fracții

1. Completați spațiile punctate:

- a) Numărul a din fracția $\frac{a}{b}$ se numește
- b) Numărul b din fracția $\frac{a}{b}$ se numește
- c) Valorile lui x pentru care fracția $\frac{4}{(x-1) \cdot (x-3)}$ nu există sunt
- d) Valorile lui $n \in \mathbb{N}$ pentru care fracția $\frac{n}{4}$ este subunitară sunt

2. Alegeți varianta corectă (o singură variantă este corectă):

- a) Numărul fracțiilor de forma $\frac{6}{x}$, $x \in \mathbb{N}^*$, care sunt supraunitare, este:
A. 4; B. 5; C. 6; D. 7.
- b) Dacă fracția $\frac{150}{x}$ devine prin simplificare $\frac{3}{2}$, atunci x este egal cu:
A. 75; B. 50; C. 3; D. 100.
- c) Numărul fracțiilor echivalente cu $\frac{11}{12}$ de forma $\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$ este:
A. 7; B. 8; C. 9; D. 6.
- d) Numărul valorilor naturale ale lui n care verifică inegalitatea:

$$\frac{4}{7} < \frac{12}{n-1} \leq \frac{3}{4}$$
, este:
A. 3; B. 4; C. 5; D. 6.

3. Alegeți "A" sau "F" în funcție de valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) Dintre două fracții cu același numitor, mai mare este fracția cu numărătorul mai mare; A – F
- b) Fracția $\frac{2}{x}$ are sens pentru orice valoare naturală a lui x ; A – F
- c) Introducând întregii în fracția $5\frac{6}{17}$ se obține fracția $\frac{85}{17}$; A – F
- d) După scoaterea întregilor din fracția $\frac{337}{23}$, aceasta devine: $14\frac{15}{23}$. A – F

4. a) Aflați numerele naturale a și b pentru care fracțiile: $\frac{3}{a-1}$ și $\frac{b+1}{2}$ să fie echivalente;
- b) Simplificați fracția $\frac{\overline{abab}}{101}$.

5. a) Determinați $n \in \mathbb{N}$ pentru care $\frac{15}{2n+1} \in \mathbb{N}$;

b) Simplificați: $\frac{6+12+18+\dots+90}{8+16+24+\dots+120}$.

Fişa nr. 8 **Operaţii cu fracţii**

1. Completaţi spaţiile punctate:

- a) Rezultatul calculului $\frac{7}{3} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6}$ este
- b) Numărul cu $\frac{7}{5}$ mai mare decât produsul fracţiilor $\frac{12}{19}$ şi $\frac{38}{60}$ este
- c) Două treimi din 90 kg reprezintă kg.
- d) Dacă $\frac{3}{13}$ dintr-un număr este 18, atunci numărul este

2. Alegeţi varianta corectă (o singură variantă este corectă):

- a) Termenul al 60-lea din şirul de fracţii $\frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \frac{7}{6}, \dots$ este:
 A. $\frac{59}{60}$; B. $\frac{61}{60}$; C. $\frac{121}{120}$; D. $\frac{119}{120}$.
- b) După o ieftinire de 15%, o bicicletă de 200 lei va costa:
 A. 230; B. 170; C. 185; D. 215.
- c) Rezultatul calculului $\frac{4}{3} \cdot \left[\frac{1}{4} + \left(\frac{11}{2} - \frac{11}{4} : \frac{11}{8} \right) \right]$ este:
 A. 5; B. $\frac{5}{2}$; C. $\frac{8}{3}$; D. 4.
- d) Produsul $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2013}\right)$ este egal cu:
 A. $\frac{2012}{2013}$; B. $\frac{1}{2013}$; C. $\frac{2011}{2012}$; D. $\frac{1}{2012}$.

3. Alegeţi "A" sau "F" în funcţie de valoarea de adevăr a propoziţiilor:

- a) Pentru a aduna două fracţii adunăm numărătorii între ei și numitorii între ei; A – F
- b) La înmulţirea a două fracţii înmulţim numărătorii între ei și numitorii între ei; A – F
- c) Preţul unui obiect care se ieftineşte cu 10% și apoi se scumpeşte cu 10% rămâne neschimbăt; A – F
- d) $\frac{2}{7}$ din $\frac{14}{6}$ este mai mare decât $\frac{3}{5}$ din $\frac{15}{21}$. A – F

4. Efectuați:

a) $\left[\frac{3}{2} : \frac{21}{10} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} \right) : \frac{5}{2} \right] \cdot \frac{21}{37};$

b) $\left[\left(\frac{26}{15} + \frac{1}{10} - \frac{4}{3} \right) - \left(\frac{7}{2} - \frac{31}{12} \right) \cdot \frac{3}{11} + \frac{1}{2} \right] \cdot \frac{4}{3}.$

5. O persoană depune la bancă 2500 lei. Ce sumă va avea după 2 ani, dacă banca acordă o dobândă de 10% pe an?

Fișa nr. 9 Operații cu fracții

1. Completați spațiile punctate:

- a) Soluția ecuației: $\frac{13}{4} \cdot x - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{8}$ este
- b) Numărul de 2 ori mai mare decât o treime din $\frac{9}{10}$ este
- c) Numărul cu $\frac{6}{5}$ mai mic decât triplul lui $\frac{7}{5}$ este
- d) Dacă suma dintre jumătatea și treimea unui număr este $\frac{5}{3}$, atunci numărul este

2. Alegeti varianta corectă (o singură variantă este corectă):

- a) Soluția ecuației $4\frac{1}{5} + \frac{2}{3} \cdot x = 6\frac{13}{15}$ este:
 A. 4; B. $\frac{1}{4}$; C. $\frac{2}{5}$; D. $\frac{5}{2}$.
- b) Rezultatul calculului: $\frac{3}{2} - \frac{1}{3} : \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{15} \right) + 2 \cdot \left(\frac{3}{4} : \frac{5}{3} \right)$ este:
 A. $\frac{1}{20}$; B. $3\frac{13}{20}$; C. $\frac{3}{4}$; D. $1\frac{3}{20}$.
- c) Media aritmetică a trei numere este 13. Dacă 2 dintre numere sunt 10 și 12, atunci al treilea număr este:
 A. 15; B. 16; C. 17; D. 18.
- d) Trei numere au două câte două media aritmetică egală cu 19, 20, respective 20. Cel mai mic număr dintre ele este:
 A. 11; B. 13; C. 25; D. 19.

3. Alegeti "A" sau "F" în funcție de valoarea de adevar a propozitiilor:

- a) Numerele $x = \frac{2^7 \cdot (2^2)^3 \cdot (2^5)^3}{3^5 \cdot 9^4}$ și $y = \frac{4^8 \cdot 16^2 \cdot 2^4}{(3^4)^4 \cdot 27^3 \cdot 9^4}$ sunt egale; A – F
- b) Numărul $\frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \dots + \frac{39}{20}$ este natural; A – F
- c) Dacă $x = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2013}{2014}$ și $y = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \dots \cdot \frac{2012}{2013} \cdot \frac{2014}{2013}$ atunci $x \cdot y = 1$ A – F
- d) Numărul $3\frac{3}{5} \cdot 2\frac{1}{2} + \frac{21}{20} : \frac{7}{4} - \frac{1}{2} \cdot 6$ este cuprins între numerele 6 și 7 A – F

4. Calculați $(a - b)^{2013}$ pentru $a = \left[\frac{1}{2} + \left(3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4} \right) \cdot \frac{8}{3} \right] : \frac{23}{6}$ și
 $b = \left(2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{2} - \frac{2}{5} \cdot \frac{10}{16} \right) : \frac{22}{4}$

5. Ana citește în prima săptămână un sfert dintr-o carte, în a doua săptămână citește jumătate din rest. Câte pagini are cartea, dacă i-au mai rămas 75 de pagini?

Test 1

1. Calculați:

a) $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) : \frac{25}{240};$

b) $\frac{11}{3} - \frac{2}{3} \cdot \left[\frac{7}{2} - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{11} - \frac{1}{33} \right) \right];$

c) $\left(1 - \frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{4} + 3 : 1\frac{1}{5}\right) : \left[\left(\frac{13}{5} - 2\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7}\right) \cdot 1\frac{3}{7}\right].$

2. a) Aflați un număr știind că $\frac{1}{3}$ din $1\frac{1}{3}$ din el este 40.

b) Dintr-o suprafață de 600 ha s-au arat 12 procente. Ce suprafață a mai rămas de arat?

3. Rezolvați ecuațiile:

a) $\left(2 + 2\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{3}\right) : x = 3;$

b) $x \cdot \left(2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{7}{8} - \frac{7}{2} : 14\right) = \frac{1}{4}.$

4. Într-o școală sunt 26 clase cu câte 25 elevi. $\frac{2}{13}$ din numărul total de elevi au împlinit 14 ani, o zecime din rest au împlinit 13 ani. Câți elevi au vîrstă sub 13 ani?

5. Din banii pe care îi are, un elev cheltuiește o cincime pe caiete, un sfert din rest dă pe un stilou și îi mai rămân 45 lei. Să se afle câți lei a avut la început și cât a plătit pe caiete și pe stilou.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 15 p; 2 – 15 p; 3 – 20 p; 4 – 20 p; 5 – 20 p

Test 2

1. Media aritmetică a numerelor 17, 13 și 24 este

2. Calculând $\frac{6}{5}$ din $\frac{1}{2}$ din 10, obținem

3. Numărul pentru care $\frac{4}{7}$ din el este 1036 este

4. Din 50 de sportivi, $\frac{9}{10}$ fac fotbal. Numărul celor care nu fac fotbal este

5. Calculați, scriind rezultatul ca fracție ireductibilă:

a) $1\frac{4}{5} + \frac{1}{5};$

b) $5 - \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{14} \right);$

c) $\left(\frac{17}{8} : \frac{17}{35} \right) : \frac{7}{16};$

d) $\frac{28}{31} \cdot \left[\frac{1}{4} + \left(2\frac{1}{2} - \frac{7}{4} \right) \cdot \frac{8}{7} \right];$

e) $\frac{\left(5\frac{1}{5} - 2\frac{2}{5} \right) : 2\frac{1}{3}}{\left(2\frac{1}{5} - \frac{4}{5} \right) \cdot 1\frac{3}{7}}.$

6. Ana rezolvă într-o săptămână o cincime din numărul total de probleme. În altă săptămână rezolvă încă 45 de probleme și îi mai rămân jumătate din numărul total. Câte probleme trebuie să rezolve în total?

7. Adi, Mihai, Dan și Vlad au împreună 232 lei. Aflați ce sumă are fiecare, știind că Adi are jumătate din suma lui Mihai; Vlad are $\frac{5}{7}$ din suma lui Mihai, iar

Dan are $\frac{11}{5}$ din cât are Adi.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 5 p; 2 – 5 p; 3 – 5 p; 4 – 5 p; 5 – 30 p; 6 – 20 p; 7 – 20 p

Test 3

1. Dacă $\frac{a}{b} = \frac{5}{6}$, atunci $6a - 5b$ este egal cu

2. Media aritmetică a numerelor $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{5}$ și $\frac{8}{5}$ este

3. Scrieți numărul 4 ca sumă de două fracții, niciuna dintre ele nefiind număr natural.

4. Aflați termenul necunoscut x : $\left[\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} - x \right) \right] \cdot \frac{6}{41} = \frac{1}{2}.$

5. Calculați:

$$a = \left(9\frac{1}{4} - 7\frac{2}{5} \right) : 7\frac{2}{5};$$

$$b = \left(3\frac{1}{8} + 2\frac{13}{20} - 5\frac{1}{5} \right) \cdot \frac{5}{23};$$

$$c = \left(6 + \frac{7}{5}\right) \cdot \frac{12}{37} : 12 ;$$

$$d = 4a + 8b + c.$$

6. Determinați un număr știind că înmulțindu-l cu $\frac{3}{4}$ obținem același rezultat ca atunci când scădem $6\frac{1}{2}$ din el.
7. Un biciclist are de parcurs 270 km. În prima zi a parcurs $\frac{2}{9}$ din lungimea totală, a doua zi a parcurs $\frac{3}{7}$ din rest, iar a treia zi un sfert din ce a rămas după a doua zi. Câtii km mai are de parcurs?
8. O persoană depune la bancă 1000 lei. Peste câți ani va avea suma de 1210 lei, știind că dobânda este de 10% pe an?

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 5 p; 2 – 5 p; 3 – 5 p; 4 – 10 p; 5 – 20 p; 6 – 15 p; 7 – 15 p; 8 – 15 p

VI Numere zecimale

6.1. Scrierea și citirea numerelor zecimale. Comparare și reprezentare pe axă

- O fracție cu numitorul o putere a lui 10 se numește fracție zecimală finită. Fracția zecimală este formată dintr-o parte întreagă și o parte zecimală separate prin virgulă. Cifrele care formează partea zecimală se numesc zecimale, prima după virgulă este cifra zecimilor, a doua este cifra sutimilor, a treia este cifra miimilor, a patra este cifra zecimilor de miimi, ș.a.m.d.
- Pentru a compara două fracții zecimale finite se compară întâi părțile lor întregi, fiind mai mare cea cu partea întreagă mai mare. Dacă părțile întregi sunt egale, atunci se compară părțile zecimale cifră cu cifră.

Exemplul 1. Scrieți numerele zecimale și încadrați-le între două numere naturale consecutive:

- a) 3 întregi și 8 zecimi
 - b) 4 întregi și 6 sutimi.
 - c) 2 întregi, 4 zecimi și 7 sutimi.
- R: a) 3,8 cu $3 < 3,8 < 4$
b) 4,06 cu $4 < 4,06 < 5$
c) 2,47 cu $2 < 2,47 < 3$

Exemplul 2. Transformați în fracție zecimală: $\frac{7}{10}; \frac{3}{100}; \frac{17}{20}; \frac{13}{25}; \frac{5}{4}$.

R: $\frac{7}{10} = 0,7; \frac{3}{100} = 0,03; \frac{17}{20} = \frac{85}{100} = 0,85;$
 $\frac{13}{25} = \frac{52}{100} = 0,52; \frac{5}{4} = \frac{125}{100} = 1,25.$

Exemplul 3. Scrieți aproximările prin lipsă și adaos pentru numărul 7,253 cu o eroare mai mică de o zecime și de o sutime.

R: Aproximarea prin lipsă cu o eroare mai mică de o zecime este 7,2, iar cea prin adaos este 7,3.

Aproximarea prin lipsă cu o eroare mai mică de o sutime este 7,25, iar cea prin adaos este 7,26.

APLICAȚII

1* Scrieți sub formă zecimală:

- a) $\frac{5}{10}; \frac{35}{10}; \frac{123}{10}; \frac{7291}{10};$
- b) $\frac{2}{100}; \frac{7}{100}; \frac{35}{100}; \frac{17}{100}; \frac{525}{100}; \frac{6211}{100};$
- c) $\frac{1}{1000}; \frac{3}{1000}; \frac{12}{1000}; \frac{712}{1000}; \frac{5113}{1000}; \frac{61223}{1000};$
- d) $\frac{253}{10^4}; \frac{173512}{10^5}; \frac{351}{10^6}; \frac{2}{10^5}; \frac{3125534}{10^6}.$

2* Scrieți cu ajutorul cifrelor următoarele numere zecimale:

- a) trei zecimi; două sutimi; șapte miimi;
- b) doi întregi și o zecime; zece întregi și cînsprezece sutimi; patru întregi și treizeci de sutimi;
- c) cinci sute de miimi; un întreg și o sută cincizeci de miimi; o sută treizeci de întregi și cinci zecimi.

3* Fie numerele zecimale: 1,3; 2,15; 12,715; 17; 3,041. Pentru fiecare dintre aceste numere scrieți:

- a) partea întreagă;
- b) partea zecimală;
- c) cifra zecimilor și numărul zecimilor;
- d) cifra sutimilor și numărul sutimilor;
- e) cifra miimilor și numărul miimilor.

4* Scrieți numerele zecimale care:

- a) au partea întreagă 7 și partea zecimală 0,35;
- b) au partea întreagă 25 și partea zecimală 0,1;
- c) au partea întreagă nulă și partea zecimală 0,123.

5* Fie numerele: 12,03; 1,563; 32,421 și 5,146. Pentru fiecare dintre aceste numere scrieți:

- a) aproximările prin lipsă cu o eroare mai mică de o zecime;
- b) aproximările prin lipsă cu o eroare mai mică de o sutime;
- c) aproximările prin adaos cu o eroare mai mică de o zecime
- d) aproximările prin adaos cu o eroare mai mică de o sutime;
- e) rotunjirile la cea mai apropiată: unitate, zecime, sutime, miime.

6* Comparați fracțiile zecimale finite:

- a) 3,1 cu 3; 2 cu 2,4; 10,1 cu 10; 0 cu 0,1;
- b) 15,12 cu 15,1; 2,35 cu 2,3; 17,12 cu 17,1; 400,5 cu 400,51; 31,213 cu 31,21; 4,501 cu 4,5; 88,45 cu 88,4; 13,1 cu 13,17; 600,3 cu 600,31;
- c) 13,1' cu 12,915; 43,421 cu 44,001; 10,51 cu 12,03; 125,729 cu 125,629; 173,001 cu 173,01; 38,202 cu 38,002;

- d) 71,435 cu 70,435; 318,501 cu 381,501; 4,013 cu 40,13; 6,012 cu 6,12;
4,907 cu 49,07;
e) 17,211 cu 17,22; 118,01 cu 118,001; 32,115 cu 32,105; 4,453 cu 4,451;
f) 2,3 cu 2,17; 0,351 cu 0,3512; 4,13 cu 4,1; 1,1111 cu 1,111; 31,202 cu 31,022.
- 7* Ordonați crescător numerele:
a) 0,3; 0,41; 0,401; 0,31; 0,301; 0,031; 0,041;
b) 1,15; 1,105; 1,51; 1,501; 1,015; 1,051;
c) 13,121; 13,12; 13,112; 13,211; 13,11; 13,21.
- 8* Ordonați descrescător:
a) 1,3; 2,01; 3,001; 0,512; 4,2; 4,02;
b) 10,1; 10,21; 10,01; 10,12; 10,02; 10,012;
c) 25,509; 25,6; 25,590; 25,059; 25,605.
- 9* Scrieți trei numere zecimale:
a) mai mici decât 1,79;
b) mai mari decât 2,15, dar cu aceeași parte întreagă;
c) mai mici decât 10,25, dar cu aceeași parte fracționară;
d) cuprinse între 1 și 2;
e) cuprinse între 1,3 și 2;
f) cuprinse între 2,5 și 2,6;
g) cuprinse între 10,133 și 10,14.
- 10* Încadrați următoarele numere zecimale între două numere naturale consecutive și reprezentați pe axa numerelor:
a) 2,3; c) 1,2; e) 2,9; g) 4,3; i) 1,6.
b) 0,1; d) 0,7; f) 3,1; h) 5,4;
- 11* Folosind toate cifrele 1, 2, 3 o singură dată scrieți toate numerele zecimale cu partea întreagă 0 și ordonați-le crescător.
- 12* Scrieți următoarele numere eliminând zerourile încât să obțineți numere egale cu cele date:
205,300; 6,30; 70,020; 1,500; 1,002000; 0,03100; 15,560; 0,01000
- 13* Scrieți următoarele fracții zecimale sub formă de fracție ordinată cu numitorul putere a lui 10.
a) 2,5; 4,3; 1,5; 0,3; 15,1 c) 0,002; 0,351; 1,354; 17,203
b) 2,31; 1,15; 4,02; 1,23; 0,21 d) 1,0324; 25,1132; 0,2513; 23,1137
- 14* Scrieți următoarele fracții zecimale sub formă de fracții ordinare ireductibile:
a) 2,2; 3,5; 4,6; 0,5 c) 0,005; 1,025; 0,625; 1,450
b) 12,25; 0,36; 1,05; 4,25 d) 0,008; 2,325; 0,4055; 1,1255
- 15* Care din următoarele fracții zecimale 2,732; 3,91; 3,721; 2,97; 4,532; 7,21; 7,039; 2,033 este cea mai apropiată de:
a) 2; b) 3; c) 4; d) 7; e) 3,5; f) 2,5

6.2. Adunarea și scăderea numerelor zecimale finite

- Pentru a aduna două fracții zecimale finite se scriu fracțiile una sub alta, astfel încât partea întreagă să fie sub partea întreagă, virgula sub virgulă, zecimile sub zecimi, sutimile sub sutimi, și.a.m.d., efectuându-se apoi adunarea ca la numere naturale și coborând virgula la rezultat.
- Pentru a scădea două fracții zecimale finite se scriu fracțiile una sub alta, astfel încât partea întreagă să fie sub partea întreagă, virgula sub virgulă, zecimile sub zecimi, sutimile sub sutimi, și.a.m.d., efectuându-se apoi scăderea ca la numere naturale și coborând virgula la rezultat.

Exemplul 1. Calculați:

a) $5,3 + 2,6$ b) $25 + 3,5$. c) $7,15 - 2,3$ d) $6,5 - 4,29$.

R: a) $\frac{5,3 + 2,6}{7,9}$ b) Se adaugă o zecimală nulă numărului 25: $\frac{25,0 + 3,5}{28,5}$. c) Se adaugă o zecimală nulă numărului 2,3: $\frac{7,15 - 2,30}{4,85}$

d) Se adaugă o zecimală nulă numărului 6,5: $\frac{6,50 - 4,29}{2,21}$.

Exemplul 2. Ana are 25,15 lei, Dana are 30,10 lei, iar George are 17,50 lei. Ce sumă au cei trei copii? Cu cât are mai mult Dana decât fiecare copil?

R: $25,15 + 30,10 + 17,50 = 72,75$

$D - A = 30,10 - 25,15 = 4,95$

$D - G = 30,10 - 17,50 = 12,60$

Exemplul 3. Aflați x :

a) $3,12 + x - 1,5 = 7,25$

b) $x + 15,25 < 18,35$ în mulțimea \mathbb{N} .

R: a) $3,12 + x - 1,5 = 7,25 \mid +1,5$

$3,12 + x = 7,25 + 1,5$

$3,12 + x = 8,75 \mid -3,12$

$x = 8,75 - 3,12$

$x = 5,63$

b) $x + 15,25 < 18,35 \mid -15,25$

$x < 18,35 - 15,25$

$x < 3,1$

Soluțiile naturale sunt: 0, 1, 2, 3.

APLICAȚII

1* Efectuați adunările:

- | | |
|--------------------|-------------------------|
| a) $1,5 + 2;$ | g) $7,119 + 2,102;$ |
| b) $3 + 1,51;$ | h) $15,723 + 10,001;$ |
| c) $10 + 10,2;$ | i) $102,351 + 100,153;$ |
| d) $100,3 + 23;$ | j) $3,52 + 14,79;$ |
| e) $1,21 + 1,15;$ | k) $13,01 + 12,23;$ |
| f) $10,31 + 5,25;$ | l) $42,63 + 31,77.$ |

2* Calculați:

- | | | |
|---------------------|--------------------|---------------------|
| a) $2,5 + 2,72;$ | e) $0,5 + 2,72;$ | i) $0,05 + 0,235;$ |
| b) $7,15 + 5,1;$ | f) $1,77 + 1,707;$ | j) $1,001 + 0,29;$ |
| c) $12,313 + 3,41;$ | g) $0,21 + 3,5;$ | k) $7,21 + 15,729;$ |
| d) $18,42 + 13,2;$ | h) $4,001 + 4,1;$ | l) $35,22 + 3,522.$ |

3* Calculați:

- | | |
|-----------------------------|----------------------------|
| a) $2,1 + 4,3 + 3,6;$ | f) $1,1 + 2,53 + 1,77;$ |
| b) $41,12 + 3,18 + 2,25;$ | g) $8,75 + 0,703 + 1,25;$ |
| c) $0,01 + 1,25 + 7,75;$ | h) $2,5 + 9,5 + 1,3;$ |
| d) $1,151 + 2,533 + 0,506;$ | i) $4,23 + 0,801 + 1,209;$ |
| e) $5,32 + 1,48 + 2,53;$ | j) $3,28 + 6,91 + 24,088.$ |

4* Efectuați scăderile:

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| a) $15,3 - 15,2;$ | f) $5,213 - 5,102;$ |
| b) $23,14 - 11,14;$ | g) $10,117 - 9,207;$ |
| c) $715,31 - 700,29;$ | h) $185,493 - 108,693;$ |
| d) $0,532 - 0,511;$ | i) $11,38 - 10,83;$ |
| e) $1,25 - 0,75;$ | j) $0,128 - 0,028.$ |

5* Calculați:

- | | | |
|--------------------|---------------------|---------------------|
| a) $3 - 1,9;$ | f) $17,51 - 13;$ | k) $21,43 - 2,143;$ |
| b) $3 - 1,92;$ | g) $2,003 - 1,21;$ | l) $521,3 - 5,213;$ |
| c) $3 - 1,925;$ | h) $0,502 - 0,25;$ | m) $4,3 - 0,43;$ |
| d) $17,2 - 13,41;$ | i) $1,71 - 0,283;$ | n) $15,1 - 15,001;$ |
| e) $12,72 - 10,3;$ | j) $32,17 - 3,217;$ | o) $23,32 - 21.$ |

6* Calculați:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| a) $2,73 + 1,27 - 2,52;$ | f) $62,02 + 39,3 - 100,28;$ |
| b) $71,25 - 60,3 + 2,41;$ | g) $2,352 + 10,03 - 9,45;$ |
| c) $135,2 - 41,702 + 38,3;$ | h) $4,001 + 3,5 - 5,25;$ |
| d) $0,25 + 0,75 - 1;$ | i) $54 - 2,725 - 3,12;$ |
| e) $4,7 + 13,23 - 15,211;$ | j) $28,1 - 7,43 - 14,211.$ |

7** Calculați:

- a) $4,705 - 1,301 - 1,21$; e) $25 - 2,4 + (7,2 - 3,5)$;
b) $4,705 - (1,301 + 1,21)$; f) $0,14 + 2,14 - 2,11 - 0,13$;
c) $4,705 - (1,301 - 1,21)$; g) $2,28 - (4 - 3,12) + 0,15$;
d) $129 - 35,21 - (72 + 20,01)$; h) $17,5 - (2,3 + 12,61) + 0,5$.

8* Calculați cât mai rapid folosind proprietățile adunării:

- a) $2,7 + 3,4 + 2,3 + 1,6$;
b) $121,9 + 72,5 + 1,1 + 0,5$;
c) $5,6 + 3,2 + 4,8 + 0,4$;
d) $14,17 + 25,42 + 1,83 + 5,58$.

9** Comparați:

- a) suma dintre $32,5$ și $41,7$ cu suma dintre $30,2$ și $44,3$;
b) diferența numerelor $25,23$ și $10,1$ cu diferența dintre $32,42$ și $17,28$;
c) suma dintre $0,25$ și $71,391$ cu diferența dintre $93,65$ și $22,01$;
d) diferența dintre $15,03$ și $2,1$ cu suma dintre $0,865$ și $12,05$.

10** Rezolvați ecuațiile:

- a) $x + 1,19 = 2,33$; e) $x + 15,002 = 17,23$;
b) $2,15 - x = 1,3$; f) $2,35 - x + 1,48 = 3,01$;
c) $x + (1,3 - 0,5) = 2,9$; g) $x - 1,21 + 7,29 = 10$;
d) $7,25 - x = 2,3 + 0,15$; h) $63,5 - (x + 2,9) = 29,32$.

11** Completați tabelele de mai jos:

a)

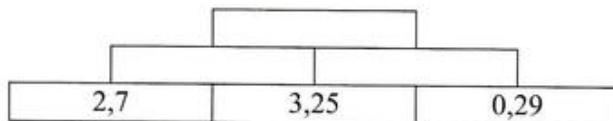
| | | | | |
|------|---|------|---|-------|
| 3,21 | + | 5,42 | = | |
| + | | + | | + |
| 6,95 | + | | = | 10,32 |
| = | | = | | = |
| | + | | = | |

b)

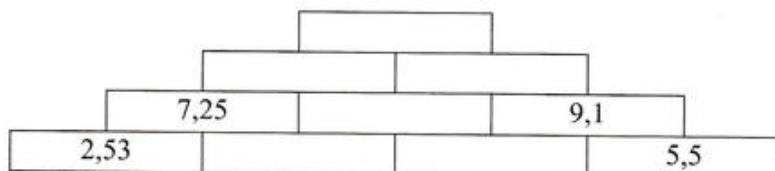
| | | | | |
|------|---|------|---|-------|
| | + | 0,93 | = | 8,5 |
| + | | + | | + |
| 1,35 | + | | = | |
| = | | = | | = |
| | + | | = | 17,32 |

12** Completați căsuțele goale, știind că fiecare număr este egal cu suma numerelor ce se află în cele 2 căsuțe de sub căsuța sa.

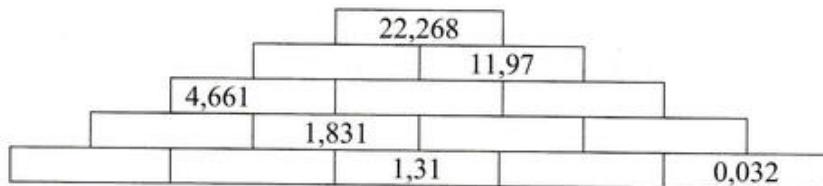
a)



b)



c)



13** Completați căsuțele goale știind că suma numerelor de pe fiecare linie, coloană și diagonală este aceeași:

a)

| | | |
|-----|-----|-----|
| 7,6 | | |
| 2,6 | 4,6 | |
| | | 1,6 |

b)

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 3,3 | | | 3,6 |
| 2,8 | 3,1 | | |
| | | 2,6 | 2,9 |
| 2,1 | 3,4 | | 2,4 |

14** O persoană parcurge într-o zi 5,35 km. A doua zi merge cu 1,32 km mai puțin decât în prima zi, iar în a treia zi merge cu 2,1 km mai puțin decât în primele două zile la un loc. Calculați distanța parcursă în cele trei zile.

15** Un camion trebuie să transporte o cantitate de 30210,35 kg de cereale. Încărcat cântărește 6750 kg, iar gol cântărește 2350,5 kg. Ce cantitate mai are de transportat după ce a făcut 2 transporturi?

- 16*** Un biciclist are de parcurs în trei zile distanță de 185,30 km. În prima zi parurge 85,2 km, iar a doua zi parurge cu 15,1 km mai mult decât în prima zi. Câți kilometri parurge în a treia zi?
- 17*** Ana pleacă în tabără cu suma de 155,50 lei. Cheltuie pe cadouri pentru părinții ei 35,25 lei, iar pentru fratele ei cu 12,30 lei mai puțin. Știind că a mai plătit 42,75 lei pentru diverse cheltuieli, să se afle cu ce sumă de bani s-a întors din tabără.
- 18***** Diferența a două numere este 175,35. Dacă mărim descăzutul cu 12,3 și micșorăm scăzătorul cu 10,1, calculați diferența noilor numere.
- 19*** Adi, Bogdan și Cristian au împreună 250,30 lei. Bogdan are 75,25 lei, iar Adi are cu 32,40 lei mai mult ca Bogdan. Ce sumă are Cristian?
- 20*** Salariul unui funcționar este de 1550 lei. Știind că lunar are de achitat factura de curenț de 57,50 lei, de gaz de 85,20 lei, de TV și telefonie de 80,25 lei și de apă de 32,15 lei, aflați cu ce sumă rămâne după achitarea facturilor.

6.3. Înmulțirea numerelor zecimale. Puteri.

- La înmulțirea unui număr zecimal cu o putere a lui 10 se mută virgula spre dreapta peste un număr de cifre egal cu exponentul lui 10.
- Pentru a înmulți două numere zecimale finite se înmulțesc cele două numere fără a se ține cont de virgulă, iar la rezultat se pune virgula, de la dreapta spre stânga, după atâtea cifre câte zecimale sunt la cele două numere împreună.

Exemplul 1. Calculați cât mai rapid:

- a) $20 \cdot 12,5 \cdot 5$
 b) $2^3 \cdot 0,007 \cdot 5^3$
 c) $0,5 \cdot 1,5 \cdot 0,2$
- R: a) $20 \cdot 12,5 \cdot 5 = 20 \cdot 5 \cdot 12,5 = 100 \cdot 12,5 = 1250$
 b) $2^3 \cdot 0,007 \cdot 5^3 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 0,007 = 10^3 \cdot 0,007 = 7$
 c) $0,5 \cdot 1,5 \cdot 0,2 = 0,5 \cdot 0,2 \cdot 1,5 = 0,1 \cdot 1,5 = 0,15$

Exemplul 2. Calculați în două moduri: $2,5 \cdot (1,9 + 3,1)$.

R: $2,5 \cdot (1,9 + 3,1) = 2,5 \cdot 5 = 12,5$ sau $2,5 \cdot 1,9 + 2,5 \cdot 3,1 = 4,75 + 7,75 = 12,5$

Exemplul 3. Un porumbel zboară 330,2 m pe minut. Câți metri zboară porumbelul într-o oră?

R: $330,2 \cdot 60 = 19812$ m

APLICAȚII

1* Calculați:

- a) $1,15 \cdot 10$; g) $13,5 \cdot 100$;
- b) $2,01 \cdot 10$; h) $7,001 \cdot 100$;
- c) $15,1 \cdot 10$; i) $0,2153 \cdot 10^3$;
- d) $0,331 \cdot 10$; j) $1,0122 \cdot 1000$;
- e) $0,121 \cdot 100$; k) $0,002 \cdot 1000$;
- f) $3,011 \cdot 100$; l) $1,3 \cdot 1000$.

2* Efectuați înmulțirile:

- a) $2 \cdot 4,5$; i) $0,012 \cdot 2,3$;
- b) $10,3 \cdot 5$; j) $2,1 \cdot 0,3$;
- c) $0,01 \cdot 4$; k) $4,22 \cdot 1,3$;
- d) $1,003 \cdot 5$; l) $0,71 \cdot 5,3$;
- e) $1,3 \cdot 2,5$; m) $1,351 \cdot 2,51$;
- f) $1,01 \cdot 2,1$; n) $0,023 \cdot 0,112$;
- g) $3,2 \cdot 15$; o) $0,37 \cdot 5,1$;
- h) $6,31 \cdot 2,1$; p) $2,001 \cdot 20,01$.

3* Calculați a^2 , a^3 pentru:

- a) $a = 0,1$; d) $a = 1,1$;
- b) $a = 0,3$; e) $a = 0,25$;
- c) $a = 0,07$; f) $a = 2,3$.

4* Efectuați:

- a) $1,3^2 \cdot 2$; e) $0,3^3 \cdot 1000$;
- b) $5 \cdot 0,1^3$; f) $2,1^2 \cdot 200$;
- c) $2,5^2 \cdot 1,01$; g) $(1,5 + 0,2)^2 \cdot 10$;
- d) $(2,5 - 2,4)^2 \cdot 3$; h) $15 \cdot (2,5 - 2,1 + 0,1)^2$.

5** Calculați folosind factorul comun:

- a) $1,3 \cdot 0,17 + 1,3 \cdot 0,83$;
- b) $0,25 \cdot 1,3 + 2,2 \cdot 0,25 + 0,25 \cdot 1,5$;
- c) $0,84 \cdot 2,3 + 0,84 \cdot 5,6 - 0,84 \cdot 2,9$;
- d) $2,2 \cdot 1,92 + 1,92 \cdot 5,3 + 2,5 \cdot 1,92$.

6* Măriți de 25,5 ori numerele:

4; 10; 3,5; 2,1; 6,25; 100; 13,2.

7* Calculați numărul de 4,5 ori mai mare decât:

100; 2,3; 6,2; 1,3; 12; 0,1; 0,02; 4,5.

8** Efectuați și aproximați rezultatul prin lipsă:

- a) $5,871 \cdot 9$;
- b) $11,5 \cdot 4,32$;
- c) $1,272 \cdot 13,1$;
- d) $0,25 \cdot 0,113$;
- e) $1,453 \cdot 32$;
- f) $10,3 \cdot 0,23$;
- g) $4,1 \cdot 2,93$;
- h) $2,3 \cdot 4,31 \cdot 0,5$.

9* Pentru o rochie sunt necesari 2,4 m de stofă. Câte metri sunt necesari pentru 12 rochii? Dar pentru 35 de rochii?

10** Un tractor ară într-o zi de lucru 5,35 hectare. Câte hectare va ara tractorul într-o săptămână? Dar în 20 zile și jumătate?

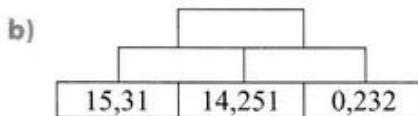
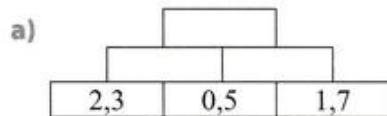
11** Comparați numerele:

- a) $2,3 \cdot 5,5$ și $3,2 \cdot 4,1$
- b) $14,3 \cdot 8,2 \cdot 1,52$ și $10,21 \cdot 11,2 \cdot 2,13$
- c) $2,5^2 \cdot 3,1$ și $5,32 \cdot 1,2^2$
- d) $0,01^3 \cdot 125,2 \cdot 15,1$ și $10^3 \cdot 0,02^2 \cdot 0,01^2$

12** Dacă $a + b = 3,2$ și $b + c = 5,3$, calculați :

- a) $4a + 5b + c$
- b) $2a + 7b + 5c$
- c) $3a + 10b + 7c$
- d) $10a + 12b + 2c$

13** Completați căsuțele goale știind că fiecare număr este egal cu produsul numerelor ce se află în cele două de sub căsuță sa:



14** Determinați valoarea numerică pentru expresia:

- a) $E = 2,3 \cdot a + 27,5 \cdot b$, dacă
 $a = (3,1 + 0,25) \cdot 1,7$ și $b = (2,73 - 1,25) \cdot 2,4$
- b) $E = 4,5 \cdot a - 0,21 \cdot b$, dacă
 $a = 10,5 \cdot 2,3 + 1,2 \cdot 3,5$ și $b = 1,1^2 + 2,5$
- c) $E = (a + b)^2$, dacă
 $a = (27,5 - 3,3) \cdot 1,2$ și $b = (4,21 + 3,79) \cdot 0,2$

15** Rezolvați ecuațiile:

- a) $(3 + x) : 21 = 2,3;$
- b) $(x - 2,5) : 7 = 19,5;$
- c) $(62,7 - x) : 4 = 10,3;$
- d) $(38,32 - x) : 3,1 = 10;$
- e) $(x + 1,3) : 1,73 = 21,5;$
- f) $(x - 3,5) : 2,7 = 10,21;$
- g) $(4,32+x) : 10 = 173,21;$
- h) $(635,2 - x) : 21 = 12,1.$

16* Maria cumpără 5 creioane cu 1,20 lei bucata, 2 pixuri cu 2,50 lei bucata și 7 coperte de caiet cu 1,75 lei bucata. Ce rest primește, dacă plătește cu o bancnotă de 50 de lei?

17* Într-un depozit s-au adus 30 de saci cântărind fiecare câte 25,5 kg și alții 25 de saci cântărind fiecare 33,2 kg. Calculați cantitatea totală a mărfuii.

18* Pentru o petrecere s-au cumpărat 20 de prăjitură, 12 sticle de sucuri și 5 pungi cu alune. Știind că o prăjitură costă 4,50 lei, o sticlă de suc 12,5 lei și o pungă cu alune 13,25 lei, să se afle ce sumă s-a plătit pentru toate cumpărăturile.

19* Într-un camion s-au încărcat 15 lăzi cântărind 7,25 kg fiecare, 13 saci de 14,5 kg fiecare și 20 de cutii cântărind 3,5 kg fiecare. Cât cântărește întreaga cantitate încărcată?

20** La un magazin, într-o zi s-a vândut marfă în valoare de 1350,50 lei; a doua zi s-a vândut de 2 ori mai mult ca în prima zi, iar în a treia zi cu 725,30 lei mai puțin decât în a doua zi. Care este suma totală încasată în cele trei zile?

6.4. Împărțirea numerelor zecimale. Periodicitate

- La împărțirea unui număr zecimal cu o putere a lui 10 se mută virgula spre stânga peste un număr de cifre egal cu exponentul lui 10.
- Pentru a împărți două numere zecimale se înmulțesc mai întâi cele două numere cu o putere a lui 10 astfel încât împărțitorul să devină număr natural, după care se aplică algoritmul împărțirii a două numere naturale, trecând virgula la rezultat în momentul în care se ajunge la ea la deîmpărțit.
- Dacă numitorul unei fracții ireductibile conține numai factori de forma 2^k sau 5^n , atunci fracția este zecimală finită.
- Dacă numitorul unei fracții ireductibile conține și alți factori decât 2^k sau 5^n , atunci fracția se transformă în fracție periodică.
- Dacă numitorul unei fracții ireductibile are numai factori primi diferenți de 2 și 5, atunci ea transformă în fracție zecimală periodică simplă.
- Dacă numitorul unei fracții ireductibile are, pe lângă alți factori primi, și cel puțin unul dintre factorii 2 și 5, atunci fracția se transformă în fracție zecimală periodică mixtă.

Exemplul 1. Efectuați împărțirile:

a) $175,3 : 10$

b) $175,3 : 100$

c) $175,3 : 1000$

R: a) $175,3 : 10 = 17,53$

b) $175,3 : 100 = 1,753$

c) $175,3 : 1000 = 0,1753$

Exemplul 2. Calculați:

a) $36,5 : 0,5$

b) $2,52 : 0,03$

c) $462,4 : 4$

R: a) $36,5 : 0,5 = 365 : 5 = 73$

b) $2,52 : 0,03 = 252 : 3 = 84$

c) $462,4 : 4 = 115,6$

Exemplul 3. Calculați, specificând tipul perioadei obținute:

a) $25 : 3$

b) $193 : 900$

c) $23 : 18$

R: a) $25 : 3 = 8,(3)$ fracție periodică simplă

b) $193 : 900 = 0,21(4)$ fracție periodică mixtă

c) $23 : 18 = 1,2(7)$ fracție periodică mixtă

APLICAȚII

1* Calculați:

- | | |
|----------------|-----------------|
| a) 12,3: 10; | g) 21,3: 100; |
| b) 1,02: 10; | h) 5,2: 100; |
| c) 0,1: 10; | i) 7135: 1000; |
| d) 513,21: 10; | j) 231,2: 1000; |
| e) 253: 100; | k) 7,2: 1000; |
| f) 152,1: 100; | l) 25,01: 1000. |

2* Efectuați împărțirile:

- | | | |
|-------------|-------------|--------------|
| a) 1: 2; | e) 232: 5; | i) 212: 25; |
| b) 17: 4; | f) 1535: 4; | j) 1273: 20; |
| c) 21: 5; | g) 428: 5; | k) 738: 16; |
| d) 1232: 5; | h) 135: 8; | l) 285: 50. |

3* Calculați:

- | | | |
|--------------|--------------|---------------|
| a) 6,4: 2; | i) 42: 12; | q) 42: 0,7; |
| b) 7,2: 3; | j) 20,8: 13; | r) 42: 0,07; |
| c) 2,05: 5; | k) 2,1: 14; | s) 42: 0,007; |
| d) 4,13: 2; | l) 50,4: 21; | t) 10: 0,4; |
| e) 28,04: 4; | m) 6: 0,2; | u) 225: 1,5; |
| f) 121,5: 9; | n) 2: 0,05; | v) 5: 0,25; |
| g) 28,3: 5; | o) 15: 0,3; | w) 1,44: 1,2; |
| h) 61,02: 3; | p) 7: 0,07; | x) 14,4: 1,2. |

4* Efectuați împărțirile specificând tipul perioadei obținute:

- | | | |
|------------|-------------|--------------|
| a) 25: 3; | e) 251: 7; | i) 2130: 70; |
| b) 176: 6; | f) 735: 11; | j) 420: 13; |
| c) 38: 15; | g) 413: 12; | k) 135: 18; |
| d) 49: 18; | h) 52: 15; | l) 4233: 54. |

5* Calculați:

- | | |
|-----------------|------------------|
| a) 7,25: 0,5; | g) 31,24: 0,4; |
| b) 53,22: 0,3; | h) 25,003: 0,01; |
| c) 0,28: 0,4; | i) 0,3525: 1,5; |
| d) 7,75: 3,1; | j) 2,49: 0,3; |
| e) 2,409: 0,03; | k) 47,325: 1,5; |
| f) 1,02: 0,005; | l) 11,231: 0,25. |

6** Calculați, ținând cont de ordinea efectuării operațiilor:

- a) $1,3 \cdot 2,5 - (4,2 + 8,6) : 4;$
- b) $2,3 \cdot (1,5 - 0,75) + 7,6 : 2;$
- c) $(9,7 - 3,2) : 0,5 + 0,1^2;$
- d) $5,6 : 0,7 - 4,5 : 9 \cdot 7;$
- e) $(7,1 - 2,3 \cdot 2) : 5 + 0,5;$
- f) $3,2 + 2,1 \cdot (7,5 - 2,5 \cdot 2);$
- g) $35 - 2 \cdot (4,9 : 0,7 + 2 : 0,2);$
- h) $3,21 \cdot 1,3 - 4,17 \cdot (1,5 : 5 + 0,7);$
- i) $(4,4 \cdot 2,5 + 0,1) : 3 - 3,7;$
- j) $3,25 + 5 \cdot (7,25 : 5 - 1);$
- k) $(0,15 + 0,8 \cdot 0,7) : 7,1;$
- l) $1,02 + (5,25 - 0,9) \cdot 2,8;$
- m) $(0,1^2 + 0,2^2) : 5 + (3 - 0,2 \cdot 0,8) \cdot 2;$
- n) $(2,1 : 0,7 + 6,9 : 0,23) : 0,2 - 160;$
- o) $(3,1 + 5,6 : 2) \cdot 100 - 5 : 0,01;$
- p) $(245,32 + 41,68) : 10 - 4 \cdot 7,1;$
- q) $[(6,5 \cdot 2,3 - 4,1 \cdot 1,4) : 0,3 + 0,3] : 31 + 1;$
- r) $10 \cdot \{8 + 9 \cdot [0,5 + 0,2 \cdot (1,5 + 6:4)]\} - 179;$
- s) $0,5 \cdot 10^2 - 2,5 \cdot [12 - 7,5 : (0,5 \cdot 0,5 + 7: 2)];$
- t) $(725 : 100 - 6,35 : 5) : 2 - 0,33 \cdot 3.$

7** Rezolvați ecuațiile:

- a) $x + 1,3 = 2,5;$
- b) $2,87 - x = 1,07;$
- c) $3x + 10,25 = 17,75;$
- d) $2x - 7,51 = 12,25;$
- e) $4x + 45,7 = 98,2;$
- f) $2,1 \cdot x - 0,3 = 2,22;$
- g) $15 - 3,5 \cdot x = 4,5;$
- h) $2,5 \cdot (x + 1,3) = 10;$
- i) $(2,15 + x) : 1,2 = 7,42;$
- j) $4,2x + 3,4x = 19;$
- k) $0,5 \cdot (2,7 + x) = 7,25;$
- l) $2,15x + 6,14 = 7,43;$
- m) $1,35x - 2,42 : 4 = 6,28;$
- n) $2,7 \cdot 5,3 - 1,3 \cdot x = 11,97.$

8** Rezolvați ecuațiile:

- a) $2,5x - 1,3 = 1,2x + 1,3;$
- b) $53,1x + 0,25 = 7,15x + 96,745;$
- c) $6,14 + 1,24x = 3,44x - 8,16;$
- d) $15x - 7,17 = 5x + 1,13;$
- e) $0,25x - 0,25 = 0,2x - 0,2;$
- f) $0,3x - 2,5 = 0,1x + 2,5;$
- g) $9x + 3,46 = 7,96x + 12,3;$
- h) $2,5x + 24 = 6,5x + 7,6;$
- i) $3,2x - 15,3 = 0,9 + 0,5x;$
- j) $10,7x + 2,3 = 5,7x + 15,05.$

9* Rezolvați inecuațiile în mulțimea numerelor naturale:

- | | |
|---------------------------|---------------------------------|
| a) $x + 2,3 \leq 5,7$; | f) $2x + 1,3 \geq x + 7,3$; |
| b) $x - 1,2 \leq 1,3$; | g) $15x - 2,5 \geq 5x + 5,5$; |
| c) $x + 0,75 < 1$; | h) $1,4x + 2 \leq 0,4x + 6,3$; |
| d) $2x + 6,2 \leq 10,6$; | i) $15,5 - x \geq 12,5$; |
| e) $1,6x + 1 \leq 7,4$; | j) $26,8 - 5x \geq 20,4$. |

10** Aflați valorile naturale ale lui x pentru care au loc relațiile:

- a) $3,4 \leq 2x + 1 \leq 5,6$;
- b) $2,25 \leq 5x + 1,3 \leq 14,35$;
- c) $15,2 < 4x + 5,6 < 28,8$;
- d) $7,24 < 3x - 2 < 16$;
- e) $16,4 \leq 2,6x - 9,6 < 28,1$.

11* Aflați un număr știind că:

- a) Mărind cu 2,15 produsul numărului cu 1,8, se obține 15,11;
- b) Micșorând 25% din număr cu 1,725, se obține 0,65;
- c) Adunând 4,32 la 14% din număr, se obține 4,95;
- d) Scăzând 1,531 din 72% din număr, se obține 4,661;
- e) Mărind câtul dintre număr și 2,4 cu 2,5, se obține 5;
- f) Scăzând din 5,2 câtul dintre 0,8 și număr, se obține 3,2.

12* Calculați media cu 2 zecimale exacte a unui elev care a obținut la bacalaureat următoarele note:

- a) 9,50; 8,25 și 9,35;
- b) 7,25; 8,30 și 6,25;
- c) 5,45; 7,05 și 6,40;
- d) 9,90; 9,75 și 9,45;
- e) 7,50; 8,25 și 8,45;
- f) 10; 10 și 9,70;
- g) 8,35; 7,35 și 8,70;
- h) 5,60; 7,95 și 6,45.

13* Media semestrială la matematică se calculează după regula $(3 \cdot M + T)/4$, unde T este nota de la teză, iar M este media aritmetică cu două zecimale exacte a notelor (exceptând nota tezei). Calculați media cu două zecimale exacte a unui elev care are următoarele note:

- a) 5; 6; 6; 8; 9 și la teză are 7;
- b) 9; 8; 10; 10; 9 și la teză are 8;
- c) 7; 7; 6; 5; 4 și la teză are 4;
- d) 10; 9; 10; 7; 7 și la teză are 9;
- e) 7; 8; 9; 10; 10 și la teză are 10;
- f) 4; 4; 6; 6; 8 și la teză are 6.

14* Calculați media generală a unui elev în cei patru ani de gimnaziu, știind că mediile anuale au fost:

- a) 9,96; 9,90; 9,72 și 9,86;
- b) 8,25; 8,20; 8,45 și 8,70;
- c) 9,25; 9,40; 9,60 și 9,35;
- d) 7,30; 7,65; 7,32 și 7,94.

15* Completați căsuțele libere din tabelul următor, știind că ultima coloană reprezintă media aritmetică a celorlalte.

| | - | - | - | - | m_a |
|---|---------|---------|---------|---------|-------|
| a | 1,12 | 3,25 | 1,16 | 0,93 | |
| b | | 4,25 | 0,05 | 2,32 | 1,94 |
| c | 2,42 | | 3,16 | 3,53 | 2,285 |
| d | 0,02 | 0,72 | | $0,5^2$ | 0,25 |
| e | $1,2^2$ | $0,6^2$ | $1,4^2$ | | 1,25 |

16** Aflați două numere știind că:

- a) suma lor este 12,5, iar unul este de 4 ori mai mare decât celălalt;
- b) media lor aritmetică este 17,3, iar unul este cu 10,4 mai mare decât celălalt;
- c) diferența lor este 40,5, iar numărul cel mic este 0,25 din cel mare;
- d) media lor aritmetică este 15,9, iar unul dintre ele este de 4,3 ori mai mare decât celălalt.

17** Aflați trei numere știind că:

- a) suma lor este 72,45, al doilea număr este cu 1,2 mai mare decât primul, iar al treilea cu 1,2 mai mic decât primul;
- b) suma lor este 18,5, primul este de 3 ori mai mic decât al doilea, iar al treilea este cu 1 mai mare decât al doilea;
- c) suma lor este 18,8, al doilea număr este cu 5 mai mare decât primul și de 2 ori mai mic decât al treilea;
- d) media lor aritmetică este 3,3, primul număr este de 3 ori mai mare decât al doilea și cu 1,5 mai mic decât al treilea;
- e) primul este de 2 ori mai mic decât al doilea și de 3 ori mai mic decât al treilea, iar diferența dintre al treilea și al doilea este egală cu 2,5.

18** Un teren dreptunghiular are lungimea de 10,2 m și lățimea de 3 ori mai mică decât lungimea. Ce lungime are un gard de sărmă care împrejmuiște terenul și cât costă acesta, dacă 1m de gard costă 5,2 lei?

19** Un teren de 220 ha trebuie arat în 3 zile. Stiind că a doua zi s-a arat de 1,5 ori mai mult ca în prima zi, iar în a treia zi s-a arat de 2 ori mai mult ca în a doua zi, aflați câte hectare s-au arat în fiecare zi.

- 20**** Din suma de bani pe care o are, un elev își cumpără cu 10% un stilou, cu 30% din sumă un ghiozdan și caiete în valoare de 20 de lei. Știind că i-au mai rămas 70 de lei, aflați ce sumă a avut la început și cât a plătit pe stilou și pe ghiozdan.
- 21**** Un drum a fost parcurs în trei etape astfel: în prima etapă s-a parcurs 25% din drum, în a doua zi o treime din rest, iar în ultima zi restul de 55,3 km. Aflați lungimea drumului.
- 22**** Dintr-un depozit de cereale s-au scos într-o săptămână 0,2 din cantitate, în a doua săptămână s-au scos 75% din rest și au rămas în depozit 160 t. Aflați ce cantitate se află la început în depozit și cât s-a scos în fiecare săptămână.
- 23**** Cu $\frac{1}{3}$ din banii economiști, Ana își cumpără o geantă, iar cu $\frac{2}{7}$ din rest o rochie. Știind că i-au mai rămas 150 lei, aflați ce sumă a avut la început și cât a cheltuit de fiecare dată.
- 24**** După două scumpiri succesive cu câte 10% un produs costă 60,5 lei. Aflați prețul inițial al produsului.
- 25**** După două ieftiniri succesive, prima de 10%, iar a doua de 5%, un produs costă 85,5 lei. Aflați prețul inițial al produsului.
- 26**** O persoană are la bancă un depozit de 2000 lei. Ce sumă va avea după 3 ani, dacă banca îi acordă o dobândă de 8% pe an?
- 27**** Media aritmetică a trei numere este 2,6. Aflați cele 3 numere știind că al treilea număr este cu 2,28 mai mare decât primul număr și cu 3,66 mai mare decât al doilea număr.
- 28**** Media aritmetică a trei numere este 5. Știind că media aritmetică a primelor două numere este 6,125 și al doilea număr este 0,75 din primul număr, aflați cele trei numere.
- 29**** Media aritmetică a șase numere este 25,5, iar media aritmetică a primelor trei numere este 32,7. Aflați media aritmetică a ultimelor trei numere.
- 30**** Dintr-un balot de stofă s-a vândut în prima zi 0,25 din total, iar a doua zi 0,2 din rest. Ce lungime a avut balotul și cât s-a vândut în fiecare zi, dacă au mai rămas 21,3 m? Câți lei s-au încasat în fiecare din cele 2 zile, dacă 1 m de stofă costă 12,50 lei?
- 31**** Ioana cheltuie în prima zi de excursie 0,25 din suma de bani pe care o avea. A doua zi cheltuie o treime din rest, iar a treia zi jumătate din noul rest și se întoarce din excursie cu 12,50 lei. Ce sumă a avut la început?
- 32**** După ce se scumpește cu 15% și apoi se ieftinește cu 10%, o bicicletă costă 310,50 lei. Care a fost prețul inițial?

- 33**** După două reduceri succesive, prima de 10% și a doua de 12%, un joc lego costă 57,42 lei. Care a fost prețul inițial?
- 34**** După două majorări succesive, prima de 5% și a doua de 8%, un album costă 56,70 lei. Care a fost prețul inițial?
- 35***** O sumă de bani se împarte în mod egal unor copii. Dacă fiecare copil primește 25,5 lei, rămân 16,5 lei, iar dacă fiecare ar primi 29,3 lei, atunci ar mai fi necesari încă 2,5 lei. Câți copii sunt și ce sumă se împarte?
- 36***** Mai mulți copii vor să cumpere o mingă. Dacă fiecare copil contribuie cu 2,50 lei, atunci le mai trebuie 2,15 lei, iar dacă fiecare contribuie cu 3,50 lei, atunci le mai rămân 1,85 lei. Câți copii sunt și cât costă mingea?
- 37***** Pentru confecționarea a 5 fuste și 2 rochii au fost necesari 10,9 m de material, iar pentru 6 fuste și 4 rochii de același tip s-au folosit 16,6 m de material. Câți metri sunt necesari pentru o rochie? Dar pentru o fustă?
- 38***** Cinci stilouri și 3 creioane costă 84,4 lei. Două stilouri și 5 creioane costă 42,5 lei. Cât costă un stilou? Dar un creion?
- 39** a) Dacă $x < 0,001$ și $x + y \in \mathbb{N}$, aflați primele trei zecimale ale lui y .
b) Dacă $x < \frac{1}{2^{10}}$ și $x + y \in \mathbb{N}$, aflați primele trei zecimale ale lui y .
- 40** a) Comparați numerele 2^{100} și 10^{30} .
b) Aflați primele 30 de zecimale ale numărului 2^{101} .

6.5. Fracții zecimale infinite

Exemplul 1. Comparați numerele: $a = 2,5(1)$, $b = 2,(51)$ și $c = 2,51$

$$\left. \begin{array}{l} a = 2,5111\dots \\ R: b = 2,5151\dots \\ c = 2,5100 \end{array} \right\} \Rightarrow c < a < b$$

Exemplul 2. Calculați suma primelor 100 de zecimale ale numărului $\frac{103}{33}$.

R: Efectuând împărțirea $103:33$, obținem fracția zecimală periodică mixtă $3,(12)$. Primele 100 de zecimale formează 50 de perechi de forma (1, 2). Suma primelor 100 de zecimale va fi $50 \cdot (1 + 2) = 150$

Exemplul 3. Calculați:

- a) $0,(2) + 0,(7)$
- b) $2,(15) + 3,(05)$

R: Se transformă numerele în fracții ordinare:

$$\begin{aligned} a) \quad 0,(2) + 0,(7) &= \frac{2}{9} + \frac{7}{9} = \frac{9}{9} = 1 \\ b) \quad 2,(15) + 3,(05) &= \frac{215 - 2}{99} + \frac{305 - 3}{99} = \frac{213 + 302}{99} = \frac{515}{99} \end{aligned}$$

APLICAȚII

1* Comparați a și b :

- | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| a) $a = 1,3$; $b = 1,(3)$; | g) $a = 2,(35)$; $b = 2,3(5)$; |
| b) $a = 2,(13)$; $b = 2,13$; | h) $a = 4,(34)$; $b = 4,344$; |
| c) $a = 0,(5)$; $b = 0,(7)$; | i) $a = 1,(73)$; $b = 1,(731)$; |
| d) $a = 1,(23)$; $b = 1,(2)$; | j) $a = 14,5(2)$; $b = 14,5(23)$; |
| e) $a = 1,(23)$; $b = 1,(3)$; | k) $a = 5,252$; $b = 5,2(51)$; |
| f) $a = 0,1(2)$; $b = 0,(12)$; | l) $a = 0,(723)$; $b = 0,72(3)$. |

2* Transformați în fracții ordinare ireductibile:

- | | | |
|------------|------------|--------------|
| a) 0,(3); | e) 1,(2); | i) 0,(123); |
| b) 1,(6); | f) 1,(51); | j) 1,(451); |
| c) 0,(12); | g) 0,(27); | k) 21,(321); |
| d) 0,(15); | h) 2,(12); | l) 15,(105). |

3* Transformați în fracții ordinare ireductibile:

- | | | |
|------------|--------------|--------------|
| a) 0,1(3); | e) 12,1(7); | i) 0,1(253); |
| b) 0,2(7); | f) 5,12(3); | j) 0,12(71); |
| c) 1,1(3); | g) 5,0(5); | k) 0,2(152); |
| d) 2,5(4); | h) 1,13(27); | l) 1,7(317). |

4* Calculați, transformând în fracții ordinare:

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a) 0,(2) + 0,(3); | e) 2,3(7) - 1,2(3); |
| b) 2,(5) + 1,(5); | f) 1,(15) + 0,(23); |
| c) 1,(15) + 0,(05); | g) 1,21(3) - 0,12(3); |
| d) 2,0(3) - 1,0(2); | h) 4,(92) - 1,(75). |

5** Efectuați:

- | | |
|--|--|
| a) $\left[\frac{1}{3} + 0,(3) \right] \cdot \frac{9}{4};$ | f) $\frac{16}{9} : [2,(3) - 0,(5)];$ |
| b) $[1,(4) - 0,(2)] : 11 - \frac{1}{9};$ | g) $2 \cdot \left[2,(7) + 2\frac{1}{3} \right] - 5\frac{1}{9};$ |
| c) $2,5 + [1,2 + 0,(6)] \cdot \frac{3}{7};$ | h) $[2 \cdot 1,(3) - 0,1(5)] \cdot \frac{45}{113};$ |
| d) $\left[1,(6) + \frac{2}{3} \right] \cdot 0,2 + \frac{5}{6};$ | i) $5 \cdot [1,(2) - 1,2] - 0,(1);$ |
| e) $[1,(24) - 0,(03)] \cdot \frac{11}{20};$ | j) $\frac{25}{3} [0,(6) - 0,0(6)] - 5.$ |

6*** a) Determinați a 25-a cifră zecimală a numerelor: $\frac{38}{33}; \frac{70}{33}; \frac{9}{8}; \frac{25}{3}$.

b) Determinați a 30-a cifră zecimală a numerelor: $\frac{62}{495}; \frac{337}{330}$.

7*** a) Calculați suma primelor 100 de zecimale ale numărului $\frac{62}{33}$.

b) Calculați suma primelor 51 de zecimale ale numărului $\frac{61}{495}$.

8** Suma a două numere este 2,0(7), iar diferența lor este 1,2(3). Aflați cele două numere.

9** Suma a două numere este 1,25. Aflați numerele știind că unul dintre numere este 0,(6) din celălalt.

10** Să se afle trei numere știind că mediile aritmetice a două câte două numere sunt: 2,(3); 3,(1), respectiv 1,(5).

11** Media aritmetică a 3 numere este 2,7(6). Aflați cele 3 numere știind că al doilea este cu 0,7 mai mic decât primul număr, iar al treilea este cu 2,4 mai mare decât primul.

12** Rezolvați ecuațiile:

a) $\overline{0,(x7)} = \frac{3}{11};$

b) $\overline{1,(x1)} = 1\frac{7}{33};$

c) $\overline{0,(0x)} + \overline{0,2(x)} = 0,(3);$

d) $\overline{0,(1x)} + \overline{0,(x1)} = 0,(3).$

13 Determinați numerele naturale nenule a și b pentru care

$$\overline{0,a(b)} + \overline{0,b(a)} = 0,(3).$$

14 Trei muncitori execută o lucrare astfel: primul 40% din lucrare, al doilea 0,(3) din rest și încă 5% din toată lucrarea, iar al treilea termină restul lucrării. Cât a primit fiecare muncitor pentru munca depusă, știind că ultimul muncitor a primit cu 30 lei mai puțin decât primul?

15 Determinați numerele naturale nenule a , b și c , știind că numărul $n = \overline{a,(b)} + \overline{a,(c)}$ este pătrat perfect.

1. Completați spațiile punctate:

- a) Scrierea corectă a fracției zecimale 3 întregi, 2 sutimi și 4 mijmi este
- b) Partea întreagă a numărului 21,452 este
- c) Cifra sutimilor numărului 30,253 este
- d) Numărul zecimilor numărului 30,253 este

2. Alegeți varianta corectă (o singură variantă este corectă)

- a) Rezultatul calculului: $(0,53 + 1,17):2$ este:
A. 8,5; B. 0,85; C. 0,085; D. 85.
- b) Soluția ecuației: $1,5x - 0,5 = 3,5x - 25$ este:
A. 12,25; B. 1,225; C. 122,5; D. 12,5.
- c) Pătratul numărului $x = (1,3 \cdot 2,3 + 1,4 \cdot 0,7 - 3 \cdot 1,3) \cdot 10$ este:
A. 0,7; B. 0,07; C. 4,9; D. 0,49.
- d) Dintre fracții $1,023; 0,231; 0,123; 0,132$ și $1,203$ cea mai mică este:
A. 0,231; B. 0,132; C. 0,123; D. 1,023.

3. Alegeți "A" sau "F" în funcție de valoarea de adevar a propozițiilor:

- a) Aproximarea prin lipsă la sutime a numărului $0,25:1,2 + 1,25$ este 1,45 A – F
- b) Rezultatul calculului $1,44 : 1,2 + 0,2^2 - 0,24$ este număr natural A – F
- c) Media aritmetică a numerelor 2,5 și 4,3 este 3,3 A – F
- d) Cinci kg de cartofi la 1,2 lei/kg și 4,3 kg de roșii la 2,2 lei/kg costă în total 15,50 lei A – F

4. Într-un siloz s-au adus în prima zi $1,5$ t de cereale, a doua zi s-au adus de $2,3$ ori mai mult decât în prima zi, iar în a treia zi s-au adus cu $1,2$ t mai puțin decât în primele două zile la un loc. Câte tone de cereale sunt în siloz după cele trei zile, știind că în siloz erau la început $0,75$ t de cereale?

5. Ana, Maria și Carmen au împreună 83 lei. După ce Ana cheltuie $12,5$ lei, Maria $15,5$ lei, iar Carmen $17,5$ lei, cele trei fete au același sumă de bani. Ce sumă de bani avea fiecare fată la început?



1. Completați spațiile punctate:

a) Scrierea sub formă de fracție ordinară ireductibilă a numărului $0,(270)$ este;

b) Transformarea fracției $\frac{1751}{33}$ în fracție periodică este

c) A zecea zecimală a numărului $\frac{1027}{330}$ este

d) Numărul de 9 ori mai mare decât suma numerelor $0,(3)$ și $0,(2)$ este

2. Alegeți varianta corectă (o singură variantă este corectă):

a) Dacă $x = 2,1(3)$; $y = 2,(13)$ și $z = 2,1\bar{3}$ atunci are loc relația:
 A. $z < x < y$; B. $x < y < z$; C. $y < x < z$; D. $z < y < x$.

b) Soluția ecuației: $2,(3) \cdot x = 191 + 0,2(1) \cdot x$ este:
 A. multiplu B. Fracție zecimală C. Fracție zecimală D. număr prim.
 de 6; periodică simplă; periodică mixtă;

c) Dacă $x = 3,2(7) + 2,08(3)$ și $y = 4,2(5) - 3,2(4)$, atunci numărul $x : y$ este
 cuprins între:
 A. 23 și 24; B. 24 și 25; C. 22 și 23; D. 21 și 22.

d) Cel mai mic număr natural nenul x pentru care $x \cdot 3,1(6)$ este număr
 natural, este:
 A. 90; B. 18; C. 6; D. 9.

3. Alegeți "A" sau "F" în funcție de valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) Dacă o fracție ordinară ireductibilă $\frac{a}{b}$ are numitorul de forma $b = 2^x \cdot 5^y$,

cu $x, y \in \mathbb{N}$, atunci fracția se transformă în fracție periodică mixtă A – F

b) Dintre numerele $x = 0,(3) \cdot 90$ și $y = 0,(2) \cdot 180$, y este mai mare A – F

c) Fracția $\frac{1}{7}$ are 6 cifre în perioadă A – F

d) Între numerele $0,(4) \cdot 3$ și $1,(21) \cdot 11$ există 13 numere naturale A – F

4. Calculați:

a) $\left[1,(6) - \frac{1}{3} \right] \cdot 0,0(3) - 0,0(4);$

b) $0,(6) : [0,(5) - 0,0(5)].$

5. Maria și-a planificat rezolvarea temei de vacanță în 4 săptămâni. În prima săptămână a rezolvat $0,(3)$ din numărul total de probleme, în a doua a făcut $0,(6)$ din rest, în a treia săptămână jumătate din rest, iar în ultima săptămână a mai avut de rezolvat 10 probleme. Câte probleme a avut temă și câte a rezolvat în fiecare săptămână?

Test 1

1. Comparați $x = 2,(3)$ și $y = 2,1(3)$.
2. a) Scrieți sub forma zecimală $\frac{13}{1000}$; $\frac{7}{25}$ și $\frac{17}{12}$.
b) Scrieți ca fracție ordinată ireductibilă: $2,(3)$ și $0,05(6)$.
3. Se dau numerele: $a = (28,2 - 25,8):12 + 9,8$ și $b = [11,2(3) - 9,(2)] \cdot 9 - 0,1$.
a) Arătați că a și b sunt numere naturale;
b) Calculați media aritmetică a numerelor 3 ; $2a$ și $2b$.
4. Aflați x :
 - a) $37,5 + 14,07 - x = 17,03$;
 - b) $1,44 : x = 0,12$;
 - c) $2(3x - 3,7) = 5,2$.
5. Calculați:
 - a) $0,1 \cdot \{[0,01 \cdot 100 + (4 - 1,2 \cdot 0,1)] \cdot 5,2 + 100 \cdot 0,01\}$;
 - b) $\{2,2 : [0,2 + 0,0(2) : 0,(02)] - 0,(6)^2\} : 1,(5)$.
6. Suma a trei numere este 19 . Se știe că al doilea număr este de $1,2$ ori mai mare decât primul număr, iar al treilea număr este cu 2 mai mare decât al doilea număr. Aflați cele trei numere.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 5 p; 2 – 10 p; 3 – 20 p; 4 – 15 p; 5 – 20 p; 6 – 20 p

Test 2

1. Dacă $a = 4,8 : 0,4$, atunci $a - 12$ este
2. a) Scrieți ca fracții ordinate ireductibile numerele: $2,(6)$ și $0,08(3)$;
b) Scrieți sub formă zecimală $\frac{7}{100}$, $\frac{4}{125}$ și $\frac{15}{11}$.
3. Un obiect costă $27,2$ lei. Cât costă un alt obiect:
 - a) mai scump de $2,3$ ori;
 - b) mai ieftin cu $5,5$ lei.
4. Calculați:
 - a) $5,4 : 1,35 + 0,4 \cdot 0,2 \cdot (4,4 - 1,37)$;
 - b) $[1,2(6) + 3,(6) - 3,5] : 0,4(3)$;
 - c) $\{9,21 - [(7,4 - 4,25 - 1,05) : 5,25]^3 \cdot 100 - 1,81\}^5 \cdot 10 - 1$.

5. Aflați x :

- a) $x - 10,6 = 40,01 - 12,5$;
- b) $3,1 \cdot x = 1,24$;
- c) $x : 1,2 = 0,7$;
- d) $(2x - 1) : 1,75 = 0,4$.

6. Dintr-un depozit de fructe și legume s-au scos 0,2 din întreaga cantitate, apoi o șesime din totalul existent inițial și a treia oară 0,0(6) din cantitatea inițială. Stiind că s-au scos în total 520 kg de fructe și legume, să se afle ce cantitate a fost în depozit și cât s-a scos de fiecare dată.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 10 p; 2 – 10 p; 3 – 15 p; 4 – 15 p; 5 – 20 p; 6 – 20 p

Test 3

1. a) Încadrați numărul 2,71 între cei mai apropiati întregi.

b) Rotunjiți la zecimi numărul 4,68.

2. Calculați:

- a) $\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10}\right) \cdot 12 + 4 : 2,5$;
- b) $[1,(24) - 0,(03)] \cdot \frac{33}{20}$;
- c) $(2,3 \cdot 10^2 + 1,5 \cdot 10) : 100 + (1,3 \cdot 2,3 + 0,7 \cdot 1,4) : 10$;
- d) $2(4,7 \cdot 2,3 - 1,5 \cdot 4,1) + (2,7 \cdot 3,4 - 2,7 \cdot 2,5) \cdot 5$.

3. Aflați x :

- a) $3x + 4,3 = x + 12,7$;
- b) $5x - 4,81 = x + 2,19$;
- c) $2,1 \cdot (x + 4,5) = 7,2 \cdot 2,1$.

4. Calculați media aritmetică a numerelor:

- a) 2,5; 6,2 și 1,2;
- b) 5,8(3) și 2,1(6);
- c) 5,1(4); 8,5(7) și 4,2(3).

5. Compuneți și rezolvați o problemă care are la bază ecuația:

$$x + (x + 2,5) + 2x = 12,5$$

6. Pentru zece coperți de caiet și 8 coperți de carte, Ioana a plătit 30,90 lei. Pentru 12 coperți de caiet și 4 coperți de carte de același tip, George a plătit 24,20 lei. Care este prețul unei coperți de carte? Dar al unei coperți de caiet?

Punctaj: 10 p – din oficiu

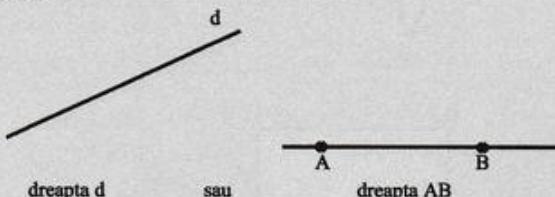
1 – 5 p; 2 – 20 p; 3 – 15 p; 4 – 15 p; 5 – 15 p; 6 – 20 p

VII

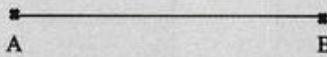
Elemente de geometrie și unități de măsură

7.1. Figuri și corpuri geometrice

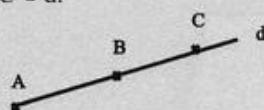
- Exemple de figuri geometrice: punct, dreaptă, segment de dreaptă, semidreaptă, unghi, triunghi, dreptunghi, pătrat etc.
- Punctul se desenează „.” sau „x” și se notează cu litere mari
 $\bullet A$ $x B$
- Dreapta se desenează cu ajutorul riglei (liniar) și se notează cu litere mici sau cu ajutorul a două puncte ale sale.



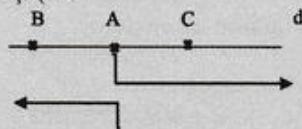
- Segmentul de dreaptă (sau pe scurt „segmentul”) determinat de punctele A și B se notează $[AB]$ sau (AB) și se desenează cu rigla, unind punctele A și B, fără să se prelungească în afara lor.



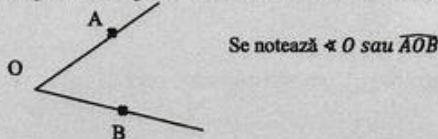
- Trei sau mai multe puncte situate pe aceeași dreaptă se numesc coliniare
 A, B, C coliniare $\Leftrightarrow A, B, C \in d$.



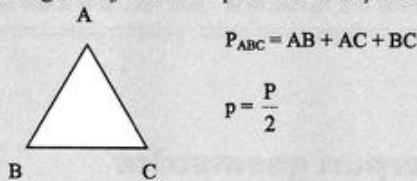
- Fie 3 puncte coliniare A, B și C, cu punctul A între B și C. Punctul A împarte dreapta d în două părți: una spre B și una spre C. Cele două părți se numesc semidrepte cu originea în A și se notează $[AB]$ și $[AC]$ sau (AB) și (AC) .



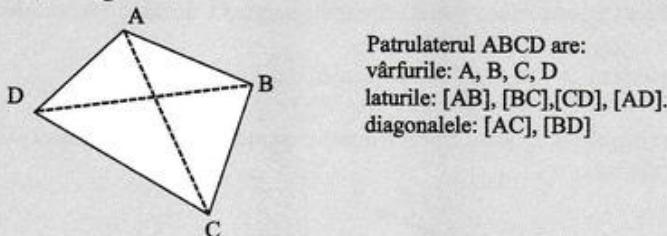
- Unghiul se desenează cu ajutorul riglei, desenând două semidreapte cu aceeași origine.



- Triunghiul determinat de punctele A, B, C este reuniunea segmentelor [AB], [BC] și [AC]. Cele 3 puncte sunt vârfurile triunghiului, iar cele 3 segmente sunt laturile acestuia.
- Suma celor trei lungimi ale laturilor se numește perimetru triunghiului și se notează cu P_{ABC} . Semiperimetrul este egal cu jumătatea perimetrului și se notează cu p .



- Un poligon este o linie frântă închisă. Poligonul cu 4 laturi se numește patrulater. El are 4 vârfuri, 4 laturi, 2 diagonale.

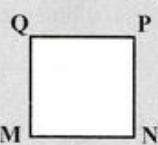


Cazuri particulare:

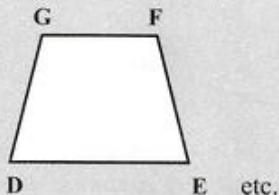
- Dreptunghiul



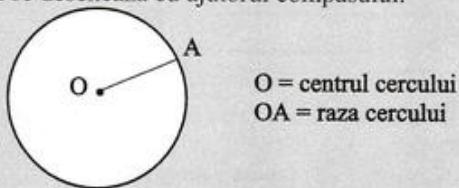
- Patratul



- Trapezul

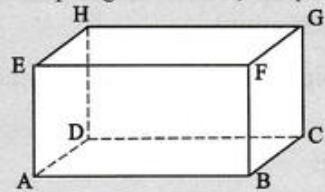


- Cercul este mulțimea punctelor din plan care se află la aceeași distanță de un punct numit centru. Cercul se desenează cu ajutorul compasului.



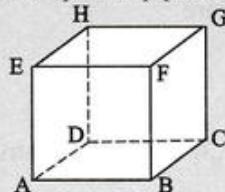
- Exemple de corpuri geometrice: paralelipipedul dreptunghic, cubul, piramida, cilindrul, conul, sfera.

- Paralelipipedul dreptunghic are 6 fețe dreptunghiulare (2 baze și 4 fețe laterale)



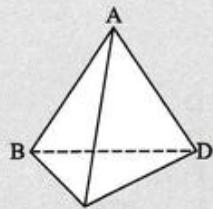
Dimensiuni
 lungime AB
 lățime BC
 înălțime AE

- Cubul este un paralelipiped dreptunghic cu toate cele 6 fețe pătrate.

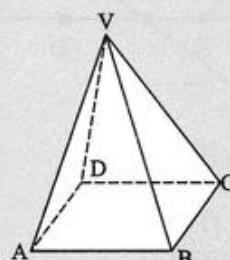


Lungimea = lățimea = înălțimea (latura cubului)

- Piramida triunghiulară are toate fețele triunghiuri, iar piramida patrulateră are baza patrulateră și fețele laterale triunghiuri.



Piramidă triunghiulară (tetraedru)



Piramidă patrulateră cu baza ABCD

APLICAȚII

1* Desenați și notați segmentele având lungimile:

- | | | |
|----------|------------|------------|
| a) 3 cm; | c) 8 cm; | e) 2,5 cm; |
| b) 5 cm; | d) 3,5 cm; | f) 7,3 cm. |

2* Desenați și notați dreptunghiurile având dimensiunile:

- | | |
|--------------------|----------------------|
| a) 4 cm și 2 cm; | c) 7 cm și 4,8 cm; |
| b) 5 cm și 1,5 cm; | d) 6,5 cm și 2,3 cm. |

Specificați pentru fiecare dreptunghi care sunt vârfurile, laturile și calculați perimetrul.

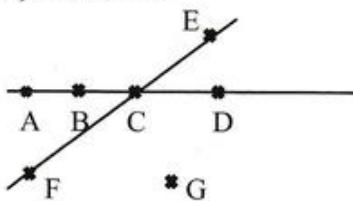
3* Desenați și notați pătratele având latura de:

- | | |
|------------|------------|
| a) 2 cm; | c) 4 cm; |
| b) 3,5 cm; | d) 5,2 cm. |

Specificați pentru fiecare pătrat care sunt vârfurile, laturile și calculați perimetrul.

- 4* Desenați și notați 5 triunghiuri. Specificați pentru fiecare triunghi vârfurile și laturile. Măsurați laturile și calculați perimetrul.
- 5* Desenați și notați 3 cuburi, 3 paralelipipede dreptunghice și 3 piramide.
- 6* Se dă punctele A,B,C,D în plan. Desenați aceste puncte astfel încât următoarele propoziții să fie adevărate:
- A,B,C,D sunt coliniare
 - A,B,C sunt coliniare, dar B,C și D sunt necoliniare
 - A,B,C,D determină exact 4 drepte
 - A,B,C,D determină exact 6 drepte

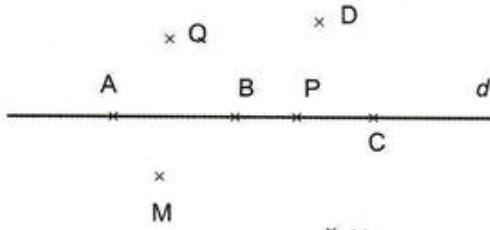
- 7* Folosind figura alăturată completați cu simbolurile „ \in ” sau „ \notin ” pentru a obține propoziții adevărate:



- | | |
|-----------------|-----------------|
| a) A [CD] | f) D [BC] |
| b) B AC | g) D [BC] |
| c) C [EF] | h) F CE |
| d) B [CD] | i) E [CF] |
| e) G EF | j) C [AB] |

- 8* Din figura alăturată citiți:

- Punctele situate pe dreapta d ;
- Punctele situate de aceeași parte a dreptei d ;
- Puncte situate de o parte și de alta a dreptei d ;
- Punctele situate între A și C;
- Punctele situate pe semidreapta $[PB$];
- Punctele de pe dreapta d situate în afara segmentului $[BP]$.



- 9* Desenați un triunghi ABC și punctele $M \in [AB]$, $N \in [BC]$, $P \in [AC]$.

Desenați apoi triunghiul MNP.

- 10* Desenați un dreptunghi ABCD, având lungimea $AB = 6$ cm și lățimea $AD = 4$ cm. Fie $M \in [AB]$ și $N \in [AD]$, astfel încât $AM = 3$ cm și $AN = 2$ cm. Desenați dreptunghiul care are trei din cele patru vârfuri punctele A, M și N. Calculați și comparați perimetrele celor două dreptunghiuri desenate.

- 11* a) Câte cuburi cu latura 1 cm compun un cub cu latura de 3 cm?
b) Câte cuburi cu latura 2 cm compun un cub cu latura de 10 cm?
- 12*** Un cub cu latura de 3 cm se taie în cubulete cu latura de 1 cm. Cubul mare este colorat în întregime în roșu.
a) Câte cubulete vor avea doar 3 fețe roșii?
b) Câte cubulete vor avea doar 2 fețe roșii?
c) Câte cubulete vor avea doar o față roșie?
d) Câte cubulete nu vor avea nicio față roșie?
- 13*** a) Într-un paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 6 cm, 6 cm și 10 cm, câte cuburi cu latura de 1 cm încap?
b) Într-un paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile $L = 6$ cm, $l = 6$ cm și $h = 10$ cm, câte cuburi cu latura de 2 cm încap?
- 14*** Un cub cu latura de 6 cm se taie în cubulete cu latura de 1 cm. Se înlătură cubuletele din fiecare vârf al cubului.
a) Câte fețe are noul corp obținut?
b) Câte vârfuri și câte muchii are noul corp obținut?

7.2. Unități de măsură pentru lungime, pentru arie și pentru volum

- Unitatea principală de măsură pentru lungime este metrul (m).
Submultiplii metrului: decimetrul (dm); centimetru (cm) și milimetru (mm). Multiplii metrului: decametrul (dam); hectometru (hm) și kilometru (km).
- Unitatea principală pentru măsurarea suprafețelor este metrul pătrat (m^2).
Submultiplii: dm^2 ; cm^2 și mm^2 .
Multiplii: dam^2 (ar); hm^2 (ha); km^2 .
- Aria unui pătrat cu latura l este l^2 .
- Aria dreptunghiului = $L \cdot l$.
- Unitatea principală pentru măsurarea volumului este metrul cub (m^3).
Submultiplii: dm^3 , cm^3 , mm^3 .
Multiplii: dam^3 , hm^3 , km^3 .
- Volumul unui cub cu latura l este l^3 .
- Volumul unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile l , L , h este $V = l \cdot L \cdot h$.

Exemplul 1. Completăți spațiile libere:

- a) $25,3\text{ m} + \dots \text{ cm} + 2,3\text{ dm} = 3\text{ dam}$
- b) $0,25\text{ dam}^2 + \dots \text{ m}^2 = 2350\text{ dm}^2$
- c) $10\text{ m}^3 - 341\text{ dm}^3 = \dots \text{ dam}^3$

R: Facem mai întâi transformările în unitatea de măsură cerută, apoi efectuăm calculele:

a) $25,3\text{ m} = 2530\text{ cm}$; $2,3\text{ dm} = 23\text{ cm}$; $3\text{ dam} = 3000\text{ cm}$. Sunt necesari

$$3000 - (2530 + 23) = 447\text{ cm}$$

b) $0,25\text{ dam}^2 = 25\text{ m}^2$; $2350\text{ dm}^2 = 23,5\text{ m}^2$. Trebuie completat cu rezultatul scăderii
 $25 - 23,5 = 1,5\text{ m}^2$

c) $10\text{ m}^3 = 0,01\text{ dam}^3$; $341\text{ dm}^3 = 0,000341\text{ dam}^3$. Rezultatul este
 $0,01 - 0,000341 = 0,009659\text{ dam}^3$

Exemplul 2. Un dreptunghi cu dimensiunile 40 dm și 225 cm are aceeași arie cu un pătrat. Calculați perimetrul pătratului în metri.

R: Pentru a calcula aria dreptunghiului, cele două dimensiuni trebuie să aibă aceeași unitate de măsură.

$$40\text{ dm} = 400\text{ cm}$$

$A = L \cdot l = 400 \cdot 225 = 90000\text{ cm}^2 = 300^2\text{ cm}^2$. Un pătrat cu aria 90000 cm^2 are latura de 300 cm , deci perimetrul pătratului este $1200\text{ cm} = 12\text{ m}$.

Exemplul 3. O cutie de medicamente are dimensiunile 6 cm , 6 cm și 10 cm . Câte cutii de medicamente încap într-un pachet cu dimensiunile 48 cm , 54 cm , 60 cm ?

R: Volumul unei cutii de medicamente este $6 \cdot 6 \cdot 10 = 360\text{ cm}^3$. Volumul pachetului este:
 $48 \cdot 54 \cdot 60 = 155520\text{ cm}^3$. Numărul de cutii este $155520 : 360 = 432$.

APLICAȚII

- 1* Să se transforme în m:
- a) 1500 cm; 250 cm; 75 dm; 355 mm;
 - b) 32 dam; 5 hm; 0,2 km; 1,2 hm;
 - c) 0,15 km; 2,3 dm; 1,15 dam; 0,15 hm.
- 2* Să se transforme în km:
- a) 1500 m; 25000 dm; 170 dam; 150000 cm;
 - b) 215 hm; 7 m; 293,5 dam; 1200000 mm.
- 3* Să se transforme în dm:
- a) 17m; 350 mm; 217 dam; 35 cm;
 - b) 1 km; 1,3 hm; 0,25 dam; 0,02 m.
- 4* Completați spațiile punctate:
- a) $3,25 \text{ m} + 12 \text{ dm} = \dots \text{ cm}$;
 - b) $15,2 \text{ dam} + \dots \text{ dm} = 235 \text{ m}$;
 - c) $9,8 \text{ km} + 4,2 \text{ dam} + 30 \text{ hm} = \dots \text{ dam}$;
 - d) $130 \text{ mm} + \dots \text{ cm} + 17 \text{ dm} = 7 \text{ m}$;
 - e) $0,02 \text{ dam} + 15 \text{ m} + \dots \text{ hm} = 20 \text{ m}$;
 - f) $17,2 \text{ cm} - \dots \text{ dm} = 100 \text{ mm}$.
- 5* Calculați în cm perimetrul:
- a) unui pătrat cu $l = 2,1 \text{ dm}$;
 - b) unui triunghi cu laturile $0,3 \text{ m}$; 2 dm și 210 mm ;
 - c) unui dreptunghi cu $l = 500 \text{ mm}$ și $L = 0,7 \text{ m}$;
 - d) unui dreptunghi cu lățimea de $2,3 \text{ m}$ și lungimea de două ori mai mare;
 - e) unui dreptunghi cu lungimea $0,2 \text{ dam}$ și lățimea 25% din lungime;
 - f) unui dreptunghi cu lungimea $1,5 \text{ m}$ și lățimea $1/3$ din lungime.
- 6** Calculați lățimea și lungimea unui dreptunghi știind că:
- a) perimetru dreptunghiului este $22,32 \text{ dm}$, iar lățimea este 50% din lungime;
 - b) perimetru dreptunghiului este $6,4 \text{ dam}$, iar lungimea este cu 12 m mai mare decât lățimea;
 - c) perimetru dreptunghiului este $12,5 \text{ dm}$, iar lățimea este cu $12,5 \text{ cm}$ mai mică decât lungimea;
 - d) semiperimetru dreptunghiului este 3 hm , iar lungimea este de două ori mai mare decât lățimea.
- 7* Să se transforme:
- a) în m^2 : 200000 cm^2 ; 3 dam^2 ; 150000 mm^2 ; $3,5 \text{ hm}^2$; $0,005 \text{ km}^2$; $512,3 \text{ dm}^2$;
 - b) în cm^2 : 31 mm^2 ; 2 m^2 ; $0,03 \text{ dam}^2$; $0,07 \text{ ha}$; $1,2 \text{ m}^2$; $0,00012 \text{ km}^2$;

- c) în ari: 2 km^2 ; $0,53 \text{ hm}^2$; 35000 m^2 ; 2000 dm^2 ; 1500000 cm^2 ; $0,003 \text{ km}^2$;
d) în hectare: 250000 m^2 ; $0,01 \text{ km}^2$; $13,5 \text{ dam}^2$; 30 ari ; 13500 m^2 .

8* Completați spațiile punctate:

- a) $2,5 \text{ m}^2 + 1,2 \text{ dam}^2 = \dots \text{ dm}^2$;
b) $15 \text{ km}^2 + 17200 \text{ ari} = \dots \text{ ha}$;
c) $6000 \text{ cm}^2 + \dots \text{ m}^2 = 12 \text{ dm}^2$;
d) $5 \text{ ha} + 0,3 \text{ km}^2 - \dots \text{ hm}^2 = 4300 \text{ m}^2$;
e) $0,0002 \text{ hm}^2 - \dots \text{ m}^2 + 48 \text{ dam}^2 = 2300 \text{ dm}^2$;
f) $583 \text{ dm}^2 + \dots \text{ m}^2 + 1300 \text{ cm}^2 = 7 \text{ m}^2$.

9** Calculați aria unui dreptunghi știind că:

- a) $L = 15 \text{ m}$ și $l = 50 \text{ dm}$;
b) $l = 2,5 \text{ m}$ și lungimea este cu $1,5 \text{ m}$ mai mare ca lățimea;
c) perimetrul este 20 dam și lățimea este cu 20 m mai mică decât lungimea.

10** Calculați perimetrul unui pătrat care are aria:

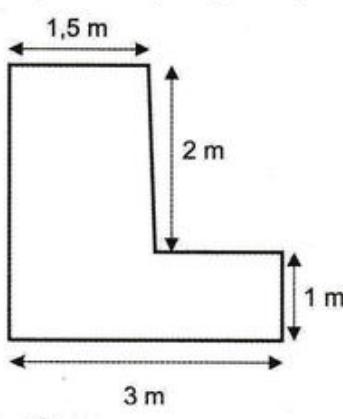
- a) 25 m^2 ;
b) 16 cm^2 ;
c) $0,81 \text{ m}^2$.

11** Calculați perimetrul unui dreptunghi știind că:

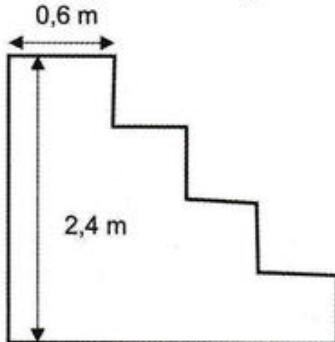
- a) are aria 50 m^2 și lungimea 10 m ;
b) are aria $25,2 \text{ m}^2$ și lățimea 28 dm ;
c) are aria 162 cm^2 și lungimea de două ori mai mare decât lățimea;
d) are aria 125 cm^2 și lățimea este o cincime din lungime;
e) are aria 400 dm^2 și lățimea este 25% din lungime.

12** Câte plăci de gresie în formă de pătrat cu latura de 30 cm sunt necesare pentru a acoperi podeaua unei băi dreptunghiulare cu dimensiunile $2,7 \text{ m}$ și 3 m ?

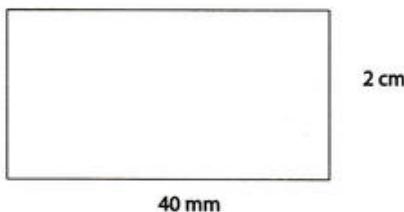
13* Calculați ariile suprafețelor reprezentate în figurile de mai jos:



a)



- 14*** Cu cât se mărește aria dreptunghiului din figura de mai jos, dacă lungimea și lățimea sa se măresc cu câte 2 cm?



- 15*** Cu cât se mărește aria unui pătrat cu latura de 3 cm, dacă latura se dublează? Dar dacă latura se triplează?

- 16*** Cu cât scade aria unui pătrat cu latura de 4 cm, dacă latura se înjumătășește?

- 17**** Un pătrat și un dreptunghi au ariile egale. Știind că latura pătratului este de 4 cm și lățimea dreptunghiului de 2 cm, aflați lungimea dreptunghiului.

- 18**** Un dreptunghi are lățimea de 4 cm, iar lungimea de 25 ori mai mare ca lățimea. Aflați latura unui pătrat cu aceeași arie ca dreptunghiul dat.

- 19**** Un pătrat are perimetrul 24 cm. Un dreptunghi are lățimea de 2 ori mai mare ca latura pătratului și lungimea de 3 ori mai mare ca lățimea. Aflați aria dreptunghiului.

- 20**** O seră în formă dreptunghiulară are dimensiunile de 20 m și 5 m. Sera este străbătută de o alei lată de 1 m pe toată lungimea ei. Pe suprafața cultivabilă s-au plantat flori după cum urmează: trandafiri roșii pe 25% din suprafață, trandafiri galbeni pe o treime din rest, trandafiri albi pe $\frac{2}{5}$ din noul rest, iar pe suprafața rămasă s-au pus trandafiri roz. Aflați ce suprafață a revenit fiecărui tip de trandafiri.

- 21*** Să se transforme:

- a) în m^3 : 1500 dm^3 ; 3 dam^3 ; 0,002 km^3 ; 0,35 hm^3 ;
- b) în cm^3 : 1,3 m^3 ; 2000 mm^3 ; 0,51 dm^3 ; 0,00312 dam^3 ;
- c) în dam^3 : 1300 m^3 ; 0,035 km^3 ; 153000 cm^3 ; 2350000 mm^3 .

- 22*** Completați spațiile punctate:

- a) $3,2 m^3 + 1200 dm^3 = \dots dm^3$;
- b) $100 dam^3 - \dots m^3 = 350000 dm^3$;
- c) $2,5 cm^3 + 0,004 dm^3 + 35 mm^3 = \dots mm^3$;
- d) $0,27 dam^3 - \dots m^3 + 15200 dm^3 = 100 m^3$.

- 23**** Calculați:

- a) volumul unui cub cu latura de: 2m; 10 cm; 1,2 dm;
- b) latura unui cub cu volumul de: 27 cm^3 ; 64 m^3 ; 125 mm^3 .

24** Calculați volumul unui paralelipiped dreptunghic știind că:

- a) $L = 2 \text{ m}$; $l = 1 \text{ m}$ și $h = 1,5 \text{ m}$;
- b) $L = 30 \text{ dm}$; $l = 1,8 \text{ m}$ și $h = 200 \text{ cm}$;
- c) $l = 24 \text{ cm}$, lungimea este cu 6 cm mai mare ca lățimea, iar înălțimea este jumătate din lungime;
- d) $L = 120 \text{ cm}$, lățimea este 30% din lungime, iar înălțimea este cu 4 cm mai mare decât lățimea.

25* Un bazin în formă de paralelipiped dreptunghic având dimensiunile 12 m , 4 m , respectiv 2 m , se umple cu apă în 3 zile. Câți metri cubi de apă se introduc zilnic?

26** O piscină are lungimea de 25 m , lățimea 6 m și adâncimea de 2 m . Nivelul apei din piscină este la 20 cm de marginea superioară. Aflați volumul apei din piscină.

27** Un bazin cubic cu latura de 2 m este plin cu apă. Din el se scoate apa folosită pentru irigarea unei grădini astfel: în prima săptămână un sfert din total, în a doua săptămână 50% din rest, în a treia săptămână o treime din noul rest și în a patra săptămână ultimii metri cubi rămași. Aflați ce volum de apă se folosește săptămânal.

28** Un zid de cărămidă are lungimea 3 m , lățimea 30 cm și înălțimea 27 dm . Câte cărămizi sunt necesare, dacă o cărămidă are dimensiunile 30 cm , 15 cm și 20 cm ?

29 Un pătrat are aria 5 cm^2 . Cu cât se mărește aria pătratului, dacă se mărește latura de 4 ori?

30 Folosind cuburi cu latura de 1 cm , se construiește un paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 4 cm , 5 cm și 6 cm .

- a) Câte cuburi s-au folosit?
- b) Dacă suprafața paralelipipedului se vopsește, aflați câte cuburi au o singură față vopsită.

7.3. Unități de măsură pentru capacitate și pentru masă

- Unitatea principală pentru măsurarea volumului lichidelor este litrul (l).
Submultiplii litrului: dl, cl, ml.
Multiplii litrului: dal, hl, kl.
 $1\text{ l} = 1\text{ dm}^3$
- Unitatea principală de măsură pentru masa unui corp este kilogramul (kg).
Submultiplii: hg, dag, g, dg, cg și mg.
Multiplii: chintalul (q), tonă (t) și vagonul (v)
 $1\text{ q} = 100\text{ kg}; 1\text{ t} = 1000\text{ kg}; 1\text{ v} = 10\text{ t} = 100\text{ q} = 10000\text{ kg.}$

Exemplul 1. Aflați x :

- $x\text{ l} + 1,4\text{ kl} = 17,25\text{ hl}$
 - $45\text{ g} + x\text{ dag} = 77000\text{ mg}$
 - $1,5\text{ m}^3 - x\text{ l} = 1200\text{ l}$
- R: a) $x = 1725\text{ l} - 1400\text{ l} = 325\text{ l}$
b) $x = 7,7\text{ dag} - 4,5\text{ dag} = 3,2\text{ dag}$
c) $x = 1500\text{ l} - 1200\text{ l} = 300\text{ l}$

Exemplul 2. Determinați latura unui cub în care încap 27 litri de apă.

R: Volumul cubului $V = 27\text{ l} = 27\text{ dm}^3$. Pentru că $27 = 3^3$, rezultă că latura cubului este 3 dm.

Exemplul 3. Curtea dreptunghiulară a unei școli are dimensiunile 50 m și 80 m și trebuie curățată de zăpadă. Știind că stratul de zăpadă are înălțimea de 0,15 m și 1 m^3 de zăpadă cântărește 120 kg, aflați câte tone de zăpadă trebuie înălțurate din curte.

R: Volumul zăpezii este $50 \cdot 80 \cdot 0,15 = 600\text{ m}^3$. Zăpada va cântări: $600 \cdot 120 = 72000\text{ kg} = 72\text{ t.}$

APLICAȚII

1*. Să se transforme:

- în litri: 750 cl; 1500 ml; 0,25 hl; 0,0041 kl; 1,3 dal;
- în cl: 2 l; 0,5 dl; 750 ml; 4,2 hl; 0,025 dal;
- în dal: 72,3 hl; 2,5 kl; 1200 dl; 7 l; 1250 ml;
- în l: 2500 cm³; 0,02 dam³; 0,00215 m³; 0,00015 dam³;

- e) în m^3 ; 2500 l; 0,7 hl; 320 dal; 52 dal; 31700 dl;
f) în ml: 0,35 l; 42 dl; 0,0031 l; 0,25 m^3 .

2* Completați spațiile punctate:

- a) $72\text{ l} - 1,5\text{ dal} = \dots\text{ l};$
b) $0,75\text{ hl} + 21,5\text{ dal} + 120\text{ dl} = \dots\text{ l};$
c) $85,4\text{ hl} + \dots\text{ kl} = 1120\text{ dal};$
d) $4,1\text{ l} - \dots\text{ cl} + 57,3\text{ cl} = 3,7\text{ dl};$
e) $1,25\text{ dal} + 70\text{ l} - \dots\text{ l} = 10,25\text{ dl};$
f) $10\text{ kl} - 22\text{ hl} - \dots\text{ kl} = 5\text{ dal}.$

3* Calculați în litri:

- a) $2,3\text{ kl} + 97,13\text{ dal} - 17,1\text{ hl}$
b) $3521\text{ cl} + 0,031\text{ hl} + 5,71\text{ dal}$
c) $0,01783\text{ kl} - 1531\text{ ml} - 0,983\text{ dal}$
d) $1,432\text{ dal} - 1003,5\text{ cl} + 20\text{ dl}$
e) $255\text{ l} + 0,21\text{ hl} - 0,211\text{ hl}$
f) $25\text{ m}^3 - 3\text{ kl} - 15\text{ hl}.$

4** Câți kilolitri de apă intră într-o piscină în formă de paralelipiped dreptunghic cu lungimea 50 m, lățimea 12 m și adâncimea 2 m?

5** Un acvariu în formă de paralelipiped dreptunghic are dimensiunile $L = 80\text{ cm}$, $l = 50\text{ cm}$ și $h = 40\text{ cm}$. Câți litri de apă trebuie puși în acvariu astfel încât nivelul apei să se ridice la $\frac{3}{4}$ din înălțimea acvariului?

6** La ce înălțime se va ridica apa într-un vas în formă de paralelipiped dreptunghic cu baza patrat cu latura 30 cm, dacă se toarnă 2,7 l de apă?

7** Un vas paralelipipedic are baza dreptungiulară cu $L = 10\text{ cm}$ și $l = 8\text{ cm}$. La ce înălțime se va ridica apa în vas, știind că se pun 1,6 litri?

8** Un bazin în formă de paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 4 m, 3 m, 2 m. Bazinul se umple cu apă, prin 2 robinete având fiecare debitul de 20 litri pe minut. În cât timp se va umple bazinul?

9** Un cub cu latura de 1 m este umplut cu apă cu ajutorul unei găleți având capacitatea de 20 l. De câte găleți este nevoie pentru a umple tot cubul?

10** Un bazin cubic cu latura de 4 m are apă până la înălțimea de 3 m. De câți litri de apă mai este nevoie pentru a umple bazinul?

11** Un acvariu are forma unui paralelipiped dreptunghic cu lungimea 6,2 dm, lățimea 35 cm și înălțimea 200 mm. Peștii și pietrele din acvariu ocupă un volum de 10 dm^3 . Câți litri de apă sunt necesari pentru a umple acvariul?

12* Să se transforme:

- a) în grame: 15 hg; 2,5 kg; 125 cg; 3525 mg; 7,1 dag;
b) în tone: 3000 kg; 1250 hg; 1250000 g; 75000 dag;
c) în cg: 2,1 dag; 35 g; 15 mg; 0,03 kg; 0,002 dag;

- d) în hg: 13,1 kg; 1500 dag; 1,2 q; 0,003 t.
- 13* Completați spațiile punctate:
- $8 \text{ kg} - 125 \text{ g} - 3,5 \text{ dag} = \dots \text{ g};$
 - $5 \text{ kg} + 0,04 \text{ t} - 230 \text{ hg} = \dots \text{ kg};$
 - $0,125 \text{ kg} + 5 \text{ dag} + 7 \text{ hg} = \dots \text{ dg};$
 - $58 \text{ g} + 7 \text{ dag} - \dots \text{ dg} = 32 \text{ g};$
 - $\dots \text{ g} + 150 \text{ cg} + 2500 \text{ mg} = 0,1 \text{ dag}.$
- 14** Un plic de 70 g de condimente conține 4% sare. Aflați câte miligrame de sare conține plicul.
- 15** O cantitate de 750 kg zahăr este ambalată în pungi de 1500 grame. Câte pungi sunt necesare la ambalare? Cât s-a încasat în urma vânzării întregii cantități, dacă o pungă s-a vândut cu 6,5 lei?
- 16** Câte drumuri trebuie să facă un camion pentru a transporta 8200 kg de marfă, dacă el poate fi încărcat cu 3 t?
- 17*** O cutie cu gresie cântărește 23,5 kg, iar o cutie cu faianță cântărește 18,5 kg. Știind că 10 cutii cântăresc 200 kg, aflați câte cutii de gresie și câte de faianță sunt.
- 18** Sfecla de zahăr pierde 5% din greutate prin spălare, 2% din rest prin strivire, iar din ce rămâne se scoate 15% zahăr. Știind că o fabrică prelucrează 50 t de sfeclă pe zi, să se calculeze cantitatea de zahăr obținută într-o săptămână. (sâmbăta și duminica fabrica nu lucrează).
- 19** O livadă are 300 de meri. Fiecare pom produce, în medie, 15 kg de fructe. Toată recolta se pune în lădițe având capacitatea de 5 kg.
- Câte lădițe sunt necesare pentru întreaga cantitate de mere?
 - O lădiță goală cântărește 1 kg. Știind că în mașina de transport se pot încărca cel mult 600 kg, aflați câte transporturi trebuie făcute pentru toată recolta.
- 20** O cutie cu bomboane cântărește 350 g, iar o cutie cu ciocolată cântărește 750 g. Știind că 30 de cutii cântăresc 15,7 kg, aflați câte cutii de bomboane și câte de cutii cu ciocolată sunt.

7.4. Unități de măsură pentru timp

Unitatea principală pentru măsurarea timpului este secunda (s).

Alte unități sunt:

$$\begin{array}{lll} 1 \text{ min} = 60 \text{ s}; & 1 \text{ săptămână} = 7 \text{ zile}; & 1 \text{ deceniu} = 10 \text{ ani}; \\ 1 \text{ h} = 60 \text{ min}; & 1 \text{ lună} - 28, 29, 30 \text{ sau } 31 \text{ zile}; & 1 \text{ secol} = 100 \text{ ani}; \\ 1 \text{ zi} = 24 \text{ h}; & 1 \text{ an} - 365 \text{ sau } 366 \text{ zile}; & 1 \text{ mileniu} = 1000 \text{ ani}. \end{array}$$

Exemplul 1. a) Transformați în secunde: $\frac{1}{4}$ min; $\frac{7}{20}$ min.

b) Transformați în minute: $\frac{5}{6}$ h; $\frac{11}{12}$ h.

$$\text{R: a)} \frac{1}{4} \text{ min} = \frac{1}{4} \cdot 60 \text{ s} = 15 \text{ s} \quad \frac{7}{20} \text{ min} = \frac{7}{20} \cdot 60 \text{ s} = 21 \text{ s}$$

$$\text{b)} \frac{5}{6} \text{ h} = \frac{5}{6} \cdot 60 \text{ min} = 50 \text{ min} \quad \frac{11}{12} \text{ h} = \frac{11}{12} \cdot 60 \text{ min} = 55 \text{ min}$$

Exemplul 2. Calculați:

$$\text{a)} 2 \text{ h } 35 \text{ min} - 1 \text{ h } 23 \text{ min} \quad \text{b)} 3 \text{ h } 42 \text{ min} + 1 \text{ h } 39 \text{ min} \quad \text{c)} 2 \text{ h } 25 \text{ min} - 1 \text{ h } 42 \text{ min}.$$

$$\begin{array}{r} 2 \text{ h } 35 \text{ min} \\ - 1 \text{ h } 23 \text{ min} \\ \hline 1 \text{ h } 12 \text{ min} \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \text{ h } 42 \text{ min} \\ + 1 \text{ h } 39 \text{ min} \\ \hline 4 \text{ h } 81 \text{ min} = 5 \text{ h } 21 \text{ min} \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \text{ h } 25 \text{ min} \\ - 1 \text{ h } 42 \text{ min} \\ \hline 1 \text{ h } 85 \text{ min} \\ - 1 \text{ h } 42 \text{ min} \\ \hline 43 \text{ min} \end{array}$$

Exemplul 3. Un paznic merge la lucru în schimbul de noapte la ora 22 și 30 minute și ieșe din schimb la ora 7 și 20 minute. Cât timp a stat la lucru?

R: Până la miezul nopții petrece 1 h 30 min, iar până pleacă încă 7 h 20 min, deci în total 8 h 50 min.

APLICAȚII

1* Să se transforme:

- în secunde: 5 min; 2 ore; $\frac{1}{2}$ min;
- în minute: 2 h; $3\frac{1}{2}$ h; 5 h 3 min; 1h 25 min;
- în ore: 1 săptămână; 4440 min; 2100 min;

- d) în minute: 12 h 30 min; 54 h 39 min; 11 h 3 min; 10 ore 5 min; 1 zi 1 h 1 min;
e) în ore: 534 min; 375 min; 201 min; 770 min; 1200 min;
f) în ore, minute și secunde: 2000 s; 7386 s; 4251 s; 16432 s; 18666 s.
- 2* Calculați:
- a) 3 h 25 min + 1 h 15 min;
 - b) 2 h 40 min - 1 h 20 min;
 - c) 12 h 30 min + 5 h 25 min + 3 h 40 min;
 - d) 25 min 30 s - 10 min 40 s;
 - e) 1 h 25 min 15 s + 2 h 15 min 45 s;
 - f) 3 h 10 min 20 s - 1 h 25 min 30 s;
 - g) 5 h 25 min + 4 h 42 min - 220 min;
 - h) 4320 min + 2 zile;
 - i) 15 h 25 min - 600 min - 5 h;
 - j) 1 h 25 min 41 s + 7 h 43 min 29 s.
- 3** Cât timp a dormit o persoană dacă s-a culcat la ora 22 și 45 min și s-a trezit la ora 6 și 15 min?
- 4** Un meci de fotbal începe la ora 19 și 45 min și se joacă două reprise a câte 45 de minute cu o pauză de 15 min. În minutele 25 și 77 se marchează golurile. La ce oră s-a terminat meciul și la ce ore s-au marcat cele două goluri?
- 5** Un film cu durata de 70 min începe la ora 20. Știind că la fiecare 20 min filmul este întrerupt de publicitate câte 5 min, aflați la ce oră se va termina difuzarea filmului.
- 6** Dacă azi este joi, 15 august, aflați ce zi și ce dată va fi peste 20 de zile.
- 7*** În clasă sunt 29 elevi. Arătați că există cel puțin 3 elevi născuți în aceeași lună a anului.
- 8*** În școală sunt 748 de elevi. Arătați că există cel puțin 3 elevi care își serbează ziua de naștere în aceeași zi.
- 9* Un tren parurge distanța București-Cluj în 7 ore și 35 minute. Știind că trenul pleacă din București la ora 9:15, aflați la ce oră ajunge la Cluj?
- 10* O persoană are de realizat o lucrare în 5 zile, lucrând 8 ore pe zi. În prima zi lucrează 6 ore și 30 min, a doua zi 8 ore și 45 min; a treia zi 7 ore și 50 min, iar a patra zi 9 ore și 10 min. Cât timp trebuie să lucreze în a cincea zi?
- 11** Un biciclist își propune să parcurgă un traseu de 15 ore în trei zile. În prima zi parurge 3 ore și 12 min, a doua zi parurge de două ori mai mult decât în prima zi, iar în a treia zi restul. Cât timp a parcurs în ultima zi?

12** Un sportiv înregistrează la alergare următorii timpi: 2 min 30 s; 92 s; 135 s; 2 min 28 s. Care este timpul mediu realizat?

13** Un șofer are prima cursă între orele 05:20 și 07:15; a doua cursă de la ora 08:30 până la ora 10:12 și ultima cursă a zilei începe la 12:35 și se termină la 14:00. Calculați timpul în care a condus șoferul și care a fost timpul mediu al unei curse.

Fișa nr. 12 Unități de măsură
pentru lungime, arie și volum

1. Completați spațiile punctate:

- a) $2 \text{ m} + 20000 \text{ cm} = \dots \text{ dam};$
- b) $15 \text{ ha} + 30 \text{ dm}^2 - 2,5 \text{ m}^2 = \dots \text{ m}^2;$
- c) $5 \text{ cm}^3 + 0,003 \text{ dm}^3 = \dots \text{ mm}^3;$
- d) $6,25 \text{ km} + 0,04 \text{ hm} = \dots \text{ m.}$

2. Alegeți varianta corectă (o singură variantă este corectă):

- a) Perimetrul unui triunghi cu laturile de $0,25 \text{ dm}$, $5,1 \text{ cm}$ și 37 mm este:
 A. $42,36 \text{ dm}$; B. 103 mm ; C. $67,1 \text{ cm}$; D. $9,05 \text{ dm}$.
 - b) Aria unui dreptunghi cu $P = 9,6 \text{ cm}$ și lățimea cu $2,2 \text{ cm}$ mai mică decât lungimea este:
 A. $4,55 \text{ cm}^2$; B. $5,55 \text{ cm}^2$; C. $55,5 \text{ cm}^2$; D. 455 cm^2 .
 - c) Un acvariu cu dimensiunile 60 cm , 4 dm și 300 mm se umple cu apă până la $\frac{3}{4}$ din înălțime. Volumul apei este:
 A. 72000 cm^3 ; B. 5400 cm^3 ; C. 54 dm^3 ; D. 720 dm^3 .
 - d) Un apartament are camerele cu supafețele 15 m^2 , $14,2 \text{ m}^2$ și $0,12 \text{ dam}^2$. dacă 1 m^2 de mochetă costă $15,6 \text{ lei}$, atunci costul mochetării celor 3 camere este:
 A. $457,40 \text{ lei}$; B. $639,60 \text{ lei}$; C. $655,20 \text{ lei}$; D. $642,72 \text{ lei}$.
3. Alegeți "A" sau "F" în funcție de valoarea de adevăr a propozițiilor:
- a) Un hecitar este egal cu 10000 m^2 . A – F
 - b) Pentru confectionarea unui cub din sărmă, cu latura de 3 cm , sunt suficienți 24 cm de sărmă. A – F
 - c) Volumul unei cutii cu $L = 30 \text{ cm}$ și $l = 15 \text{ cm}$ este de 5400 cm^3 . Înălțimea cutiei este 120 mm . A – F
 - d) Latura unui pătrat cu aria egală cu aria unui dreptunghi cu dimensiunile 16 cm și 9 cm este 144 cm . A – F

4. Lungimile muchiilor unui paralelipiped dreptunghic care pleacă dintr-un vârf sunt 5 cm, 10 cm și 12 cm.
- Calculați aria totală a paralelipipedului;
 - Calculați volumul paralelipipedului.

5. O baie are lungimea 3,75 m și lățimea 2,5 m. De câte plăci de gresie pătrată cu latura 25 cm este nevoie pentru a acoperi podeaua?

Fișa nr. 13 Unități de măsură
pentru capacitate și masă

1. Completați spațiile punctate:

- a) Unitatea principală de măsură pentru masa unui corp este
- b) Submultiplii litrului sunt
- c) Un litru este capacitatea unui vas cu volumul de
- d) Multiplii kilogramului sunt

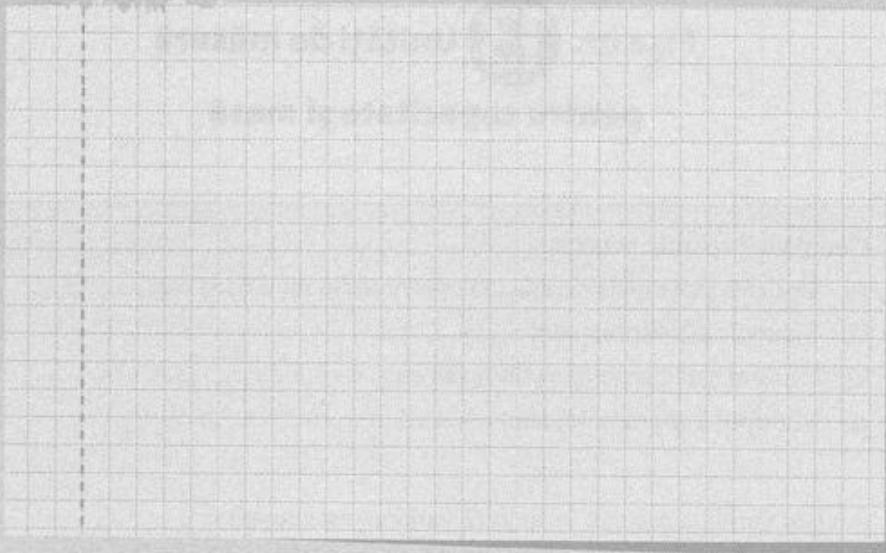
2. Alegeți varianta corectă (o singură variantă este corectă):

- a) Latura unui cub în care încap 64 l de apă este:
A. 2 dm; B. 4 dm; C. 4 m; D. 16 cm.
- b) Câți litri de apă încap într-un acvariu paralelipipedic cu dimensiunile 20 cm; 35 cm și 35 cm?
A. 38,5 l; B. 39 l; C. 39,5 l; D. 385 l.
- c) Valoarea lui x din relația: $5,5 \text{ kg} + x \text{ hg} - 14,5 \text{ dag} = 5370 \text{ g}$ este:
A. 15; B. 0,15; C. 1,5; D. 0,015.
- d) Rezultatul calculului: $32,5 \text{ kg} + 21 \text{ dag} - 151,3 \text{ hg}$ exprimat în grame este:
A. 1758; B. 175800; C. 17580; D. 175,8.

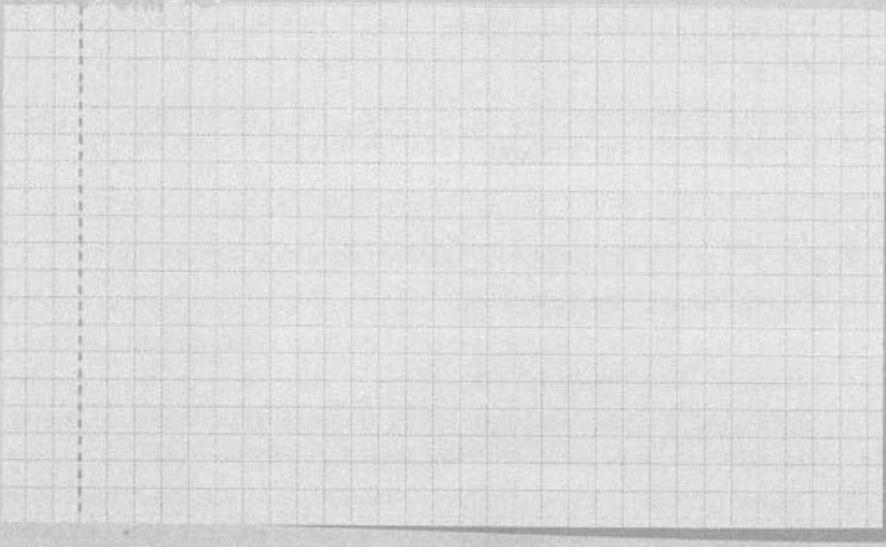
3. Alegeți "A" sau "F" în funcție de valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) Un dm^3 de apă cântărește 1 kg; A – F
- b) Într-o vază de formă paralelipipedică cu baza pătrat cu latura 8 cm și înălțimea 20 cm încap 1,5 l de apă; A – F
- c) Dacă o lădiță goală cântărește 1,5 kg și una plină cu fructe cântărește 15 kg, atunci în 20 de lădițe s-au transportat 300 kg de fructe; A – F
- d) O cutie plină cu pachete de biscuiți cântărește 1,4 kg. Dacă cutia goală are 200 g și un pachet de biscuiți are 100 g, atunci în cutie sunt 12 pachete de biscuiți. A – F

4. Un borcan cu smântână cântărește 600 g. După ce se golește jumătate din cantitatea de smântână, borcanul are 350 g. Cât cântărește borcanul gol și câtă smântână era la început în borcan?



5. O piscină are lungimea de 15 m și lățimea de 5 m. Din cauza evaporării, nivelul apei scade cu 3 cm. Câți litri de apă s-au evaporat?



Test 1

1. Aria unui pătrat cu latura 12 m este ari.
2. Calculați:
 - a) în metri: $2,85 \text{ hm} + 0,15 \text{ m} - 212 \text{ cm}$;
 - b) în grame: $15 \text{ dg} + 250 \text{ g} + 3 \text{ dag} - 1,3 \text{ dag}$;
 - c) în litri: $7200 \text{ dl} + 1,5 \text{ hl} + 0,12 \text{ dal}$;
 - d) în secunde: $1\text{h } 10\text{ min} - 35\text{ min } 20\text{ s}$.
3. Efectuați transformările:
 - a) $15,152 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ dam}^3$;
 - b) $0,251 \text{ dam}^3 = \dots \text{ m}^3 = \dots \text{ hm}^3$;
 - c) $1250 \text{ cm}^2 = \dots \text{ m}^2 = \dots \text{ mm}^2$;
 - d) $0,272 \text{ ha} = \dots \text{ m}^2 = \dots \text{ ari}$.
4. Dacă mărim lungimea unui dreptunghi cu 20% și micșoram lățimea sa cu 20%, obținem un dreptunghi a cărui arie este cu 4 cm^2 mai mică decât aria dreptunghiului inițial. Aflați ariile celor 2 dreptunghiuri.
5. Un vas în formă de paralelipiped dreptunghic are baza pătrat cu aria 144 cm^2 și înălțimea 2 dm.
 - a) Cât este latura bazei?
 - b) Care este volumul vasului?
 - c) La ce înălțime se ridică apa în vas, dacă se pun 2,16 l?

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 10 p; 2 – 20 p; 3 – 20 p; 4 – 20 p; 5 – 20 p

Test 2

1. Completați spațiile punctate:
 - a) $256 \text{ min} = \dots \text{ min} \dots \text{ s}$;
 - b) $753 \text{ min} = \dots \text{ h} \dots \text{ min}$;
 - c) $3 \text{ h } 20 \text{ min} = \dots \text{ min}$.
2. Un tren trebuie să plece din statie la ora 7 și 15 minute. Dacă are o întârziere de 35 minute, atunci el va pleca la
3. Opt robinete cu același debit umplu un bazin în 6 ore. În câte ore vor umple același bazin 4 robinete?
4. O emisiune TV începe la ora 20 și 30 min și durează 45 min. Stiind că după fiecare sfert de oră de emisiune, sunt 10 min de publicitate, aflați la ce oră se va termina emisiunea TV.
5. Mama are de 5 ori vîrstă fiului. În urmă cu doi ani vîrstă fiului era de 7 ori mai mică decât cea a mamei. Ce vîrstă are fiecare?

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 15 p; 2 – 15 p; 3 – 20 p; 4 – 20 p; 5 – 20 p

7.5. Unități monetare

În România unitatea monetară este leul, utilizându-se bancnote de: 500 lei, 200 lei, 100 lei, 50 lei, 10 lei, 5 lei și 1 leu, precum și monede de: 50 bani, 10 bani, 5 bani și 1 ban.

$$1 \text{ leu} = 100 \text{ bani}$$

În țările Uniunii Europene unitatea monetară este euro, existând bancnote de: 5 euro, 10 euro, 20 euro, 50 euro, 100 euro, 200 euro și 500 euro, precum și monede de: 1 eurocent, 2 eurocenți, 5 eurocenți, 10 eurocenți, 20 eurocenți, 50 eurocenți, 1 euro și 2 euro.

$$1 \text{ euro} = 100 \text{ eurocenți}$$

APLICAȚII

- 1* Efectuați transformările:
 - a) 5 lei = bani;
 - b) 2000 bani = lei;
 - c) 3 lei și 20 bani = bani;
 - d) 10 lei și 25 bani = bani;
 - e) 350 bani = lei;
 - f) 4,3 lei = bani;
 - g) 25,70 lei = bani;
 - h) 10 lei și 600 bani = lei.
- 2* Dacă 3 kg de mere costă 8,40 lei, cât costă 5 kg de mere de același tip?
- 3* Ana cumpără 2 caiete de 3,5 lei bucata și 2 coperți de 1,50 lei bucata. Îi ajung 10 lei pentru toate?
- 4* Ce rest primește la casă Maria, dacă plătește cu o bancnotă de 5 lei pentru 3 creioane de 1,2 lei bucata?
- 5* Ionel are 3 bancnote de 50 de lei, 2 bancnote de 10 lei, o bancnotă de 5 lei și 7 bancnote de 1 leu.
 - a) Ce sumă are Ionel?
 - b) Ce sumă îi rămâne după ce cheltuie 153 lei?
- 6* O persoană câștigă 3,5 euro pe oră. Ce sumă va primi dacă lucrează 8 ore pe zi, într-o lună cu 22 de zile lucrătoare?
- 7** George are o bancnotă de 20 de euro pe care o schimbă în lei la cursul de 4,47 lei pentru 1 euro. Câți lei îi rămân după ce își cumpără 2 CD-uri de 35 lei bucata?

- 8**** Andrei are 5 bancnote de 10 lei, 2 bancnote de 5 lei, 4 monede de 50 bani și 3 monede de 10 bani. Din suma pe care o are își cumpără o revistă cu 7 lei și 50 bani, o minge cu 10 lei și 2 tricouri cu 13,30 lei fiecare..
a) Câtă lei îi mai rămân lui Andrei?
b) Ce sumă i-ar mai fi necesară pentru achiziționarea unui joc video care costă 45 lei?
- 9**** La plecarea în tabără Anda primește de la părinții săi o bancnotă de 100 lei și una de 50 lei. În prima zi cheltuie 10% din suma totală, a doua zi o treime din rest, a treia zi un sfert din ce i-a rămas, iar în a patra zi plătește 3 bancnote de 5 lei pentru suveniruri pentru părinții ei. Cu ce sumă se întoarce Anda din tabără?
- 10**** Știind că TVA-ul reprezintă 24% din prețul unui produs calculați:
a) Ce sumă este TVA-ul unui produs cu prețul afișat 1240 lei;
b) Ce preț are un produs al cărui TVA este 36 lei.
- 11**** Scrieți cât mai multe posibilități de a avea suma de 185 de lei, având la dispoziție bancnote de 1 leu, 5 lei, 10 lei și 50 de lei.
- 12***** Trei frați au împreună 360 lei. După ce primul cheltuie 12 lei, al doilea 10 lei și al treilea 14 lei, cei trei frați au sume egale.
a) Care este suma de bani pe care o are fiecare la sfârșit?
b) Câtă lei avea fiecare la început?
- 13***** La un spectacol s-au vândut 250 bilete, unele la 175 lei, altele la 250 lei biletul. Câte bilete din fiecare tip s-au vândut, știind că s-au încasat 51250 lei?
- 14***** O persoană cheltuie într-o săptămână două cincimi din suma pe care o are. În a doua săptămână cheltuie o treime din rest, iar în a treia săptămână cheltuie jumătate din noul rest.
a) Arătați că sumele cheltuite în a II-a și a III-a săptămână sunt egale.
b) Ce sumă de bani a avut la început, știind că după cele trei săptămâni i-au mai rămas 150 de lei?
- 15***** După două reduceri succesive de preț de căte 5% fiecare, un produs are prețul de 108 lei și 30 de bani. Care era prețul produsului înainte de reducere?

VIII Modele de teză

Modele de teză pentru semestrul I

Teza nr. 1

I. Scrieți numai rezultatele:

- 1) Rezultatul calculului: $[(15 \cdot 2 - 5) \cdot 7 + 25] : 4 - 1600 : 32$ este
- 2) Sfertul numărului: $3^4 - 5^0$ este egal cu
- 3) Dacă $a = 2013^{2012^0}$ și $b = 2012^{2013^0}$, atunci cel mai mic dintre a și b este
- 4) Dacă A este mulțimea cifrelor numărului 15705078, atunci cardinalul lui A este

II. Scrieți rezolvări complete:

- 1) a) Stabiliți dacă numărul $425 : 5^2 - 7^{25} \cdot 49^{15} : 7^{54}$ este număr prim sau compus.
b) Scrieți divizorii proprii ai numărului: $1^3 + 3^3 + [(3^2)^6 - 27^4] \cdot 10^5$.
- 2) Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* / 2 \cdot x - 1 \leq 7\}$, $B = \{y \in \mathbb{N} / y = 2^x, x \in A\}$ și $C = \{z \in \mathbb{N} / z = 3x - 1, x \in A\}$. Determinați mulțimile A , B , C , $A \cap B$, $A \cup B \cup C$, $B \cap C$, $(B \setminus C) \cup (A \setminus C)$.
- 3) Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 10 \text{ și } x \in M_3\}$; $B = \{y \in \mathbb{N} / 24:y \text{ și } 3y + 1 \leq 25\}$; $C = \{z \in \mathbb{N} / 3z - 1 \mid 10\}$. Determinați mulțimile A , B , C și precizați cardinalul lor.
- 4) Arătați că numărul $x = 2^{n+2} + 3 \cdot 2^{n+1} - 2^n$ este divizibil cu 9, pentru $n \in \mathbb{N}$.

Punctaj: 10 p – din oficiu

I: 20 p – fiecare exercițiu 5 p

II: 70 p - 1 – 20 p; 2 – 20 p; 3 – 20 p; 4 – 10 p

Teza nr. 2

I. Scrieți numai rezultatele:

- 1) Dacă $a \cdot b = 15$ și $a \cdot c = 17$, atunci $a(b + c)$ este
- 2) Rezultatul calculului $(238 : 14 - 0 : 72) \cdot 31 - 3 \cdot 41$ este
- 3) Cel mai mare număr natural care împărțit la 17 dă câtul 6 este
- 4) Ordinea crescătoare a numerelor $a = 5^{300}$, $b = 3^{400}$ și $c = 8^{200}$ este

II. Scrieți rezolvări complete:

1) Aflați numerele naturale x :

- a) $5 + 2(2x + 1) = 5(x - 1)$;
- b) $15x + 5 < 10x + 25$;
- c) $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 117$;
- d) $x + 2x + 3x + \dots + 100x = 10100$.

2) Fie mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N} / 100 \leq x < 111\}$. Determinați mulțimile: $B = \{x \in A / x \text{ : } 2\}$; $C = \{x \in A / 4 \mid x\}$; $D = \{x \in A / x \in M_5\}$; $E = \{x \in A / 10 \mid x\}$ și $F = \{x \in A / x \text{ : } 25\}$.

3) Calculați numerele și comparați-le:

$$a = (3^7)^2 : (3^2 \cdot 3^4)^2 + 3^5 \cdot 3^6 : (3^2)^5 + 324 : (2 \cdot 3^2);$$
$$b = 3^7 \cdot 9^2 : (2^3 - 5)^8.$$

4) Determinați numerele $\overline{5a3b}$ divizibile cu 45.

Punctaj: 10 p – din oficiu

I: 20 p – fiecare exercițiu 5 p

II: 70 p - 1 – 20 p; 2 – 15 p; 3 – 20 p; 4 – 15 p

Teza nr. 3

I. Scrieți numai rezultatele:

- 1) Numărul cu 25 mai mic decât sfertul lui 104 este
- 2) Dacă $ab - ac = 285$ și $a = 57$, atunci $b - c$ este
- 3) Ultima cifră a numărului $12^{102} + 15^{103}$ este
- 4) Cardinalul mulțimii $P = \{x \in \mathbb{N} / 2^x \leq 20\}$ este

II. Scrieți rezolvări complete:

- 1) Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x \leq 7\}$; $B = \{x \in \mathbb{N} / 4 \leq 3x + 1 \leq 16\}$ și $C = \{x \in \mathbb{N} / x = p^2 + 1, p \in \mathbb{N}, p \leq 3\}$. Determinați A , B , C și $A \cup B \cup C$, $A \cap B \cap C$, $(A - B) \cap C$, $(B - C) \cup (C - A)$.
- 2) Calculați: $360 : \{3 \cdot 2^2 + [3 \cdot 2^3 + (12 + 3 \cdot 4^2) : 2^2]\} - 4$.
- 3) Aflați $x \in \mathbb{N}$ pentru care:
 - a) $2x - 1 \mid 25$;
 - b) $x + 2 \mid x + 4$.
- 4) Andreea, Maria și Elena au împreună 508 lei. Andreea are cu 19 lei mai mult decât Maria, iar Maria are cu 57 lei mai mult decât Elena. Ce sumă de bani are fiecare?
- 5) Arătați că numărul $2014 + 2 \cdot (1 + 2 + \dots + 2013)$ este patrat perfect.

Punctaj: 10 p – din oficiu

I: 20 p – fiecare exercițiu 5 p

II: 70 p - 1 – 20 p; 2 – 10 p; 3 – 15 p; 4 – 15 p; 5 – 10 p

Teza nr. 4

I. Scrieți numai rezultatele:

- 1) Numărul cu 10 mai mare decât cel mai mic număr de 3 cifre distințe este;
- 2) Suma dintre cubul lui 3 și pătratul lui 5 este
- 3) Rezultatul calculului $[(36 : 18 + 3 \cdot 22) - 19 \cdot 3] : 11 + 5$ este
- 4) Ultima cifră a numărului 2^{2013} este

II. Scrieți rezolvări complete:

- 1) Calculați :
 - a) $1320 : 40 + 5 \cdot (15 + 17 + 2 \cdot 4) - (200 + 480 : 16)$;
 - b) $25^0 + 37 : [2 \cdot 9^2 - 5 \cdot (2^7 : 2^4 - 3^2 : 3)^2]$.
- 2) Un număr natural este cu 24 mai mare decât altul. Împărțind suma lor la diferența lor, se obține câtul 61 și restul 2. Aflați cele 2 numere.
- 3) Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} / 2x + 2 \in D_{12}\}$; $B = \{x \in \mathbb{N} / 5 \leq 3x - 1 \leq 11\}$. Determinați mulțimile $A, B, A \cup B, A - B, A \cap B, B - A$.
- 4) a) Arătați că $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} \vdots 37$;
b) Determinați numerele de forma \overline{abc} știind că $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 555$.

Punctaj: 10 p – din oficiu

I: 20 p – fiecare exercițiu 5 p

II: 70 p - 1 – 20 p; 2 – 15 p; 3 – 15 p; 4 – 20 p

Teza nr. 5

I. Scrieți numai rezultatele:

- 1) Cardinalul mulțimii \mathcal{D}_{15} este
- 2) Suma tuturor numerelor impare mai mici decât 10 este egală cu.....
- 3) Cel mai mare multiplu al lui 7 mai mic decât 100 este
- 4) Cea mai mare soluție naturală a inecuației $5 \cdot (x + 1) + 2^3 \cdot 3 < 6 \cdot 9$ este

II. Scrieți rezolvările complete:

- 1) Se consideră numerele naturale:

$$a = 2 + 2 \cdot [2 + 2 \cdot (2 + 2 \cdot 2)]$$

$$b = 824 : 8 - (700 : 14 + 720 : 16)$$

$$c = 3^{55} : 3^{53} + (8^{15} : 4^{20} - 2^{108} : 2^{105} \cdot 3)^{20} : 4^{30}$$

a) Calculați și comparați numerele a , b și c .

b) Aflați numerele naturale x pentru care $x + 1 \mid (a - b - c)$

- 2) Determinați mulțimile $A \cup B$; $A \cap B$; $A - B$ și $B - A$ știind că

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^4 - 2^3 < x + 1 \leq 3^2 + 3^3 : 3^2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2p + 3, p \leq 3, p \in \mathbb{N}\}.$$

- 3) Suma a două numere este 35. Dacă primul se mărește cu 35, iar al doilea se micșorează cu 2, atunci primul este de 3 ori mai mare decât al doilea. Aflați cele două numere.

- 4) a) Arătați că numărul $3^{n+2} \cdot 5^{n+1} - 3^n \cdot 5^{n+2} + 3^{n+1} \cdot 5^n$ se divide cu 23, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

- b) Arătați că numărul $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2014}$ este divizibil cu 4.

Punctaj: 10 p – din oficiu

I: 20 p – fiecare exercițiu 5 p

II: 70 p - 1 – 25 p; 2 – 20 p; 3 – 10 p; 4 – 15 p

Teza nr. 6

I. Scrieți numai rezultatele:

1. a) Cel mai mic număr de formula $\overline{572}x$ divizibil cu 3 este
b) Produsul primelor trei numere naturale impare este
c) Rezultatul calculului $5+5\cdot 5-5:5$ este
2. a) Pătratul numărului 4 este.....
b) Rezultatul calculului $2016^0 + 0^{2016}$ este.....
3. a) Divizorii proprii ai lui 14 sunt
b) Dintre numerele 4^{13} și 8^9 mai mic este

II. Scrieți rezolvările complete:

1. Calculați:

a) $264264 : 132 + 5^{100} : 25^{49} - 2016^1 =$
b) $78 : [3^3 + 5 \cdot 2^2 - 6^2 + 7^2 \cdot (78 - 8^2) : 73] =$
c) $79 \cdot 43 - 79 + 42 \cdot 21 =$

2. Aflați toate numerele naturale care împărțite la 8 dau restul egal cu dublul cîțui.

3. Determinați mulțimile A și B care îndeplinesc simultan condițiile:

a) $A \cup B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 8\}$;

b) $A \setminus B = \{3; 7\}$;

c) $B \setminus A = \{4; 6\}$

Punctaj: 10 p – din oficiu

I: 45 p – fiecare exercițiu 15 p

II: 45 p - 1 – 24 p; 2 – 10 p; 3 – 11 p

Teza nr. 7

I. Scrieți numai rezultatele:

1. a) Un multiplu comun al numerelor 24 și 36 este.....
b) Numărul 91 are divizori.
c) Cel mai mare număr cu cifre pare de forma $\overline{6xy} : 5$ este... **15p**
2. a) Câtul împărțirii numărului 505050 : 50 este.....
b) Calculând $0^7 + 7^0 + 1^7$ obținem
c) Cardinalul mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^{x+1} < 81\}$ este..... **15p**
3. a) Dacă $ac - bc = 105$ și $a = b + 7$, atunci $c =$.
b) Dintre numerele 3^{30} și 5^{20} mai mic este
c) Pătratul cubului numărului 3 este **15p**

II. Scrieți rezolvările complete:

1. Aflați restul împărțirii numărului $10^{2016} - 2016$ la 3. **10p**
2. a) Arătați că 2017^{2016} este pătrat perfect. **8p**
b) Arătați că $2015 \cdot 2016 \cdot 2017 - 2018$ nu este pătrat perfect. **8p**
c) Comparați numerele: $x = 5^{35} - 5^{34}$; $y = 3^{53}$. **9p**
3. Suma a două numere naturale este 2016. Știind că împărțind diferența lor la numărul mai mic obținem câtul 3 și restul 11, aflați cele două numere.
10 p.

Punctaj: 10 p – din oficiu

I: 45 p – fiecare exercițiu 15 p

II: 45 p - 1 – 10 p; 2 – a) 8 p; b) 8 p; c) 9 p; 3 – 10 p

Modele de teză pentru semestrul al II-lea

Teza nr. 1

I. Scrieți numai rezultatele:

1) Scrieți ca fracție ordinară ireductibilă:

a) $0,205 = \dots$; b) $1,0(21) = \dots$

2) Scrieți sub formă zecimală:

a) $\frac{9}{2} = \dots$; b) $\frac{19}{12} = \dots$

3) Media aritmetică a numerelor 3,25 și 2,35 este

4) Câte numere naturale verifică relația: $2,1x + 1,2 < 7,5$? R:

II. Scrieți rezolvări complete:

1) Calculați:

a) $[0,8 + 4 \cdot (0,34 \cdot 10 + 1,2 : 2)] : 0,168$;
b) $1,5 \cdot [6,4 + 2,2 \cdot (3,1^2 - 4,61)] : 2$.

2) Bunica a cumpărat 1,75 kg roșii, 3,5 kg cartofii și 3 kg mere. Stiind că 1 kg de roșii costă 2,5 lei, 1 kg de cartofii 1,3 lei și 1 kg mere 3,50 lei, aflați ce rest a primit de la 50 lei.

3) Un călător parcurge în prima zi jumătate din lungimea drumului și încă 1 km, a doua zi o treime din drum și încă 1 km, iar în a treia zi ultimii 3 km. Câți km are drumul?

4) Aflați x:

a) $3,44x - 6,14 = 8,16 + 1,24x$;
b) $3,4 \leq 2x + 1 \leq 5,6$ în multimea \mathbb{N} .

5) Care a fost prețul inițial al unei jucării care, după o reducere de 15%, costă 25,5 lei?

Punctaj: 10 p – din oficiu

I: 20 p – fiecare exercițiu 5 p

II: 70 p - 1 – 20 p; 2 – 10 p; 3 – 10 p; 4 – 15 p; 5 – 15 p

Teza nr. 2

I. Scrieți numai rezultatele:

1) Scrieți sub formă zecimală:

a) $\frac{3}{25} = \dots$; b) $\frac{5}{12} = \dots$

2) Scrieți ca fracție ordinată ireductibilă:

a) $2,(3) = \dots$; b) $2,1(3) = \dots$

3) Rezultatul calculului $3\frac{1}{10} - 1\frac{2}{5}$ este

4) Valoarea lui x pentru care fracția $\frac{3x+1}{16}$ este echivalentă este

II. Scrieți rezolvări complete:

1) Calculați:

a) $0,1 \cdot \{2 + 0,2 \cdot [100 \cdot 0,01 + 5,2 \cdot (4 - 1,2 \cdot 0,1)]\};$
b) $\{2,2 : [0,2 + 0,0(2) : 0,(02)] - 0,(6)^2\} : 1,(5).$

2) Aflați x :

a) $37,5 + 14,07 - x = 17,03;$

b) $1,44 : x = 0,12;$

c) $2 \cdot (3x - 3,7) = 5,2;$

d) $\frac{x+4}{x+2} = \frac{3}{2}.$

3) Suma a trei numere este 19. Se știe că al doilea număr este de 1,2 ori mai mare decât primul, iar al treilea este cu 2 mai mare decât al doilea. Aflați cele trei numere.

4) Mediile aritmetice ale laturilor unui triunghi luate două câte două sunt 2,7 cm; 2,15 cm și 2,6 cm. Calculați perimetrul triunghiului și lungimile celor trei laturi.

Punctaj: 10 p – din oficiu

I: 20 p – fiecare exercițiu 5 p

II: 70 p - 1 – 20 p; 2 – 20 p; 3 – 15 p; 4 – 15 p

Teza nr. 3

I. Scrieți numai rezultatele:

- 1) O carte costă 27,2 lei. Dacă se ieftinește cu 5,7 lei, atunci va costa
- 2) A 2013-a zecimală a numărului $\frac{23}{22}$ este
- 3) Rezultatul calculului: $[1,(4) - 0,(2)] : 11 - \frac{1}{9}$ este
- 4) Dacă $a = 32,5 + 41,7$ și $b = 30,2 + 44,3$, atunci mai mic este numărul

II. Scrieți rezolvări complete:

- 1) Se dău numerele: $a = (28,2 - 25,8):12 + 9,8$ și $b = [11,2(3) - 9,(2)] \cdot 9 - \frac{1}{10}$.
 - a) Arătați că a și b sunt numere naturale;
 - b) Calculați media aritmetică a numerelor a , $4b$ și 3.
- 2) Dintr-un depozit s-a livrat într-o zi $\frac{3}{10}$ din cantitatea de marfă, apoi încă 0,8 din rest, rămânând în depozit 252 t de marfă. Câte tone de marfă erau la început în depozit și cât s-a livrat în cele 2 zile?
- 3) Aflați $x \in \mathbb{N}$ știind că:
 - a) $\frac{6}{2x-1} \in \mathbb{N}$;
 - b) $\frac{x+2}{x+10} = \frac{1}{3}$.
- 4) După două scumpiri succesive de 10%, un produs costă 60,5 lei. Aflați prețul inițial al produsului.

Punctaj: 10 p – din oficiu

I: 20 p – fiecare exercițiu 5 p

II: 70 p - 1 – 20 p; 2 – 20 p; 3 – 15 p; 4 – 15 p

Teza nr. 4

I. Scrieți numai rezultatele:

- 1) Numărul de 4 ori mai mare decât dublul lui $\frac{7}{8}$ este
- 2) Dintr-o suprafață de 325 ha s-au arat 20 de procente. Suprafața rămasă nearătată este de ha.
- 3) Rezultatul calculului: $5 - 5 : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)$ este
- 4) Suma primelor 10 zecimale ale numărului $\frac{2}{15}$ este

II. Scrieți rezolvări complete:

- 1) Calculați: $\{2,05 + [2,75 - (0,31 + 0,44) + 2]\} \cdot 2^2 + 2\frac{3}{4}$.
- 2) Aflați x :
 - a) $(2,03 + x) : 10^2 = 3,5$;
 - b) $(x + 1) \cdot 4,5 - 6,9 = 11,1$;
 - c) $4,5 : x < 1,5$ în multimea \mathbb{N} .
- 3) Cu 0,(3) din banii economiști, Ioana își cumpără cărți, apoi cu un sfert din banii rămași cumpără o geantă, iar de 50 lei îi cumpără un cadou mamei. Știind că i-au mai rămas 70 lei, aflați ce sumă a avut la început și cât a cheltuit de fiecare dată.
- 4) Un zid de cărămidă are dimensiunile $L = 3m$; $l = 0,3m$ și $h = 2,7 m$. Câte cărămizi sunt necesare, dacă o cărămidă are dimensiunile 30cm, 15 cm și 20 cm?

Punctaj: 10 p – din oficiu

I: 20 p – fiecare exercițiu 5 p

II: 70 p - 1 – 10 p; 2 – 20 p; 3 – 20 p; 4 – 20 p

Teza nr. 5

I. Scrieți numai rezultatele:

- 1) Media aritmetică a două numere este 21,52, iar unul dintre ele este 20,54. Celălalt număr este
- 2) Rezultatul calculului $\left(5\frac{1}{2} - 4\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{6}{7}$ este.....
- 3) Într-o clasă sunt 25 de elevi. Dacă 48% din ei sunt băieți, atunci numărul fetelor din clasă este
- 4) Valoarea lui x pentru care fracțiile $\frac{3}{2}$ și $\frac{x+1}{4}$ sunt egale este

II. Scrieți rezolvările complete:

- 1) Calculați:
 - a) $3,29 \text{ dam}^2 + 0,12 \text{ ha} = 146 \text{ m}^2$ în dam^2 ;
 - b) $[1,2(6) + 3,6 - 3,5] : 0,4(3)$.
- 2) Un teren agricol în formă dreptunghiulară cu lungimea 20 m și lățimea 1,5 dam are pe jumătate din suprafață cultivați cartofi, pe o treime din rest cultivate roșii, iar pe un sfert din noul rest ardei. Câți m^2 au rămas necultivați?
- 3) Un bazin în formă de cub are latura de 4 m și se umple cu apă până la înălțimea de 3 m. Știind că în fiecare zi se iau din bazin câte 1200 l de apă, calculați în câte zile se golește bazinul.
- 4) Cinci stilouri și trei pixuri costă 72,70 lei. Nouă pixuri și opt stilouri costă 130,60 lei. Cât costă un pix? Cât costă un stilou?

Punctaj: 10 p – din oficiu

I: 20 p – fiecare exercițiu 5 p

II: 70 p - 1 – 20 p; 2 – 20 p; 3 – 15 p; 4 – 15 p

Teza nr. 6

I. Scrieți numai rezultatele:

1)

- a) Scrierea ca fracție ordinară a numărului 1,05 este
- b) Scris sub formă de fracție zecimală numărul $\frac{11}{4}$ este
- c) Dintre numerele 7,023; 7,203 și 7,23 mai mare este

2)

- a) $2,31 \text{ km} = \dots \text{ dm}$;
- b) $2016 \text{ l} = \dots \text{ m}^3$;
- c) Aria pătratului cu perimetrul egal cu 72 m este m^2 .

3)

- a) $1,3 \cdot 200 = \dots$
- b) $\frac{7}{9} \text{ din } 2016 = \dots$
- c) 16% din 125 =

II. Scrieți rezolvările complete:

1) Calculați:

- c) $4,5 \cdot (3x - 7) = 36$;
- d) $(2,88 : 10 + 0,5x) \cdot 5 = 1,144 \cdot 10$.

2) Bianca rezolvă în fiecare zi cu 2 probleme mai mult decât în ziua precedentă, astfel încât reușește să rezolve în 6 zile cele 48 de probleme pe care le-a avut temă în vacanță. Câte probleme a rezolvat în a 4-a zi?

3) Un dreptunghi și un pătrat au perimetrele egale. Dacă aria pătratului este 81 m^2 , iar lățimea dreptunghiului este $\frac{4}{5}$ din lungimea acesteia, aflați:

- a) aria dreptunghiului;
- b) perimetrul pătratului cu latura egală cu $\frac{3}{2}$ din lungimea dreptunghiului.

Punctaj: 10 p – din oficiu

I: 45 p – fiecare exercițiu 5 p

II: 45 p - 1 – 20 p; 2 – 10 p; 3 – 15 p.

IX

Teste recapitulative

Test 1

1. Scrieți în ordine crescătoare numerele: 3125; 3025; 1523; 3521; 2313; 1532; 5132; 5231.
2. Calculați:
 - a) $17 \cdot 13 + 729 : 27 - 12 \cdot 5$
 - b) $\left\{ \left[10^2 + (8^3 - 28 : 2^2) \right] : (5 \cdot 10^2) \right\} - (65 - 2^6) \cdot 2014^0$.
3. a) Dacă $ab + ac + ad = 2014$ și $b + c + d = 1007$, aflați a .
b) Dacă $mn + mp - mq = 2015$ și $m = 5$, aflați $n + p - q$.
4. Calculați sumele:
 - a) $2 + 4 + 6 + \dots + 2014$;
 - b) $2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2014}$.
5. Se consideră mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x+1 \leq 7\}$; $B = \{y \in \mathbb{N} \mid y = 2^x - 1; x \in A\}$; $C = \{z \in \mathbb{N} \mid z = y - 3; y \in B\}$. Determinați mulțimile A , B , C ; $A \cap B \cap C$; $(A \cup B) - C$; $(C - B) \cup A$; $A \cup B \cup C$.
6. Rezolvați ecuațiile în mulțimea numerelor naturale:
 - a) $2x - 3 = 19$;
 - b) $5x - 2 = 3x + 12$;
 - c) $\frac{2x+1}{5} = \frac{x-1}{2}$.
7. Aflați două numere naturale știind că diferența lor este 12 și suma dintre dublul primului număr și triplul celui de-al doilea este 89.
8. Aflați x :
 - a) $2x - 1 \in \mathcal{D}_{12}$;
 - b) $x + 3 \mid 2x + 15$.
9. Aflați numerele naturale a și b pentru care fracția $\frac{6}{(a+1) \cdot (b+2)}$ este echivalentă.

10. Simplificați fracția $\frac{\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}}{3a+3b+3c}$.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 5 p; 2 – 10 p; 3 – 10 p; 4 – 10 p; 5 – 10 p; 6 – 10 p; 7 – 10 p; 8 – 10 p;
9 – 10 p; 10 – 5 p

Test 2

1. Scrieți în ordine descrescătoare numerele: 2,046; 0,246; 20,46; 4,026; 426; 60,24; 24,06; 204,6; 0,264; 604,2.
2. Comparați numerele $a = 2,(51)$; $b = 2,51$; $c = 2,5(1)$.
3. Calculați:

| | |
|--|--|
| a) $1\frac{1}{2} + \frac{4}{9} \cdot 2\frac{1}{4}$; | c) $6,2 + 6,2 \cdot (2 + 81,02 \cdot 0,3)$; |
| b) $\left(\frac{7}{8} \cdot 2\frac{2}{3} + 3\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{10}\right) \cdot \frac{6}{28}$; | d) $0,5 + \frac{11}{12} : [0,4 + 1,3 - 1,(3)]$. |
4. Aflați x :

| | |
|---------------------------------------|---|
| a) $\frac{15}{2x+1} \in \mathbb{N}$; | b) $\frac{5x+18}{x+2} \in \mathbb{N}$. |
|---------------------------------------|---|
5. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale:
 - a) $6x+1 \leq 3x+10$;
 - b) $21x+3,17 \geq 10x+18,79$;
 - c) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} < 112$.
6. Aflați două numere care au suma 136,5 știind că unul dintre numere este dublul celuilalt număr.
7. Tatăl are vârstă cât mama și fiul împreună. Vârsta fiului este o zecime din cea a mamei, iar peste 5 ani toți trei vor avea împreună 81 de ani. Ce vârstă are fiecare?
8. După două ieftiniri succesive de câte 10%, un dicționar costă 121,50 lei. Aflați prețul inițial al dicționarului.
9. O seră de flori are lungimea 50 m și lățimea 30% din lungime. Sera are o alei centrală cu lățimea de 1,2 m, care o străbate pe toată lungimea ei. În seră sunt cultivate trandafiri galbeni pe 10% din suprafață, pe o treime din rest sunt trandafiri roșii și pe ce a rămas sunt trandafiri albi. Aflați suprafețele corespunzătoare fiecărui tip de trandafiri.

10. Căți litri de apă sunt într-un bazin cubic cu latura de 1 m, dacă nivelul apei este la 30 cm de marginea superioară?

Punctaj: 10 p – din oficiu

Fiecare exercițiu 10 p

Test 3

1. a) Transformați în fracții zecimale: $\frac{5}{4}; \frac{7}{20}; \frac{5}{3}; \frac{5}{18}; \frac{12}{11}; \frac{17}{200}$.
b) Transformați în fracții ordinare ireductibile: 0,14; 1,2; 4,002; 1,(5); 0,2(3); 5,(15) și 0,00(12).
2. Aflați ultima cifră a numărului:
 - a) 2^{2014} ;
 - b) $3^{1000} + 2 \cdot 5^{100} + 7^{252}$.
3. Aflați diferența dintre suma divizorilor lui 15 și suma divizorilor lui 6.
4. a) Determinați numerele de forma $\overline{52a}$ divizibile cu 4.
b) Determinați numerele de forma $\overline{5a2b}$ divizibile cu 6.
5. Determinați mulțimile A și B știind că $A \cup B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 2^x < 130\}$,
 $A \cap B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < 5x + 3 \leq 13\}$ și $B - A = \{3; 5\}$.
6. Calculați:
 - a) $[2^2 \cdot 5^2 \cdot 5 + (2^9 \cdot 75 \cdot 9^2) : (8 \cdot 5^2 \cdot 3^5)] : 4$;
 - b) $2,75 + \left\{ 2,05 + \left[4 \frac{3}{4} - (0,31 + 0,44) \right] \right\} \cdot 4$;
 - c) $5 + 2,5 \cdot [7 + 5,5 \cdot (3250 : 100 - 305 : 10)]$.
7. Media aritmetică a trei numere este 25,2. Aflați cele trei numere știind că primul este cu 1 mai mare decât al doilea, iar acesta e cu 1 mai mare decât al treilea.
8. Un drum a fost parcurs în trei zile astfel: în prima zi 30% din lungime, a doua zi 60% din rest și în a treia zi ultimii 336 km. Aflați lungimea întregului drum și cât a fost parcurs în primele două zile.
9. Un dreptunghi are perimetru 410 m. Împărțind lungimea la lățime, obținem cîțul 3 și restul 5. Aflați aria dreptunghiului.

- 10.** Aria unei fețe a unui cub este 25 dm^2 . Află volumul cubului.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 10 p; 2 – 10 p; 3 – 10 p; 4 – 10 p; 5 – 10 p; 6 – 10 p; 7 – 10 p; 8 – 10 p; 9 – 5 p; 10 – 5 p

Test 4

- 1.** Calculați:
 - a) în m: $0,25 \text{ dam} + 0,017 \text{ km} + 1000 \text{ cm}$;
 - b) în ari: $21 \text{ ha} - 1500 \text{ m}^2 + 752130 \text{ dm}^2$;
 - c) în litri: $45 \text{ dl} + 3,5 \text{ dal} - 0,35 \text{ l}$.
- 2.** Dintr-un depozit în care erau 4,5 t de fructe s-au scos în prima zi 20% din cantitate, iar a doua zi jumătate din rest. Câte kilograme au mai rămas în depozit?
- 3.** Află x :
 - a) $0,5x - 2,3 = 6,5$;
 - b) $2,82x + 1,71 = 4,3x - 2,73$;
 - c) $\frac{x-10}{3} = \frac{x+2}{5}$.
- 4.** Se consideră mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 13 < 5x - 2 \leq 28\}$ și $B = \{y \in \mathbb{N} \mid y = x - 2, x \in A\}$.
 - a) Determinați mulțimile și precizați cardinalul lor.
 - b) Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor
 - i) $\{5, 6\} \subseteq A$;
 - ii) $A \cap B = \emptyset$
 - iii) $B \subseteq A$.
- 5.** Stabiliți dacă $n \mid 10$, unde $n = 5^2 : 5^0 + 2 \cdot 3^2 + 2^4 \cdot 3 - (6^6)^4 : 2^{22} : (3^4)^6 + 5655 : 435$.
- 6.** Arătați că:
 - a) $2015 \mid (1 + 2 + 3 + \dots + 2014)$;
 - b) $(\overline{7xx1} + \overline{1xx7}) \mid 11$.
- 7.** Un teren dreptunghiular cu perimetrul de 450 m este cultivat cu viță-de-vie. Dacă lungimea terenului ar fi mai mică cu 40 m și lățimea cu 10 m, atunci terenul ar avea forma pătratică.
 - a) Aflăți dimensiunile terenului.
 - b) Dacă de pe un ar se obțin 100 kg de struguri, să se determine producția totală obținută.
- 8.** Pentru cinci fuste și trei rochii din același material sunt necesari 14, 1 m de material. Pentru patru fuste și nouă rochii sunt necesari 29, 1 m din același material. Cât material este necesar pentru o fustă? Dar pentru o rochie?

9. O cantină a cumpărat în prima zi 90 kg de legume, a doua zi $\frac{2}{5}$ din cantitatea din prima zi, iar în a treia zi o treime din cât s-a cumpărat în primele două zile. Ce cantitate de legume s-a cumpărat în cele trei zile?

10. Arătați că $\frac{6^{n+1} + 2^{n+1} \cdot 3^{n+2} - 2^{n+2} \cdot 3^{n+1}}{2^n \cdot 3^{n+1} - 2^n 3^n + 2^{n+1} 3^n} \in \mathbb{N}$.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 10 p; 2 – 5 p; 3 – 10 p; 4 – 10 p; 5 – 10 p; 6 – 10 p; 7 – 10 p; 8 – 10 p;
9 – 10 p; 10 – 5 p

Test 5

1. Calculați:

- a) în grame: $5 \text{ hg} + 175 \text{ mg} - 2,5 \text{ dag}$.
- b) în m^3 : $100 \text{ cm}^3 + 2 \text{ dm}^3 + 1,25 \text{ dam}^3$.
- c) în secunde: $1 \text{ h } 25 \text{ min} + 43 \text{ min } 20 \text{ s} - 1 \text{ h } 10 \text{ min } 13 \text{ s}$.

2. Calculați:

- a) $\left\{ [(1044 : 29 - 8) \cdot 4 - (32 - 644 : 23) \cdot 16] : 4 - 1 \right\} \cdot 5 + 5$.
- b) $4^3 \cdot 8^7 \cdot 2^9 : 16^9 + (5^7)^4 - (25^2)^7 + 3 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2^4 - 10^0)$;
- c) $98 : (3,26 \cdot 2,5 - 0,645 : 4,3) + 0,75$.

3. Se consideră mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x + 1 \in \mathcal{D}_{18}\}$ și $B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{2x + 18}{x + 2} \in \mathbb{N}\right\}$.

Determinați mulțimile: A , B ; $A \cup B$; $A \cap B$; $A - B$ și $B - A$.

4. Calculați suma numerelor care împărțite la 9 dau câtul 15.

5. Aflați un număr știind că:

- a) micșorând dublul său cu 4,7 obținem 8,55;
- b) mărind triplul său cu 19,6 obținem 84,8.

6. Ana și Maria au împreună 120 lei. Dacă Ana ar avea de două ori mai mulți lei și Maria de cinci ori mai mulți lei, atunci ele ar avea împreună 390 lei. Câți lei are fiecare?

7. Suma a patru numere este 345. Aflați numerele știind că al doilea este 80% din primul, al treilea este trei sferturi din al doilea și al patrulea este $\frac{3}{5}$ din al treilea.

8. Se consideră numerele $a=3^{n+1} \cdot 5^n + 3^n \cdot 5^{n+2} + 6 \cdot 3^n \cdot 5^n$ și $b=2^{2n+1} \cdot 3^n + 3^{n+1} \cdot 4^n + 2^{n+1} \cdot 6^{n+1}$.

Să se arate că fracția $\frac{a}{b}$ se poate simplifica prin 17.

9. Un bazin paralelipipedic cu dimensiunile 3,6 m; 3 m și 2 m este umplut cu apă printr-un robinet cu debitul de 20 l/min. În câte ore se umple bazinul?

10. Într-o clasă sunt 28 de elevi. Arătați că există cel puțin trei elevi născuți în aceeași lună a anului.

Punctaj: 10 p – din oficiu

1 – 10 p; 2 – 10 p; 3 – 10 p; 4 – 5 p; 5 – 10 p; 6 – 10 p; 7 – 10 p; 8 – 10 p;
9 – 10 p; 10 – 5 p

TESTE DE EVALUARE

Test 1

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

Subiectul I. Pe foaia de test scrieți numai rezultatele. **(30 puncte)**

1. **(5p)** Rezultatul calculului $3 - 2 + 33 - 22$ este

2. **(5p)** Dintre fracțiile $\frac{27}{18}$, $\frac{8}{24}$, $\frac{12}{9}$ și $\frac{6}{4}$ cele echivalente sunt ... și

3. **(5p)** Cel mai mare număr natural cu trei cifre distințe este

4. **(5p)** Perimetru unui dreptunghic cu lungimea de 30 cm și lățimea de 20 cm este egal cu ... dm.

5. **(5p)** Lungimea unui dreptunghi cu aria de 12 cm^2 și lățimea de 2,4 cm este egală cu ... cm.

6. **(5p)** Preferințele culinare ale clientilor unui complex hotelier sunt prezentate în diagrama din figura 1. Dacă 700 de clienți nu au preferințe speciale (adică 10%), atunci numărul clientilor care preferă specialitățile chinezești este

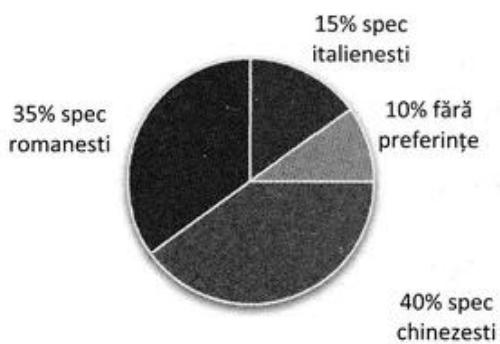


figura 1

Subiectul al II-lea. Pe foaia de test scrieți rezolvările complete. **(30 puncte)**

1. (5p) Construiți simetriile următoarelor figuri în raport cu dreapta d (figura 2).

2. (5p) Determinați numerele naturale x pentru care fracția

$$\frac{9}{2x+3}$$

- este supraunitară.
3. (5p) Alina are două note la muzică și media pe care o obține cu ele este 7. Calculați media Alinei la muzică după ce a mai luat un 10.

4. Fie numărul $a = 1,2(34)$.

- a) (5p) Scrieți numărul a sub formă de fracție ordinară.

- b) (5p) Determinați a 201-a zecimală a numărului a .

5. (5p) Calculați

$$3 + 10 \cdot \left\{ 3 + 10 \cdot [3 + 10 \cdot (3 + 10 \cdot 3)] - \right\} \dots$$

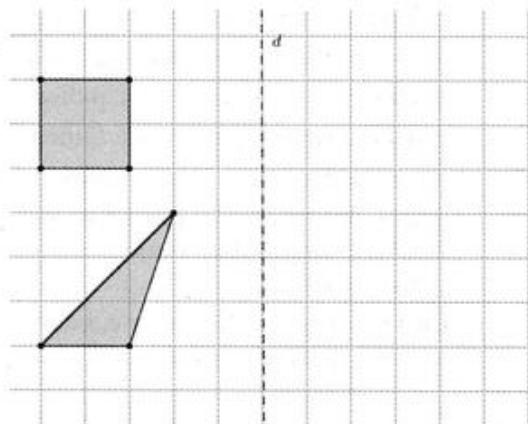


figura 2

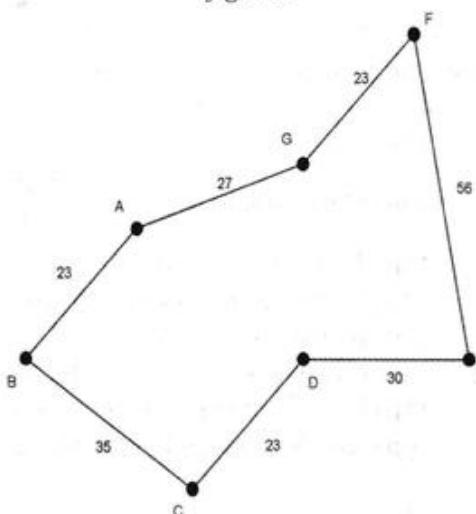


figura 3

Subiectul al III-lea. Pe foaia de test scrieți rezolvările complete. **(30 puncte)**

1. În figura 3 alăturată sunt prezentate 7 localități A, B, C,

D, E, F și G, drumurile de legătură între ele și distanțele în kilometri. Ne deplasăm de la o localitate la alta numai pe drumurile indicate în figură.

- (5p) Calculați lungimea celui mai scurt traseu între localitățile D și G.
 - (5p) Determinați toate localitățile din enunț care se află la o distanță pe traseu de 50 kilometri una de cealaltă.
2. În figura 4 sunt reprezentate treptele din fața unei case. Toate treptele sunt de aceeași lungime și de aceeași lățime. Toate unghurile din figură sunt drepte.
- (5p) Folosind dimensiunile indicate în figură, calculați înălțimea unei trepte.
 - (5p) Folosind dimensiunile indicate în figură, calculați lățimea unei trepte.
3. Avem la dispoziție 28 de cuburi cu latura de 1dm.
- (5p) Construiesc cu aceste cubulete paralelipipedice cu cel mai mare volum posibil. Stabiliți dacă rămân cubulete neutilizate.
 - (5p) Construiesc cu aceste cubulete cub cu cel mai mare volum posibil. Stabiliți dacă rămân cubulete neutilizate.

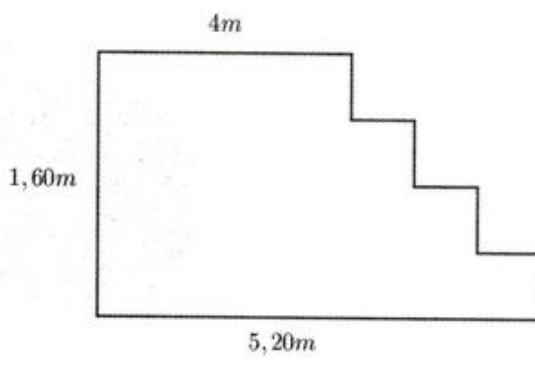


figura 4

Test 2

Subiectul I. Pe foaia de test scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- (5p) Rezultatul calculului $12 \cdot 13 - 13 \cdot 2 + 13 \cdot 90$ este
- (5p) După simplificare fracția $\frac{150}{125}$ este egală cu fracția ireductibilă
- (5p) $1500 \text{ cm}^2 + 1,5 \text{ m}^2 = \dots \text{ dm}^2$.
- (5p) Premiera unei piese de teatru începe la ora 18 și 30 minute. Dacă spectacolul are o deschidere de 30 minute, două acte de câte 45 minute între care este o pauză de 15 minute, atunci el se termină la ora ... și ... minute.
- (5p) Un cub cu latura de 0,2 dm are volumul egal cu ... cm^3 .
- (5p) Numărul de paralelipipede din figura 1 este

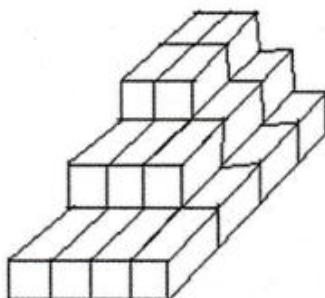


figura 1

Subiectul al II-lea. Pe foaia de test scrieți rezolvările complete. **(30 puncte)**

1. **(5p)** Construiți un pătrat cu latura de 2,5 cm.
2. **(5p)** Calculați diferența dintre cel mai mic număr natural de trei cifre și cel mai mare număr natural de două cifre distințe.
3. **(5p)** Maria, Alexandra și Cristina au împreună 204 de lei. Suma Alexandrei este de trei ori mai mică decât suma Cristinei și de două ori mai mică decât suma Mariei. Câtă lei are fiecare copil ?
4. Se consideră numerele $3,6$, $3\frac{1}{10}$ și $6,2$.
 - a) **(5p)** Calculați media aritmetică a celor trei numere.
 - b) **(5p)** Micșoram unul dintre cele trei numere cu 3. Cum se modifică media aritmetică ?
5. **(5p)** Calculați $2,1^2 + 4,41 : 21 - 0,62$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de test scrieți rezolvările complete. **(30 puncte)**

1. O baie dreptunghiulară are lungimea de 4,2 m și lățimea de 3 m. Podeaua ei urmează să fie acoperită cu gresie. Fiecare plăcuță de gresie are forma de pătrat cu latura de 20 cm. Prețul unui metru pătrat de gresie este de 20 lei.
 - a) **(5p)** Calculați numărul de plăcuțe de gresie necesare pentru acoperirea podelei băii.
 - b) **(5p)** Calculați prețul gresiei necesare acestei lucrări, ignorând pierderile.
2. a) **(5p)** Lungimea laturii unui pătrat se dublează. De câte ori se mărește perimetrul pătratului ?
b) **(5p)** Lungimea laturii unui pătrat se triplează. De câte ori se mărește aria pătratului ?
3. Cinci prieteni au contribuit la cumpărarea unui cadou astfel: primul a participat cu jumătate din cât au dat ceilalți, al doilea a contribuit cu o treime din cât au contribuit ceilalți, al treilea cu o patrime din cât au contribuit ceilalți, al patrulea

- cu o cincime din contribuția celorlalți și al cincilea copil cu 7,5 lei.
- a) (5p) Cu ce parte din sumă a contribuit fiecare copil ?
- b) (5p) Cu ce sumă a contribuit fiecare copil ?

Test 3

Subiectul I. Pe foaia de test scrieți numai rezultatele. **(30 puncte)**

1. Rezultatul calculului $2 \cdot (5 \cdot 2^2 - 2^0)$ este egal cu ...
2. Elena a cumpărat de la magazin șapte creioane de același fel cu prețul de 2,5 lei un creion și șase pixuri de același fel cu prețul de 3,5 lei un pix. Elena a plătit la magazin ... lei.
3. Fie mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 8\}$ care are ... elemente.
4. Un pătrat $ABCD$ are lungimea laturii $AB = 7$, perimetrul pătratului este egal cu ... cm.
5. Fie numerele naturale $a = 2016^0 + 2 \cdot 3^2$ și $b = (2016^2 - 2016 \cdot 2015) : 2016$, mai mare este numărul ...
6. La teza de limba română elevii clasei a V-a au obținut rezultatele redate în tabelul de mai jos:

| Nota | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Nr. elevi | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 | 5 | 4 | 2 | 3 | 5 |

Numărul de elevi care a obținut nota șase este egal cu ...

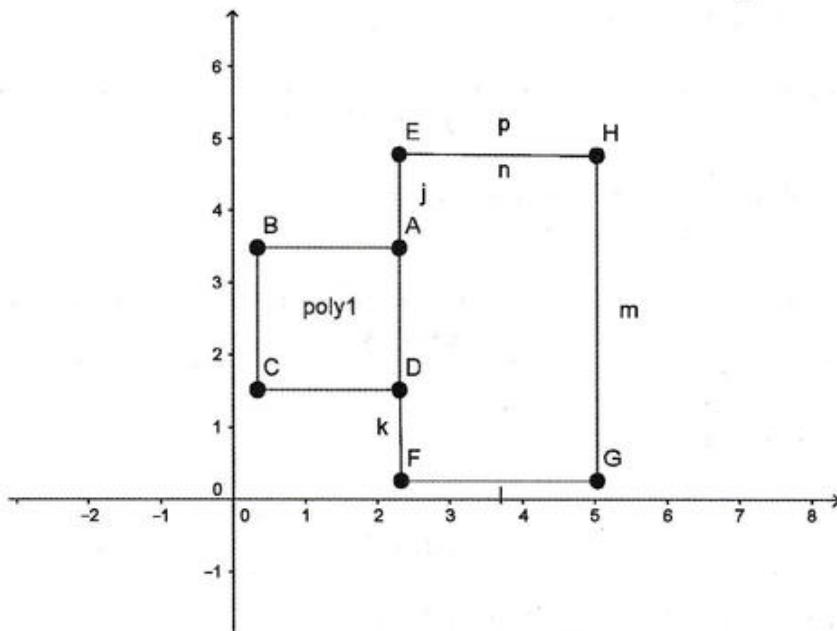
Subiectul al II-lea. Pe foaia de test scrieți rezolvările complete. **(30 puncte)**

1. Desenați dreptunghiul $MNPQ$ cu lățimea $MN = 2$ cm, iar lungimea $NP = 3,5$ cm .
2. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația $[2000 + 2(2x + 5)] + 2 = 2016$.
3. Magazinele "Albinuța" și "Hârnicuța" vând 75,5 kg de miere. La magazinul "Albinuța" s-au vândut cu 3,5 kg mai multe decât la magazinul "Hârnicuța". Determinați câte kg de miere s-au vândut la magazinul "Albinuța".

4. a) Știind că $a + 2b = 10$ și $b + 2c = 16$, calculați $a + 3b + 2c$.
 b) Se consideră numerele $a = 1 + 2 + 3 + \dots + 2016$ și $b = 2 \cdot a + 2017$. Arătați că numărul b este pătrat perfect.
5. Media aritmetică a trei numere este egală cu 5,3, iar suma a două dintre ele este egală cu 10,4. Determinați al treilea număr.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de test scrieți rezolvările complete. **(30 puncte)**

1. În figura 1 este schița grădinii bunicilor, care este formată din pătratul $ABCD$ cu $AB = 2,5$ m și dreptunghiul $EFGH$, $EF = 6,3$ m, $FG = \frac{2}{3} \cdot EF$.



- a) Calculați aria și perimetrul dreptunghiului $EFGH$;
 b) Calculați aria și perimetrul pătratului $ABCD$;
 c) Determinați lungimea gardului necesar pentru a împrejmui grădina bunicilor.
2. Piscina prietenilor mei are formă unui paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$, care are $AB = 600$ cm, $BC = 7500$ mm și adâncimea $AE = 300$ cm.
- a) Calculați perimetrul bazei dreptunghiului $ABCD$ exprimat în metri;
 b) Determinați volumul piscinei;
 c) Dacă prietenii mei schimbă apă în piscină de două ori pe săptămână, de câtă cantitate de apă au nevoie pentru trei săptămâni.