Examenul de bacalaureat naţional 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 1

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{2}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)=\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1\right)=$	**3p**
	$=\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}=4$	**2p**
2.	$f(-1)=-1+m$	**2p**
	$-1+m\le 0\Leftrightarrow m\le 1$ și, cum m este număr natural, obținem $m=0$ sau $m=1$	**3p**
3.	$\lg x^2=\lg(2x+8)\Rightarrow x^2-2x-8=0$	**3p**
	$x=-2$, care nu convine sau $x=4$, care convine	**2p**
4.	$x-\frac{10}{100}\cdot x=540$, unde x este prețul obiectului înainte de ieftinire	**3p**
	$x=600$ de lei	**2p**
5.	Panta unei drepte perpendiculare pe dreapta d este egală cu -1	**2p**
	Ecuația dreptei care trece prin M și este perpendiculară pe dreapta d este $y+2=-(x-2)$, deci $y=-x$	**3p**
6.	$AB=2$	**3p**
	$P_{ABCD}=4\cdot AB=8$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-2)*2=2\cdot(-2)\cdot 2-4\cdot(-2+2)+7=$	**3p**
	$=-8-4\cdot 0+7=-1$	**2p**
2.	$x*y=2xy-4(x+y)+7=2yx-4(y+x)+7=$	**3p**
	$=y*x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$*$” este comutativă	**2p**
3.	$x*y=2xy-4x-4y+8-1=$	**2p**
	$=2x(y-2)-4(y-2)-1=2(x-2)(y-2)-1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
4.	$2(x+1-2)(x-2)-1=3\Leftrightarrow x^2-3x=0$	**3p**
	$x=0$ sau $x=3$	**2p**
5.	$2\left(2^{2x}-2\right)\left(2^x-2\right)-1=-1\Leftrightarrow 2^{2x}-2=0$ sau $2^x-2=0$	**3p**
	$x=\frac{1}{2}$ sau $x=1$	**2p**
6.	$2(x-2)\left(\frac{1}{x}-2\right)-1\le -1\Leftrightarrow 2(x-2)\cdot\frac{1-2x}{x}\le 0$	**2p**
	$x\in\left(0,\frac{1}{2}\right]\cup[2,+\infty)$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}2 & a\\0 & 2\end{vmatrix}=2\cdot 2-0\cdot a=$	**3p**
	$=4-0=4$, pentru orice număr real a	**2p**
2.	$A(0)\cdot A(2020)=\begin{pmatrix}2 & 0\\0 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 2020\\0 & 2\end{pmatrix}=2\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 2020\\0 & 2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}2 & 2020\\0 & 2\end{pmatrix}=2A(2020)$	**2p**
3.	$A(-a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}2 & -a\\0 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & a\\0 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 0\\0 & 4\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=4\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}=4I_2$, pentru orice număr real a	**2p**
4.	$A(m)\cdot A(n)=\begin{pmatrix}4 & 2(n+m)\\0 & 4\end{pmatrix}$, $A(2)=\begin{pmatrix}2 & 2\\0 & 2\end{pmatrix}$ și $\begin{pmatrix}4 & 2(n+m)\\0 & 4\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2 & 2\\0 & 2\end{pmatrix}\Leftrightarrow n+m=2$	**3p**
	Cum m și n sunt numere naturale nenule, obținem $m=1$ și $n=1$	**2p**
5.	$\begin{pmatrix}2 & a^2\\0 & 2\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}2 & a\\0 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & -3\\0 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}\Leftrightarrow a^2-2a-3=0$	**3p**
	$a=-1$ sau $a=3$	**2p**
6.	$\begin{pmatrix}2 & -3\\0 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2y\\2x+y\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}2x-3y\\2y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2y\\2x+y\end{pmatrix}\Leftrightarrow y=2x$	**3p**
	Există o infinitate de perechi de numere reale $(x,2x)$ care verifică relația dată	**2p**

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\cdot\frac{6}{\sqrt{27}+\sqrt{8}}=\left(\frac{3\sqrt{3}}{6}+\frac{2\sqrt{2}}{6}\right)\cdot\frac{6}{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}=$	**3p**
	$=\frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}\cdot\frac{6}{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}=1$	**2p**
2.	$2n+1\le n+2\Leftrightarrow n\le 1$	**2p**
	Cum n este număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$	**3p**
3.	$x^2+5=4x+1\Rightarrow x^2-4x+4=0$	**3p**
	$x=2$, care convine	**2p**
4.	$100\%-50\%-25\%=25\%$	**2p**
	$\frac{25}{100}\cdot x=10\,\text{km}$, unde x este lungimea traseului, deci $x=40\,\text{km}$	**3p**
5.	$AC=3$	**2p**
	Înălțimea din B a triunghiului ABC este egală cu 4, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{4\cdot 3}{2}=6$	**3p**
6.	$\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$	**3p**
	$\sqrt{3}\cdot\cos 30°+\sin 30°-2\sin^2 45°=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}-2\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}-2\cdot\frac{2}{4}=2-1=1$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{2}*\left(-\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\cdot\left(-\sqrt{2}\right)-\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}-\sqrt{2}\cdot\left(-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}+2=$	**3p**
	$=-2-2+2+\sqrt{2}+2=\sqrt{2}$	**2p**
2.	$x*y=xy-\sqrt{2}x-\sqrt{2}y+2+\sqrt{2}=$	**2p**
	$=x\left(y-\sqrt{2}\right)-\sqrt{2}\left(y-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(y-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*\left(1+\sqrt{2}\right)=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}=x-\sqrt{2}+\sqrt{2}=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\left(1+\sqrt{2}\right)*x=\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}=x-\sqrt{2}+\sqrt{2}=x=x*\left(1+\sqrt{2}\right)$, pentru orice număr real x, deci $e=1+\sqrt{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$\left(a-\sqrt{2}\right)\left(a-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}=2+\sqrt{2}\Leftrightarrow\left(a-\sqrt{2}\right)^2=2$	**3p**
	$a=0$ sau $a=2\sqrt{2}$	**2p**
5.	$\left(4^x-\sqrt{2}\right)\left(2^x-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left(4^x-\sqrt{2}\right)\left(2^x-\sqrt{2}\right)=0$	**3p**
	$x=\frac{1}{4}$ sau $x=\frac{1}{2}$	**2p**

6.	$\left(x+\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}\le\sqrt{2}\Leftrightarrow x\left(x-2\sqrt{2}\right)\le 0$	**3p**
	$x\in\left[0,2\sqrt{2}\right]$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}2&0\\3&1\end{vmatrix}=2\cdot1-3\cdot0=$	**3p**
	$=2-0=2$	**2p**
2.	$B+C=\begin{pmatrix}2+x&x\\3&1\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}2+x&x\\3&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&0\\3&1\end{pmatrix}\Leftrightarrow x=0$	**2p**
3.	$B-C=\begin{pmatrix}2-x&x\\3&-1\end{pmatrix}\Rightarrow\det(B-C)=\begin{vmatrix}2-x&x\\3&-1\end{vmatrix}=-2-2x$, pentru orice număr real x	**3p**
	$-2-2x=0\Leftrightarrow x=-1$	**2p**
4.	$B\cdot C=\begin{pmatrix}2x&x\\3x&0\end{pmatrix}$, $C\cdot B=\begin{pmatrix}2x&x^2\\3&0\end{pmatrix}\Rightarrow B\cdot C-C\cdot B=\begin{pmatrix}0&x-x^2\\3x-3&0\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\det\left(B\cdot C-C\cdot B\right)=3(x-1)\left(x^2-x\right)=3x(x-1)^2$, pentru orice număr real x	**2p**
5.	Pentru $x=1$, obținem $B=\begin{pmatrix}2&1\\3&0\end{pmatrix}\Rightarrow B\cdot\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\1&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1\\3&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\1&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=I_2$	**2p**
	$\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\1&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}\cdot B=\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\1&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2&1\\3&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=I_2$, deci matricea $\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\1&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}$ este inversa matricei B	**3p**
6.	Pentru $x=1$, obținem $C=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=I_2$	**2p**
	$X=B^{-1}\cdot A\Rightarrow X=\begin{pmatrix}1&\frac{1}{3}\\0&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}$	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 3

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$5\sqrt{3}-\sqrt{32}+\sqrt{18}+\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{75}=5\sqrt{3}-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}+\sqrt{2}+2-5\sqrt{3}=$	**3p**
	$=\left(5\sqrt{3}-5\sqrt{3}\right)+\left(-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}+\sqrt{2}\right)+2=2$	**2p**
2.	$f(1)=2+m$	**2p**
	$f(1)=1\Rightarrow 2+m=1$, deci $m=-1$	**3p**
3.	$x^2-9=16\Leftrightarrow x^2-25=0$	**2p**
	$x=-5$ sau $x=5$, care convin	**3p**
4.	$x+\frac{20}{100}\cdot x-180=300$, unde x este prețul inițial al obiectului	**3p**
	$x=400$ de lei	**2p**
5.	Punctul $M\left(\frac{3}{2},2\right)$ este mijlocul segmentului AB	**2p**
	$CM=\frac{5}{2}$	**3p**
6.	$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**2p**
	$\cos 60°=\frac{1}{2}\Rightarrow\sqrt{3}\cdot\sin 60°-\cos 60°=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-1)\circ 1=2\cdot(-1)\cdot 1-2(-1+1)=$	**3p**
	$=-2-2\cdot 0=-2$	**2p**
2.	$x\circ y=2xy-2(x+y)=2yx-2(y+x)=$	**3p**
	$=y\circ x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă	**2p**
3.	$x\circ y=2xy-2x-2y+2-2=$	**2p**
	$=2x(y-1)-2(y-1)-2=2(x-1)(y-1)-2$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
4.	$2(2-1)\left(2^x-1\right)-2=0\Leftrightarrow 2^x-1=1$	**3p**
	$x=1$	**2p**
5.	$(x+1)\circ(2x-1)-(-4)=2(x+1-1)(2x-1-1)-2+4=2\left(2x^2-2x+1\right)$, pentru orice număr real x	**3p**
	Cum $\Delta<0$, obținem $2x^2-2x+1>0$, deci $(x+1)\circ(2x-1)>-4$, pentru orice număr real x	**2p**
6.	$2(m-1)(n-1)-2=12\Leftrightarrow(m-1)(n-1)=7$	**2p**
	Cum m și n sunt numere naturale, obținem $(m,n)=(2,8)$ sau $(m,n)=(8,2)$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}2 & -2\\ -1 & 1\end{vmatrix}=2\cdot 1-(-1)\cdot(-2)=$	**3p**
	$=2-2=0$	**2p**
2.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}6 & -6\\ -3 & 3\end{pmatrix}$	**3p**
	$A\cdot A-B=\begin{pmatrix}6 & -6\\ -3 & 3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6 & -4\\ -3 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -2\\ 0 & 0\end{pmatrix}$	**2p**
3.	$A\cdot B=\begin{pmatrix}18 & -14\\ -9 & 7\end{pmatrix}\Rightarrow A\cdot B-I_2=\begin{pmatrix}17 & -14\\ -9 & 6\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A\cdot B-I_2)=-24$	**2p**
	$B\cdot A=\begin{pmatrix}16 & -16\\ -9 & 9\end{pmatrix}\Rightarrow B\cdot A-I_2=\begin{pmatrix}15 & -16\\ -9 & 8\end{pmatrix}\Rightarrow \det(B\cdot A-I_2)=-24$, de unde obținem $\det(A\cdot B+I_2)=\det(B\cdot A-I_2)$	**3p**
4.	$B-A+xI_2=\begin{pmatrix}6 & -4\\ -3 & 3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x & 0\\ 0 & x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+x & -2\\ -2 & 2+x\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}4+x & -2\\ -2 & 2+x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -2\\ -2 & 0\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=-2$	**2p**
5.	$I_2+aA=\begin{pmatrix}1+2a & -2a\\ -a & 1+a\end{pmatrix}\Rightarrow \det(I_2+aA)=3a+1$, pentru orice număr real a	**3p**
	$\det(I_2+aA)+\det(I_2-aA)=3a+1+3\cdot(-a)+1=2$, pentru orice număr real a	**2p**
6.	$I_2-A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $\det(I_2-A)=-2\neq 0$, $(I_2-A)^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=(I_2-A)^{-1}\cdot A$, de unde obținem $X=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$	**2p**

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 4

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{64}-\left(\frac{1}{2}:0{,}5-1\right)=8-\left(\frac{1}{2}:\frac{1}{2}-1\right)=$	**3p**
	$=8-(1-1)=8$	**2p**
2.	$x^2-2x-3<0 \Leftrightarrow x\in(-1,3)$	**3p**
	Cum x este număr întreg, cel mai mare element al mulțimii A este 2	**2p**
3.	$x^2+x+1=3x \Rightarrow x^2-2x+1=0$	**3p**
	$x=1$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre, multipli ai lui 17 sunt: 17, 34, 51, 68 și 85, deci sunt 5 cazuri favorabile	**2p**
	$P=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{5}{90}=\frac{1}{18}$	**1p**
5.	Panta unei drepte paralele cu dreapta d este egală cu 1	**2p**
	Ecuația dreptei care trece prin M și este paralelă cu d este $y-1=1\cdot(x-0)$, deci $y=x+1$	**3p**
6.	$AB^2+AC^2=676=BC^2$, deci triunghiul ABC este dreptunghic în A	**2p**
	Cum AD este mediană, obținem $AD=\frac{BC}{2}=\frac{26}{2}=13$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$0*5=0\cdot5-5(0+5)+30=$	**3p**
	$=0-25+30=5$	**2p**
2.	$x*y=xy-5x-5y+25+5=$	**2p**
	$=x(y-5)-5(y-5)+5=(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*6=(x-5)(6-5)+5=x-5+5=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$6*x=(6-5)(x-5)+5=x-5+5=x=x*6$, pentru orice număr real x, deci $e=6$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$(x-1-5)(x+1-5)+5=8 \Leftrightarrow x^2-10x+21=0$	**3p**
	$x=3$ sau $x=7$	**2p**
5.	$\left(5^{x^2}-5\right)\left(5^{x^2}-5\right)+5=5 \Leftrightarrow 5^{x^2}-5=0 \Leftrightarrow x^2=1$	**3p**
	$x=-1$ sau $x=1$	**2p**
6.	$p*q\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow (p-5)(q-5)\in\mathbb{Z}$	**2p**
	De exemplu, pentru $p-5=\frac{3}{2}\Leftrightarrow p=\frac{13}{2}\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$ și $q-5=\frac{2}{3}\Leftrightarrow q=\frac{17}{3}\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$, obținem $p*q=6$, care este număr întreg	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 2 & 3\end{vmatrix}=1\cdot 3-2\cdot 0=$	**3p**
	$=3-0=3$	**2p**
2.	$C(x)\cdot B(x)=\begin{pmatrix}1+x^2 & x\\ 2+3x & 3\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}1+x^2 & x\\ 2+3x & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=0$	**2p**
3.	$B(x)\cdot C(x)=\begin{pmatrix}1 & x\\ x+2 & x^2+3\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$C(x)\cdot B(x)-B(x)\cdot C(x)=\begin{pmatrix}1+x^2-1 & x-x\\ 2+3x-x-2 & 3-x^2-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x^2 & 0\\ 2x & -x^2\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
4.	$B(0)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $C(0)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 3\end{pmatrix}$	**2p**
	$X=A\cdot C(0)$, de unde obținem $X=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 8 & 9\end{pmatrix}$	**3p**
5.	$\det(C(x))=3-2x$, pentru orice număr întreg x	**2p**
	Pentru orice număr întreg x, deoarece $2x\neq 3$, obținem $\det(C(x))\neq 0$, deci $C(x)$ este inversabilă	**3p**
6.	$\det(B(x)+C(x))=\begin{vmatrix}2 & x\\ x+2 & 4\end{vmatrix}=-x^2-2x+8$, pentru orice număr natural x	**2p**
	$-x^2-2x+8>0\Rightarrow x\in(-4,2)$ și, cum x este număr natural, obținem $x=0$ sau $x=1$	**3p**

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2\cdot(18-2\cdot9)+(2\cdot9-8):2=2\cdot(18-18)+(18-8):2=$	**2p**
	$=2\cdot0+10:2=0+5=5$	**3p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x+1=2x-1\Leftrightarrow x=2$	**3p**
	$y=3$	**2p**
3.	$10-2x=2$	**3p**
	$x=4$, care convine	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 4 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 9 moduri, deci se pot forma $4\cdot9=36$ de numere naturale pare de două cifre cu ambele cifre nenule	**3p**
5.	$AB=4$	**2p**
	$BC=4$, deci ΔABC este isoscel	**3p**
6.	$\sin60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos60^\circ=\frac{1}{2}$	**2p**
	$(\sin60^\circ-\cos60^\circ)(\sin60^\circ+\cos60^\circ)=\sin^2 60^\circ-\cos^2 60^\circ=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$3\circ(-1)=3\cdot(-1)+3\cdot3+3\cdot(-1)+6=$	**3p**
	$=-3+9-3+6=9$	**2p**
2.	$x\circ y=xy+3x+3y+6=yx+3y+3x+6=$	**3p**
	$=y\circ x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$\circ$” este comutativă	**2p**
3.	$x\circ y=xy+3x+3y+9-3=$	**2p**
	$=x(y+3)+3(y+3)-3=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
4.	$(a+3)(x+3)-3=a\Leftrightarrow(a+3)(x+2)=0$, pentru orice număr real x	**3p**
	$a=-3$	**2p**
5.	$x,y\in(-3,+\infty)\Rightarrow x>-3$ și $y>-3$, deci $x+3>0$ și $y+3>0$	**2p**
	$(x+3)(y+3)>0\Rightarrow(x+3)(y+3)-3>-3\Rightarrow x\circ y>-3$, deci $x\circ y\in(-3,+\infty)$	**3p**
6.	$(x+3+3)(x-3+3)-3\le37\Leftrightarrow x^2+6x-40\le0$	**3p**
	$x\in[-10,4]$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(3)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^3\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(3)\right)=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^3\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 125\end{vmatrix}=125$	**2p**
2.	$A(a)\cdot A(b)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^a\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^a\cdot 5^b\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^{a+b}\end{pmatrix}=A(a+b)$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
3.	$A(1)\cdot A(4)-A(2)\cdot A(3)=A(1+4)-A(2+3)=$	**3p**
	$=A(5)-A(5)=O_2$	**2p**
4.	$\det\left(A(a)\right)=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^a\end{vmatrix}=5^a$, pentru orice număr real a	**2p**
	$5^a\neq 0\Rightarrow \det\left(A(a)\right)\neq 0$, deci matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a	**3p**
5.	$A(2)A(-2)=A(0)=I_2$, deci $\left(A(2)\right)^{-1}=A(-2)$	**2p**
	$X=\left(A(2)\right)^{-1}\cdot A(0)\Rightarrow X=A(-2)\cdot A(0)\Rightarrow X=A(-2)\Rightarrow X=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & \frac{1}{25}\end{pmatrix}$	**3p**
6.	$5^n\leq\sqrt[3]{125}\Leftrightarrow 5^n\leq 5\Leftrightarrow n\leq 1$	**3p**
	Cum n este număr natural, obținem $n=0$ sau $n=1$	**2p**

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 6

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{180}=6\sqrt{5}$, $\sqrt{125}=5\sqrt{5}$	**2p**
	$\sqrt{180}-\left(\sqrt{125}+\sqrt{5}\right)=6\sqrt{5}-\left(5\sqrt{5}+\sqrt{5}\right)=6\sqrt{5}-6\sqrt{5}=0$	**3p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow 4x-3=x^2\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$	**3p**
	$x=1$, $x=3$	**2p**
3.	$7^{4x-2}=7^2\Leftrightarrow 4x-2=2$	**3p**
	$x=1$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre, numerele 16, 25, 36, 49, 64 și 81 sunt pătrate ale unor numere naturale, deci sunt 6 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{6}{90}=\dfrac{1}{15}$	**1p**
5.	$AB=3$	**2p**
	$BC=3$, deci ΔABC este isoscel	**3p**
6.	$\cos 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30°=\dfrac{1}{2}$	**2p**
	$\left(\cos 30°-\sin 30°\right)^2+\cos 30°=1-2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2020\circ 4=2020\cdot 4-3(2020+4)+12=$	**3p**
	$=8080-6060-12+12=2020$	**2p**
2.	$3\circ x=3x-3(3+x)+12=3x-9-3x+12=$	**3p**
	$=-9+12=3$, pentru orice număr real x	**2p**
3.	$x\circ y=xy-3x-3y+9+3=$	**2p**
	$=x(y-3)-3(y-3)+3=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
4.	$x\circ x=(x-3)^2+3$, pentru orice număr real x	**2p**
	$(x-3)^2+3=x\Leftrightarrow(x-3)(x-4)=0$, deci $x=3$ sau $x=4$	**3p**
5.	$x\geq 3$ și $y\geq 3$, deci $x-3\geq 0$ și $y-3\geq 0$	**2p**
	$(x-3)(y-3)\geq 0\Rightarrow(x-3)(y-3)+3\geq 3\Rightarrow x\circ y\geq 3$, pentru orice $x\geq 3$ și $y\geq 3$	**3p**
6.	$x\circ 3=3$ și $3\circ y=3$, unde x și y sunt numere reale	**3p**
	$\sqrt{1}\circ\sqrt{2}\circ\ldots\circ\sqrt{2020}=\left(\left(\sqrt{1}\circ\sqrt{2}\circ\ldots\circ\sqrt{8}\right)\circ 3\right)\circ\sqrt{10}\circ\ldots\circ\sqrt{2020}=3\circ\left(\sqrt{10}\circ\ldots\circ\sqrt{2020}\right)=3$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}0&3\\6&9\end{vmatrix}=0\cdot 9-3\cdot 6=$	**3p**
	$=0-18=-18$	**2p**
2.	$A\cdot B(0)-B(0)\cdot A=\begin{pmatrix}0&3\\6&9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&0\\2&4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&0\\2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&3\\6&9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&12\\30&36\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&6\\24&42\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}6&6\\6&-6\end{pmatrix}=6\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}$	**2p**
3.	$\det\left(B(x)\right)=\begin{vmatrix}2&x\\2+x&4\end{vmatrix}=8-x(x+2)=$	**3p**
	$=-x^2-2x+8=(2-x)(x+4)$, pentru orice număr real x	**2p**
4.	$B(2)=\begin{pmatrix}2&2\\4&4\end{pmatrix}\Rightarrow A+B(2)=\begin{pmatrix}2&5\\10&13\end{pmatrix}$, deci $\det\left(A+B(2)\right)=-24$	**3p**
	Cum $\det\left(B(2)\right)=0$ și $\det A=-18$, obținem $\det\left(A+B(2)\right)<\det A+\det\left(B(2)\right)$	**2p**
5.	$B(x)\cdot B(y)=\begin{pmatrix}xy+2x+4&4x+2y\\2x+4y+12&xy+2y+16\end{pmatrix}$, $B(y)\cdot B(x)=\begin{pmatrix}xy+2y+4&2x+4y\\4x+2y+12&xy+2x+16\end{pmatrix}$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
	$\begin{pmatrix}xy+2x+4&4x+2y\\2x+4y+12&xy+2y+16\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}xy+2y+4&2x+4y\\4x+2y+12&xy+2x+16\end{pmatrix}\Leftrightarrow x=y$	**3p**
6.	$B(1)+B(2)+B(3)+\ldots+B(n)=\begin{pmatrix}2n&\frac{n(n+1)}{2}\\2n+\frac{n(n+1)}{2}&4n\end{pmatrix}$, unde n este număr natural nenul	**3p**
	$\begin{pmatrix}2n&\frac{n(n+1)}{2}\\2n+\frac{n(n+1)}{2}&4n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}200&5050\\5250&400\end{pmatrix}\Leftrightarrow n=100$	**2p**

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{5}{6}=0,8(3)$	**2p**
	A 2020-a zecimală a numărului $\frac{5}{6}$ este 3	**3p**
2.	$3x-3\geq x^2-1 \Leftrightarrow x^2-3x+2\leq 0$	**2p**
	Cum x este număr natural, obținem $x=1$ sau $x=2$	**3p**
3.	$5-x=x+1 \Rightarrow 2x=4$	**3p**
	$x=2$, care convine	**2p**
4.	$3(b-4)=2(b-1)+1$, unde b este numărul de bănci	**2p**
	$b=11$	**3p**
5.	$AC=5$	**2p**
	$AB=5$, deci ΔABC este isoscel și distanța de la punctul C la dreapta AB este egală cu înălțimea din B a triunghiului ABC, adică este egală cu 4	**3p**
6.	$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$	**2p**
	$\sqrt{3}\sin 60°-\frac{4}{\sqrt{3}}\sin 60°\cos 60°+\cos 60°=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{4}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}-1+\frac{1}{2}=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-1)\circ 3=2(-1)\cdot 3-6(-1+3)+21=$	**3p**
	$=-6-12+21=3$	**2p**
2.	$x\circ y=2xy-6x-6y+18+3=$	**2p**
	$=2x(y-3)-6(y-3)+3=2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x\circ\frac{7}{2}=2(x-3)\left(\frac{7}{2}-3\right)+3=x-3+3=x$	**2p**
	$\frac{7}{2}\circ x=2\left(\frac{7}{2}-3\right)(x-3)+3=x-3+3=x=x\circ\frac{7}{2}$, pentru orice număr real x, deci $e=\frac{7}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
4.	$2(a+3-3)(a-3-3)+3<3 \Leftrightarrow 2a(a-6)<0$	**3p**
	Cum a este număr întreg, obținem $a\in\{1,2,3,4,5\}$	**2p**
5.	$x\circ x=2(x-3)^2+3$, $x\circ x\circ x=4(x-3)^3+3$	**2p**
	$4(x-3)^3+3=7 \Leftrightarrow (x-3)^3=1 \Leftrightarrow x=4$	**3p**
6.	$2(m-3)(n-3)+3=5 \Leftrightarrow (m-3)(n-3)=1$	**3p**
	Cum m și n sunt numere naturale, obținem $(2,2)$ sau $(4,4)$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-0\cdot 2=$	**3p**
	$=1-0=1$	**2p**
2.	$A^2=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $2A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 0 & 2\end{pmatrix}$	**3p**
	$A^2-2A+I_2=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 0 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 4\\ 0 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
3.	$(m-1)A=\begin{pmatrix}m-1 & 2(m-1)\\ 0 & m-1\end{pmatrix}\Rightarrow \det((m-1)A)=(m-1)^2$, pentru orice număr real m	**2p**
	$(m-1)^2=m+1\Leftrightarrow m^2-3m=0$, deci $m=0$ sau $m=3$	**3p**
4.	$A\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+0 & -2+2\\ 0+0 & 0+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$	**2p**
	Cum $B\cdot A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+0 & 2+(-2)\\ 0+0 & 0+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, obținem că $A\cdot B=B\cdot A=I_2$	**3p**
5.	$X=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$, unde $a, b, c, d\in\mathbb{R}$, $A\cdot X=\begin{pmatrix}a+2c & b+2d\\ c & d\end{pmatrix}$, $X\cdot A=\begin{pmatrix}a & 2a+b\\ c & 2c+d\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}a+2c & b+2d\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a & 2a+b\\ c & 2c+d\end{pmatrix}\Leftrightarrow a=d$ și $c=0$, deci $X=\begin{pmatrix}a & b\\ 0 & a\end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale	**2p**
6.	$xA+yB=x\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+y & 2x-2y\\ 0 & x+y\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale	**2p**
	$\begin{pmatrix}x+y & 2x-2y\\ 0 & x+y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & -2\\ 0 & 5\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=5\\ 2x-2y=-2\end{cases}\Leftrightarrow x=2$ și $y=3$	**3p**

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 8

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{12}=\frac{6+8+9+1}{12}=2$	**3p**
	$2-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{12}\right)=2-2=0$	**2p**
2.	$f(a)=a^2-a+1$, deci $f(a)=a \Leftrightarrow a^2-2a+1=0$	**3p**
	$a=1$	**2p**
3.	$x^2-25=24 \Rightarrow x^2-49=0$	**2p**
	$x=-7$ sau $x=7$, care convin	**3p**
4.	$(2x+10)\cdot 7-56=28$, unde x este numărul inițial	**3p**
	$x=1$	**2p**
5.	$M(-1,2)$, unde M este mijlocul segmentului AB	**2p**
	Ecuația dreptei MC este $y=-x+1$	**3p**
6.	$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$	**2p**
	$16\sin^2 60°\cos^2 60°+\sin 60°-\sqrt{3}\cdot\cos 60°=16\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}=3$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1\circ 2=2\cdot 1\cdot 2+2\cdot 1+2\cdot 2=$	**3p**
	$=4+2+4=10$	**2p**
2.	$x\circ y=2xy+2x+2y+2-2=$	**2p**
	$=2x(y+1)+2(y+1)-2=2(x+1)(y+1)-2$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x\circ(-1)=2(x+1)(-1+1)-2=$	**2p**
	$=0-2=-2$, pentru orice număr real x	**3p**
4.	$2(\log_2 x+1)(\log_2 x+1)-2=-2 \Leftrightarrow \log_2 x+1=0$	**3p**
	$x=\frac{1}{2}$, care convine	**2p**
5.	$(2x+1)\circ x=2(2x+2)(x+1)-2=4(x+1)^2-2$	**3p**
	$4(x+1)^2\geq 0$, deci $(2x+1)\circ x\geq -2$, pentru orice număr real x	**2p**
6.	$2(m+1)(n+1)-2=10 \Leftrightarrow (m+1)(n+1)=6$	**2p**
	Cum m și n sunt numere naturale și $m<n$, obținem $m=0$, $n=5$ sau $m=1$, $n=2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}2 & 1\\ -2 & -1\end{vmatrix}=2\cdot(-1)-(-2)\cdot 1=$	**3p**
	$=-2+2=0$	**2p**
2.	$A+B=\begin{pmatrix}4 & 4\\ -6 & -7\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A+B)=\begin{vmatrix}4 & 4\\ -6 & -7\end{vmatrix}=4\cdot(-7)-(-6)\cdot 4=$	**3p**
	$=-28+24=-4$	**2p**
3.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}2\cdot 2+1\cdot(-2) & 2\cdot 1+1\cdot(-1)\\ (-2)\cdot 2+(-1)\cdot(-2) & (-2)\cdot 1+(-1)\cdot(-1)\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -2 & -1\end{pmatrix}=A$	**2p**
4.	$A\cdot B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $B\cdot A=\begin{pmatrix}-2 & -1\\ 4 & 2\end{pmatrix}$	**2p**
	$A\cdot B-B\cdot A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & -2\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A\cdot B-B\cdot A)=0$	**3p**
5.	$B\cdot B+xI_2=\begin{pmatrix}x-8 & -12\\ 16 & x+24\end{pmatrix}\Rightarrow \det(B\cdot B+xI_2)=x^2+16x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$x(x+16)=0\Leftrightarrow x=-16$ sau $x=0$	**3p**
6.	$(A+B)(A+B)=A\cdot A+A\cdot B+B\cdot A+B\cdot B=A+O_2+B\cdot A+(-4)B=A+B\cdot A+(-4)B$	**2p**
	$A+(-4)B+B\cdot A=pA+qB+B\cdot A\Leftrightarrow A-4B=pA+qB\Leftrightarrow\begin{pmatrix}-6 & -11\\ 14 & 23\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2p+2q & p+3q\\ -2p-4q & -p-6q\end{pmatrix}$, de unde obținem $p=1$ și $q=-4$, care convin	**3p**

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{32}=4\sqrt{2}$, $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$	**3p**
	$\sqrt{32}-\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{2}=4\sqrt{2}-3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\sqrt{2}=0$	**2p**
2.	$f(2)=10+a$	**2p**
	$a=0$	**3p**
3.	$7x-12=x^2 \Rightarrow x^2-7x+12=0$	**2p**
	$x=3$ sau $x=4$, care convin	**3p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 9 moduri și, cum cifrele sunt distincte, pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 8 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților și a cifrei zecilor, cifra sutelor poate fi aleasă în câte 7 moduri, deci se pot forma $9\cdot 8\cdot 7=504$ numere	**3p**
5.	Dreapta d intersectează axa Ox în punctul $A(4,0)$ și axa Oy în punctul $B(0,-4)$	**2p**
	$AB=4\sqrt{2}$	**3p**
6.	$5^2+12^2=13^2 \Rightarrow \Delta ABC$ este dreptunghic în A	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{5\cdot 12}{2}=30$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1*(-1)=1\cdot(-1)-(1+(-1))+2=$	**3p**
	$=-1-0+2=1$	**2p**
2.	$x*y=xy-x-y+1+1=$	**2p**
	$=x(y-1)-(y-1)+1=(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*2=(x-1)(2-1)+1=x-1+1=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$2*x=(2-1)(x-1)+1=x-1+1=x=x*2$, pentru orice număr real x, deci $e=2$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$4*\frac{4}{3}=(4-1)\left(\frac{4}{3}-1\right)+1=3\cdot\frac{1}{3}+1=2$	**2p**
	$\frac{4}{3}*4=\left(\frac{4}{3}-1\right)(4-1)+1=\frac{1}{3}\cdot 3+1=2$, deci $\frac{4}{3}$ este simetricul lui 4 în raport cu legea de compoziție „$*$”	**3p**
5.	$x*x=(x-1)^2+1$, unde x este număr real	**2p**
	$(x-1)^2+1\le x \Leftrightarrow (x-1)(x-2)\le 0$, deci $x\in[1,2]$	**3p**
6.	Sunt 10 numere naturale nenule mai mici decât 11, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	$(n-1)^3+1=n$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n=1$ sau $n=2$, deci sunt 2 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$	**1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$M(0)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(0))=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=1\cdot 1-0\cdot 0=1$	**2p**
2.	$M(1)-M(3)=I_2+A-(I_2+3A)=-2A$	**2p**
	$M(3)-M(5)=I_2+3A-(I_2+5A)=-2A=M(1)-M(3)$	**3p**
3.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}(-2)\cdot(-2)+2\cdot(-3) & (-2)\cdot 2+2\cdot 3\\ (-3)\cdot(-2)+3\cdot(-3) & (-3)\cdot 2+3\cdot 3\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}4-6 & -4+6\\ 6-9 & -6+9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ -3 & 3\end{pmatrix}=A$	**2p**
4.	$M(x^2)=\begin{pmatrix}1-2x^2 & 2x^2\\ -3x^2 & 1+3x^2\end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(x^2))=1+x^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$1+x^2<5 \Leftrightarrow (x-2)(x+2)<0$, deci $x\in(-2,2)$	**2p**
5.	$M(x)\cdot M(y)=(I_2+xA)(I_2+yA)=I_2+xA+yA+xyA\cdot A=$	**3p**
	$=I_2+xA+yA+xyA=I_2+(x+y+xy)A=M(x+y+xy)$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
6.	$M(m+n+mn)=M(2) \Leftrightarrow m+n+mn=2$	**2p**
	$(m+1)(n+1)=3$ și, cum m și n sunt numere întregi, $m<n$, obținem $m=-4$, $n=-2$ sau $m=0$, $n=2$	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 10

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$S_4=\frac{(a_1+a_4)\cdot 4}{2}=\frac{(3+9)\cdot 4}{2}=$	**3p**
	$=24$	**2p**
2.	$f(-1)=2$, $f(0)=4$, $f(1)=6$	**3p**
	$f(a)=2a+4$, deci $2a+4=12$, de unde obținem $a=4$	**2p**
3.	$\log_3((x-3)(x+3))=3\Rightarrow x^2-9=3^3\Rightarrow x^2-36=0$	**3p**
	$x=-6$, care nu convine sau $x=6$, care convine	**2p**
4.	După prima scumpire cu 10%, prețul obiectului este $1200+\frac{10}{100}\cdot 1200=1320$ de lei	**3p**
	După a doua scumpire cu 10%, prețul obiectului este $1320+\frac{10}{100}\cdot 1320=1452$ de lei	**2p**
5.	$AB=5$, $BC=5$, $CD=5$	**3p**
	$AD=5$, deci $P_{ABCD}=20$	**2p**
6.	ΔABC este dreptunghic isoscel, deci $AB=5$, $AC=5$	**3p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{25}{2}=12,5$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1*(-1)=1+(-1)-3=$	**3p**
	$=-3$	**2p**
2.	$x*y=x+y-3=$	**2p**
	$=y+x-3=y*x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$*$” este comutativă	**3p**
3.	$(x*y)*z=(x+y-3)*z=x+y+z-6$, pentru orice numere reale x, y și z	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+z-3)=x+y+z-6=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziție „$*$” este asociativă	**3p**
4.	$(x-1)+(x+1)-3\le 1\Leftrightarrow 2x-3\le 1$	**3p**
	$x\in(-\infty,2]$	**2p**
5.	$4^x*2^{x+1}=4^x+2^{x+1}-3$, deci $2^{2x}+2\cdot 2^x-8=0$	**3p**
	$(2^x+4)(2^x-2)=0$, de unde obținem $x=1$	**2p**
6.	$(x-1)*(y+2)=3\Leftrightarrow x+y=5$ și $(2x)*(y-2)=2\Leftrightarrow 2x+y=7$	**3p**
	$x=2$ și $y=3$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(0,0)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(0,0)\right)=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{vmatrix}=1\cdot 0-0\cdot 1=$	**3p**
	$=0$	**2p**
2.	$A(1,1)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$	**2p**
	$A(0,0)\cdot A(1,1)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 0 & 0\end{pmatrix}$	**3p**
3.	$\det\left(A(x,y)\right)=\begin{vmatrix}1 & 1\\ x & y\end{vmatrix}=y-x$, pentru orice numere reale x şi y	**2p**
	$\det\left(A(y,x)\right)=\begin{vmatrix}1 & 1\\ y & x\end{vmatrix}=x-y\Rightarrow \det\left(A(x,y)\right)+\det\left(A(y,x)\right)=y-x+x-y=0$, pentru orice numere reale x şi y	**3p**
4.	$\begin{pmatrix}1 & 1\\ x & y\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ x & y\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1 & 1\\ x & y\end{pmatrix}\Leftrightarrow \begin{pmatrix}1+x & 1+y\\ x+xy & x+y^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2x & 2y\end{pmatrix}$	**3p**
	Obţinem $x=1$ şi $y=1$	**2p**
5.	$A(1,1)+A(2,2)+\ldots+A(n,n)=\begin{pmatrix}n & n\\ \dfrac{n(n+1)}{2} & \dfrac{n(n+1)}{2}\end{pmatrix}=n\begin{pmatrix}1 & 1\\ \dfrac{n+1}{2} & \dfrac{n+1}{2}\end{pmatrix}$, unde n este număr natural nenul	**3p**
	$\begin{pmatrix}1 & 1\\ \dfrac{n+1}{2} & \dfrac{n+1}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 4 & 4\end{pmatrix}\Leftrightarrow n=7$	**2p**
6.	Suma elementelor matricei $A(m,n)$ este $m+n+2$, deci $m+n+2=102\Leftrightarrow m+n=100$	**2p**
	Cum m şi n sunt numere naturale, obţinem $m=k$ şi $n=100-k$, unde $k\in\{0,1,2,...,100\}$, deci există 101 perechi de numere naturale cu proprietatea cerută	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 11

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(2-\left(\frac{1}{3}\right)^2\right):\frac{17}{9}=\left(2-\frac{1}{9}\right):\frac{17}{9}=\frac{18-1}{9}:\frac{17}{9}=$	**3p**
	$=\frac{17}{9}:\frac{17}{9}=1$	**2p**
2.	$f(2)=8+a$	**2p**
	$f(-2)=-8+a \Rightarrow f(2)-f(-2)=8+a-(-8+a)=16$, pentru orice număr real a	**3p**
3.	$x^2+3=4x \Leftrightarrow x^2-4x+3=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=3$	**2p**
4.	După prima scumpire cu 5%, preţul obiectului este $120+\frac{5}{100}\cdot 120=126$ de lei	**2p**
	După a doua scumpire cu 5%, preţul obiectului este $126+\frac{5}{100}\cdot 126=132,3$ de lei	**3p**
5.	$C(3,0)$	**2p**
	$OC=3$	**3p**
6.	ΔABC este dreptunghic în A, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{5\cdot 5}{2}=$	**3p**
	$=12,5$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2000*20=2000+20-2020=$	**3p**
	$=2020-2020=0$	**2p**
2.	$(x*y)*z=(x+y-2020)*z=(x+y-2020)+z-2020=x+y+z-4040$, pentru orice numere reale x, y și z	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+z-2020)=x+(y+z-2020)-2020=x+y+z-4040=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziţie „$*$” este asociativă	**3p**
3.	$a*(a+2020)=a+(a+2020)-2020=2a$, pentru orice număr real a	**2p**
	$(a+1010)*(a+1010)=(a+1010)+(a+1010)-2020=2a=a*(a+2020)$, pentru orice număr real a	**3p**
4.	$4^x+2^x-2020=-2014 \Leftrightarrow 4^x+2^x-6=0 \Leftrightarrow (2^x+3)(2^x-2)=0$	**3p**
	Cum $2^x>0$, obţinem $x=1$	**2p**
5.	$n*n\le n \Leftrightarrow n+n-2020\le n \Leftrightarrow n\le 2020$	**3p**
	$n=2020$ este cel mai mare număr natural pentru care $n*n\le n$	**2p**

6.	$\frac{2}{3-\sqrt{5}} * \frac{2}{3+\sqrt{5}} = \frac{2}{3-\sqrt{5}} + \frac{2}{3+\sqrt{5}} - 2020 =$	**2p**
	$= \frac{2\left(3+\sqrt{5}\right)+2\left(3-\sqrt{5}\right)}{4} - 2020 = 3-2020 = -2017$, care este număr întreg	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 1\cdot 3 - 3\cdot 3 =$	**3p**
	$= 3-9=-6$	**2p**
2.	$A\cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+3\cdot\frac{1}{2} & 1\cdot\frac{1}{2}+3\cdot\left(-\frac{1}{6}\right) \\ 3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+3\cdot\frac{1}{2} & 3\cdot\frac{1}{2}+3\cdot\left(-\frac{1}{6}\right) \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	**2p**
3.	$A\cdot A = \begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 12 & 18 \end{pmatrix}$, $4A = \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ 12 & 12 \end{pmatrix}$	**2p**
	$A\cdot A - 4A = \begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 12 & 18 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ 12 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} = 6I_2$	**3p**
4.	$A - xI_2 = \begin{pmatrix} 1-x & 3 \\ 3 & 3-x \end{pmatrix} \Rightarrow \det\left(A-xI_2\right) = \begin{vmatrix} 1-x & 3 \\ 3 & 3-x \end{vmatrix} = x^2-4x-6$, pentru orice număr real x	**2p**
	$x^2-4x-6=-1 \Leftrightarrow x^2-4x-5=0 \Leftrightarrow x=-1$ sau $x=5$	**3p**
5.	$A\cdot A = 4A+6I_2 \Rightarrow \left(A\cdot A\right)\cdot A = \left(4A+6I_2\right)\cdot A = 4A\cdot A + 6A = 4\left(4A+6I_2\right)+6A = 22A+24I_2$	**3p**
	$22A+24I_2 = aA+24I_2 \Leftrightarrow a=22$	**2p**
6.	$A\cdot X = \begin{pmatrix} 2+3a & 1+3b \\ 6+3a & 3+3b \end{pmatrix}$, $X\cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ a+3b & 3a+3b \end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix} 2+3a & 1+3b \\ 6+3a & 3+3b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ a+3b & 3a+3b \end{pmatrix}$, de unde obținem $a=1$ și $b=\frac{8}{3}$, care convin	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 12

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{16}=4$, $\sqrt{49}=7$, $\sqrt{121}=11$	**3p**
	$\sqrt{16}+\sqrt{49}-\sqrt{121}=4+7-11=0$	**2p**
2.	$x+2\le 3$	**2p**
	$x\le 1$, deci $x\in(-\infty,1]$	**3p**
3.	$\log_3(2x-8)=\log_3 2\Rightarrow 2x-8=2$	**3p**
	$x=5$, care convine	**2p**
4.	După prima ieftinire cu 10%, prețul obiectului este $100-\frac{10}{100}\cdot 100=90$ de lei	**3p**
	După a doua ieftinire cu 10%, prețul obiectului este $90-\frac{10}{100}\cdot 90=81$ de lei	**2p**
5.	Mijlocul segmentului AC are coordonatele $\frac{x_A+x_C}{2}=3$ și $\frac{y_A+y_C}{2}=4$	**2p**
	Mijlocul segmentului OB are coordonatele $\frac{x_O+x_B}{2}=3$ și $\frac{y_O+y_B}{2}=4\Rightarrow AC$ și OB au același mijloc, deci $ABCO$ este paralelogram	**3p**
6.	ΔABC este echilateral, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}=$	**3p**
	$=\frac{8^2\sqrt{3}}{4}=16\sqrt{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-2)*17=(-2)+17-15=$	**3p**
	$=15-15=0$	**2p**
2.	$(x*y)*z=(x+y-15)*z=(x+y-15)+z-15=x+y+z-30$, pentru orice numere reale x, y și z	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+z-15)=x+(y+z-15)-15=x+y+z-30=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziţie „$*$” este asociativă	**3p**
3.	$(1*2)*(8*9)=(1+2-15)*(8+9-15)=(-12)*2=-12+2-15=-25$	**2p**
	$(1*9)*(2*8)=(1+9-15)*(2+8-15)=(-5)*(-5)=-5-5-15=-25=(1*2)*(8*9)$	**3p**
4.	$x*x=2x-15$, $(x*x)*x=3x-30$, pentru orice număr real x	**3p**
	$3x-30=x\Leftrightarrow x=15$	**2p**
5.	$9^x+3^x-15=-3\Leftrightarrow(3^x+4)(3^x-3)=0$	**3p**
	Cum $3^x>0$, obținem $x=1$	**2p**

6.	$x^2 * \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} - 15$, pentru orice număr real nenul x	**2p**
	Pentru orice număr real nenul x, $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2}-2\geq 0$, deci $x^2+\frac{1}{x^2}-15\geq -13$, de unde obținem $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq -13$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det\left(A(1)\right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot 1 - 3\cdot 2 =$	**3p**
	$=1-6=-5$	**2p**
2.	$aA(a) = \begin{pmatrix} a & 2a \\ 3a & a^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det\left(aA(a)\right) = \begin{vmatrix} a & 2a \\ 3a & a^2 \end{vmatrix} = a^3 - 6a^2$, pentru orice număr real a	**3p**
	$a^3 - 6a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ sau $a = 6$	**2p**
3.	$A(a)\cdot B - B\cdot A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3+a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 2+a \\ 3 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1-a \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**3p**
	$\det\left(A(a)\cdot B - B\cdot A(a)\right) = \begin{vmatrix} -3 & 1-a \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = (-3)\cdot 3 - 0\cdot(1-a) = -9$, pentru orice număr real a	**2p**
4.	$A(a-1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a-1 \end{pmatrix}$, $A(a+1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a+1 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**2p**
	$A(a-1) + A(a+1) = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 2a \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix} = 2A(a)$, pentru orice număr real a	**3p**
5.	$A(a) + B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & a+1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det\left(A(a)+B\right) = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & a+1 \end{vmatrix} = 2a-7$, pentru orice număr real a	**3p**
	$2a - 7 = a \Leftrightarrow a = 7$	**2p**
6.	$A(1)+A(2)+\ldots+A(n) = \begin{pmatrix} n & 2n \\ 3n & 1+2+\ldots+n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n & 2n \\ 3n & \frac{n(n+1)}{2} \end{pmatrix} = n\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & \frac{n+1}{2} \end{pmatrix} = nA\left(\frac{n+1}{2}\right)$	**3p**
	$nA\left(\frac{n+1}{2}\right) = 11A(6)$, de unde obținem $n = 11$, care convine	**2p**

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 13

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$, $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$, $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$	**3p**
	$4\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}=1$	**2p**
2.	$f(x)\geq g(x)\Leftrightarrow 4x+1\geq x+4$	**2p**
	$x\geq 1\Leftrightarrow x\in[1,+\infty)$	**3p**
3.	$4x^2+3x=1\Leftrightarrow 4x^2+3x-1=0$	**3p**
	$x=-1$ sau $x=\frac{1}{4}$	**2p**
4.	$\frac{5}{100}\cdot x=5000$, unde x este profitul anual al firmei	**3p**
	$x=100\ 000$ de lei	**2p**
5.	$AB=\sqrt{(7-4)^2+(4-0)^2}=5$, $AC=\sqrt{(1-4)^2+(4-0)^2}=5$	**2p**
	$BC=6\Rightarrow P_{\Delta ABC}=5+5+6=16$	**3p**
6.	$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$	**2p**
	$\sin^2 30^\circ+\cos^2 60^\circ-\cos 60^\circ=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-1)\circ 1=(-1)+1+50=$	**3p**
	$=0+50=50$	**2p**
2.	$(x\circ y)\circ z=(x+y+50)\circ z=(x+y+50)+z+50=x+y+z+100$, pentru orice numere reale x, y şi z	**2p**
	$x\circ(y\circ z)=x\circ(y+z+50)=x+(y+z+50)+50=x+y+z+100=(x\circ y)\circ z$, pentru orice numere reale x, y şi z, deci legea de compoziție „$\circ$” este asociativă	**3p**
3.	$x\circ(-50)=x+(-50)+50=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$(-50)\circ x=(-50)+x+50=x$, pentru orice număr real x, deci $e=-50$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
4.	$x^2+x+50=92\Leftrightarrow x^2+x-42=0$	**3p**
	$x=-7$ sau $x=6$	**2p**
5.	$(x^2-y-50)\circ(x-y^2)=x^2-y-50+x-y^2+50=$	**2p**
	$=x^2-y^2+x-y=(x-y)(x+y)+(x-y)=(x-y)(x+y+1)$, pentru orice numere reale x şi y	**3p**

6.	$\left(\left(m^2-n-50\right)\circ\left(m-n^2\right)\right)\circ(m-n)=\left((m-n)(m+n+1)\right)\circ(m-n)=(m-n)(m+n+2)+50$	**2p**
	$(m-n)(m+n+2)=7$ și, cum m și n sunt numere naturale, obținem $m=3$, $n=2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(0)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(0)\right)=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-0\cdot 0=$	**3p**
	$=1-0=1$	**2p**
2.	$\det\left(A(a)\right)=\begin{vmatrix}1 & a^2\\ a^2 & 1\end{vmatrix}=1-a^4$, pentru orice număr real pozitiv a	**2p**
	$\det\left(A(a)\right)=0\Leftrightarrow\left(1-a^2\right)\left(1+a^2\right)=0\Leftrightarrow 1-a^2=0\Leftrightarrow a=-1$, care nu convine, sau $a=1$, care convine	**3p**
3.	$A(1)\cdot A(1)-2A(1)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
4.	$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & a^2\\ a^2 & 1\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}1+2a^2 & a^2+2\\ 2+a^2 & 2a^2+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 3\\ 3 & 3\end{pmatrix}\Leftrightarrow a^2=1$	**3p**
	Cum a este număr real pozitiv, obținem $a=1$	**2p**
5.	$A(a)-A(0)=\begin{pmatrix}0 & a^2\\ a^2 & 0\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(a)-A(0)\right)=\begin{vmatrix}0 & a^2\\ a^2 & 0\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=-a^4\le 0$, pentru orice număr real pozitiv a	**2p**
6.	$A\left(\sqrt{a}\right)\cdot A\left(\sqrt{b}\right)=\begin{pmatrix}1 & a\\ a & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & b\\ b & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+ab & b+a\\ a+b & ab+1\end{pmatrix}$, $A(2)+A\left(\frac{1}{2}\right)=\begin{pmatrix}2 & \frac{17}{4}\\ \frac{17}{4} & 2\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix}1+ab & b+a\\ a+b & ab+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & \frac{17}{4}\\ \frac{17}{4} & 2\end{pmatrix}\Leftrightarrow ab=1$ și $a+b=\frac{17}{4}$, obținem perechile $\left(\frac{1}{4},4\right)$ și $\left(4,\frac{1}{4}\right)$	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 14

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{48}-\sqrt{27}+\sqrt{75}-\sqrt{108}=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}+5\sqrt{3}-6\sqrt{3}=$	**3p**
	$=\sqrt{3}-\sqrt{3}=0$	**2p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow 3x-2=3-2x\Leftrightarrow 5x=5$	**3p**
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x=1$ și $y=1$	**2p**
3.	$8-3x=2$	**3p**
	$x=2$	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 2 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 5 moduri, deci se pot forma $2\cdot 5=10$ numere	**3p**
5.	$AB=4$	**2p**
	$BC=4$, deci triunghiul ABC este isoscel	**3p**
6.	$\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$	**3p**
	$E=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{2}{4}+\frac{1}{2}-\frac{2}{4}+\frac{2}{4}=1$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1\circ 2020=1\cdot 2020-(1+2020)+1=$	**3p**
	$=2020-2021+1=0$	**2p**
2.	$x\circ y=xy-(x+y)+1=$	**2p**
	$=yx-(y+x)+1=y\circ x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$\circ$” este comutativă	**3p**
3.	$x\circ y=xy-x-y+1=$	**2p**
	$=x(y-1)-(y-1)=(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
4.	$(x-2)(x-1)=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=2$	**2p**
5.	$x^2\circ x^2=(x^2-1)(x^2-1)=$	**2p**
	$=(x-1)(x+1)(x-1)(x+1)=(x-1)^2(x+1)^2$, pentru orice număr real x	**3p**
6.	$(a-1)(b-1)=3$	**2p**
	Cum a și b sunt numere naturale, obținem $(2,4)$ sau $(4,2)$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}2 & 1\\ -4 & -2\end{vmatrix}=2\cdot(-2)-(-4)\cdot 1=$	**3p**
	$=-4+4=0$	**2p**

2.	$M(x)=\begin{pmatrix} 2+x & 1 \\ -4 & -2+x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(x))=\begin{vmatrix} 2+x & 1 \\ -4 & -2+x \end{vmatrix}=x^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$x^2=16 \Leftrightarrow x=-4$ sau $x=4$	**2p**
3.	$M(-1)+M(0)+M(1)=(-1)\cdot I_2+A+0\cdot I_2+A+1\cdot I_2+A=$	**3p**
	$=-I_2+A+A+I_2+A=3A$	**2p**
4.	$M(x)\cdot M(y)=(xI_2+A)(yI_2+A)=xyI_2+xA+yA+A\cdot A$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
	$A\cdot A=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, deci $M(x)\cdot M(y)=xyI_2+(x+y)A$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
5.	$M(x)-xA=\begin{pmatrix} 2-x & 1-x \\ -4+4x & 3x-2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(x)-xA)=x^2$, pentru orice număr real x	**2p**
	$x^2 \le 3x-2 \Leftrightarrow x^2-3x+2 \le 0 \Leftrightarrow x \in [1,2]$	**3p**
6.	$M(1)+M(2)+\ldots+M(n)=(1+2+\ldots+n)I_2+nA=\frac{n(n+1)}{2}I_2+nA=n\left(\frac{n+1}{2}I_2+A\right)=nM\left(\frac{n+1}{2}\right)$	**3p**
	$nM\left(\frac{n+1}{2}\right)=9M(5)$, deci $n=9$, care convine	**2p**

Examenul de bacalaureat naţional 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 15

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{2}-1\right)^2-\left(2\sqrt{2}-3\right)=(2-1)-\left(2-2\sqrt{2}+1\right)-\left(2\sqrt{2}-3\right)=$	**3p**
	$=1-3+2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+3=1$	**2p**
2.	$x-5\le 2$	**2p**
	$x\le 7$, deci $x\in(-\infty,7]$	**3p**
3.	$x^3+1=9\Leftrightarrow x^3=8$	**3p**
	$x=2$, care convine	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 5 moduri	**2p**
	Cum cifrele sunt distincte, pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 4 moduri, iar, pentru fiecare alegere a cifrei unităților și a cifrei zecilor, cifra sutelor poate fi aleasă în câte 3 moduri, deci se pot forma $5\cdot 4\cdot 3=60$ de numere	**3p**
5.	$x_M=\dfrac{6+(-6)}{2}=0$, $y_M=\dfrac{4+4}{2}=4$, deci $M(0,4)$	**3p**
	$N(0,2)$, unde punctul N este mijlocul segmentului OM	**2p**
6.	$\cos B=\dfrac{AB}{BC}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{7}{BC}$	**3p**
	$BC=14$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	$4*2020=4\cdot 2020-4(4+2020)+20=$	**2p**
	$=4\cdot 2020-4\cdot 4-4\cdot 2020+20=-16+20=4$	**3p**
2.	$x*y=xy-4x-4y+16+4=$	**2p**
	$=x(y-4)-4(y-4)+4=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$(x-4)^2+4\le 5\Leftrightarrow(x-4)^2\le 1$	**3p**
	$x\in[3,5]$	**2p**
4.	$x*5=(x-4)(5-4)+4=x-4+4=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$5*x=(5-4)(x-4)+4=x-4+4=x$, pentru orice număr real x, deci $e=5$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
5.	$\left(4^x-4\right)(x-4)+4=4\Leftrightarrow\left(4^x-4\right)(x-4)=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=4$	**2p**
6.	$x*4=4$, $4*y=4$, unde x și y sunt numere reale	**2p**
	$\left((1*2*3)*4\right)*5*\ldots*2020=4*(5*6*\ldots*2020)=4$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$M(2)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(2))=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 4 & 3\end{vmatrix}=1\cdot 3-4\cdot 2=$	**3p**
	$=3-8=-5$	**2p**
2.	$M(x)+M(x+2)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 2x & x+1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & x+2\\ 2x+4 & x+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 2x+2\\ 4x+4 & 2x+4\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}1 & x+1\\ 2(x+1) & x+1+1\end{pmatrix}=2M(x+1)$, pentru orice număr real x	**2p**
3.	$\det(M(x))=\begin{vmatrix}1 & x\\ 2x & x+1\end{vmatrix}=x+1-2x^2$, pentru orice număr real x	**2p**
	$2x^2-x-1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$ sau $x=1$	**3p**
4.	$M(x)\cdot M(y)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 2x & x+1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & y\\ 2y & y+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+2xy & y+xy+x\\ 2x+2xy+2y & 3xy+x+y+1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1+2yx & x+yx+y\\ 2y+2yx+2x & 3yx+y+x+1\end{pmatrix}=M(y)\cdot M(x)$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
5.	$M(x)\cdot M(-x)=\begin{pmatrix}1-2x^2 & -x^2\\ -2x^2 & -3x^2+1\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix}1-2x^2 & -x^2\\ -2x^2 & -3x^2+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, de unde obţinem $x=0$, care convine	**2p**
6.	$nM(x)-xM(n)=\begin{pmatrix}n-x & 0\\ 0 & n-x\end{pmatrix} \Rightarrow \det(nM(x)-xM(n))=(n-x)^2$, de unde obținem $(n-x)^2 \le n^2 \Leftrightarrow x^2-2nx \le 0 \Leftrightarrow x\in[0,2n]$, $n\in\mathbb{N}^*$, $x\in\mathbb{Z}$	**3p**
	$0+1+2+\ldots+2n=36 \Leftrightarrow \frac{2n(2n+1)}{2}=36 \Leftrightarrow 2n^2+n-36=0$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n=4$	**2p**

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 16

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^4\right):\frac{31}{16}=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}\right):\frac{31}{16}=\frac{16+8+4+2+1}{16}:\frac{31}{16}=$	**3p**
	$=\frac{31}{16}:\frac{31}{16}=1$	**2p**
2.	$f(2)+f(1)=2m+1+m+1=3m+2$, pentru orice număr real m	**2p**
	$3m+2=-1$, deci $m=-1$	**3p**
3.	$x^2+1=4x-2 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=3$	**2p**
4.	După prima scumpire cu 10%, preţul obiectului este $80+\frac{10}{100}\cdot 80=88$ de lei	**2p**
	După a doua scumpire cu 10%, preţul obiectului este $88+\frac{10}{100}\cdot 88=96{,}8$ de lei	**3p**
5.	$AB=8$, $d(O,AB)=5$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta AOB}=\frac{AB\cdot d(O,AB)}{2}=\frac{8\cdot 5}{2}=20$	**3p**
6.	ΔABC este echilateral	**3p**
	$P_{\Delta ABC}=3\cdot BC=3\cdot 10=30$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2*7=2+7-9=$	**3p**
	$=9-9=0$	**2p**
2.	$(x*y)*z=(x+y-9)*z=(x+y-9)+z-9=x+y+z-18$, pentru orice numere reale x, y şi z	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+z-9)=x+(y+z-9)-9=x+y+z-18=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y şi z, deci legea de compoziţie „$*$” este asociativă	**3p**
3.	$x*(x+9)=x+(x+9)-9=2x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$(x+5)*(x+4)=(x+5)+(x+4)-9=2x=x*(x+9)$, pentru orice număr real x	**3p**
4.	$5^x+25^x-9=21 \Leftrightarrow 5^{2x}+5^x-30=0 \Leftrightarrow \left(5^x+6\right)\left(5^x-5\right)=0$	**3p**
	Cum $5^x>0$, obţinem $x=1$	**2p**
5.	$(n*n)*n=3n-18$, pentru orice număr natural n	**2p**
	$3n-18<-12 \Leftrightarrow n<2$ şi, cum n este număr natural, obţinem $n=0$ sau $n=1$	**3p**
6.	$\frac{3}{2-\sqrt{3}}*\frac{3}{2+\sqrt{3}}=\frac{3}{2-\sqrt{3}}+\frac{3}{2+\sqrt{3}}-9=$	**2p**
	$=\frac{3\left(2+\sqrt{3}\right)+3\left(2-\sqrt{3}\right)}{4-3}-9=12-9=3$, care este număr natural	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}1 & -1\\ 3 & 0\end{vmatrix}=1\cdot 0-(-1)\cdot 3=$	**3p**
	$=0+3=3$	**2p**
2.	$\begin{pmatrix}x & y\\ 3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 0\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}x & y\\ 3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & -1\\ 3 & 4\end{pmatrix}$	**3p**
	$x=5$ şi $y=-1$	**2p**
3.	$\det\big(M(0,y)\big)=\begin{vmatrix}0 & y\\ 3 & 4\end{vmatrix}=0\cdot 4-y\cdot 3=-3y$, pentru orice număr real y	**3p**
	$-3y=9\Leftrightarrow y=-3$	**2p**
4.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}-2 & -1\\ 3 & -3\end{pmatrix}$, $A\cdot A\cdot A=\begin{pmatrix}-5 & 2\\ -6 & -3\end{pmatrix}$	**2p**
	$A\cdot A\cdot A-A\cdot A=\begin{pmatrix}-5 & 2\\ -6 & -3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-2 & -1\\ 3 & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3 & 3\\ -9 & 0\end{pmatrix}=-3\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 0\end{pmatrix}=-3A$	**3p**
5.	$A\cdot M(x,y)=\begin{pmatrix}x-3 & y-4\\ 3x & 3y\end{pmatrix}$, $M(x,y)\cdot A=\begin{pmatrix}x+3y & -x\\ 15 & -3\end{pmatrix}$, pentru orice numere reale x şi y	**2p**
	$\begin{pmatrix}x-3 & y-4\\ 3x & 3y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+3y & -x\\ 15 & -3\end{pmatrix}\Leftrightarrow x=5$ şi $y=-1$	**3p**
6.	$M(m,-n)\cdot M(-m,n)=\begin{pmatrix}m & -n\\ 3 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-m & n\\ 3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-m^2-3n & mn-4n\\ -3m+12 & 3n+16\end{pmatrix}$, pentru orice numere întregi m şi n	**3p**
	$\begin{pmatrix}-m^2-3n & mn-4n\\ -3m+12 & 3n+16\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow m=4$ şi $n=-5$, deci $N=4-(-5)=9=3^2$	**2p**

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 17

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{63}-\sqrt{28}-\sqrt{7}\left(\sqrt{7}+1\right)+\sqrt{81}=3\sqrt{7}-2\sqrt{7}-7-\sqrt{7}+9=$	**3p**
	$=9-7=2$	**2p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow 2x+1=5-2x\Leftrightarrow 4x=4$	**3p**
	$x=1$ și $y=f(1)=3$	**2p**
3.	$\log_5(x-5)=\log_5 2\Rightarrow x-5=2$	**3p**
	$x=7$, care convine	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 3 moduri	**3p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 6 moduri, deci se pot forma $3\cdot 6=18$ numere	**2p**
5.	Mijlocul segmentului AC are coordonatele $\frac{x_A+x_C}{2}=4$ și $\frac{y_A+y_C}{2}=0$	**2p**
	Mijlocul segmentului OB are coordonatele $\frac{x_O+x_B}{2}=4$ și $\frac{y_O+y_B}{2}=0\Rightarrow AC$ și OB au același mijloc, deci $AOCB$ este paralelogram și, cum $AO=OC$, obținem $AOCB$ romb	**3p**
6.	$\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$	**3p**
	$\sin 30°-\sin 45°\cdot\cos 45°=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-10)*10=(-10)+10+(-10)\cdot 10=$	**3p**
	$=-10+10-100=-100$	**2p**
2.	$(x*y)*z=(x+y+xy)*z=(x+y+xy)+z+(x+y+xy)z=x+y+z+xy+xz+yz+xyz$, pentru orice numere reale x, y și z	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+z+yz)=x+(y+z+yz)+x(y+z+yz)=x+y+z+xy+xz+yz+xyz=$ $=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziţie „$*$” este asociativă	**3p**
3.	$x*0=x+0+x\cdot 0=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$0*x=0+x+0\cdot x=x$, pentru orice număr real x, deci $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$x*x=x+x+x\cdot x=2x+x^2=$	**3p**
	$=x^2+2x+1-1=(x+1)^2-1$, pentru orice număr real x	**2p**
5.	$(x*x)*(x*x)=(x+1)^4-1$, pentru orice număr real x	**3p**
	$(x+1)^4=1\Leftrightarrow x=-2$ sau $x=0$	**2p**

6.	$x*(x+1)-x=x+(x+1)+x(x+1)-x=x^2+2x+1=$	**3p**
	$=(x+1)^2\geq 0$, deci $x*(x+1)\geq x$, pentru orice număr real x	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(0)=\begin{pmatrix}0&2\\1&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(0))=\begin{vmatrix}0&2\\1&1\end{vmatrix}=0\cdot 1-1\cdot 2=$	**3p**
	$=0-2=-2$	**2p**
2.	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}a&2\\1&a+1\end{vmatrix}=a^2+a-2$, pentru orice număr real a	**3p**
	$a^2+a-2=0\Leftrightarrow a=-2$ sau $a=1$	**2p**
3.	$(2a+1)A(a)=\begin{pmatrix}2a^2+a&4a+2\\2a+1&2a^2+3a+1\end{pmatrix}$, $A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}a^2+2&4a+2\\2a+1&a^2+2a+3\end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**2p**
	$(2a+1)A(a)-A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}a^2+a-2&0\\0&a^2+a-2\end{pmatrix}=(a^2+a-2)\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=(a^2+a-2)I_2$, pentru orice număr real a	**3p**
4.	$A(5a-1)=\begin{pmatrix}5a-1&2\\1&5a\end{pmatrix}$, $A(5a+1)=\begin{pmatrix}5a+1&2\\1&5a+2\end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**2p**
	$A(5a-1)+A(5a+1)=\begin{pmatrix}10a&4\\2&10a+2\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}5a&2\\1&5a+1\end{pmatrix}=2A(5a)$, pentru orice număr real a	**3p**
5.	$A(a)-I_2=\begin{pmatrix}a-1&2\\1&a\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(a)-I_2)=a^2-a-2$, pentru orice număr real a	**2p**
	$a^2-a-2<0\Leftrightarrow a\in(-1,2)$	**3p**
6.	$\det(A(n))=n^2+n-2=n(n+1)-2$, pentru orice număr natural nenul n	**2p**
	Pentru orice număr natural nenul n, numărul $n(n+1)$ este par, deoarece numerele naturale nenule n și $n+1$ sunt consecutive, deci numărul natural $\det(A(n))$ este par	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 18

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{22+\left(\sqrt{2}\right)^2}{4}-\frac{22-\left(\sqrt{2}\right)^2}{5}=\frac{22+2}{4}-\frac{22-2}{5}=\frac{24}{4}-\frac{20}{5}=$ $=6-4=2$	**3p** **2p**
2.	$f(3x+1)\le f(x)\Leftrightarrow 2(3x+1)+3\le 2x+3\Leftrightarrow 4x+2\le 0$ $x\le -\frac{1}{2}$, deci $x\in\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]$	**2p** **3p**
3.	$x^2=3x-2\Rightarrow x^2-3x+2=0$ $x=1$ sau $x=2$, care convin	**3p** **2p**
4.	$p-\frac{20}{100}\cdot p=28$, unde p este prețul obiectului înainte de ieftinire $p=35$ de lei	**3p** **2p**
5.	Panta dreptei paralele cu dreapta d este egală cu 2 Ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d este $y=2x-2$	**2p** **3p**
6.	Înălțimea triunghiului este egală cu 4 $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{4\cdot 8}{2}=16$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-2020)*2020=6^{-2020}\cdot 6^{2020}=6^{-2020+2020}=$ $=6^0=1$	**3p** **2p**
2.	$x*y=6^x\cdot 6^y=6^y\cdot 6^x=$ $=y*x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziţie „$*$” este comutativă	**3p** **2p**
3.	$x*(-x)=6^x\cdot 6^{-x}=6^{x+(-x)}=$ $=6^0=1$, pentru orice număr real x	**3p** **2p**
4.	$6^x\cdot 6^x=36\Leftrightarrow 6^{x+x}=6^2\Leftrightarrow 2x=2$ $x=1$	**3p** **2p**
5.	$6^{(x-6)+(6-x)}=6^x\Leftrightarrow 6^0=6^x$ $x=0$	**3p** **2p**
6.	$p*q=6^p\cdot 6^q=6^{p+q}$ De exemplu, pentru $p=\sqrt{2}\in\mathbb{R}-\mathbb{Q}$ și $q=-\sqrt{2}\in\mathbb{R}-\mathbb{Q}$, avem $p*q=6^{\sqrt{2}-\sqrt{2}}=6^0=1\in\mathbb{Q}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=2\cdot 2-1\cdot(-1)=$	**3p**
	$=4+1=5$	**2p**
2.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}3 & -4\\ 4 & 3\end{pmatrix}$, $4A=\begin{pmatrix}8 & -4\\ 4 & 8\end{pmatrix}$, $5I_2=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix}$	**3p**
	$A\cdot A-4A+5I_2=\begin{pmatrix}3-8+5 & -4+4+0\\ 4-4+0 & 3-8+5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
3.	$M(1)=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $M(-1)=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}$	**2p**
	$M(1)\cdot M(-1)=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ -4 & -2\end{pmatrix}$	**3p**
4.	$M(a-1)+M(a+1)=(a-1)A+I_2+(a+1)A+I_2=$	**2p**
	$=2aA+2I_2=2(aA+I_2)=2M(a)$, pentru orice număr real a	**3p**
5.	$M(a)\cdot M(a)=(aA+I_2)(aA+I_2)=a^2A^2+2aA+I_2=\begin{pmatrix}3a^2+4a+1 & -4a^2-2a\\ 4a^2+2a & 3a^2+4a+1\end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**2p**
	$M(0)=I_2$, deci $\begin{pmatrix}3a^2+4a+1 & -4a^2-2a\\ 4a^2+2a & 3a^2+4a+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, de unde obținem $a=0$	**3p**
6.	$\det(M(a))=\begin{vmatrix}2a+1 & -a\\ a & 2a+1\end{vmatrix}=(2a+1)^2+a^2$, pentru orice număr real a	**2p**
	Cum $(2a+1)^2+a^2>0$, obținem $\det(M(a))>0$, pentru orice număr real a	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 19

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)=\frac{2-1}{2}\cdot\frac{3-1}{3}\cdot\frac{4-1}{4}\cdot\frac{5-1}{5}\cdot\frac{6-1}{6}=$	**2p**
	$=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$	**3p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2+2x+1=1\Leftrightarrow x^2+2x=0$	**3p**
	Abscisele punctelor de intersecție sunt $x=-2$ și $x=0$	**2p**
3.	$3^{12-3x}=\left(3^2\right)^{-3}\Rightarrow 12-3x=-6$	**3p**
	$x=6$	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 4 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 9 moduri, deci se pot forma $4\cdot 9=36$ de numere	**3p**
5.	$AB=5$, $AC=5$ și $BC=8$	**3p**
	$P_{\Delta ABC}=5+5+8=18$	**2p**
6.	$\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$	**2p**
	$2\sin^2 30°-\cos^2 45°=2\cdot\frac{1}{4}-\frac{2}{4}=0$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2020\circ(-3)=2020\cdot(-3)+3\cdot 2020+3\cdot(-3)+6=$	**3p**
	$=-9+6=-3$	**2p**
2.	$x\circ y=xy+3x+3y+9-3=$	**2p**
	$=x(y+3)+3(y+3)-3=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$(-3)\circ x=((-3)+3)(x+3)-3=$	**3p**
	$=0-3=-3$, pentru orice număr real x	**2p**
4.	$x\circ(-2)=(x+3)((-2)+3)-3=x+3-3=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$(-2)\circ x=((-2)+3)(x+3)-3=x+3-3=x$, pentru orice număr real x, deci $e=-2$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
5.	$(-3)\circ(-2)\circ(-1)\circ 0\circ 1\circ 2\circ 3=(-3)\circ\left((-2)\circ(-1)\circ 0\circ 1\circ 2\circ 3\right)=$	**3p**
	$=-3$	**2p**
6.	$x\circ x=(x+3)^2-3$, deci $(x+3)^2=4$	**3p**
	$x=-5$ sau $x=-1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}5 & 2\\ 2 & 1\end{vmatrix}=5\cdot 1-2\cdot 2=$	**3p**
	$=5-4=1$	**2p**
2.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}29 & 12\\ 12 & 5\end{pmatrix}$	**2p**
	$A\cdot A-6A=\begin{pmatrix}29 & 12\\ 12 & 5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}30 & 12\\ 12 & 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}=-I_2$	**3p**
3.	$xA=\begin{pmatrix}5x & 2x\\ 2x & x\end{pmatrix}\Rightarrow \det(xA)=\begin{vmatrix}5x & 2x\\ 2x & x\end{vmatrix}=x^2$, pentru orice număr real x	**2p**
	$x^2=4\Leftrightarrow x=-2$ sau $x=2$	**3p**
4.	$A\cdot A-6A+aI_2=\begin{pmatrix}a-1 & 0\\ 0 & a-1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A\cdot A-6A+aI_2)=\begin{vmatrix}a-1 & 0\\ 0 & a-1\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=(a-1)^2\geq 0$, pentru orice număr real a	**2p**
5.	$\det(A+I_2)=\begin{vmatrix}6 & 2\\ 2 & 2\end{vmatrix}=8$, $\det(A-I_2)=\begin{vmatrix}4 & 2\\ 2 & 0\end{vmatrix}=-4$, $\det(mA)=\begin{vmatrix}5m & 2m\\ 2m & m\end{vmatrix}=m^2$	**2p**
	$m\left(\det(A+I_2)+\det(A-I_2)\right)=\det(mA)\Leftrightarrow 4m=m^2$, de unde obținem $m=0$ sau $m=4$	**3p**
6.	$\det(mA)-\det(nA)=8\Leftrightarrow m^2-n^2=8\Leftrightarrow(m-n)(m+n)=8$	**2p**
	Cum m și n sunt numere întregi, obținem perechile $(-3,-1)$, $(-3,1)$, $(3,-1)$ și $(3,1)$	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 20

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}-\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{\sqrt{2}+1-\left(\sqrt{2}-1\right)}{\sqrt{2}^2-1^2}\cdot\frac{1}{2}=$	**3p**
	$=\left(\sqrt{2}+1-\sqrt{2}+1\right)\cdot\frac{1}{2}=2\cdot\frac{1}{2}=1$	**2p**
2.	$f\left(x+1\right)-f\left(x\right)=\left(x+1\right)^2+2\left(x+1\right)-\left(x^2+2x\right)=x^2+2x+1+2x+2-x^2-2x=2x+3$	**2p**
	$2x+3\le 7\Rightarrow x\le 2$, deci $x\in\left(-\infty,2\right]$	**3p**
3.	$\log_2\left(x^3-8\right)=\log_2 19\Rightarrow x^3-8=19\Leftrightarrow x^3=27$	**3p**
	$x=3$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre, numerele 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84 și 96 sunt multipli de 12, deci sunt 8 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{8}{90}=\frac{4}{45}$	**1p**
5.	$AC=BC$, deci punctul C se află pe mediatoarea segmentului AB	**3p**
	Mediatoarea segmentului AB este axa Oy, deci $C\in Oy$	**2p**
6.	$\cos B=\frac{AB}{BC}\Rightarrow\cos 30°=\frac{AB}{8}$	**3p**
	$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AB}{8}\Rightarrow AB=4\sqrt{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$20*1=20+1-20=$	**3p**
	$=0+1=1$	**2p**
2.	$\left(x*y\right)*z=\left(x+y-20\right)*z=x+y+z-40$, pentru orice numere reale x, y și z	**2p**
	$x*\left(y*z\right)=x*\left(y+z-20\right)=x+y+z-40=\left(x*y\right)*z$, pentru orice numere reale x, y și z	**3p**
3.	$x*20=x+20-20=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$20*x=20+x-20=x$, pentru orice număr real x, deci $e=20$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$\left(2x-1\right)+x-20=21\Leftrightarrow 3x=42$	**3p**
	$x=14$	**2p**
5.	$9^x+3^x-20=-8\Leftrightarrow\left(3^x+4\right)\left(3^x-3\right)=0$	**3p**
	Cum $3^x>0$, obținem $3^x=3\Leftrightarrow x=1$	**2p**

6.	$x^2 * (2x+21) = x^2 + 2x + 21 - 20 = x^2 + 2x + 1 =$	**2p**
	$= (x+1)^2 \geq 0$, pentru orice număr real x	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} =$	**2p**
	$= 1 \cdot 0 - 0 \cdot 0 = 0$	**3p**
2.	$A(a) + A(a+1) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & a+1 \\ a+1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2a+1 \\ 2a+1 & 0 \end{pmatrix}$, $2A(-1) = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$	**3p**
	Obținem $2a+1 = -2$, deci $a = -\dfrac{3}{2}$	**2p**
3.	$A(1) + A(2) + A(3) + \ldots + A(2020) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \ldots + \begin{pmatrix} 1 & 2020 \\ 2020 & 0 \end{pmatrix} =$	**2p**
	$= \begin{pmatrix} 2020 & 1+2+3+\ldots+2020 \\ 1+2+3+\ldots+2020 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2020 & \dfrac{2020 \cdot 2021}{2} \\ \dfrac{2020 \cdot 2021}{2} & 0 \end{pmatrix} = 2020 \cdot A\left(\dfrac{2021}{2}\right)$	**3p**
4.	$A(a) \cdot A(b) = \begin{pmatrix} 1+ab & b \\ a & ab \end{pmatrix}$, $A(a) + A(b) = \begin{pmatrix} 2 & a+b \\ a+b & 0 \end{pmatrix}$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
	$\det(A(a) \cdot A(b)) - \det(A(a) + A(b)) = a^2b^2 + (a+b)^2 \geq 0$, pentru orice numere reale a și b	**3p**
5.	$A(x) \cdot A(y) - A(y) \cdot A(x) = \begin{pmatrix} 0 & y-x \\ x-y & 0 \end{pmatrix}$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
	$\det(A(x) \cdot A(y) - A(y) \cdot A(x)) = \begin{vmatrix} 0 & y-x \\ x-y & 0 \end{vmatrix} = -(x-y)(y-x) = (x-y)^2 \geq 0$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
6.	$\det(A(a)) = -a^2$, $\det(A^2(a)) = a^4$, pentru orice număr real a	**2p**
	$-a^2 + a^4 = 0 \Leftrightarrow a^2(a^2 - 1) = 0 \Rightarrow a = -1$, $a = 0$ sau $a = 1$	**3p**

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{2}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)=4$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+m$, unde m este număr natural. Determinați numerele naturale m pentru care $f(-1)\le 0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\lg x=\lg(2x+8)$.

5p **4.** După o ieftinire cu 10% prețul unui obiect este 540 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.

5p **5.** Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $M(2,-2)$ și este perpendiculară pe dreapta d de ecuație $y=x$.

5p **6.** Calculați perimetrul pătratului $ABCD$, știind că are diagonala $AC=2\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=2xy-4(x+y)+7$.

5p **1.** Arătați că $(-2)*2=-1$.

5p **2.** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.

5p **3.** Demonstrați că $x*y=2(x-2)(y-2)-1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Determinați numerele reale x pentru care $(x+1)*x=3$.

5p **5.** Determinați numerele reale x pentru care $2^{2x}*2^{x}=-1$.

5p **6.** Determinați valorile reale nenule ale lui x pentru care $x*\frac{1}{x}\le -1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}2 & a\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det(A(a))=4$, pentru orice număr real a.

5p **2.** Arătați că $A(0)\cdot A(2020)=2A(2020)$.

5p **3.** Demonstrați că $A(-a)\cdot A(a)=4I_2$, pentru orice număr real a, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **4.** Determinați numerele naturale nenule m și n pentru care $A(m)\cdot A(n)=2A(2)$.

5p **5.** Determinați numerele reale a pentru care $A(a^2)-2A(a)+A(-3)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **6.** Demonstrați că există o infinitate de perechi de numere reale (x,y) pentru care $A(-3)\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2y\\ 2x+y\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\cdot\frac{6}{\sqrt{27}+\sqrt{8}}=1$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+2$. Determinați numerele naturale n pentru care $f(n)\le g(n)$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg\left(x^2+5\right)=\lg(4x+1)$.
5p	**4.** Un biciclist parcurge un traseu în trei etape. În prima etapă biciclistul parcurge 50% din traseu, în a doua etapă 25% din traseu, iar în a treia etapă restul de $10\,\text{km}$. Determinați lungimea traseului.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$, $B(4,4)$ și $C(3,0)$. Calculați aria triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătați că $\sqrt{3}\cdot\cos30^\circ+\sin30^\circ-2\sin^2 45^\circ=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-\sqrt{2}x-\sqrt{2}y+\sqrt{2}+2$.
5p	**1.** Arătați că $\sqrt{2}*\left(-\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(y-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Verificați dacă $e=1+\sqrt{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.
5p	**4.** Determinaţi numerele reale a pentru care $a*a=2+\sqrt{2}$.
5p	**5.** Determinaţi numerele reale x pentru care $4^x*2^x=\sqrt{2}$.
5p	**6.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $\left(x+\sqrt{2}\right)*\left(x-\sqrt{2}\right)\le\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2&0\\3&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&x\\3&0\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}x&0\\0&1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det A=2$.
5p	**2.** Determinați numărul real x pentru care $B+C=A$.
5p	**3.** Determinați numărul real x pentru care $\det(B-C)=0$.
5p	**4.** Demonstrați că $\det(B\cdot C-C\cdot B)=3x(x-1)^2$, pentru orice număr real x.
5p	**5.** Pentru $x=1$, arătați că inversa matricei B este matricea $\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\1&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}$.
5p	**6.** Pentru $x=1$, rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $B\cdot X\cdot C=A$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $5\sqrt{3}-\sqrt{32}+\sqrt{18}+\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{75}=2$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m, știind că punctul $A(1,1)$ aparține graficului funcției f.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-9}=4$.

5p **4.** După o scumpire cu 20%, urmată de o ieftinire cu 180 de lei, prețul unui obiect este 300 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(0,4)$ și $C(3,4)$. Determinați lungimea medianei din vârful C al triunghiului ABC.

5p **6.** Arătați că $\sqrt{3}\cdot\sin 60°-\cos 60°=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=2xy-2(x+y)$.

5p **1.** Arătați că $(-1)\circ 1=-2$.

5p **2.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **3.** Demonstrați că $x\circ y=2(x-1)(y-1)-2$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Determinați numărul real x pentru care $2\circ 2^x=0$.

5p **5.** Arătați că $(x+1)\circ(2x-1)>-4$, pentru orice număr real x.

5p **6.** Determinați perechile de numere naturale (m,n), știind că $m\circ n=12$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}6 & -4\\ -3 & 3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **1.** Arătați că $\det A=0$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot A-B=\begin{pmatrix}0 & -2\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **3.** Demonstrați că $\det(A\cdot B-I_2)=\det(B\cdot A-I_2)$.

5p **4.** Determinați numărul real x, știind că $B-A+xI_2=\begin{pmatrix}2 & -2\\ -2 & 0\end{pmatrix}$.

5p **5.** Demonstrați că $\det(I_2+aA)+\det(I_2-aA)=2$, pentru orice număr real a.

5p **6.** Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $(I_2-A)\cdot X=A$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 4

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{64}-\left(\frac{1}{2}:0,5-1\right)=8$.
5p	**2.** Determinați cel mai mare element al mulțimii $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\mid x^2-3<2x\right\}$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(x^2+x+1\right)=\log_2(3x)$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 17.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $M(0,1)$ și dreapta d de ecuație $y=x$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul M și este paralelă cu dreapta d.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=24$, $AC=10$, $BC=26$ și punctul D, mijlocul segmentului BC. Arătați că lungimea segmentului AD este egală cu 13.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-5(x+y)+30$.
5p	**1.** Arătați că $0*5=5$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Verificaţi dacă $e=6$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**4.** Determinaţi numerele reale x, știind că $(x-1)*(x+1)=8$.
5p	**5.** Determinaţi numerele reale x pentru care $5^{x^2}*5^{x^2}=5$.
5p	**6.** Dați exemplu de numere raționale p și q, care nu sunt întregi, pentru care numărul $p*q$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&0\\2&3\end{pmatrix}$, $B(x)=\begin{pmatrix}1&0\\x&1\end{pmatrix}$ și $C(x)=\begin{pmatrix}1&x\\2&3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det A=3$.
5p	**2.** Determinați numărul real x pentru care $C(x)\cdot B(x)=A$.
5p	**3.** Arătați că $C(x)\cdot B(x)-B(x)\cdot C(x)=\begin{pmatrix}x^2&0\\2x&-x^2\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Pentru $x=0$, determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot B(x)=A\cdot C(x)$.
5p	**5.** Demonstrați că, pentru orice număr întreg x, matricea $C(x)$ este inversabilă.
5p	**6.** Determinați numerele naturale x pentru care $\det\left(B(x)+C(x)\right)>0$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 5

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $2\cdot(18-2\cdot 9)+(2\cdot 9-8):2=5$.
5p	**2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-1$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(10-2x)=1$.
5p	**4.** Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre au ambele cifre nenule.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(5,2)$ şi $C(5,6)$. Demonstrați că triunghiul ABC este isoscel.
5p	**6.** Arătați că $(\sin 60°-\cos 60°)(\sin 60°+\cos 60°)=\frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziţie $x\circ y=xy+3x+3y+6$.
5p	**1.** Arătați că $3\circ(-1)=9$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
5p	**3.** Demonstrați că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**4.** Determinați numărul real a pentru care $a\circ x=a$, pentru orice număr real x.
5p	**5.** Arătați că, dacă $x, y\in(-3,+\infty)$, atunci $x\circ y\in(-3,+\infty)$.
5p	**6.** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $(x+3)\circ(x-3)\leq 37$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5^a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det(A(3))=125$.
5p	**2.** Demonstrați că $A(a)\cdot A(b)=A(a+b)$, pentru orice numere reale a și b.
5p	**3.** Arătați că $A(1)\cdot A(4)-A(2)\cdot A(3)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
5p	**4.** Demonstrați că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a.
5p	**5.** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A(2)\cdot X=A(0)$.
5p	**6.** Determinați numerele naturale n pentru care $\det(A(n))\leq\sqrt[3]{125}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 6

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{180}-\left(\sqrt{125}+\sqrt{5}\right)=0$.
5p	**2.** Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-3$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{4x-2}=49$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie pătratul unui număr natural.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(6,4)$ şi $C(6,7)$. Demonstrați că ΔABC este isoscel.
5p	**6.** Arătați că $\left(\cos 30°-\sin 30°\right)^2+\cos 30°=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy-3(x+y)+12$.
5p	**1.** Arătați că $2020\circ 4=2020$.
5p	**2.** Demonstrați că $3\circ x=3$, pentru orice număr real x.
5p	**3.** Demonstrați că $x\circ y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**4.** Determinați numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
5p	**5.** Arătați că $x\circ y\geq 3$, pentru orice $x\geq 3$ și $y\geq 3$.
5p	**6.** Calculați $\sqrt{1}\circ\sqrt{2}\circ\sqrt{3}\circ\ldots\circ\sqrt{2020}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 6 & 9\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}2 & x\\ 2+x & 4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det A=-18$.
5p	**2.** Arătați că $A\cdot B(0)-B(0)\cdot A=6\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$.
5p	**3.** Arătați că $\det\left(B(x)\right)=(2-x)(x+4)$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Arătați că $\det\left(A+B(2)\right)<\det A+\det\left(B(2)\right)$.
5p	**5.** Demonstrați că $B(x)\cdot B(y)=B(y)\cdot B(x)$ dacă și numai dacă $x=y$.
5p	**6.** Determinați numărul natural nenul n pentru care $B(1)+B(2)+B(3)+\ldots+B(n)=\begin{pmatrix}200 & 5050\\ 5250 & 400\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați a 2020-a zecimală a numărului $\frac{5}{6}$.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-3$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2-1$. Determinați numerele naturale x pentru care $f(x)\geq g(x)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5-x}=\sqrt{x+1}$.
5p	**4.** Dacă elevii unei clase se așază câte trei în bancă, rămân patru bănci libere, iar dacă se așază câte doi în bancă, un elev rămâne singur în bancă și nu rămân bănci libere. Determinați numărul de bănci din această sală de clasă.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(7,0)$, $B(4,4)$ și $C(2,0)$. Calculați distanța de la punctul C la dreapta AB.
5p	**6.** Arătați că $\sqrt{3}\sin 60°-\frac{4}{\sqrt{3}}\sin 60°\cos 60°+\cos 60°=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=2xy-6(x+y)+21$.
5p	**1.** Arătați că $(-1)\circ 3=3$.
5p	**2.** Demonstrați că $x\circ y=2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Verificați dacă $e=\frac{7}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.
5p	**4.** Determinați mulțimea numerelor întregi a pentru care $(a+3)\circ(a-3)<3$.
5p	**5.** Determinați numărul real x pentru care $x\circ x\circ x=7$.
5p	**6.** Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care $m\circ n=5$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}1&-2\\0&1\end{pmatrix}$.
5p	**1.** Calculaţi $\det A$.
5p	**2.** Arătaţi că $A^2-2A+I_2=O_2$, unde $A^2=A\cdot A$.
5p	**3.** Determinaţi numerele reale m pentru care $\det((m-1)A)=m+1$.
5p	**4.** Arătaţi că $A\cdot B=B\cdot A=I_2$.
5p	**5.** Demonstrați că, dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $A\cdot X=X\cdot A$, atunci $X=\begin{pmatrix}a&b\\0&a\end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
5p	**6.** Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $xA+yB=\begin{pmatrix}5&-2\\0&5\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 8

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătați că $2-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{12}\right)=0$.
5p	**2.** Determinați numărul real a, știind că punctul $A(a,a)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x+1$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2-25}=2\sqrt{6}$.
5p	**4.** La dublul unui număr adunăm 10, iar rezultatul îl înmulțim cu 7. Din noul rezultat scădem 56 și obținem 28. Determinați numărul inițial.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,-2)$, $B(-3,6)$ și $C(1,0)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul C și prin mijlocul segmentului AB.
5p	**6.** Arătați că $16\sin^2 60^\circ\cos^2 60^\circ+\sin 60^\circ-\sqrt{3}\cdot\cos 60^\circ=3$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=2xy+2x+2y$.
5p	**1.** Arătați că $1\circ 2=10$.
5p	**2.** Demonstrați că $x\circ y=2(x+1)(y+1)-2$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Arătați că $x\circ(-1)=-2$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Determinați $x\in(0,+\infty)$ pentru care $\log_2 x\circ\log_2 x=-2$.
5p	**5.** Arătați că $(2x+1)\circ x\geq -2$, pentru orice număr real x.
5p	**6.** Determinați numerele naturale m și n, $m<n$, pentru care $m\circ n=10$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -2 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -4 & -6\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**1.** Arătați că $\det A=0$.
5p	**2.** Calculați $\det(A+B)$.
5p	**3.** Arătați că $A\cdot A=A$.
5p	**4.** Calculați $\det(A\cdot B-B\cdot A)$.
5p	**5.** Determinați numerele reale x pentru care $\det(B\cdot B+xI_2)=0$.
5p	**6.** Determinați numerele reale p și q, știind că $(A+B)(A+B)=pA+qB+B\cdot A$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 9

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\sqrt{32}-\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{2}=0$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x+a$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a pentru care $f(2)=10$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{7x-12}=x$.
5p	**4.** Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifre nenule.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y=x-4$. Determinați distanța dintre punctele de intersecție a dreptei d cu axele Ox, respectiv Oy.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=5$, $AC=12$ şi $BC=13$. Calculați aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-(x+y)+2$.
5p	**1.** Arătați că $1*(-1)=1$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Verificați dacă $e=2$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**4.** Verificați dacă $\frac{4}{3}$ este simetricul lui 4 în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5p	**5.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*x\le x$.
5p	**6.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale nenule mai mici decât 11, acesta să verifice egalitatea $n*n*n=n$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ -3 & 3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(x)=I_2+xA$, unde x este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det(M(0))=1$.
5p	**2.** Arătați că $M(1)-M(3)=M(3)-M(5)$.
5p	**3.** Arătați că $A\cdot A=A$.
5p	**4.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $\det\left(M\left(x^2\right)\right)<5$.
5p	**5.** Demonstrați că $M(x)\cdot M(y)=M(x+y+xy)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**6.** Determinați numerele întregi m și n, $m<n$, pentru care $M(m)\cdot M(n)=M(2)$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 10

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Calculați suma primilor patru termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = 3$ și $a_4 = 9$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x+4$. Determinați numărul real a pentru care $f(-1)+f(0)+f(1)=f(a)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x-3)+\log_3(x+3)=3$.
5p	**4.** Prețul unui obiect este 1200 de lei. Determinați prețul obiectului după ce acesta se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(0,4)$, $C(-3,0)$ și $D(0,-4)$. Calculați perimetrul patrulaterului $ABCD$.
5p	**6.** Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle B)=45^\circ$, $m(\sphericalangle C)=45^\circ$ şi $BC=5\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-3$.
5p	**1.** Calculaţi $1*(-1)$.
5p	**2.** Verificaţi dacă legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
5p	**3.** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
5p	**4.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $(x-1)*(x+1)\leq 1$.
5p	**5.** Determinați numărul real x pentru care $4^x*2^{x+1}=5$.
5p	**6.** Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $(x-1)*(y+2)=3$ și $(2x)*(y-2)=2$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricea $A(x,y)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ x & y\end{pmatrix}$, unde x şi y sunt numere reale.
5p	**1.** Arătaţi că $\det(A(0,0))=0$.
5p	**2.** Calculaţi $A(0,0)\cdot A(1,1)$.
5p	**3.** Arătaţi că $\det(A(x,y))+\det(A(y,x))=0$, pentru orice numere reale x şi y.
5p	**4.** Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(x,y)\cdot A(x,y)=2A(x,y)$.
5p	**5.** Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $A(1,1)+A(2,2)+\ldots+A(n,n)=nA(4,4)$.
5p	**6.** Determinaţi numărul perechilor (m,n) de numere naturale pentru care suma elementelor matricei $A(m,n)$ este egală cu 102.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 11

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(2-\left(\frac{1}{3}\right)^2\right):\frac{17}{9}=1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x+a$, unde a este număr real. Arătați că, pentru orice număr real a, $f(2)-f(-2)=16$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2+3}=3^{4x}$.
5p	**4.** Prețul unui obiect este 120 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 5%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,7)$ și $B(3,-7)$. Determinaţi distanţa de la punctul O la punctul C, unde C este mijlocul segmentului AB.
5p	**6.** Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle B)=45^\circ$, $AB=5$ şi $AC=5$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziţie $x*y=x+y-2020$.
5p	**1.** Arătați că $2000*20=0$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Demonstrați că $a*(a+2020)=(a+1010)*(a+1010)$, pentru orice număr real a.
5p	**4.** Determinaţi numărul real x, știind că $4^x*2^x=-2014$.
5p	**5.** Determinaţi cel mai mare număr natural n pentru care $n*n\le n$.
5p	**6.** Arătați că numărul $\frac{2}{3-\sqrt{5}}*\frac{2}{3+\sqrt{5}}$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&3\\3&3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.
5p	**1.** Arătați că $\det A=-6$.
5p	**2.** Arătați că $A\cdot B=I_2$, unde matricea $B=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&-\frac{1}{6}\end{pmatrix}$.
5p	**3.** Arătați că $A\cdot A-4A=6I_2$.
5p	**4.** Determinaţi numerele reale x, știind că $\det(A-xI_2)=-1$.
5p	**5.** Determinaţi numărul real a, știind că $A\cdot A\cdot A=aA+24I_2$.
5p	**6.** Determinați numerele reale a și b pentru care $A\cdot X=X\cdot A$, unde $X=\begin{pmatrix}2&1\\a&b\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 12

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătaţi că $\sqrt{16}+\sqrt{49}-\sqrt{121}=0$.
5p	**2.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $5(x+2)\le 15$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x-8)=\frac{1}{\log_2 3}$.
5p	**4.** Prețul unui obiect este 100 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se ieftinește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(6,8)$ și $C(6,4)$. Arătați că patrulaterul $ABCO$ este paralelogram.
5p	**6.** Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle A)=60°$, $AB=8$ şi $AC=8$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-15$.
5p	**1.** Arătaţi că $(-2)*17=0$.
5p	**2.** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Arătaţi că $(1*2)*(8*9)=(1*9)*(2*8)$.
5p	**4.** Determinaţi numărul real x pentru care $(x*x)*x=x$.
5p	**5.** Determinaţi numărul real x pentru care $9^x*3^x=-3$.
5p	**6.** Demonstrați că $x^2*\frac{1}{x^2}\ge -13$, pentru orice număr real nenul x.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & a\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătaţi că $\det(A(1))=-5$.
5p	**2.** Determinaţi numerele reale a, știind că $\det(aA(a))=0$.
5p	**3.** Arătaţi că $\det(A(a)\cdot B-B\cdot A(a))=-9$, pentru orice număr real a.
5p	**4.** Demonstrați că $A(a-1)+A(a+1)=2A(a)$, pentru orice număr real a.
5p	**5.** Determinaţi numărul real a, știind că $\det(A(a)+B)=a$.
5p	**6.** Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $A(1)+A(2)+\ldots+A(n)=11A(6)$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 13

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $4\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)=1$.
5p	**2.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x, pentru care $f(x)\geq g(x)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+4$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $11^{4x^2+3x}=11$.
5p	**4.** O firmă folosește 5000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 5% din profitul anual al firmei. Calculați profitul anual al firmei.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(7,4)$ și $C(1,4)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătați că $\sin^2 30°+\cos^2 60°-\cos 60°=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x+y+50$.
5p	**1.** Arătați că $(-1)\circ 1=50$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este asociativă.
5p	**3.** Verificați dacă $e=-50$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.
5p	**4.** Determinați numerele reale x pentru care $x^2\circ x=92$.
5p	**5.** Demonstrați că $\left(x^2-y-50\right)\circ\left(x-y^2\right)=(x-y)(x+y+1)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**6.** Determinați numerele naturale m și n, știind că $\left(\left(m^2-n-50\right)\circ\left(m-n^2\right)\right)\circ(m-n)=57$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $O_2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}1&a^2\\a^2&1\end{pmatrix}$, unde a este număr real pozitiv.
5p	**1.** Arătați că $\det(A(0))=1$.
5p	**2.** Determinați numărul real pozitiv a pentru care $\det(A(a))=0$.
5p	**3.** Arătați că $A(1)\cdot A(1)-2A(1)=O_2$.
5p	**4.** Determinați numărul real pozitiv a pentru care $A\left(\sqrt{2}\right)\cdot A(a)=3A(1)$.
5p	**5.** Demonstrați că $\det(A(a)-A(0))\leq 0$, pentru orice număr real pozitiv a.
5p	**6.** Determinați perechile (a,b) de numere reale pozitive, știind că $A\left(\sqrt{a}\right)\cdot A\left(\sqrt{b}\right)=A(2)+A\left(\frac{1}{2}\right)$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 14

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că $\sqrt{48}-\sqrt{27}+\sqrt{75}-\sqrt{108}=0$.

5p **2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3-2x$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{8-3x}=25$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4 și 5.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(5,4)$ şi $C(5,8)$. Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.

5p **6.** Calculaţi $E=\sin 45°\cdot\cos 45°+\cos 60°-\sin^2 45°+\cos^2 45°$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-(x+y)+1$.

5p **1.** Arătaţi că $1\circ 2020=0$.

5p **2.** Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.

5p **3.** Demonstrați că $x\circ y=(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Determinaţi numerele reale x pentru care $(x-1)\circ x=0$.

5p **5.** Arătaţi că $x^2\circ x^2=(x-1)^2(x+1)^2$, pentru orice număr real x.

5p **6.** Determinaţi perechile (a,b) de numere naturale, știind că $a\circ b=3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & -2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(x)=xI_2+A$, unde x este număr real.

5p **1.** Arătaţi că $\det A=0$.

5p **2.** Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(M(x))=16$.

5p **3.** Arătaţi că $M(-1)+M(0)+M(1)=3A$.

5p **4.** Demonstraţi că $M(x)\cdot M(y)=xyI_2+(x+y)A$, pentru orice numere reale x și y.

5p **5.** Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care $\det(M(x)-xA)\leq 3x-2$.

5p **6.** Determinaţi numărul natural n pentru care $M(1)+M(2)+\ldots+M(n)=9M(5)$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 15

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătaţi că $\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)-\left(\sqrt{2}-1\right)^2-\left(2\sqrt{2}-3\right)=1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-5$. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $f(x)\le 2$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4\left(x^3+1\right)=\log_4 9$.
5p	**4.** Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulţimii $A=\{1,2,3,4,5\}$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,4)$ şi $B(-6,4)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului OM, unde M este mijlocul segmentului AB.
5p	**6.** Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $AB=7$ și $m(\sphericalangle B)=60^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-4(x+y)+20$.
5p	**1.** Arătați că $4*2020=4$.
5p	**2.** Demonstrați că $x*y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*x\le 5$.
5p	**4.** Arătați că $e=5$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**5.** Determinați numerele reale x pentru care $4^x*x=4$.
5p	**6.** Arătați că $1*2*3*4*\ldots*2020=4$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricea $M(x)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 2x & x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det\left(M(2)\right)=-5$.
5p	**2.** Demonstrați că $M(x)+M(x+2)=2M(x+1)$, pentru orice număr real x.
5p	**3.** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(M(x)\right)=0$.
5p	**4.** Arătați că $M(x)\cdot M(y)=M(y)\cdot M(x)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**5.** Determinați numărul real x pentru care $M(x)\cdot M(-x)=M(0)$.
5p	**6.** Determinați numărul natural nenul n, știind că suma numerelor întregi x care verifică inegalitatea $\det\left(nM(x)-xM(n)\right)\le n^2$ este egală cu 36.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 16

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătaţi că $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^4\right):\frac{31}{16}=1$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=mx+1$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $f(2)+f(1)=-1$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{x^2+1}=7^{4x-2}$.
5p	**4.** Prețul unui obiect este 80 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,4)$ şi $B(5,-4)$. Determinaţi aria triunghiului AOB.
5p	**6.** Calculaţi perimetrul triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle A)=60^\circ$, $m(\sphericalangle B)=60^\circ$ şi $BC=10$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-9$.
5p	**1.** Arătaţi că $2*7=0$.
5p	**2.** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Demonstrați că $x*(x+9)=(x+5)*(x+4)$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Determinaţi numărul real x pentru care $5^x*25^x=21$.
5p	**5.** Determinați numerele naturale n pentru care $(n*n)*n<-12$.
5p	**6.** Arătați că numărul $\frac{3}{2-\sqrt{3}}*\frac{3}{2+\sqrt{3}}$ este natural.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&-1\\3&0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $M(x,y)=\begin{pmatrix}x&y\\3&4\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
5p	**1.** Arătaţi că $\det A=3$.
5p	**2.** Determinaţi numerele reale x și y astfel încât $M(x,y)=A+4I_2$.
5p	**3.** Determinaţi numărul real y pentru care $\det(M(0,y))=9$.
5p	**4.** Arătaţi că $A\cdot A\cdot A-A\cdot A=-3A$.
5p	**5.** Determinaţi numerele reale x și y, știind că $A\cdot M(x,y)=M(x,y)\cdot A$.
5p	**6.** Demonstrați că, dacă m și n sunt numere întregi pentru care $M(m,-n)\cdot M(-m,n)=\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}$, atunci numărul $N=m-n$ este pătratul unui număr natural.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 17

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că $\sqrt{63}-\sqrt{28}-\sqrt{7}\left(\sqrt{7}+1\right)+\sqrt{81}=2$.

5p **2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=5-2x$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x-5)=\dfrac{1}{\log_2 5}$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale pare, de două cifre, se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5 şi 6.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,3)$, $B(8,0)$ şi $C(4,-3)$. Arătaţi că patrulaterul $AOCB$ este romb.

5p **6.** Arătaţi că $\sin 30^\circ-\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y+xy$.

5p **1.** Arătaţi că $(-10)*10=-100$.

5p **2.** Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.

5p **3.** Verificați dacă $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.

5p **4.** Arătaţi că $x*x=(x+1)^2-1$, pentru orice număr real x.

5p **5.** Determinaţi numerele reale x pentru care $(x*x)*(x*x)=0$.

5p **6.** Demonstrați că $x*(x+1)\geq x$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a&2\\1&a+1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătaţi că $\det\left(A(0)\right)=-2$.

5p **2.** Determinaţi numerele reale a, știind că $\det\left(A(a)\right)=0$.

5p **3.** Arătaţi că $(2a+1)A(a)-A(a)\cdot A(a)=\left(a^2+a-2\right)I_2$, pentru orice număr real a.

5p **4.** Demonstrați că $A(5a-1)+A(5a+1)=2A(5a)$, pentru orice număr real a.

5p **5.** Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui a pentru care $\det\left(A(a)-I_2\right)<0$.

5p **6.** Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul n, numărul natural $\det\left(A(n)\right)$ este par.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 18

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătați că $\frac{22+\left(\sqrt{2}\right)^2}{4}-\frac{22-\left(\sqrt{2}\right)^2}{5}=2$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(3x+1)\le f(x)$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x=\sqrt{3x-2}$.
5p	**4.** După o ieftinire cu 20% prețul unui obiect este 28 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(3,4)$ și dreapta d de ecuație $y=2x-1$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este paralelă cu dreapta d.
5p	**6.** Calculați aria triunghiului isoscel ABC, știind că $m(\sphericalangle A)=90°$ și $BC=8$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=6^x\cdot 6^y$.
5p	**1.** Arătați că $(-2020)*2020=1$.
5p	**2.** Demonstrați că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
5p	**3.** Verificaţi dacă $x*(-x)=1$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Determinaţi numărul real x pentru care $x*x=36$.
5p	**5.** Determinaţi numărul real x pentru care $(x-6)*(6-x)=6^x$.
5p	**6.** Dați exemplu de numere iraționale p și q pentru care numărul $p*q$ este rațional.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=aA+I_2$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det A=5$.
5p	**2.** Arătați că $A\cdot A-4A+5I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
5p	**3.** Calculaţi $M(1)\cdot M(-1)$.
5p	**4.** Arătați că $M(a-1)+M(a+1)=2M(a)$, pentru orice număr real a.
5p	**5.** Determinaţi numărul real a pentru care $M(a)\cdot M(a)=M(0)$.
5p	**6.** Demonstrați că $\det\left(M(a)\right)>0$, pentru orice număr real a.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 19

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{6}$.

5p **2.** Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=1$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{12-3x}=9^{-3}$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu elementele mulţimii $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(8,3)$ și $C(0,3)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.

5p **6.** Arătați că $2\sin^2 30°-\cos^2 45°=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=xy+3x+3y+6$.

5p **1.** Arătați că $2020\circ(-3)=-3$.

5p **2.** Demonstrați că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Arătați că $(-3)\circ x=-3$, pentru orice număr real x.

5p **4.** Verificați dacă $e=-2$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **5.** Calculați $(-3)\circ(-2)\circ(-1)\circ 0\circ 1\circ 2\circ 3$.

5p **6.** Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=1$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5&2\\2&1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.

5p **1.** Arătați că $\det A=1$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot A-6A=-I_2$.

5p **3.** Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(xA)=4$.

5p **4.** Arătaţi că $\det(A\cdot A-6A+aI_2)\ge 0$, pentru orice număr real a.

5p **5.** Determinaţi numerele reale m pentru care $m(\det(A+I_2)+\det(A-I_2))=\det(mA)$.

5p **6.** Determinaţi perechile (m,n) de numere întregi, știind că $\det(mA)-\det(nA)=8$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Test 20

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că $\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}-\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(x+1)-f(x)\le 7$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\left(x^3-8\right)=\frac{1}{\log_{19}2}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 12.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-5,5)$, $B(5,5)$ şi C. Arătaţi că, dacă $AC=BC$, atunci punctul C este situat pe axa Oy.

5p **6.** Calculați lungimea catetei AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $BC=8$ și $m(\sphericalangle B)=30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-20$.

5p **1.** Arătați că $20*1=1$.

5p **2.** Demonstraţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.

5p **3.** Verificaţi dacă $e=20$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.

5p **4.** Determinaţi numărul real x, ştiind că $(2x-1)*x=21$.

5p **5.** Determinaţi numărul real x pentru care $9^x*3^x=-8$.

5p **6.** Arătaţi că $x^2*(2x+21)\ge 0$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a\\ a & 0\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det(A(0))=0$.

5p **2.** Determinați numărul real a, știind că $A(a)+A(a+1)=2A(-1)$.

5p **3.** Arătaţi că $A(1)+A(2)+A(3)+\ldots+A(2020)=2020\cdot A\left(\frac{2021}{2}\right)$.

5p **4.** Arătaţi că $\det\left(A(a)\cdot A(b)\right)-\det\left(A(a)+A(b)\right)\ge 0$, pentru orice numere reale a și b.

5p **5.** Demonstrați că $\det\left(A(x)\cdot A(y)-A(y)\cdot A(x)\right)\ge 0$, pentru orice numere reale x și y.

5p **6.** Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a))+\det\left(A(a)\cdot A(a)\right)=0$.

Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 6

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_3 = a_1 + 2r =$	**3p**
	$= 5 + 2\cdot(-2) = 1$	**2p**
2.	$f(1) = 2 \Leftrightarrow 1 + a + 3 = 2$	**3p**
	$a = -2$	**2p**
3.	$x = x^2 - 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$	**3p**
	$x = -1$, care nu convine, $x = 2$, care convine	**2p**
4.	x este preţul unui creion, $5x$ este preţul unui pix, $35x$ este preţul unui stilou şi $35x = 70$	**3p**
	$x = 2$ lei	**2p**
5.	$ABCD$ este paralelogram, deci $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$	**2p**
	O este mijlocul segmentului AC, deci $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right)$	**3p**
6.	$BC^2 = AB^2 + AC^2$ şi $AC = 2AB$, deci $AB = \sqrt{5}$	**3p**
	$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC = \sqrt{5} + 5 + 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5} + 5$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1 \circ 2 = 1^2 - 1\cdot 2 + 2^2 =$	**3p**
	$= 1 - 2 + 4 = 3$	**2p**
2.	$x \circ y = x^2 - xy + y^2 = y^2 - yx + x^2 =$	**3p**
	$= y \circ x$, pentru orice numere reale x şi y, deci legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă	**2p**
3.	$a = (1 \circ 3) \circ 2 = (1 - 3 + 9) \circ 2 = 7 \circ 2 = 49 - 14 + 4 = 39$	**3p**
	$b = 1 \circ (3 \circ 2) = 1 \circ (9 - 6 + 4) = 1 \circ 7 = 1 - 7 + 49 = 43 \Rightarrow b - a = 43 - 39 = 4$	**2p**
4.	$x \circ x = x^2 - x^2 + x^2 = x^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$x^2 = 4$, deci $x = -2$ sau $x = 2$	**2p**
5.	$x \circ y = 0 \Leftrightarrow x^2 - xy + y^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - xy + \frac{y^2}{4} + \frac{3y^2}{4} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} = 0$	**2p**
	$x - \frac{y}{2} = 0$ şi $y = 0$, de unde obţinem $x = y = 0$	**3p**
6.	$9 - 3\cdot 2^x + 2^{2x} = 7 \Leftrightarrow \left(2^x - 1\right)\left(2^x - 2\right) = 0$	**3p**
	$x = 0$ sau $x = 1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(5) = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det\left(A(5)\right) = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot 1 - 5\cdot 0 =$	**3p**
	$= 1 - 0 = 1$	**2p**

2.	$A(1)+A(2)=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&3\\0&2\end{pmatrix}$	**2p**
	$\det\left(A(1)+A(2)\right)=\begin{vmatrix}2&3\\0&2\end{vmatrix}=4$	**3p**
3.	$A(a)\cdot A(b)=\begin{pmatrix}1&a\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&b\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&b+a\\0&1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1&a+b\\0&1\end{pmatrix}=A(a+b)$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
4.	$A(a)\cdot A(2a)=A(a+2a)=A(3a)$, pentru orice număr real a	**2p**
	$A(3a)=A(30)$, de unde obținem $3a=30$, deci $a=10$	**3p**
5.	$I_2+xA(x)=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}+x\begin{pmatrix}1&x\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+x&x^2\\0&1+x\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(I_2+xA(x)\right)=(1+x)^2$, pentru orice număr real x	**3p**
	$(1+x)^2=25$, deci $x=-6$ sau $x=4$	**2p**
6.	$A(n+n)=A\left(2n^2\right)$, de unde obținem $2n=2n^2$	**3p**
	$n=0$ sau $n=1$, care convin	**2p**

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 6

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1 = 5$ și $r = -2$. Calculați a_3.

5p **2.** Determinați numărul real a, știind că punctul $A(1,2)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + ax + 3$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 2}$.

5p **4.** Un pix costă de cinci ori mai mult decât un creion și de șapte ori mai puțin decât un stilou. Determinați cât costă un creion, dacă un stilou costă 70 de lei.

5p **5.** Se consideră un paralelogram $ABCD$ și O, punctul de intersecție a dreptelor AC și BD. Arătați că $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right)$.

5p **6.** În triunghiul ABC dreptunghic în A, avem $AC = 2AB$ și $BC = 5$. Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $3\sqrt{5} + 5$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x^2 - xy + y^2$.

5p **1.** Arătați că $1 \circ 2 = 3$.

5p **2.** Demonstrați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **3.** Dacă $a = (1 \circ 3) \circ 2$ și $b = 1 \circ (3 \circ 2)$, calculați $b - a$.

5p **4.** Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = 4$.

5p **5.** Demonstrați că, dacă x și y sunt numere reale pentru care $x \circ y = 0$, atunci $x = y = 0$.

5p **6.** Determinați numerele reale x pentru care $3 \circ 2^x = 7$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det(A(5)) = 1$.

5p **2.** Calculați $\det(A(1) + A(2))$.

5p **3.** Demonstrați că $A(a) \cdot A(b) = A(a + b)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **4.** Determinați numărul real a pentru care $A(a) \cdot A(2a) = A(30)$.

5p **5.** Determinați numerele reale x pentru care $\det(I_2 + xA(x)) = 25$.

5p **6.** Determinați numerele naturale n pentru care $A(n) \cdot A(n) = A(2n^2)$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{96}\cdot\left(\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)=4\sqrt{6}\cdot\frac{6-4}{4\sqrt{6}}=$	**3p**
	$=6-4=2$	**2p**
2.	$(3n+1)(n-1)=0$	**2p**
	Cum n este număr natural, obținem $n=1$	**3p**
3.	$2x+5=6x-3 \Leftrightarrow 4x=8$	**3p**
	$x=2$	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	Numerele naturale de două cifre, care au cifra zecilor egală cu dublul cifrei unităţilor sunt 21, 42, 63 și 84, deci sunt 4 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{4}{90}=\frac{2}{45}$	**1p**
5.	Panta dreptei AB este egală cu 1, panta dreptei AC este egală cu $3-a$	**2p**
	$1\cdot(3-a)=-1$, deci $a=4$	**3p**
6.	$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30°=\frac{1}{2}$	**2p**
	$\sqrt{3}\cdot\sin 60°+\sin 30°-4\sin^2 30°=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}-4\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}-1=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2\circ 3=-2\cdot 3+4\cdot 2+4\cdot 3-12=$	**3p**
	$=-6+8+12-12=2$	**2p**
2.	$x\circ y=-xy+4x+4y-12=-yx+4y+4x-12=$	**2p**
	$=y\circ x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$\circ$” este comutativă	**3p**
3.	$x\circ y=-xy+4x+4y-16+4=$	**2p**
	$=-x(y-4)+4(y-4)+4=-(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
4.	$x\circ 4=-(x-4)(4-4)+4=$	**3p**
	$=-(x-4)\cdot 0+4=4$, pentru orice număr real x	**2p**
5.	$x\circ x=-(x-4)^2+4$, pentru orice număr real x	**2p**
	$-(x-4)^2+4=x \Leftrightarrow (x-4)(x-3)=0$, deci $x=3$ sau $x=4$	**3p**
6.	$a_4=a_1+3r=-5+3\cdot 3=4$	**2p**
	$a_1\circ a_2\circ a_3\circ a_4=(a_1\circ a_2\circ a_3)\circ 4=4$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-(-1)\cdot 2=$	**3p**
	$=1+2=3$	**2p**
2.	$B(1)+B(3)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 0 & 2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}=2B(2)$	**2p**
3.	$\det\left(B(x)\right)=\begin{vmatrix}1 & x\\ 0 & 1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=1\cdot 1-x\cdot 0=1$, pentru orice număr real x	**3p**
4.	$B(x)\cdot B(y)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & y\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & x+y\\ 0 & 1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=B(x+y)$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
5.	$A\cdot B(x)=\begin{pmatrix}1 & x+2\\ -1 & -x+1\end{pmatrix}$, $B(x)\cdot A=\begin{pmatrix}1-x & 2+x\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$A\cdot B(x)=B(x)\cdot A\Leftrightarrow x=0$	**2p**
6.	$B\left(2^m+2^n\right)=B\left(2^{m+n}-2\right)$, de unde obținem $2^m+2^n=2^{m+n}-2\Leftrightarrow 2^{m+n}-2^m-2^n+1=3$, deci $\left(2^m-1\right)\left(2^n-1\right)=3$	**3p**
	Cum m și n sunt numere naturale, obținem perechile $(1,2)$ și $(2,1)$	**2p**

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{96}\cdot\left(\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)=2$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-1$. Determinați numărul natural n pentru care $f(n)\cdot g(n)=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+5}=3^{6x-3}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor egală cu dublul cifrei unităților.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele necoliniare $A(1,3)$, $B(3,5)$ și $C(0,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că triunghiul ABC este dreptunghic în A.

5p **6.** Arătați că $\sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ+\sin 30^\circ-4\sin^2 30^\circ=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=-xy+4x+4y-12$.

5p **1.** Arătați că $2\circ 3=2$.

5p **2.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **3.** Demonstrați că $x\circ y=-(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Demonstrați că $x\circ 4=4$, pentru orice număr real x.

5p **5.** Determinați numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.

5p **6.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1=-5$ și rația $r=3$. Arătați că $a_1\circ a_2\circ a_3\circ a_4=4$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det A=3$.

5p **2.** Arătați că $B(1)+B(3)=2B(2)$.

5p **3.** Arătați că $\det\left(B(x)\right)=1$, pentru orice număr real x.

5p **4.** Arătați că $B(x)\cdot B(y)=B(x+y)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **5.** Determinați numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)\cdot A$.

5p **6.** Determinați perechile de numere naturale (m,n), pentru care $B\left(2^m\right)\cdot B\left(2^n\right)=B\left(2^{m+n}-2\right)$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$S_3=\frac{(a_1+a_3)\cdot 3}{2}=\frac{(2+8)\cdot 3}{2}=$	**3p**
	$=15$	**2p**
2.	$m+5=1+5+(-1)+5$	**3p**
	$m=5$	**2p**
3.	$x^2+4=2^3\Rightarrow x^2-4=0$	**3p**
	$x=-2$ sau $x=2$, care convin	**2p**
4.	După prima scumpire cu 10%, prețul obiectului este $2\,000+10\%\cdot 2\,000=2\,200$ de lei	**3p**
	După a doua scumpire cu 10%, prețul obiectului este $2\,200+10\%\cdot 2\,200=2\,420$ de lei	**2p**
5.	$AB=BC=CD=DA=2$	**3p**
	$P_{ABCD}=4\cdot 2=8$	**2p**
6.	$AB=AC=4$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{4\cdot 4}{2}=8$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$0*4=2\cdot 0\cdot 4-8(0+4)+36=$	**3p**
	$=0-32+36=4$	**2p**
2.	$x*y=2xy-8x-8y+32+4=$	**2p**
	$=2x(y-4)-8(y-4)+4=2(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*\frac{9}{2}=2(x-4)\left(\frac{9}{2}-4\right)+4=x-4+4=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\frac{9}{2}*x=2\left(\frac{9}{2}-4\right)(x-4)+4=x-4+4=x$, pentru orice număr real x, deci $e=\frac{9}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$2(x-1-4)(x+1-4)+4=10\Leftrightarrow x^2-8x+12=0$	**3p**
	$x=2$ sau $x=6$	**2p**
5.	$3^{x^2}*3^{x^2}=2\left(3^{x^2}-4\right)^2+4$, $3^{x^2}*3^{x^2}*3^{x^2}=4\left(3^{x^2}-4\right)^3+4$, unde x este număr real	**2p**
	$\left(3^{x^2}-4\right)^3=-1\Leftrightarrow 3^{x^2}=3$, de unde obținem $x=-1$ sau $x=1$	**3p**
6.	$p*q\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow 2(p-4)(q-4)\in\mathbb{Z}$; de exemplu, $p-4=\frac{3}{2}$, $q-4=\frac{2}{3}$	**2p**
	$p=\frac{11}{2}\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$, $q=\frac{14}{3}\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$ și $p*q=6$, care este număr întreg	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(3)=\begin{pmatrix}3&2\\2&2\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(3))=\begin{vmatrix}3&2\\2&2\end{vmatrix}=3\cdot2-2\cdot2=$	**3p**
	$=6-4=2$	**2p**
2.	$A(2)\cdot B(2)=\begin{pmatrix}2&2\\2&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2&2\\2&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&8\\8&8\end{pmatrix}$	**2p**
	$2(A(2)+B(2))=2\cdot\begin{pmatrix}4&4\\4&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&8\\8&8\end{pmatrix}$, deci $A(2)\cdot B(2)=2(A(2)+B(2))$	**3p**
3.	$A(1)=\begin{pmatrix}1&2\\2&2\end{pmatrix}\Rightarrow \det(A(1))=\begin{vmatrix}1&2\\2&2\end{vmatrix}=-2$	**2p**
	$A^{-1}(1)=\begin{pmatrix}-1&1\\1&-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$	**3p**
4.	$\det(A(a)+B(b))=\begin{vmatrix}a+2&2+b\\4&4\end{vmatrix}=4a-4b$, $\det(A(a))+\det(B(b))=2a-2b$	**3p**
	$4a-4b=2a-2b\Leftrightarrow a=b$	**2p**
5.	$C(a)=\begin{pmatrix}2&a\\2&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&2\\2&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4a&4+2a\\2a+4&8\end{pmatrix}\Rightarrow \det(C(a))=\begin{vmatrix}4a&4+2a\\2a+4&8\end{vmatrix}=-4a^2+16a-16$	**3p**
	Matricea $C(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(C(a))\neq 0$, de unde obținem $a\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$	**2p**
6.	Cum $\det(A(n))=2n-4$, obținem $2n-4>n^2-7\Leftrightarrow n^2-2n-3<0$	**2p**
	$n\in(-1,3)$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n=1$ sau $n=2$	**3p**

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = 2$ și $a_3 = 8$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x+5$. Determinați numărul real m pentru care $f(m) = f(1) + f(-1)$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\left(x^2+4\right) = 3$.
5p	**4.** Un obiect costă 2000 de lei. Determinați prețul obiectului după ce acesta se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(-1,1)$, $C(-1,-1)$ și $D(1,-1)$. Calculați perimetrul patrulaterului $ABCD$.
5p	**6.** Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că $m(\sphericalangle B) = 45°$ şi $BC = 4\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x * y = 2xy - 8(x+y) + 36$.
5p	**1.** Arătați că $0 * 4 = 4$.
5p	**2.** Demonstrați că $x * y = 2(x-4)(y-4) + 4$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Verificaţi dacă $e = \frac{9}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
5p	**4.** Determinaţi numerele reale x pentru care $(x-1) * (x+1) = 10$.
5p	**5.** Determinați numerele reale x pentru care $3^{x^2} * 3^{x^2} * 3^{x^2} = 0$.
5p	**6.** Dați exemplu de numere raționale p și q, care nu sunt întregi, pentru care numărul $p * q$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A(a) = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ și $B(b) = \begin{pmatrix} 2 & b \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
5p	**1.** Arătați că $\det(A(3)) = 2$.
5p	**2.** Arătați că $A(2)\cdot B(2) = 2\big(A(2) + B(2)\big)$.
5p	**3.** Determinați inversa matricei $A(1)$.
5p	**4.** Demonstrați că $\det\big(A(a) + B(b)\big) = \det\big(A(a)\big) + \det\big(B(b)\big)$ dacă și numai dacă $a = b$.
5p	**5.** Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $C(a) = B(a)\cdot A(a)$ este inversabilă.
5p	**6.** Determinați numerele naturale nenule n pentru care $\det\big(A(n)\big) > n^2 - 7$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$b_4=b_1q^3$, deci $2q^3=-2$, unde q este rația progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq1}$	**3p**
	$q^3=-1$, de unde obținem $q=-1$	**2p**
2.	$f(0)=3$	**2p**
	$f(6)=6^2-6\cdot6+3=3$, deci $f(0)=f(6)$	**3p**
3.	$x-2=3$	**3p**
	$x=5$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 6 elemente, deci sunt 6 cazuri posibile	**2p**
	Media aritmetică a elementelor mulțimii A este $m_a=\dfrac{1+2+3+7+8+9}{6}=5$, deci sunt 3 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$	**1p**
5.	$m_{d_1}=3$, $m_{d_2}=a$	**2p**
	d_1 și d_2 sunt perpendiculare $\Leftrightarrow m_{d_1}\cdot m_{d_2}=-1\Leftrightarrow 3a=-1$, de unde obținem $a=-\dfrac{1}{3}$	**3p**
6.	ΔBDC este isoscel, deci $m(\sphericalangle ACB)=m(\sphericalangle DBC)=\dfrac{1}{2}m(\sphericalangle ABC)$	**3p**
	$m(\sphericalangle ABC)+m(\sphericalangle ACB)=90^\circ$, deci $m(\sphericalangle ACB)=30^\circ$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$4*0=4+a\cdot0+5=$	**3p**
	$=4+5=9$, pentru orice număr real a	**2p**
2.	$x*y=x+y+5$, deci $(x*y)*z=(x+y+5)*z=x+y+5+z+5=x+y+z+10$, pentru orice numere reale x, y și z	**3p**
	$x*(y*z)=x*(y+z+5)=x+y+z+5+5=x+y+z+10=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziţie „$*$” este asociativă	**2p**
3.	$x*y=y*x$, deci $x+ay+5=y+ax+5$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
	$(a-1)(x-y)=0$, pentru orice numere reale x și y, de unde obținem $a=1$	**3p**
4.	Dacă e este elementul neutru, atunci $e*0=0\Rightarrow e+a\cdot0+5=0$, de unde obținem $e=-5$	**2p**
	$0*(-5)=0\Rightarrow -5a+5=0$, de unde obținem $a=1$	**3p**
5.	$(x*x^2)*(x*x^2)=(x+x^2+5)*(x+x^2+5)=x+x^2+5+x+x^2+5+5=2x^2+2x+15$, pentru orice număr real x	**2p**
	$2x^2+2x+15=15\Leftrightarrow 2x(x+1)=0$, de unde obținem $x=-1$ sau $x=0$	**3p**
6.	Pentru $a=-3$ obținem $x*y=x-3y+5$, deci ecuația devine $4^x-3\cdot2^x+2=0$	**2p**
	$(2^x-1)(2^x-2)=0$, de unde obținem $x=0$ sau $x=1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}5 & 4\\ 4 & 5\end{vmatrix}=5\cdot 5-4\cdot 4=$	**3p**
	$=25-16=9$	**2p**
2.	$A-I_2=\begin{pmatrix}4 & 4\\ 4 & 4\end{pmatrix}$, $A-9I_2=\begin{pmatrix}-4 & 4\\ 4 & -4\end{pmatrix}$	**2p**
	$(A-I_2)(A-9I_2)=\begin{pmatrix}4 & 4\\ 4 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-4 & 4\\ 4 & -4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**3p**
3.	$B=A-5I_2=\begin{pmatrix}0 & 4\\ 4 & 0\end{pmatrix}$, $B\cdot B=\begin{pmatrix}16 & 0\\ 0 & 16\end{pmatrix}$	**3p**
	Suma elementelor matricei $B\cdot B$ este egală cu $16+16=32=2^5$, deci este divizibilă cu 2^5	**2p**
4.	$aA+I_2=\begin{pmatrix}5a+1 & 4a\\ 4a & 5a+1\end{pmatrix}\Rightarrow \det(aA+I_2)=9a^2+10a+1$, pentru orice număr real a	**3p**
	$9a^2+10a+1=0 \Leftrightarrow a=-1$ sau $a=-\frac{1}{9}$	**2p**
5.	$A\cdot M=\begin{pmatrix}5x+4y & 13\\ 4x+5y & 14\end{pmatrix}$, $M\cdot A=\begin{pmatrix}5x+4 & 4x+5\\ 5y+8 & 4y+10\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale	**2p**
	$\begin{pmatrix}5x+4y & 13\\ 4x+5y & 14\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5x+4 & 4x+5\\ 5y+8 & 4y+10\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=2$ și $y=1$	**3p**
6.	$A+xI_2=\begin{pmatrix}5+x & 4\\ 4 & 5+x\end{pmatrix}$, $A-xI_2=\begin{pmatrix}5-x & 4\\ 4 & 5-x\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\det(A+xI_2)+\det(A-xI_2)=(5+x)^2-16+(5-x)^2-16=2x^2+18\geq 18$, pentru orice număr real x	**3p**

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați rația progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că $b_1 = 2$ și $b_4 = -2$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 3$. Arătați că $f(0) = f(6)$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x-2) = 1$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1,2,3,7,8,9\}$, acesta să fie mai mic sau egal cu media aritmetică a elementelor mulțimii A.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreptele d_1 și d_2 de ecuații $y = 3x - 1$, respectiv $y = ax + 5$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că dreptele d_1 și d_2 sunt perpendiculare.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A și punctul $D \in AC$, piciorul bisectoarei unghiului B. Știind că $BD = CD$, arătați că $m(\sphericalangle ACB) = 30°$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x + ay + 5$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că, pentru orice număr real a, $4 * 0 = 9$.
5p	**2.** Demonstrați că, pentru $a = 1$, legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Determinaţi numărul real a pentru care legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
5p	**4.** Arătați că, dacă legea de compoziţie „$*$” are element neutru, atunci $a = 1$.
5p	**5.** Pentru $a = 1$, determinați numerele reale x pentru care $(x * x^2) * (x * x^2) = 15$.
5p	**6.** Pentru $a = -3$, determinați numerele reale x pentru care $4^x * 2^x = 3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
5p	**1.** Arătați că $\det A = 9$.
5p	**2.** Arătați că $(A - I_2)(A - 9I_2) = O_2$.
5p	**3.** Se consideră matricea $B = A - 5I_2$. Demonstrați că suma elementelor matricei $B \cdot B$ este divizibilă cu 2^5
5p	**4.** Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(aA + I_2) = 0$.
5p	**5.** Determinați numerele reale x și y pentru care $A \cdot M = M \cdot A$, unde $M = \begin{pmatrix} x & 1 \\ y & 2 \end{pmatrix}$.
5p	**6.** Demonstrați că $\det(A + xI_2) + \det(A - xI_2) \geq 18$, pentru orice număr real x.