Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$1+\frac{1}{8}-\frac{1}{4}=\frac{7}{8}$	**3p**
	$\frac{7}{8}:\frac{7}{8}=1$	**2p**
2.	$f(1)=1+a$, $f(-1)=-1+a$	**2p**
	$f(1)+f(-1)=2 \Leftrightarrow 2a=2$, deci $a=1$	**3p**
3.	$x^2+2=3x \Leftrightarrow x^2-3x+2=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=2$, care convin	**2p**
4.	După prima ieftinire cu 10%, prețul obiectului este $300-10\%\cdot 300=270$ de lei	**3p**
	După a doua ieftinire cu 10%, prețul obiectului este $270-10\%\cdot 270=243$ de lei	**2p**
5.	$M(0,2)$	**3p**
	$OM=2$	**2p**
6.	ΔABC este dreptunghic în A, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{2\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}}{2}=$	**3p**
	$=6$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$6*0=6+0-6=$	**3p**
	$=6-6=0$	**2p**
2.	$x*y=x+y-6=y+x-6=$	**3p**
	$=y*x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$*$” este comutativă	**2p**
3.	$x*6=x+6-6=x$	**2p**
	$6*x=6+x-6=x=x*6$, pentru orice număr real x, deci $e=6$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$x*x=2x-6$, $x*x*x=3x-12$	**2p**
	$3x-12=x \Leftrightarrow x=6$	**3p**
5.	$(1*2)*(3*4)*(5*6)*(7*8)*(9*10)=(-3)*1*5*9*13=$	**3p**
	$=(-8)*8*13=-6+13-6=1$	**2p**
6.	$\underbrace{n*n*\ldots*n}_{\text{de 6 ori } n}=6n-30$	**2p**
	$6n-30<6 \Rightarrow n<6$ și, cum n este număr natural par nenul, obținem $n=2$ sau $n=4$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(1)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1))=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 4 & 3\end{vmatrix}=1\cdot 3-4\cdot 2=$	**3p**
	$=3-8=-5$	**2p**

2.	$A(-a)=\begin{pmatrix}-a & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix} \Rightarrow A(-a)+A(a)=\begin{pmatrix}0 & 4\\ 8 & 6\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}0 & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix}=2A(0)$, pentru orice număr real a	**2p**
3.	$A(3)\cdot\begin{pmatrix}3 & -2\\ -4 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & -2\\ -4 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9-8 & -6+6\\ 12-12 & -8+9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$	**2p**
	$\begin{pmatrix}3 & -2\\ -4 & 3\end{pmatrix}\cdot A(3)=\begin{pmatrix}9-8 & 6-6\\ -12+12 & -8+9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$, deci matricea $\begin{pmatrix}3 & -2\\ -4 & 3\end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(3)$	**3p**
4.	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}a & 2\\ 4 & 3\end{vmatrix}=3a-8$	**2p**
	Matricea $A(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(A(a))\neq 0 \Leftrightarrow 3a-8\neq 0 \Leftrightarrow a\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{8}{3}\right\}$	**3p**
5.	$A(a^2)=\begin{pmatrix}a^2 & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix} \Rightarrow A(a^2)-4A(a)+3A(1)=\begin{pmatrix}a^2-4a+3 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix}a^2-4a+3 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix} \Leftrightarrow a^2-4a+3=0$, de unde obținem $a=1$ sau $a=3$	**3p**
6.	$A(a)+A(2)=\begin{pmatrix}a+2 & 4\\ 8 & 6\end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a)+A(2))=\begin{vmatrix}a+2 & 4\\ 8 & 6\end{vmatrix}=6(a+2)-32=6a-20$	**2p**
	$6a-20=a^2-15 \Leftrightarrow a^2-6a+5=0$, de unde obținem $a=1$ sau $a=5$	**3p**

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(1+\left(\frac{1}{2}\right)^3-\frac{1}{4}\right):\frac{7}{8}=1$.
5p	**2.** Determinați numărul real a pentru care $f(1)+f(-1)=2$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+a$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_6\left(x^2+2\right)=\log_6(3x)$.
5p	**4.** Prețul unui obiect este 300 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se ieftinește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(-3,2)$ și $B(3,2)$. Determinați distanța de la punctul O la punctul M, unde M este mijlocul segmentului AB.
5p	**6.** Calculați aria triunghiului ABC, știind că $m(\sphericalangle C)=45^\circ$ și $AB=AC=2\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=x+y-6$.
5p	**1.** Arătați că $6*0=0$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.
5p	**3.** Verificați dacă $e=6$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.
5p	**4.** Determinați numerele reale x pentru care $x*x*x=x$.
5p	**5.** Arătați că $1*2*3*4*5*6*7*8*9*10=1$.
5p	**6.** Determinați numerele naturale pare nenule n pentru care $\underbrace{n*n*\ldots*n}_{\text{de 6 ori } n}<6$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det\left(A(1)\right)=-5$.
5p	**2.** Demonstrați că $A(-a)+A(a)=2A(0)$, pentru orice număr real a.
5p	**3.** Arătați că inversa matricei $A(3)$ este matricea $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$.
5p	**4.** Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
5p	**5.** Determinați numerele reale a pentru care $A\left(a^2\right)-4A(a)+3A(1)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
5p	**6.** Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(A(a)+A(2)\right)=a^2-15$.

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 10

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$	**2p**
	$\frac{3}{5}-\frac{33}{55}=\frac{3}{5}-\frac{3}{5}=0$	**3p**
2.	$x-1<2 \Leftrightarrow x<3$	**2p**
	Cum x este număr natural nenul, obținem $x=1$ sau $x=2$	**3p**
3.	$x^2+4x+6=2 \Leftrightarrow x^2+4x+4=0$	**3p**
	$x=-2$, care convine	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 3 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 5 moduri, deci se pot forma $3\cdot 5=15$ numere	**3p**
5.	$MN=\sqrt{(4-1)^2+(1-1)^2}=3$	**2p**
	$NP=\sqrt{(4-4)^2+(4-1)^2}=3 \Rightarrow MN=NP$, deci ΔMNP este isoscel	**3p**
6.	$\sin C=\frac{AB}{BC}=\frac{6}{12}=$	**2p**
	$=\frac{1}{2}$ și, cum $\sphericalangle C$ este ascuțit, obținem $m(\sphericalangle C)=30°$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{2}*(-\sqrt{2})=\sqrt{2}\cdot(-\sqrt{2})+7\left(\sqrt{2}+(-\sqrt{2})\right)+42=-2+7\cdot 0+42=$	**3p**
	$=-2+42=40$	**2p**
2.	$x*y=xy+7x+7y+49-7=$	**2p**
	$=x(y+7)+7(y+7)-7=(x+7)(y+7)-7$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*(-6)=(x+7)(-6+7)-7=x+7-7=x$	**2p**
	$(-6)*x=(-6+7)(x+7)-7=x+7-7=x=x*(-6)$, pentru orice număr real x, deci $e=-6$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$2*a=(2+7)(a+7)-7=9a+63-7=9a+56$	**3p**
	$9a+56=65 \Leftrightarrow a=1$	**2p**
5.	$(\log_2 x+7)^2-7=42 \Leftrightarrow (\log_2 x+7)^2=49 \Leftrightarrow \log_2 x+7=-7$ sau $\log_2 x+7=7$	**3p**
	$x=2^{-14}$ sau $x=1$, care convin	**2p**
6.	$m*(2-m)=(m+7)(2-m+7)-7=-m^2+2m+56$	**2p**
	$-m^2+2m+56\geq 57 \Leftrightarrow -(m-1)^2\geq 0$, de unde obținem $m=1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 6 & -5 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 6 \cdot 1 - (-1) \cdot (-5) =$	**3p**
	$= 6 - 5 = 1$	**2p**
2.	$A \cdot B - B \cdot A = \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$	**2p**
3.	$A + xB = \begin{pmatrix} 6+x & -5+5x \\ -1+x & 1+6x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + xB) = \begin{vmatrix} 6+x & -5+5x \\ -1+x & 1+6x \end{vmatrix} = x^2 + 47x + 1$	**2p**
	$x^2 + 47x + 1 = 1 - 3x \Leftrightarrow x^2 + 50x = 0 \Leftrightarrow x = -50$ sau $x = 0$	**3p**
4.	$\begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 5y = 7 \\ -x + y = -1 \end{cases}$	**3p**
	$x = 2$ şi $y = 1$	**2p**
5.	$A + B = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$, $A - B = \begin{pmatrix} 5 & -10 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$	**2p**
	$\det(A + B) + \det(A - B) = \begin{vmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & -10 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} = 49 + (-45) = 4$	**2p**
	$2(\det A + \det B) = 2(1 + 1) = 4 = \det(A + B) + \det(A - B)$	**1p**
6.	$\det A \neq 0$, $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$	**2p**
	$A \cdot X - B = I_2 \Leftrightarrow X = A^{-1} \cdot (I_2 + B)$, de unde obţinem $X = \begin{pmatrix} 7 & 40 \\ 8 & 47 \end{pmatrix}$	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2017

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 10

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{\frac{9}{25}}-\frac{33}{55}=0$.

5p **2.** Rezolvați în mulțimea numerelor naturale nenule inecuația $3(x-1)<6$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4\left(x^2+4x+6\right)=\log_4 2$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4 și 5.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,1)$, $N(4,1)$ și $P(4,4)$. Arătați că triunghiul MNP este isoscel.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB=6$ și $BC=12$. Arătaţi că $m(\sphericalangle C)=30°$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+7(x+y)+42$.

5p **1.** Arătați că $\sqrt{2}*\left(-\sqrt{2}\right)=40$.

5p **2.** Arătați că $x*y=(x+7)(y+7)-7$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Verificați dacă $e=-6$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.

5p **4.** Determinaţi numărul real a pentru care $2*a=65$.

5p **5.** Determinați numerele reale x, $x>0$ pentru care $(\log_2 x)*(\log_2 x)=42$.

5p **6.** Determinați numerele întregi m pentru care $m*(2-m)\geq 57$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}6 & -5\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 1 & 6\end{pmatrix}$.

5p **1.** Arătați că $\det A=1$.

5p **2.** Arătați că $A\cdot B-B\cdot A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **3.** Determinați numerele reale x pentru care $\det(A+xB)=1-3x$.

5p **4.** Determinați numerele reale x și y pentru care $A\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\ -1\end{pmatrix}$.

5p **5.** Arătați că $\det(A+B)+\det(A-B)=2(\det A+\det B)$.

5p **6.** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot X-B=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2017

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\frac{1}{3}\right)^2+3=\frac{1}{9}+3=\frac{28}{9}$	**3p**
	$\frac{28}{9}:\frac{28}{9}=1$	**2p**
2.	$f(1)=2+m$	**2p**
	$f(-1)=-2+m\Rightarrow f(1)-f(-1)=2+m-(-2+m)=4$, pentru orice număr real m	**3p**
3.	$x^2+3=4x\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=3$	**2p**
4.	După prima scumpire cu 5%, prețul obiectului este $1200+5\%\cdot1200=1260$ de lei	**3p**
	După a doua scumpire cu 5%, prețul obiectului este $1260+5\%\cdot1260=1\,323$ de lei	**2p**
5.	$C(2,0)$	**3p**
	$OC=2$	**2p**
6.	ΔABC este dreptunghic în A, deci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{4\cdot4}{2}=$	**3p**
	$=8$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$2000*17=2000+17-2017=$	**3p**
	$=2017-2017=0$	**2p**
2.	$(x*y)*z=(x+y-2017)*z=(x+y-2017)+z-2017=x+y+z-4034$	**2p**
	$x*(y*z)=x*(y+z-2017)=x+(y+z-2017)-2017=x+y+z-4034=(x*y)*z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziție „$*$” este asociativă	**3p**
3.	$a*(a+2017)=a+(a+2017)-2017=2a$	**2p**
	$(a+1009)*(a+1008)=(a+1009)+(a+1008)-2017=2a=a*(a+2017)$, pentru orice număr real a	**3p**
4.	$4^x+2^x-2017=-2011\Leftrightarrow 4^x+2^x-6=0\Leftrightarrow\left(2^x+3\right)\left(2^x-2\right)=0$	**3p**
	Cum $2^x>0$, obținem $x=1$	**2p**
5.	$n*n\le n\Leftrightarrow n+n-2017\le n\Leftrightarrow n\le2017$	**3p**
	2017 este cel mai mare număr natural n pentru care are loc relația	**2p**
6.	$\frac{2}{3-\sqrt5}*\frac{2}{3+\sqrt5}=\frac{2}{3-\sqrt5}+\frac{2}{3+\sqrt5}-2017=$	**2p**
	$=\frac{2\left(3+\sqrt5\right)+2\left(3-\sqrt5\right)}{4}-2017=3-2017=-2014$, care este număr întreg	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 1\cdot 2 - 2\cdot 2 =$	**3p**
	$= 2 - 4 = -2$	**2p**
2.	$A\cdot\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot(-1)+2\cdot 1 & 1\cdot 1+2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) \\ 2\cdot(-1)+2\cdot 1 & 2\cdot 1+2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	**2p**
	$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}\cdot A = \begin{pmatrix} (-1)\cdot 1+1\cdot 2 & (-1)\cdot 2+1\cdot 2 \\ 1\cdot 1+\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 2 & 1\cdot 2+\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$, deci matricea $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ este inversa matricei A	**3p**
3.	$A\cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$, $3A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$	**3p**
	$A\cdot A - 3A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2I_2$	**2p**
4.	$A - xI_2 = \begin{pmatrix} 1-x & 2 \\ 2 & 2-x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A - xI_2) = \begin{vmatrix} 1-x & 2 \\ 2 & 2-x \end{vmatrix} = x^2 - 3x - 2$	**3p**
	$x^2 - 3x - 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ sau $x = 4$	**2p**
5.	$A\cdot A = 3A + 2I_2 \Rightarrow (A\cdot A)\cdot A = (3A + 2I_2)\cdot A = 3A\cdot A + 2A = 3(3A + 2I_2) + 2A = 11A + 6I_2$	**3p**
	Cum matricea A este nenulă, $11A + 6I_2 = aA + 6I_2 \Leftrightarrow a = 11$	**2p**
6.	$A\cdot X = \begin{pmatrix} 2+2p & 1+2q \\ 4+2p & 2+2q \end{pmatrix}$, $X\cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ p+2q & 2p+2q \end{pmatrix}$	**2p**
	Cum $\begin{pmatrix} 2+2p & 1+2q \\ 4+2p & 2+2q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ p+2q & 2p+2q \end{pmatrix}$, obținem $p = 1$ și $q = \frac{5}{2}$	**3p**

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2+3\right):\frac{28}{9}=1$.
5p	**2.** Arătați că $f(1)-f(-1)=4$ pentru orice număr real m, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+m$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2+3}=2^{4x}$.
5p	**4.** Prețul unui obiect este 1200 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 5%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,6)$ și $B(2,3)$. Determinați distanța de la punctul O la punctul C, unde C este simetricul punctului A față de punctul B.
5p	**6.** Calculați aria triunghiului ABC, știind că $m(\sphericalangle B)=45°$ și $AB=AC=4$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y-2017$.
5p	**1.** Arătați că $2\,000*17=0$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.
5p	**3.** Demonstrați că $a*(a+2017)=(a+1009)*(a+1008)$, pentru orice număr real a.
5p	**4.** Determinați numărul real x, știind că $4^x*2^x=-2011$.
5p	**5.** Determinați cel mai mare număr natural n, pentru care $n*n\le n$.
5p	**6.** Arătați că numărul $\frac{2}{3-\sqrt{5}}*\frac{2}{3+\sqrt{5}}$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
5p	**1.** Calculați $\det A$.
5p	**2.** Demonstrați că inversa matricei A este matricea $\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.
5p	**3.** Arătați că $A\cdot A-3A=2I_2$.
5p	**4.** Determinați numerele reale x, știind că $\det(A-xI_2)=2$.
5p	**5.** Determinați numărul real a, știind că $A\cdot A\cdot A=aA+6I_2$.
5p	**6.** Determinați numerele reale p și q, pentru care $A\cdot X=X\cdot A$, unde $X=\begin{pmatrix}2 & 1\\ p & q\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2017
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Clasa a XII-a

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_1+(a_1+r)+(a_1+2r)+(a_1+3r)=14 \Leftrightarrow 4a_1+6r=14$	**3p**
	$r=1$	**2p**
2.	$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-5x+4=0$	**2p**
	$x=1$ sau $x=4$, deci distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox este egală cu 3	**3p**
3.	$2^x\left(2^2+2^1+1\right)=7 \Leftrightarrow 2^x=1$	**3p**
	$x=0$	**2p**
4.	$\left(p+\frac{10}{100}\cdot p\right)+\frac{10}{100}\cdot\left(p+\frac{10}{100}\cdot p\right)=242$, unde p este prețul produsului înainte de cele două scumpiri	**3p**
	$p=200$ de lei	**2p**
5.	$\frac{m}{2}=\frac{6}{3}$	**3p**
	$m=4$	**2p**
6.	$BC=\sqrt{5^2-3^2}=4$	**3p**
	$\mathcal{A}_{ABCD}=3\cdot 4=12$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-1)*1=-1+1-(-1)\cdot 1=$	**3p**
	$=1$	**2p**
2.	$x*y=x+y-xy=y+x-yx=$	**3p**
	$=y*x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea „$*$” este comutativă	**2p**
3.	$x*y=-xy+x+y-1+1=$	**2p**
	$=-x(y-1)+(y-1)+1=-(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
4.	$-(x-1)(x-1)+1=0 \Leftrightarrow (x-1)^2=1$	**3p**
	$x=0$ sau $x=2$	**2p**
5.	$-(a-1)(a-1)+1\ge 1 \Leftrightarrow (a-1)^2\le 0$	**3p**
	$a=1$	**2p**
6.	$x*1=1*y=1$, pentru x și y numere reale	**2p**
	$\left(\left(\frac{1}{2016}*\frac{2}{2016}*\frac{3}{2016}*\ldots*\frac{2015}{2016}\right)*\frac{2016}{2016}\right)*\frac{2017}{2016}=1*\frac{2017}{2016}=1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(2017)=\begin{pmatrix}1 & 2017\\0 & 1\end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2017))=\begin{vmatrix}1 & 2017\\0 & 1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=1$	**3p**
2.	$A(-2017)+A(2017)=\begin{pmatrix}1 & -2017\\0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2017\\0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\0 & 2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}=2I_2$	**2p**
3.	$A(m)\cdot A(n)=\begin{pmatrix}1 & m\\0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & n\\0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & n+m\\0 & 1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1 & m+n\\0 & 1\end{pmatrix}=A(m+n)$, pentru orice numere întregi m și n	**2p**
4.	$B=A(0)+A(1)+A(2)+A(3)+A(4)+A(5)+A(6)=\begin{pmatrix}7 & 0+1+2+\ldots+6\\0 & 7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & 21\\0 & 7\end{pmatrix}$	**3p**
	Suma elementelor matricei B este egală cu 35, care este un număr divizibil cu 7	**2p**
5.	$\det(A(n))=\begin{vmatrix}1 & n\\0 & 1\end{vmatrix}=1$	**2p**
	$\det(A(n))\neq 0$, deci $A(n)$ este inversabilă pentru orice număr întreg n	**3p**
6.	Cum $A(2017)\cdot A(-2017)=A(0)=I_2$, obținem $(A(2017))^{-1}=A(-2017)$	**2p**
	$X=(A(2017))^{-1}\cdot A(2018) \Leftrightarrow X=A(-2017)\cdot A(2018) \Leftrightarrow X=A(1) \Leftrightarrow X=\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{pmatrix}$	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2017

Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinaţi rația progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1+a_2+a_3+a_4=14$ și $a_1=2$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-5x+4$. Determinaţi distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox.

5p **3.** Rezolvați în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x+2}+2^{x+1}+2^x=7$.

5p **4.** După două creşteri succesive cu câte 10%, un produs costă 242 de lei. Calculați prețul produsului înainte de cele două scumpiri.

5p **5.** Determinați numărul real m pentru care vectorii $\vec{v_1}=m\vec{i}+6\vec{j}$ şi $\vec{v_2}=2\vec{i}+3\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Calculați aria dreptunghiului $ABCD$, știind că $AB=3$ și $AC=5$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-xy$.

5p **1.** Calculaţi $(-1)*1$.

5p **2.** Verificați dacă legea de compoziţie „$*$” este comutativă.

5p **3.** Arătați că $x*y=-(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Determinați numerele reale x, pentru care $x*x=0$.

5p **5.** Determinați numărul real a, pentru care $a*a\geq 1$.

5p **6.** Calculați $\frac{1}{2016}*\frac{2}{2016}*\frac{3}{2016}*\ldots*\frac{2017}{2016}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricea $A(n)=\begin{pmatrix}1 & n\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde n este număr întreg.

5p **1.** Calculați $\det\big(A(2017)\big)$.

5p **2.** Arătaţi că $A(-2017)+A(2017)=2I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **3.** Arătați că $A(m)\cdot A(n)=A(m+n)$, pentru orice numere întregi m și n.

5p **4.** Se consideră matricea $B=A(0)+A(1)+A(2)+A(3)+A(4)+A(5)+A(6)$. Arătați că suma elementelor matricei B este divizibilă cu 7.

5p **5.** Arătați că matricea $A(n)$ este inversabilă pentru orice număr întreg n.

5p **6.** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ pentru care $A(2017)\cdot X=A(2018)$.

Examenul de bacalaureat naţional 2017
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$1,75=\frac{7}{4}$, $\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$, $\frac{2^{2017}}{2^{2016}}=2$	**3p**
	$\frac{7}{4}+\frac{1}{4}-2=2-2=0$	**2p**
2.	$-x^2+4=3 \Leftrightarrow x^2=1$	**3p**
	$x=-1$ sau $x=1$	**2p**
3.	$x+1=2^3$	**2p**
	$x=7$, care verifică ecuaţia	**3p**
4.	$44^2<2017<45^2$	**2p**
	În mulţimea $\{1,2,3,\ldots,2017\}$ sunt 44 de pătrate perfecte	**3p**
5.	$A\in d \Leftrightarrow 4a-3a+12=0$	**3p**
	$a=-12$	**2p**
6.	$\frac{AC}{20}=\frac{3}{5} \Rightarrow AC=12$	**2p**
	$AB=\sqrt{400-144}=16$, de unde obţinem $P_{\Delta ABC}=16+12+20=48$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	$0*8=0-0-56+56=$	**3p**
	$=0$	**2p**
2.	$x*y=xy-7x-7y+49+7=$	**2p**
	$=x(y-7)-7(y-7)+7=(x-7)(y-7)+7$, pentru orice numere reale x şi y	**3p**
3.	$x*7=(x-7)(7-7)+7=$	**3p**
	$=0+7=7$, pentru orice număr real x	**2p**
4.	$7*x=7$, pentru x număr real	**2p**
	$0*1*2*\ldots*2017=((0*1*2*\ldots*6)*7)*8*9*\ldots*2017=7*(8*9*\ldots*2017)=7$	**3p**
5.	$(x-7)(x-7)+7=8 \Leftrightarrow (x-7)^2=1$	**3p**
	$x=6$ sau $x=8$	**2p**
6.	$(m-7)(n-7)+7=6 \Leftrightarrow (m-7)(n-7)=-1$	**3p**
	Cum m şi n sunt numere naturale, obţinem $m=8$, $n=6$ sau $m=6$, $n=8$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	$\hat{0}+\hat{1}+\hat{2}+\hat{3}=(\hat{0}+\hat{1})+\hat{2}+\hat{3}=\hat{1}+\hat{2}+\hat{3}=$	**2p**
	$=(\hat{1}+\hat{2})+\hat{3}=\hat{3}+\hat{3}=\hat{2}$	**3p**

2.	$2\cdot 3=6$ $\hat{2}\cdot\hat{3}=\hat{2}$	**2p** **3p**
3.	$\hat{0}$ și $\hat{2}$ sunt soluţii ale ecuaţiei Celelalte elemente ale lui $\mathbb{Z}_4$ nu sunt soluţii ale ecuaţiei	**3p** **2p**
4.	$\hat{1}+\hat{3}=\hat{0}$ $\hat{3}+\hat{1}=\hat{0}$, deci $\hat{3}$ este simetricul elementului $\hat{1}$ în raport cu operația de adunare în $\mathbb{Z}_4$	**2p** **3p**
5.	$\hat{a}$ este element simetrizabil în raport cu înmulțirea în $\mathbb{Z}_4 \Leftrightarrow (a,4)=1$ Elementele simetrizabile în raport cu înmulțirea în $\mathbb{Z}_4$ sunt $\hat{1}$ și $\hat{3}$	**3p** **2p**
6.	$\hat{0}^2=\hat{0}$, $\hat{1}^2=\hat{1}$, $\hat{2}^2=\hat{0}$, $\hat{3}^2=\hat{1}$ $H=\{\hat{0},\hat{1}\}$	**3p** **2p**

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $1,75+\sqrt{\frac{1}{16}}-\frac{2^{2017}}{2^{2016}}=0$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+4$. Determinați numerele reale x pentru care $f(x)=3$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x+1)=3$.
5p	**4.** Determinați numărul pătratelor perfecte din mulțimea $\{1,2,3,\ldots,2017\}$.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $4x-3y+12=0$. Determinați numărul real a, știind că punctul $A(a,a)$ aparține dreptei d.
5p	**6.** Calculați perimetrul triunghiului ABC, știind că $m(\sphericalangle A)=90^\circ$, $\sin B=\frac{3}{5}$ și $BC=20$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-7x-7y+56$.
5p	**1.** Calculați $0*8$.
5p	**2.** Arătați că $x*y=(x-7)(y-7)+7$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**3.** Arătați că $x*7=7$, pentru orice număr real x.
5p	**4.** Calculați $0*1*2*\ldots*2017$.
5p	**5.** Determinați numerele reale x pentru care $x*x=8$.
5p	**6.** Determinați numerele naturale m și n pentru care $m*n=6$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră $\mathbb{Z}_4=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3}\}$, mulțimea claselor de resturi modulo 4.
5p	**1.** Calculați $\hat{0}+\hat{1}+\hat{2}+\hat{3}$ în $\mathbb{Z}_4$.
5p	**2.** Calculați $\hat{2}\cdot\hat{3}$ în $\mathbb{Z}_4$.
5p	**3.** Rezolvați în $\mathbb{Z}_4$ ecuația $\hat{2}\cdot x=\hat{0}$.
5p	**4.** Determinați simetricul elementului $\hat{1}$ în raport cu operația de adunare în $\mathbb{Z}_4$.
5p	**5.** Determinați elementele simetrizabile în raport cu operația de înmulțire în $\mathbb{Z}_4$.
5p	**6.** Determinați mulțimea $H=\{x\in\mathbb{Z}_4 \mid x^2=x\}$.