Examenul de bacalaureat național 2020 Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$10 - 2 \cdot 3 = 4$	2p
	$10+2\cdot 3=16 \Rightarrow (10-2\cdot 3)(10+2\cdot 3)=4\cdot 16=64$	3p
2.	$x_1 + x_2 = 7$	2p
	$x_1 x_2 = 10 \Rightarrow 2(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 14 - 10 = 4$	3p
3.	$\log_2(x - 2020) = \log_2 3^2 \Rightarrow x - 2020 = 9$	3 p
	x = 2029, care convine	2 p
4.	10% din 200 reprezintă $\frac{10}{100} \cdot 200 = 20$	3 p
	Prețul după scumpire este $200 + 20 = 220$ de lei	2 p
5.	Mijlocul segmentului AB este punctul $M(3,4)$	2p
	$OM = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = 5$	3 p
6.	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	2p
	$\cos 150^{\circ} = \cos (180^{\circ} - 30^{\circ}) = -\cos 30^{\circ} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin 60^{\circ} + \cos 150^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$	3p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} -2 & 9 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = (-2) \cdot (-2) - 0 \cdot 9 =$	3p
	=4-0=4	2 p
b)	$B(x) \cdot B(-x) = \begin{pmatrix} -x^2 & 6x^2 \\ 0 & -x^2 \end{pmatrix}, \ B(x) \cdot B(-x) + B(x) = \begin{pmatrix} -x^2 + x & 6x^2 - 3x \\ 0 & -x^2 + x \end{pmatrix}, \ x \in \mathbb{R}$	3p
	$\begin{pmatrix} -x^2 + x & 6x^2 - 3x \\ 0 & -x^2 + x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 9 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \text{ de unde obținem } x = -1$	2p
c)	$B(1) = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \det(B(1)) = 1, (B(1))^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	3р
	$X = (B(1))^{-1} \cdot A \Rightarrow X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$	2 p

2.a)	$3 \circ \frac{1}{3} = \frac{9 + \frac{1}{9}}{3 \cdot \frac{1}{3}} =$	3p
	$=9+\frac{1}{9}=\frac{82}{9}$	2p
b)	$x \circ y - 2 = \frac{x^2 + y^2}{xy} - 2 = \frac{x^2 + y^2 - 2xy}{xy} = \frac{(x - y)^2}{xy}$	3p
	Cum $x > 0$, $y > 0$ şi $(x - y)^2 \ge 0$, obținem $x \circ y \ge 2$, pentru orice $x, y \in M$	2p
c)	$a^4 + \frac{1}{a^4} - 2 = 0 \Leftrightarrow \left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)^2 = 0$, deci $a^4 = 1$	3 p
	a = -1, care nu convine, $a = 1$, care convine	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = (x^3 - 12x + 3)' = 3x^2 - 12 =$	3p
	$=3(x^2-4)=3(x-2)(x+2), x \in \mathbb{R}$	2p
b)	$\lim_{x \to 3} \frac{f(x) - (-6)}{x - 3} = \lim_{x \to 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = f'(3) =$	3p
	=3(3-2)(3+2)=15	2p
c)	$x \in [-2,2] \Rightarrow f'(x) \le 0$, deci f este descrescătoare pe $[-2,2]$	2p
	Cum $f(-2)=19$ și $f(2)=-13$, obținem $-13 \le f(x) \le 19$, pentru orice $x \in [-2,2]$	3 p
2.a)	$\int_{-1}^{1} \left(f(x) - x^5 - 1 \right) dx = \int_{-1}^{1} \left(x^5 + x + 1 - x^5 - 1 \right) dx = \int_{-1}^{1} x dx =$	2p
	$=\frac{x^2}{2} \bigg _{-1}^{1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$	3p
b)	$\int_{0}^{1} x^{2020} (f(x) - x - 1) dx = \int_{0}^{1} x^{2025} dx = \frac{x^{2026}}{2026} \Big _{0}^{1} =$	3p
	$=\frac{1}{2026}$	2p
c)	$g(x) = 1 + \frac{1}{x} \Rightarrow V = \pi \int_{1}^{2} g^{2}(x) dx = \pi \int_{1}^{2} \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^{2}}\right) dx =$	2p
	$= \pi \left(x + 2 \ln x - \frac{1}{x} \right) \Big _{1}^{2} = \pi \left(2 \ln 2 + \frac{3}{2} \right)$	3p