## Examenul de bacalaureat național 2020 Proba E. c)

## Matematică M\_tehnologic

Test 20

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- **5p 1.** Arătați că  $\left(2-\frac{1}{2}\right)\left(3-\frac{1}{3}\right)\left(4-\frac{1}{4}\right)$ : 15 = 1.
- **5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 5$ . Arătați că f(x) f(-x) = 0, pentru orice număr real x.
- **5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{4x-3} = \sqrt{2x+1}$ .
- **5p 4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr x din mulțimea  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ , acesta să fie soluție a ecuației  $x^2 3x + 2 = 0$ .
- **5p 5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,3) și B(3,0). Determinați ecuația dreptei care trece prin O(0,0) și este paralelă cu dreapta AB.
- **5p 6**. Calculați aria rombului ABCD, știind că AC = 6 și BD = 4.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

- **1.** Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = A xI_2$ , unde x este număr real.
- **5p** a) Arătați că  $\det(B(0)) = 1$ .
- **5p b)** Arătați că  $A \cdot A + I_2 = O_2$ , unde  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
- **5p** c) Demonstrați că  $\det(B(x)) \ge 1$ , pentru orice număr real x.
  - 2. Pe multimea numerelor reale se definește legea de compoziție x \* y = xy + x + y + 4.
- **5p** a) Arătați că 2020\*(-1)=3.
- **5p b)** Demonstrați că x \* y = (x+1)(y+1)+3, pentru orice numere reale x și y.
- **5p** c) Determinați perechile (m,n) de numere întregi pentru care m\*n=2.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

- 1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^4 4x^2 3$ .
- **5p** a) Arătați că  $f'(x) = 8x(x-1)(x+1), x \in \mathbb{R}$ .
- **5p b**) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă x = 1, situat pe graficul funcției f.
- **5p** c) Demonstrați că  $-5 \le f(x) \le -3$ , pentru orice  $x \in [-1,1]$ .
  - **2.** Se consideră funcția  $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ ,  $f(x)=x^2-\sqrt{x}$ .
- **5p** a) Arătați că  $\int_{1}^{4} (f(x) + \sqrt{x}) dx = 21$ .
- **5p b**) Demonstrați că funcția  $F:(0,+\infty) \to \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \frac{x^3}{3} \frac{2x\sqrt{x}}{3} + 2020$  este o primitivă a funcției f.
- **5p** c) Arătați că  $\int_{1}^{2} \left( f(x) + \sqrt{x} \right) e^{x} dx = e(2e-1).$