Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Barem de evaluare şi de notare

Varianta 2

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ $3+3\sqrt{2}-3\sqrt{2}=3$	**2p** **3p**
2.	$f(3)=0$ $f(-3)=-6 \Rightarrow f(-3)+f(3)=-6$	**2p** **3p**
3.	$x^2+1=5$ $x=-2$ sau $x=2$	**3p** **2p**
4.	Se notează cu x preţul iniţial $\Rightarrow 10\% \cdot x=70$ $x=700$ Preţul după scumpire este 770 de lei	**2p** **2p** **1p**
5.	M mijlocul lui $(PR) \Rightarrow x_M=\frac{x_P+x_R}{2}$ şi $y_M=\frac{y_P+y_R}{2}$ $x_M=2$ $y_M=8$	**1p** **2p** **2p**
6.	$\sin B=\frac{AC}{BC}$ $BC=100$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-1)*3=(-1)\cdot 3+(-1)+3=$ $=-1$	**3p** **2p**
2.	$x*y=xy+x+y=xy+x+y+1-1$ $=(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x şi y	**3p** **2p**
3.	$x*0=x\cdot 0+x+0=x$, pentru orice număr real x $0*x=0\cdot x+0+x=x$, pentru orice număr real x Finalizare	**2p** **2p** **1p**
4.	$x*x=x \Leftrightarrow x^2+2x=x$ $x=-1$ sau $x=0$	**3p** **2p**
5.	$(-1)*x=(-1+1)(x+1)-1=$ $=-1$, pentru orice număr real x	**2p** **3p**
6.	$(-1)*0*1*...*2012*2013=(-1)*(0*1*...*2012*2013)=$ $=-1$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(1)=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$	**2p**
	$\det\left(A(1)\right)=\begin{vmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{vmatrix}=0$	**3p**
2.	$A(1)\cdot A(0)=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&1\end{pmatrix}=$	**2p**
	$=\begin{pmatrix}2&2&3\\2&2&3\\2&2&3\end{pmatrix}$	**3p**
3.	$\det\left(A(m)\right)=\begin{vmatrix}m&1&1\\1&m&1\\1&1&1\end{vmatrix}=m^2+2-2m-1=$	**3p**
	$=m^2-2m+1$, pentru orice număr real m	**2p**
4.	$A(0)\cdot B=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1&0&1\\0&-1&1\\1&1&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=I_3$	**2p**
	$B\cdot A(0)=\begin{pmatrix}-1&0&1\\0&-1&1\\1&1&-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=I_3\Rightarrow$ matricea B este inversa matricei $A(0)$	**3p**
5.	Suma elementelor lui $A(m)$ este $2m+7$	**2p**
	$2m+7=2013\Leftrightarrow m=1003$	**3p**
6.	Pentru $m=0$ sistemul devine $\begin{cases}y+z=1\\x+z=1\\x+y+z=3\end{cases}$	**2p**
	$x=2,\ y=2,\ z=-1$	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 2

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătaţi că $3\left(1+\sqrt{2}\right)-\sqrt{18}=3$.

5p **2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$. Arătaţi că $f(3)+f(-3)=-6$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3\left(x^2+1\right)=\log_3 5$.

5p **4.** După o scumpire cu 10% preţul unui produs creşte cu 70 de lei. Calculaţi preţul produsului după scumpire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(2,7)$ şi $R(2,9)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.

5p **6.** Determinaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că $AC=40$ şi $\sin B=\frac{2}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x*y=xy+x+y$.

5p **1.** Calculaţi $(-1)*3$.

5p **2.** Arătaţi că $x*y=(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale *x* şi *y*.

5p **3.** Verificaţi dacă $e=0$ este elementul neutru al legii „$*$”.

5p **4.** Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=x$.

5p **5.** Arătaţi că $(-1)*x=-1$, pentru orice număr real x.

5p **6.** Calculaţi $(-1)*0*1*...*2012*2013$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **1.** Arătaţi că $\det\left(A(1)\right)=0$.

5p **2.** Calculaţi $A(1)\cdot A(0)$.

5p **3.** Arătaţi că $\det\left(A(m)\right)=m^2-2m+1$, pentru orice număr real *m*.

5p **4.** Verificaţi dacă matricea $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(0)$.

5p **5.** Determinaţi numărul real m pentru care suma elementelor matricei $A(m)$ este egală cu 2013.

5p **6.** Pentru $m=0$, rezolvaţi sistemul $\begin{cases} mx+y+z=1 \\ x+my+z=1 \\ x+y+z=3 \end{cases}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2013

Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
Barem de evaluare şi de notare

Varianta 9

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ $3+3\sqrt{3}-3\sqrt{3}=3$	**2p** **3p**
2.	$f(-3)=0$ $f(3)=6 \Rightarrow f(-3)+f(3)=6$	**2p** **3p**
3.	$(x+3)^2=x^2+6x+9$ $x=1$	**2p** **3p**
4.	$x+\frac{10}{100}x=220$, unde x reprezintă preţul înainte de scumpire Preţul înainte de scumpire este 200 de lei	**2p** **3p**
5.	M mijlocul lui $(PR) \Rightarrow x_M=\frac{x_P+x_R}{2}$ şi $y_M=\frac{y_P+y_R}{2}$ $x_M=3$ $y_M=3$	**1p** **2p** **2p**
6.	$\cos B=\frac{AB}{BC}$ $AB=8$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$3\circ(-2)=-6+6+(-4)+2=$ $=-2$	**3p** **2p**
2.	$x\circ y=xy+2x+2y+2$ şi $y\circ x=yx+2y+2x+2$, pentru orice numere reale x şi y $x\circ y=y\circ x$, pentru orice numere reale x şi y	**3p** **2p**
3.	$x\circ y=xy+2x+2y+4-2=$ $=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x şi y	**2p** **3p**
4.	$x\circ x=(x+2)^2-2$ $(x+2)^2-2=x \Leftrightarrow x=-2$ sau $x=-1$	**2p** **3p**
5.	$x\circ(-2)=(x+2)(-2+2)-2$ $=-2$, pentru orice număr real x	**3p** **2p**
6.	$(-2013)\circ(-2012)\circ\ldots\circ(-2)=((-2013)\circ(-2012)\circ\ldots\circ(-3))\circ(-2)=$ $=-2$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(0)=\begin{pmatrix}1&2&1\\-1&3&1\\2&1&0\end{pmatrix}$	**2p**
	$\det\left(A(0)\right)=\begin{vmatrix}1&2&1\\-1&3&1\\2&1&0\end{vmatrix}=-4$	**3p**
2.	$\det\left(A(m)\right)=\begin{vmatrix}1&2&1\\-1&3&1\\2&1&m\end{vmatrix}=3m-1+4-6+2m-1=$	**3p**
	$=5m-4$	**2p**
3.	$\det\left(A(m)\right)=m^2 \Leftrightarrow m^2-5m+4=0$	**3p**
	$m=1$ sau $m=4$	**2p**
4.	$A(m)+A(-m)=\begin{pmatrix}1&2&1\\-1&3&1\\2&1&m\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&2&1\\-1&3&1\\2&1&-m\end{pmatrix}=$	**2p**
	$=\begin{pmatrix}2&4&2\\-2&6&2\\4&2&0\end{pmatrix}=2A(0)$	**3p**
5.	$A(0)\cdot\begin{pmatrix}-1&1&-1\\2&-2&-2\\-7&3&5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2&1\\-1&3&1\\2&1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1&1&-1\\2&-2&-2\\-7&3&5\end{pmatrix}=$	**2p**
	$=\begin{pmatrix}-4&0&0\\0&-4&0\\0&0&-4\end{pmatrix}=-4I_3$	**3p**
6.	$\begin{cases}x+2y+z=2\\-x+3y+z=3\\2x+y=1\end{cases}$	**2p**
	$x=0,\ y=1,\ z=0$	**3p**

Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 9

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătaţi că $3\left(1+\sqrt{3}\right)-\sqrt{27}=3$.
5p	**2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$. Arătaţi că $f(-3)+f(3)=6$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x+3)^2-x^2-15=0$
5p	**4.** După o scumpire cu 10% preţul unui produs este 220 de lei. Calculaţi preţul produsului înainte de scumpire.
5p	**5**. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(2,3)$ şi $R(4,3)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
5p	**6.** Determinaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că $BC=20$ şi $\cos B=\frac{2}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy+2x+2y+2$.
5p	**1.** Calculaţi $3\circ(-2)$.
5p	**2.** Verificaţi dacă legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
5p	**3.** Arătaţi că $x\circ y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale *x* şi *y*.
5p	**4.** Determinaţi numerele reale *x* pentru care $x\circ x=x$.
5p	**5.** Verificaţi dacă $x\circ(-2)=-2$, pentru orice număr real *x*.
5p	**6.** Calculaţi $(-2013)\circ(-2012)\circ\ldots\circ(-2)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1&2&1\\-1&3&1\\2&1&m\end{pmatrix}$.
5p	**1.** Calculaţi $\det(A(0))$.
5p	**2.** Arătaţi că $\det(A(m))=5m-4$, pentru orice număr real m.
5p	**3.** Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(A(m))=m^2$.
5p	**4.** Arătaţi că $A(m)+A(-m)=2A(0)$ pentru orice număr real m.
5p	**5.** Verificaţi dacă $A(0)\cdot\begin{pmatrix}-1&1&-1\\2&-2&-2\\-7&3&5\end{pmatrix}=-4I_3$, unde $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.
5p	**6.** Pentru $m=0$, rezolvaţi sistemul $\begin{cases}x+2y+z=2\\-x+3y+z=3\\2x+y+mz=1\end{cases}$.

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Barem de evaluare şi de notare

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\frac{1}{3}-\frac{1}{18}+\frac{1}{12}=\frac{12}{36}-\frac{2}{36}+\frac{3}{36}$ Propoziția este adevărată	**3p** **2p**
2.	$x=-1$ $y=1 \Rightarrow$ soluția sistemului este $(-1,1)$	**2p** **3p**
3.	$x^2+2x-3=0 \Rightarrow x_1=1, x_2=-3$ Finalizare: $x\in(-3,1)$	**3p** **2p**
4.	$3-x>0$ $x<3 \Rightarrow D=(-\infty,3)$	**2p** **3p**
5.	$\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}$ $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ Finalizare	**2p** **2p** **1p**
6.	Triunghiul este isoscel $\left(5\sqrt{2}\right)^2=5^2+5^2$ Din reciproca teoremei lui Pitagora triunghiul este dreptunghic	**1p** **2p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	$0\circ 0=\log_3\left(3^0+3^0+1\right)=$ $=\log_3 3=$ $=1$	**2p** **2p** **1p**
2.	$x\circ y=\log_3\left(3^x+3^y+1\right)$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$ $y\circ x=\log_3\left(3^y+3^x+1\right)$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$ Finalizare	**2p** **2p** **1p**
3.	$x\circ 0=x+1 \Rightarrow \log_3\left(2+3^x\right)=x+1$ $2+3^x=3^{x+1} \Rightarrow 3^x=1$ $x=0$	**2p** **2p** **1p**
4.	$3^x>0, 3^y>0$ pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$ $3^x+3^y+1>1 \Rightarrow \log_3\left(3^x+3^y+1\right)>0 \Rightarrow x\circ y>0$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$	**2p** **3p**
5.	Dacă $e\in\mathbb{R}$ astfel încât $x\circ e=x \Rightarrow \log_3\left(3^x+3^e+1\right)=x$ $3^e=-1$	**2p** **1p**

	Finalizare: legea nu admite element neutru	**2p**
6.	$x \circ x = \log_3\left(2 \cdot 3^x + 1\right)$ $\left(x \circ x\right) \circ x = \log_3\left(2 \cdot 3^x + 1 + 3^x + 1\right) =$ $= \log_3\left(2 + 3^{x+1}\right)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$m = 1 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $\det A = 3$	**3p** **2p**
2.	$\det A = -m + 4 + m + 2 - m^2 - 2 =$ $= -m^2 + 4$	**3p** **2p**
3.	$\det(2A) = -16 \Rightarrow 2^3 \cdot (2-m)(2+m) = -16$ $4 - m^2 = -2 \Rightarrow m^2 = 6$ $m = \pm\sqrt{6} \Rightarrow m = \sqrt{6}$	**2p** **1p** **2p**
4.	$m = 3 \Rightarrow \begin{cases} 3x + y + 2z = 1 \\ 2x - y + 3z = 2 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$ Verificare: $\left(\frac{7}{5}, -\frac{8}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ este soluție	**2p** **3p**
5.	$m = 1 \Rightarrow \begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$ $x = -1,\ y = -2,\ z = 2$	**2p** **3p**
6.	$m = 2 \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + 2z = 1 \\ 2x - y + 2z = 2 \\ x + y + z = -1 \end{cases}$ Scăzând primele 2 ecuații $\Rightarrow y = -\frac{1}{2}$ Înlocuind în prima și a treia ecuație $\Rightarrow \begin{cases} 2x + 2z = \frac{3}{2} \\ x + z = -\frac{1}{2} \end{cases}$, imposibil, deci sistemul nu are soluție	**2p** **1p** **2p**

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați valoarea de adevăr a propoziției „$\frac{1}{3}-\frac{1}{18}+\frac{1}{12}=\frac{13}{36}$“.
5p	**2.** Rezolvați sistemul de ecuații $\begin{cases}2x+3y=1\\3x+2y=-1\end{cases}$, $x,y\in\mathbb{R}$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $x^2+2x-3<0$.
5p	**4.** Determinați domeniul maxim de definiție D al funcției $f:D\to\mathbb{R}, f(x)=\log_2(3-x)$.
5p	**5.** Se consideră pătratul $ABCD$ de centru O. Arătați că $\overrightarrow{AO}=-\overrightarrow{CD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.
5p	**6.** Arătați că triunghiul care are laturile de $5\sqrt{2}$, 5 și 5 este dreptunghic isoscel.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=\log_3\left(3^x+3^y+1\right)$.
5p	**1.** Arătați că $0\circ 0=1$.
5p	**2.** Demonstrați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă pe $\mathbb{R}$.
5p	**3.** Determinați numărul real x pentru care $x\circ 0=x+1$.
5p	**4.** Arătați că $x\circ y>0$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.
5p	**5.** Verificați dacă legea de compoziție „$\circ$” admite element neutru.
5p	**6.** Arătați că $(x\circ x)\circ x=\log_3\left(2+3^{x+1}\right)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}m & 1 & 2\\2 & -1 & m\\1 & 1 & 1\end{pmatrix}$ și sistemul (S) $\begin{cases}mx+y+2z=1\\2x-y+mz=2\\x+y+z=-1\end{cases}$, unde $m\in\mathbb{R}$.
5p	**1.** Pentru $m=1$, arătați că $\det A=3$.
5p	**2.** Calculați determinantul matricei A.
5p	**3.** Determinați numărul real pozitiv m pentru care $\det(2A)=-16$.
5p	**4.** Pentru $m=3$, verificați dacă tripletul $\left(\frac{7}{5},-\frac{8}{5},-\frac{4}{5}\right)$ este soluție a sistemului (S).
5p	**5.** Pentru $m=1$, rezolvați sistemul (S).
5p	**6.** Pentru $m=2$, arătați că sistemul (S) nu are soluții.