Devoir surveillé d'informatique 3

CI 2 : Algorithmique et programmation

Tracé de l'abaque du temps de réponse réduit

Nom : ....

Question de cours

On donne le code de la fonction mystère.

```python
def mystere(nb,tab):
    """
    Entrées :
        * nb, int -- nombre entier
        * tab, list -- liste de nombres entiers triés
    Sorties :
        *
    """
    g, d = 0, len(tab)-1
    while g <= d:
        m = (g + d) // 2
        if tab[m] == nb:
            return m
        if tab[m] < nb:
            g = m+1
        else:
            d = m-1
    return None
```

Question 1 *Quel est le nom de cet algorithme ? Que renvoie-t-il ?*

Question 2 *Indiquer les valeurs successives prises par m dans le cas où nb=4 et tab=[1,2,3,4,5,6,7,8,9].*

Question 3 *Quelle est la complexité de l'algorithme ? Expliquer brièvement pourquoi ? Quelle serait la complexité d'un algorithme naïf ayant le même objectif ?*

Tracé de l'abaque de temps de réponse à 5 %

Objectifs

L'objectif de ces travaux est de construire le programme permettant de tracer l'abaque du temps de réponse réduit utilisé en asservissement pour connaître le temps de réponse à 5% des systèmes d'ordre 2.

Mise en situation

L'équation différentielle d'un système du second ordre peut se mettre sous la forme :

$$s(t)+\frac{2\xi}{\omega_0}\cdot\frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{\omega_0^2}\cdot\frac{\mathrm{d}^2 s(t)}{\mathrm{d}t^2}=K\cdot e(t)$$

en notant :
- K : le gain statique ;
- ξ : le coefficient d'amortissement ;
- $e(t)$ et $s(t)$: l'entrée et la sortie du système.

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles. Pour une entrée unitaire de type échelon unitaire $e(t)=u(t)$, $K=1$ et $t\geq 0$ on montre que :

- si $\xi<1$, le régime est pseudo périodique et :

$$s(t)=1-\frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\omega_0 t\sqrt{1-\xi^2}+\arcsin\sqrt{1-\xi^2}\right)$$

- si $\xi=1$, le régime est critique et :

$$s(t)=1-(1+\omega_0 t)e^{-\omega_0 t}$$

- si $\xi>1$, le régime est apériodique et :

$$s(t)=1+\frac{e^{-\omega_0 t\left(\xi+\sqrt{\xi^2-1}\right)}}{2\left(\xi\sqrt{\xi^2-1}+\xi^2-1\right)}-\frac{e^{-\omega_0 t\left(\xi-\sqrt{\xi^2-1}\right)}}{2\left(\xi\sqrt{\xi^2-1}-\xi^2+1\right)}$$

Dans l'ensemble de ce sujet, on considèrera que s est une fonction du temps réduit $t\cdot\omega_0$. On notera indifféremment le coefficient d'amortissement z ou ξ.

Tracé de la réponse indicielle

On dispose des fonctions Python **f_pseudo** et **f_aperiodique** permettant d'évaluer la fonction pour s pour un couple $(t\,\omega_0,\xi)$.

Question 4 *Donner, en Python, le contenu de la fonction f_critique permettant de définir la fonction $(t\,\omega_0)\rightarrow s(t\,\omega_0)$ dans le cas où $\xi=1$. On respectera impérativement la syntaxe Python. Les spécifications de la fonction seront les suivantes :*

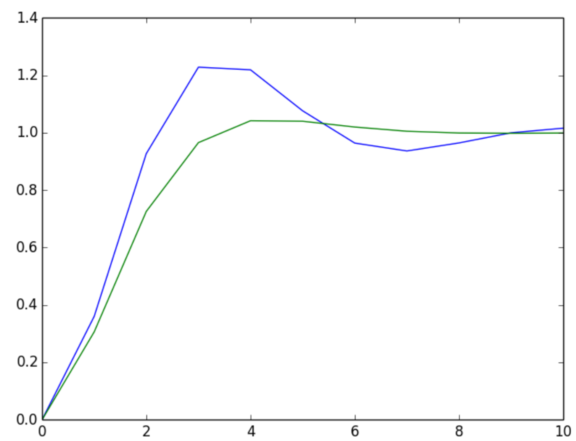
```python
def f_critique(t,om0):
    """
    Fonction permettant de calculer s(t) dans le cas ou z>1.
    Entrées :
        * t, flt : le temps en secondes
        * om0, flt : la pulsation en rad.s-1
    Sortie :
        * res, flt : s(t). Ici, sans unité.
    """
```

Question 5 *Donner, en Python, le contenu de la fonction f_s permettant de définir la fonction $(t\,\omega_0,\xi) \longrightarrow s(t\,\omega_0\xi)$ dans le cas où $\xi \in \mathbb{R}_+^*$. On donne ci-dessous les spécifications de la fonction.*

```python
def f_s(tom0,z):
    """
    Fonction permettant de calculer la réponse indicielle d'un système du second ordre.
    Entrées :
        * tom0, flt : temps de réponse réduit
        * z, flt : coefficient d'amortissement
    Sortie :
        * s(tom0,z), flt
    """
```

La fonction **trace_s** donnée ci-dessous permet de tracer $s(t\,\omega_0,\xi)$ pour $t\,\omega_0 \in [0,10]$ par pas de 1 et pour une valeur de ξ déterminée. Les deux appels successifs de la fonction **trace_s** permettent de réaliser le tracer les 2 courbes ci-dessous.

```python
1  # Définition de la fonction trace
2  def trace_s(z):
3      x = []
4      y = []
5      for i in range(11):
6          t = i
7          x.append(t)
8          y.append(f_s(t,z))
9      plot(x,y)
10 # Appels de la fonction trace
11 trace_s(0.4)
12 trace_s(0.7)
```



Question 6 *Expliquer l'objectif des lignes 2 à 9.*

On observe que la courbe tracée n'est pas lissée. Pour avoir un meilleur rendu, il est nécessaire d'évaluer la fonction en davantage de points.

Question 7 *Modifier les lignes 5 et 6 pour que la courbe tracée soit réalisée en 1000 points sur un intervalle de $t\,\omega_0$ variant de 0 à 10.*

Tracé de l'abaque

On note t_r le temps de réponse à 5%. L'abaque du temps de réponse permet de tracer le produit $t_r\omega_0$ en fonction du coefficient d'amortissement ξ.

Question 8 *Dans les conditions de la fonction s définie dans la partie précédente, quelle est la valeur finale prise par $s(t)$?*

Question 9 *Écrire en Python la fonction **is_in_strip** ayant les spécifications suivantes :*

```python
def is_in_strip(x):
    """
    Fonction permettant de savoir si une valeur est dans la bande des + ou - 5% de la valeur finale.
    Entrée :
        x, flt : réel
    Sortie :
        True si la valeur est dans la bande à + ou - 5%
        False si la valeur n'est pas dans la bande à + ou - 5%
    """
```

On donne la fonction suivante permettant de connaître le temps de réponse réduit à partir duquel la réponse indicielle d'un système est dans la bande à plus ou moins 5% pour un coefficient d'amortissement particulier.

```python
def calcul_tom0(z,tom0=500):
    """
    Recherche du temps de réponse à 5%
    Entrées :
       * z, flt : coefficient d'amortissement
       * tom0 (flt, optionnel) : si non précisé, on calcule le temps de réponse en partant de tom0 = 500
    Sortie :
       * tom0 (flt) : temps de réponse à 5%
    """
    pas_tom0=0.05
    x = f_s(tom0,z)
    if z<0.7:
        # Dans cas, s'assurer que le tom0 initial est suffisamment grand
        while is_in_strip(x) :
            tom0 = tom0 - pas_tom0
            x = f_s(tom0,z)
        tom0=tom0+pas_tom0
    else :
        # Dans cas, s'assurer que le tom0 initial est suffisamment petit
        while not is_in_strip(x) :
            tom0 = tom0 + pas_tom0
            x = f_s(tom0,z)
        tom0=tom0-pas_tom0
    return tom0
```

Question 10 *Expliquer le mode de recherche du temps de réponse à 5% dans le cas où $z < 0,7$ puis dans le cas où $z \geq 0,7$. Pourquoi distingue-t-on ces 2 cas ? On pourra s'aider de l'abaque donné ci-dessous.*

Remarque

On pourra remarquer que dans un cas, la recherche se fait « en avançant » et dans le second cas « en reculant ».

L'algorithme suivant permet de créer les listes xx et yy permettant de tracer l'abaque du temps de réponse réduit en fonction du coefficient d'amortissement.

```python
xx,yy = [],[]
n = 1000
z = 0.01
tom0 = 500
pasz = 0.01
while z<=100:
    print(z)
    if z<0.7:
        tom0=calcul_tom0(z,tom0)
    else :
        tom0=calcul_tom0(z,0)

    if z<0.1:
        pasz = 0.001
    elif z<1:
        pasz = 0.01
    elif z<10:
        pasz = 0.1
    else :
        paz = 1

    xx.append(z)
    yy.append(tom0)
    z=z+pasz
```

Question 11

1. *Donner l'intervalle de variation de z pour le tracé demandé.*
2. *Donner le pas de z sur chacun des intervalles.*
3. *Pourquoi ne pas conserver le même pas sur chacun de ces intervalles ?*
4. *En vous aidant du tracé de l'abaque, expliquer pourquoi `tom0` est calculé différemment suivant la valeur de z ? Expliquer le choix des arguments de la fonction `calcul_tom0` dans chacun des cas.*

Question 12 *On souhaite stocker les données des listes xx et yy dans un fichier texte encodé en ASCII. Chacun des nombres doit être stocké sur 17 caractères. Indiquer la taille du fichier ainsi créé.*

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

plt.plot(xx,yy,label="Temps de réponse réduit $tr \\omega_0$")
plt.xlabel(" Coefficient d'amortissement $\\xi$")
plt.ylabel("Temps de réponse réduit $tr \\omega_0$")
plt. title ("Temps de réponse réduit d'un système du 2nd ordre")
plt.legend()
plt.loglog()
plt.grid(which="major",axis="x",linewidth=1.5, linestyle ='--')
plt.grid(which="major",axis="y",linewidth=1.5, linestyle ='--')
plt.grid(which="minor",axis="x",linewidth=0.75, linestyle ='--', color='0.75')
plt.grid(which="minor",axis="y",linewidth=0.75, linestyle ='--', color='0.75')
```