DEVOIR SURVEILLÉ D'INFORMATIQUE 3

CI 1 : ARCHITECTURE MATÉRIELLE ET LOGICIELLE
CI 2 : ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

Nom : ....

1 Réponse indicielle d'un SLCI d'ordre 2

L'équation différentielle d'un système du second ordre peut se mettre sous la forme :

$$s(t)+\frac{2\xi}{\omega_0}\cdot\frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{\omega_0^2}\cdot\frac{\mathrm{d}^2 s(t)}{\mathrm{d}t^2}=K\cdot e(t)$$

en notant :
– K : le gain statique ;
– ξ : le coefficient d'amortissement ;
– $e(t)$: l'entrée et $s(t)$ la sortie.

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles. Pour une entrée unitaire de type échelon unitaire $e(t)=u(t)$, $K=1$ et $t\geq 0$ on montre que :

– si $\xi<1$, le régime est pseudo périodique et :

$$s(t)=1-\frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\omega_0 t\sqrt{1-\xi^2}+\arcsin\sqrt{1-\xi^2}\right)$$

– si $\xi=1$, le régime est critique et :

$$s(t)=1-(1+\omega_0 t)e^{-\omega_0 t}$$

– si $\xi>1$, le régime est apériodique et :

$$s(t)=1+\frac{e^{-\omega_0 t\left(\xi+\sqrt{\xi^2-1}\right)}}{2\left(\xi\sqrt{\xi^2-1}+\xi^2-1\right)}-\frac{e^{-\omega_0 t\left(\xi-\sqrt{\xi^2-1}\right)}}{2\left(\xi\sqrt{\xi^2-1}-\xi^2+1\right)}$$

Dans l'ensemble de ce sujet, on considèrera que s est une fonction du temps réduit $t\cdot\omega_0$.

On dispose des fonctions Python **f_pseudo** et **f_aperiodique** permettant d'évaluer la fonction pour s pour un couple $(t\omega_0,\xi)$.

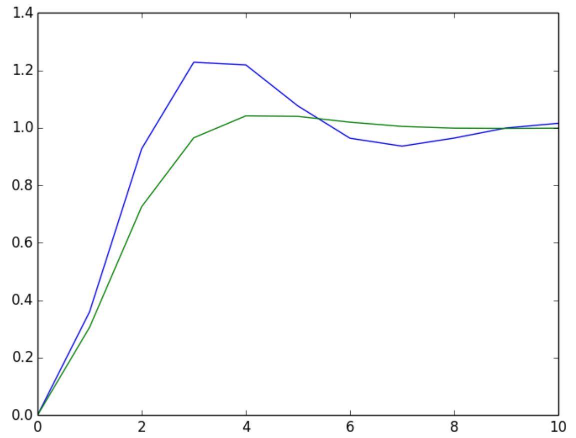
Question 1 *Donner, en Python, le contenu de la fonction f_critique permettant de définir la fonction $(t\omega_0)\rightarrow s(t\omega_0)$ dans le cas où $\xi=1$.*

Question 2 *Donner, en Python, le contenu de la fonction f_s permettant de définir la fonction $(t\omega_0,\xi)\rightarrow s(t\omega_0\xi)$ dans le cas où $\xi\in\mathbb{R}_+^*$. On donne ci-dessous les spécifications de la fonction.*

```python
def f_s(tom0,z):
    """
    Fonction permettant de calculer la réponse indicielle d'un système du second ordre.
    Entrées :
        * tom0, flt : temps de réponse réduit
        * z, flt : coefficient d'amortissement
    Sortie :
        * s(tom0,z)
    """
```

La fonction **trace_s** donnée ci-dessous permet de tracer $s(t\omega_0,\xi)$ pour $t\omega_0\in[0,10]$ par pas de 1 et pour une valeur de ξ déterminée. Les deux appels successifs de la fonction **trace_s** permettent de réaliser le tracer les 2 courbes ci-dessous.

```python
# Définition de la fonction trace
def trace_s(z):
    x = []
    y = []
    for i in range(11):
        t = i
        x.append(t)
        y.append(f_s(t,z))
    plot(x,y)
# Appels de la fonction trace
trace_s(0.4)
trace_s(0.7)
```



Question 3 *Expliquer l'objectif des lignes 2 à 9.*

On observe que la courbe tracée n'est pas lissée. Pour avoir un meilleur rendu, il est nécessaire d'évaluer la fonction en davantage de points.

Question 4 *Modifier les lignes 5 et 6 pour que la courbe tracée soit réalisée en 1000 points sur un intervalle de $t\omega_0$ variant de 0 à 10.*

Corrigé

```python
def trace_s(z):
    x = []
    y = []
    n = 1000
    for i in range(n+1):
        t = 10*i/n
        x.append(t)
        y.append(f_s(t,z))
    plot(x,y)
```