CI 3 : INGÉNIERIE NUMÉRIQUE & SIMULATION

CHAPITRE 3 – RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Résolution numérique d'équations différentielles

Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite :

$$\begin{cases} y'(t)+\alpha y(t)=\beta \\ y(0)=\gamma \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} \ddot{\theta}(t)+\dfrac{g}{l}\sin\theta=0 \\ \theta(0)=0 \quad \dot{\theta}(0)=0 \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} y'(t)=-t\,y^2(t) \quad \text{si } t>0 \\ y(0)=\alpha \end{cases} \tag{3}$$

Résolution d'une équation du premier ordre [1]

La population d'un corps radioactif évolue suivant la loi de désintégration $\dfrac{dN(t)}{dt}=-\dfrac{N(t)}{\tau}$, où $N(t)$ est le nombre d'atomes à l'instant t et τ le temps caractéristique de désintégration du corps considéré. Résolvons numériquement cette équation avec $\tau=1$ et $N(t=0)=1$.

Question 1 *Donner la solution analytique de cette équation.*

Question 2 *Donner la suite permettant de déterminer la solution numérique de cette équation en utilisant un schéma d'Euler explicite.*

Question 3 *Donner la suite permettant de déterminer la solution numérique de cette équation en utilisant un schéma d'Euler implicite.*

Question 4 *Donner le code Python permettant de tracer le solution analytique et la solution numérique.*

Résolution d'une équation du second ordre

On cherche à résoudre l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique amorti :

$$\ddot{x}+\frac{\omega_0}{Q}\dot{x}+\omega_0^2 x=0$$

avec $x(0)=1$ et $\dot{x}(0)=0$.

Question 1 *Donner la suite permettant de déterminer la solution numérique de cette équation en utilisant un schéma d'Euler explicite.*

Question 2 *Donner le code Python permettant de tracer la solution numérique.*

1. `http://python.physique.free.fr/outils_math.html`