CI 3 : Ingénierie Numérique & Simulation

TP – Méthodes d'intégration numérique

Test-introductif

Question

Déterminer l'affichage final.

```python
L=[10,11,12,13,14,15,16,17,18,19]
n=len(L)
LL=[]
k=0
while k<n-1 :
    LL.append(L[k])
    k=k+2
k=1

while k<n :
    LL.append(L[k])
    k=k+2

print(LL)
```

Exercice 1

Le but est d'obtenir un encadrement de $I = 4\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{1+x^2}$

Question 1

Compléter cet algorithme et le coder en python afin d'obtenir une valeur approchée de I par la méthode des rectangles à gauche en utilisant les champs suivants : $\boxed{x+h}$ $\boxed{(b-a)/n}$ $\boxed{h}$ $\boxed{somme+f(x)}$ $\boxed{f(a)}$.

```python
a=0
b=1
n=100
h=
x=a
somme=
for k in range(1,n) :
    x=
    somme=
print(somme*
```

Question 2

Modifier cet algorithme pour que la méthode soit celle des rectangles à droite.

Question 3

Modifier cet algorithme afin d'afficher les résultats des deux méthodes.

Question 4

Augmenter le nombre de subdivisions.

Question 5

Justifier que la méthode des rectangles à droite donne un minorant de I est que la méthode des rectangles à gauche donne un majorant.

Exercice 2

Question 1

Écrire 4 fonctions nommées integraleRectangleGauche, integraleRectangleDroite, integraleRectangleMilieu, integrationTrapeze prenant comme arguments une fonction f, deux réels a et b tels que a<b et un entier n représentant le nombre d'échantillons.

Question 2

Écrire une fonction nommée integrale prenant comme arguments une chaîne de caractère correspondant au type d'intégration souhaitée, une fonction, les réels a et b ainsi que le nombre d'échantillon.

Exercice 3

Pour tout $n \in \mathbb{N}$ soit l'intégrale :

$$I_n = \int_0^1 \frac{x}{1+x^n} \mathrm{d}x$$

Question 1

Écrire une fonction d'argument n qui renvoie une valeur approchée de I_n par une des méthodes des rectangles (avec une subdivision de 100 intervalles).

Question 2

Afficher quelques valeurs de cette suite afin de conjecturer sa monotonie et son comportement asymptotique.

Exercice 3

Lors d'une expérience on mesure un phénomène numérique au cours du temps et on dresse deux listes (de même longueur) :

- `V` : la liste des mesures,
- `T` : la liste des temps (en seconde, dans l'ordre croissant) correspondant à chaque mesure.

Exemple : `T=[0, 2, ...]` et `V=[1.5, 0.8, ...]` signifie que 1.5 a été mesuré à 0s, puis la valeur suivante (0.8) a été prise à 2s etc.

Question 1

Écrire un programme, qui à partir de ces deux listes, renvoie une valeur approchée de l'intégrale du phénomène au cours du temps par la méthode des rectangles.

Question 2

Tester ce programme avec les listes : `T=[0, 2, 3, 5, 6, 8]` *et* `V=[1.5, 0.8, 0.7, 0.7, 0.9, 1.8]`.

Exercice 4

On démontre que la longueur L de la courbe $y = x^2$ pour $x \in [0;1]$ dans un repère orthonormal est donnée par :

$$L = \int_0^1 \sqrt{1+4x^2} \mathrm{d}x$$

Question

Calculer L à 10^{-3} près.

On pourra commencer par justifier que si $\varphi(x) = \sqrt{1+4x^2}$ pour tout $x \in [0;1]$ alors $\varphi'(x) \leq \frac{4}{\sqrt{5}} < 1.8$.