

תרגיל בית – Motion-Capture – MATLAB

ברצוננו לתרגל את שיטת ה-LS באמצעות סימולציה של מיקום מרקרים על גוף קשיח ומציאת טרנספורמציה (R, t) בין מצבים שונים של הגוף.

1. נסמלץ מיקום $v_i = (x, y, z)$ של 1000 מרקרים על גבי חרוט באמצעות משוואת החרוט הבאה:

$$\begin{cases} x = (r - z) \cdot \cos \theta \\ y = (r - z) \cdot \sin \theta \\ z = z \end{cases}$$

כאשר:

$$\begin{cases} r = 5 \\ \theta \in (0, 2\pi) \\ z \in (0, 5) \end{cases}$$

- השתמשו בפונקציית $\text{rand}()$ כדי להגריל ערכים אקראיים באופן אחיד על כל הטווח הנתון של θ, z .
- בשביל שבכל הרצה תקבלו את אותה תוצאה רשמו בתחילת הקוד $\text{rng}(x)$, כאשר במקום ה- x הכניסו את הספרה ה-7 של תעודת הזהות של אחד מבני הזוג.
- הציגו את החרוט שיצא לכם באמצעות $\text{scatter3}()$ והוסיפו את שמות הצירים על גבי הגרף.

2. בסעיף 1, יצרתם גוף קשיח שמערכת הצירים שלו ומערכת הצירים של העולם מתלכדים. כעת נניח שבמצב הראשוני (כמו בחיים האמיתיים) הגוף נמצא באוריינטציה ובמיקום שונה ממערכת הצירים של העולם.

- הגרילו זווית $\theta_1 \in (0, 360)^\circ$ ורשמו אותה.
- הגרילו הזזה $t_1 = [e_1, e_2, e_3], e_i \in (-10, 10)$ ורשמו אותה.
- סובבו את ה"חרוט" (את כל אחד מהמרקרים) סביב ציר x של מערכת העולם בזווית θ_1 והזיזו את התוצאה ב- t_1 .

$$a_i = R_1 \cdot v_i + t_1, \quad R_1 \equiv R_x(\theta_1), \quad i = 1, \dots, N \text{ markers}$$

- הציגו את החרוט לאחר הטרנספורמציה על גבי הגרף מהסעיף הקודם והוסיפו מקרא.

3. כעת נניח שעבר זמן והגוף הקשיח זז והסתובב מהפוזיציה הראשונית שלו.

- הגרילו זווית $\theta_2 \in (0, 360)^\circ$ ורשמו אותה.
- הגרילו הזזה $t_2 = [e_1, e_2, e_3], e_i \in (-10, 10)$ ורשמו אותה.
- סובבו את ה"חרוט" מהמיקום הראשוני, a , (כל אחד מהמרקרים) סביב ציר z של מערכת העולם בזווית θ_2 והזיזו את התוצאה ב- t_2 .

$$b_i = R_2 \cdot a_i + t_2, \quad R_2 \equiv R_z(\theta_2), \quad i = 1, \dots, N \text{ markers}$$

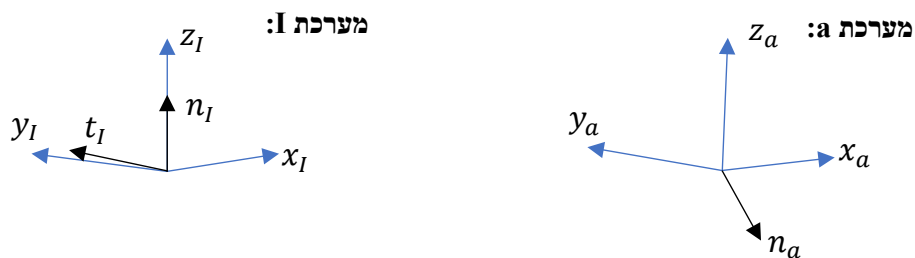
- הציגו את החרוט לאחר הטרנספורמציה על גבי הגרף מהסעיף הקודם והוסיפו מקרא.

4. הסתכלו על הגרף מסעיף 3 באופן ויזואלי בלבד (ללא חישוב) ושרטטו באופן איכותי את

ציר הסיבוב ווקטור התזוזה שמתארים לפי דעתכם, את המעבר מרגע a לרגע b עבור:

- סיבוב מרגע a לרגע b במערכת העולם, n_I
- סיבוב מרגע a לרגע b במערכת הגוף ברגע a , n_a ?
- תזוזה מרגע a לרגע b במערכת העולם, t_I

שרטטו איכותי לדוגמא:



5. בסעיפים 1-3 סימלצנו מיקום של 1000 מרקרים על גבי גוף קשיח בשני זמנים שונים, רגע

a ורגע b . כעת נניח שאנחנו לא יודעים כיצד חושבו מיקומי המרקרים, אלא קיבלנו שני

סטים של 1000 וקטורים ברגעים שונים a ו- b .

- ממשו את פתרון בעיית האופטימיזציה הבאה בשיטת LS כפונקציה:

$$\begin{cases} \min_{R, t} \sum_{i=1}^n \|Ra_i + t - b_i\|^2 \\ R \cdot R^T = I \end{cases}$$

- מצאו את R ו- t
- רשמו את המשוואות והתנאים בהם השתמשתם.

6. בעיית האופטימיזציה המוצגת בסעיף הקודם מנסה למזער את שגיאת ה-LSE:

$$E = \sum_{i=1}^n \|Ra_i + t - b_i\|^2$$

- עפ"י הדרך בה בנינו את הסימולציה, שערנו את גודל השגיאה – קטנה/גדולה?
- חשבו את השגיאה המנורמלת $E_N = \frac{E}{N}$ כאשר N הוא מספר המרקרים.

7. אילו ערכי R ו- t ציפיתם לקבל עפ"י האופן בו יצרתם את רגע b ? האם קיבלתם מה שציפיתם? השוו בין התוצאות לציפיות. (השתמשו ב-`rotm2axang()` בשביל לקבל את ציר הסיבוב וזווית הסיבוב מטריצות הסיבוב שחישבתם).

8. כעת נחפש את המשמעות של הפרמטרים שמצאתם R ו- t :

R :

- רשמו את המשוואה המתארת את האוריינטציה של הגוף הקשיח ברגע b ביחס לרגע a , בהינתן R מהסעיף הקודם.
- למה שווה האוריינטציה של הגוף ברגע a ביחס למערכת העולם I , בהינתן שאתם יודעים כיצד בניתם את רגע a ?
- חשבו את האוריינטציה היחסית של הגוף ברגע b ביחס לרגע a .

t :

- רשמו את המשוואה המתארת את מיקום הראשית של הגוף ברגע b (b_o) ביחס למיקום הראשית של הגוף ברגע a (a_o), בהינתן R ו- t מהסעיף הקודם.
- נגדיר שהראשית של הגוף הקשיח נמצא במרכז הגיאומטרי שלו. בהנחה ש-1000 מרקרים נותנים כיסוי רחב של הצורה, הראשית של הגוף מוגדרת להיות ממוצע המרקרים. חשבו את a_o .
- חשבו את מיקום הראשית של הגוף ברגע b (b_o) ביחס למיקום הראשית של הגוף ברגע a (a_o).

9. השוו בין כיווני וקטורי הסיבוב של R, R_a^b ווקטור ההזזה $t_{a \rightarrow b}$ שציפיתם לקבל (סעיף 4) והערכים שקיבלתם (השתמשו ב-`rotm2axang()` בשביל לקבל את ציר הסיבוב ממטריצות הסיבוב שחישבתם).

10. בסעיפים הקודמים ניתחנו תנועה של גוף קשיח באמצעות 1000 מרקרים. בפועל נשתמש רק במספר מצומצם של מרקרים כתוצאה מזמן ההכנה הארוך וה-post-processing של ה-data.

- מתוך ה-1000 מרקרים שיצרתם בכל סט a ו-b, בחרו את חמשת המרקרים הראשונים.
- שרטטו את רגע a ורגע b על גבי גרף חדש באמצעות `scatter3()`, הוסיפו שמות של הצירים ומקרא.
- חשבו את $R, t, R_a^b, t_{a \rightarrow b}$, כאשר a_o לפי סעיף 8 (הממוצע של ערכי 1000 מרקרים ברגע a). השוו את הערכים שקיבלתם לערכים שקיבלתם עבור 1000 מרקרים. האם קיבלתם ערכים דומים? מדוע?
- האם נצפה ששגיאת LSE המנורמלת, E_N תקטן/תהיה דומה/תגדל ביחס ל-1000 מרקרים.
- חשבו את השגיאה E_N .

11. עד כה השתמשנו במודל של חרוט שהינו באמת גוף קשיח וסימלצנו מתוכו את מיקום המרקרים. כעת נוסיף רעש למדידה שנובע בעיקרו מ-STA (Soft Tissue Artifact).

- בהנחה שרגע האפס, a, הוא רגע בו הגוף נמצא במנוחה ולכן ה-STA נמוך, לא נוסיף עבורו רעש. לעומת זאת עבור רגע b, רגע כלשהו, נניח שה-STA מוסיף לנו רעש אקראי שמתפלג נורמלי עם ממוצע $\mu = 0$ וסטיות תקן $\sigma = 0.5$,

$$b_{noise} = b + w \quad w \sim N(0, 0.5^2)$$
- שרטטו את רגע a ורגע b המורעש על גבי גרף חדש באמצעות `scatter3()`, הוסיפו שמות של הצירים ומקרא.
- חשבו את R, t . השוו את הערכים שקיבלתם לערכים שקיבלתם בסעיף הקודם. האם קיבלתם ערכים דומים? מדוע?
- האם נצפה ששגיאת LSE המנורמלת, E_N תקטן/תהיה דומה/תגדל ביחס לסעיף הקודם.
- חשבו את השגיאה E_N .

12. כמו שנאמר בתרגול, ניתן לשפר את תוצאת שערך R ו- t באמצעות משקול כל אחד מהמרקרים או משקול קבוצת מרקרים, כך שהמרקרים ה"איכותיים" יותר יקבלו משקל גבוה יותר.

- בהינתן חמשת המרקרים מהסעיף הקודם – 5 עבור רגע a ו-5 מורעשים עבור רגע b , מצאו את כל המשולשים האפשריים – כלומר מצאו את כל הקומבינציות של 3 מרקרים מתוך 5. היעזרו ב-`combnk()`.
- עבור כל קומבינציה חשבו את R לפי פתרון ה-LS שמימשתם בסעיפים הקודמים.
- מתוך כל R של כל אחת מהקומבינציות חשבו את זווית הסיבוב במעלות. היעזרו ב-`rotm2axang()`.
- שרטטו על גרף אחד את כל זוויות הסיבוב עבור כל הקומבינציות, כאשר ציר x הוא מספר הקומבינציה וציר y הוא ערך הזווית, הוסיפו בקו אופקי את ערך הזווית שמצאתם בסעיף הקודם עבור פתרון בעיית ה-LS עבור כל חמשת המרקרים והוסיפו בקו אופקי את ערך הזווית θ_2 .

13. לפי הגרף מהסעיף הקודם,

- האם גודל השגיאות מסתדר עם גודל הרעש שהכנסתם? ($=, >, <, \geq, \leq$)
- אם הייתם רוצים להשתמש במשקול בפתרון ה-LS, רשמו את מספר הקומבינציה (= שלשת מרקרים) שהייתה מקבלת את המשקל הגדול ביותר את מספר הקומבינציה שהייתה מקבלת את המשקל הנמוך ביותר.