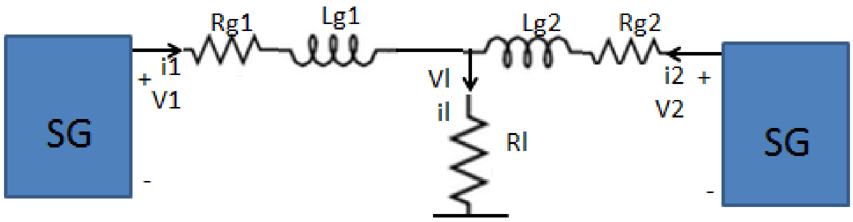
מודל 2 גנרטורים סינכרונים המחוברים דרך עומס במקביל:



נגדיר:

$$\underline{i}_1 = \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{b1} \\ ic_1 \end{bmatrix}, \quad \underline{i}_2 = \begin{bmatrix} i_{a2} \\ i_{b2} \\ ic_2 \end{bmatrix}, \quad \underline{V}_1 = \begin{bmatrix} V_{a1} \\ V_{b1} \\ Vc_1 \end{bmatrix}, \quad \underline{V}_2 = \begin{bmatrix} V_{a2} \\ V_{b2} \\ Vc_2 \end{bmatrix}$$

וכעת:

$$\underline{i}_L = \underline{i}_1 + \underline{i}_2, \qquad \underline{V}_L = \underline{i}_L R_L$$

$$\underline{V}_1 - \underline{V}_L = V_{Rg1} + \underline{V}_{Lg1}, \qquad \underline{V}_2 - \underline{V}_L = V_{Rg2} + \underline{V}_{Lg2}$$

$$\underline{V}_{Rg1} = \underline{i}_1 R_g, \qquad \underline{V}_{Rg2} = \underline{i}_2 R_g$$

$$\underline{V}_{Lg1} = L\dot{\underline{i}}_1, \qquad \underline{V}_{Lg2} = L\dot{\underline{i}}_2$$

$$\underline{V}_1 = \underline{i}_1(R_g + R_L) + \underline{i}_2 R_L + L\dot{\underline{i}}_1, \qquad \underline{V}_2 = \underline{i}_2(R_g + R_L) + \underline{i}_1 R_L + L\dot{\underline{i}}_2$$

נבצע פיתוח עבור המשדי"ף של גנרטור מספר 1. נבצע התמרת פארק כדי לקבל את המשוואות בקורדינטות של הגנרטור.

$$U(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$U(\theta)^{-1} = U(\theta)^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

נחשב את ההתמרה בין מערכת צירים מותמרת פארק בזווית t לבין מערכת צירים מותמרת פארק בזווית s:

$$x_{dq0}(t) = R(t,s)x_{dq0`}(s) = R_{s\to t}\, x_{dq0`}(s)$$

$x_{dq0}(t) = U(t)x_{abc} = U(t)U^{-1}(s)x_{dq0`}(s)$

$R(t,s) = R_{s\to t} = U(t)U^{-1}(s)$

$$R(t,s) = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos(t) & \cos(t-\frac{2\pi}{3}) & \cos(t+\frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(t) & -\sin(t-\frac{2\pi}{3}) & -\sin(t+\frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \cos(s) & -\sin(s) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(s-\frac{2\pi}{3}) & -\sin(s-\frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(s+\frac{2\pi}{3}) & -\sin(s+\frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$R(t,s) = \begin{bmatrix} \cos(s-t) & -\sin(s-t) & 0 \\ \sin(s-t) & \cos(s-t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

נבצע את התמרת הקורדינטות:

$\underline{V}_{1dq0} = \underline{i}_{1dq0}(R_g + R_L) + \underline{i}_{2dq0`}R_L + LU(\theta_1)\dot{\underline{i}}_1$

כזכור:

$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i0 \end{bmatrix} = U(\theta)\frac{d\underline{i}_{abc}}{dt} + \omega\begin{bmatrix} i_q \\ -i_d \\ 0 \end{bmatrix}$

נניח לשם פשטות כי אין ניוטרל ולכן: $i_0 = V_0 = 0$.

ולכן:

$\begin{bmatrix} V_{d1} \\ V_{q1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \end{bmatrix}(R_g + R_L) + \begin{bmatrix} i_{d2\prime} \\ i_{q2\prime} \end{bmatrix}R_L + L(\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \end{bmatrix} - \omega_1\begin{bmatrix} i_{q1} \\ -i_{d1} \end{bmatrix})$

נשים לב כי הזרמים של הגנרטור השני מסומנות ב ' כיוון שהטרנספורמציה שביצענו היא יחסית לθ_1 , אולם בהמשך נרצה להתיחס לזרמים כפי שהם נמדדים בגנרטור עצמו, ולכן נבצע טרנספורמציה $R_{\theta_1\to\theta_2}$.

$\begin{bmatrix} V_{d1} \\ V_{q1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \end{bmatrix}(R_g + R_L) + \begin{bmatrix} \cos(\theta_1-\theta_2) & -\sin(\theta_1-\theta_2) \\ \sin(\theta_1-\theta_2) & \cos(\theta_1-\theta_2) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{d2} \\ i_{q2} \end{bmatrix}R_L + L(\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \end{bmatrix} - \omega_1\begin{bmatrix} i_{q1} \\ -i_{d1} \end{bmatrix})$

משוואת גנרטור סינכרוני – בהנחת זרם עירעור קבוע:

$$\begin{bmatrix} L_s\dot{i_{d1}} \\ L_s\dot{i_{q1}} \\ J\dot{\omega_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathrm{R_s} & \omega_1 L_s & 0 \\ -\omega_1\mathrm{L_s} & -\mathrm{R_s} & -\mathrm{mi_f} \\ 0 & mi_f & -D_p \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \\ \omega_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -V_{d1} \\ -V_{q1} \\ T_m \end{bmatrix}$$

נגדיר

$\delta_1 = \theta_1 - \theta_2 \;\; \rightarrow \;\; \dot{\delta_1} = \omega_1 - \omega_2$

$$\begin{bmatrix}(L_s+L_g)\dot{\imath}_{d1}\\(L_s+L_g)\dot{\imath}_{q1}\\D_p\dot{\omega}_1\\\dot{\delta}_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\mathrm{R_s}-R_g-R_L & \omega_1(L_s+L_g) & 0 & 0\\-\omega_1(L_s+L_g) & -\mathrm{R_s}-R_g-R_L & -\mathrm{mi_f} & 0\\0 & mi_f & -D_p & 0\\0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{d1}\\i_{q1}\\\omega_1\\\delta_1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\T_m\\0\end{bmatrix}+$$

$$\begin{bmatrix}R_L\cos(\delta_1) & -R_L\sin(\delta_1) & 0 & 0\\R_L\sin(\delta_1) & R_L\cos(\delta_1) & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{d2}\\i_{q2}\\\omega_2\\\delta_2\end{bmatrix}$$

Model Reduction – leading to swing equation.

ננסה לנסח את שני השורות הראשונות בצורה קומפלקסית:

$$i=i_d+ji_q,\quad Z_\omega=R+j\omega_1L$$

עבור: $L=L_s+L_g\quad,\ \mathrm{R}=\mathrm{R_s}+R_g+R_L$

ואזי ניתן לכתוב את שתי השורות הראשונות באופן הבא:

$$L\frac{di_1}{dt}=-Z_{\omega_1}i_1-j\omega_1mi_f+R_L\left(e^{j\delta_1}+je^{j\delta_1}\right)i_2$$

כעת, נניח כי i_d,i_q הינם משתנים מהירים ביחס לω,δ . כלומר $\frac{di_1}{dt}=0$. ואז:

$$i_1=\frac{-j\omega_1mi_f+R_L\left(e^{j\delta_1}+je^{j\delta_1}\right)i_2}{Z_{\omega_1}}$$

$$i_q=Im\{i\}$$
$$=Im\left\{\frac{(-j\omega_1mi_f+R_L(\cos(\delta_1)\,i_{d2}+J\sin(\delta_1)\,i_{d2}-\sin(\delta_1)i_{d1}+j\cos(\delta_1)i_{d1}))(R-j\omega_1L)}{R^2+\omega_1{}^2L^2}\right\}$$

$$i_q=\frac{(-R\omega_1mi_f+R_L(R\sin(\delta_1)i_{d2}+R\cos(\delta_1)\,i_{d1})+\omega_1L\sin(\delta_1)\,i_{d2}+\omega_1L\cos(\delta_1)i_{d1})}{R^2+\omega_1{}^2L^2}$$

מהשורה השלישית במודל:

$$D_p\dot{\omega}_1+D_p\omega_1=mi_fi_q+T_m$$

$$\dot{\delta}_1=\omega_1-\omega_2$$