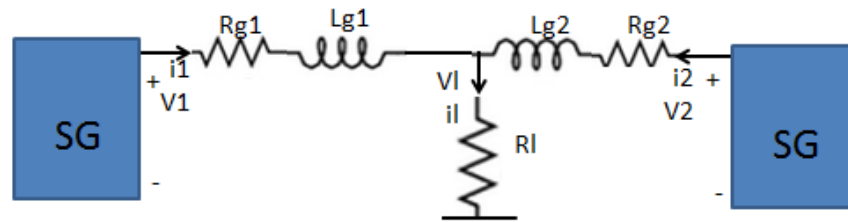


מודל 2 גנרטורים סינכרוניים המחוברים דרך עומס במקביל:



נגדיר:

$$\underline{i}_1 = \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{b1} \\ i_{c1} \end{bmatrix}, \quad \underline{i}_2 = \begin{bmatrix} i_{a2} \\ i_{b2} \\ i_{c2} \end{bmatrix}, \quad \underline{V}_1 = \begin{bmatrix} V_{a1} \\ V_{b1} \\ V_{c1} \end{bmatrix}, \quad \underline{V}_2 = \begin{bmatrix} V_{a2} \\ V_{b2} \\ V_{c2} \end{bmatrix}$$

וכעת:

$$\underline{i}_L = \underline{i}_1 + \underline{i}_2, \quad \underline{V}_L = \underline{i}_L R_L$$

$$\underline{V}_1 - \underline{V}_L = V_{Rg1} + \underline{V}_{Lg1}, \quad \underline{V}_2 - \underline{V}_L = V_{Rg2} + \underline{V}_{Lg2}$$

$$\underline{V}_{Rg1} = \underline{i}_1 R_g, \quad \underline{V}_{Rg2} = \underline{i}_2 R_g$$

$$\underline{V}_{Lg1} = L \dot{\underline{i}}_1, \quad \underline{V}_{Lg2} = L \dot{\underline{i}}_2$$

$$\underline{V}_1 = \underline{i}_1 (R_g + R_L) + \underline{i}_2 R_L + L \dot{\underline{i}}_1, \quad \underline{V}_2 = \underline{i}_2 (R_g + R_L) + \underline{i}_1 R_L + L \dot{\underline{i}}_2$$

נבצע פיתוח עבור המשדי"ף של גנרטור מספר 1. נבצע התמרת פארק כדי לקבל את המשוואות בקורדינטות של הגנרטור.

$$U(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$U(\theta)^{-1} = U(\theta)^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

נחשב את ההתמרה בין מערכת צירים מותמרת פארק בזווית t לבין מערכת צירים מותמרת פארק בזווית s :

$$x_{dq0}(t) = R(t, s) x_{dq0}(s) = R_{s \rightarrow t} x_{dq0}(s)$$

$$x_{dq0}(t) = U(t)x_{abc} = U(t)U^{-1}(s)x_{dq0}(s)$$

$$R(t, s) = R_{s \rightarrow t} = U(t)U^{-1}(s)$$

$$R(t, s) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(t) & \cos(t - \frac{2\pi}{3}) & \cos(t + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(t) & -\sin(t - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(t + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(s) & -\sin(s) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(s - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(s - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(s + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(s + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$R(t, s) = \begin{bmatrix} \cos(s - t) & -\sin(s - t) & 0 \\ \sin(s - t) & \cos(s - t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

נבצע את התמרת הקורדינטות:

$$\underline{V}_{1dq0} = \underline{i}_{1dq0}(R_g + R_L) + \underline{i}_{2dq0}R_L + LU(\theta_1)\underline{\dot{i}}_1$$

כזכור:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = U(\theta) \frac{di_{abc}}{dt} + \omega \begin{bmatrix} i_q \\ -i_d \\ 0 \end{bmatrix}$$

נניח לשם פשטות כי אין ניוטרל ולכן: $i_0 = V_0 = 0$

ולכן:

$$\begin{bmatrix} V_{d1} \\ V_{q1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \end{bmatrix} (R_g + R_L) + \begin{bmatrix} i_{d2'} \\ i_{q2'} \end{bmatrix} R_L + L \left(\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \end{bmatrix} - \omega_1 \begin{bmatrix} i_{q1} \\ -i_{d1} \end{bmatrix} \right)$$

נשים לב כי הזרמים של הגנרטור השני מסומנות ב' כיוון שהטרנספורמציה שביצענו היא יחסית ל θ_1 , אולם בהמשך נרצה להתייחס לזרמים כפי שהם נמדדים בגנרטור עצמו, ולכן נבצע טרנספורמציה $R_{\theta_1 \rightarrow \theta_2}$.

$$\begin{bmatrix} V_{d1} \\ V_{q1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \end{bmatrix} (R_g + R_L) + \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 - \theta_2) & -\sin(\theta_1 - \theta_2) \\ \sin(\theta_1 - \theta_2) & \cos(\theta_1 - \theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{d2} \\ i_{q2} \end{bmatrix} R_L + L \left(\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \end{bmatrix} - \omega_1 \begin{bmatrix} i_{q1} \\ -i_{d1} \end{bmatrix} \right)$$

משוואת גנרטור סינכרוני – בהנחת זרם עירעור קבוע:

$$\begin{bmatrix} L_s \dot{i}_{d1} \\ L_s \dot{i}_{q1} \\ J \dot{\omega}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s & \omega_1 L_s & 0 \\ -\omega_1 L_s & -R_s & -m i_f \\ 0 & m i_f & -D_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \\ \omega_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -V_{d1} \\ -V_{q1} \\ T_m \end{bmatrix}$$

נגדיר

$$\delta_1 = \theta_1 - \theta_2 \rightarrow \dot{\delta}_1 = \omega_1 - \omega_2$$

ונקבל את המודל:

$$\begin{bmatrix} (L_s + L_g)\dot{i}_{d1} \\ (L_s + L_g)\dot{i}_{q1} \\ D_p\dot{\omega}_1 \\ \dot{\delta}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s - R_g - R_L & \omega_1(L_s + L_g) & 0 & 0 \\ -\omega_1(L_s + L_g) & -R_s - R_g - R_L & -mi_f & 0 \\ 0 & mi_f & -D_p & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \\ \omega_1 \\ \delta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_m \\ 0 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} R_L \cos(\delta_1) & -R_L \sin(\delta_1) & 0 & 0 \\ R_L \sin(\delta_1) & R_L \cos(\delta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{d2} \\ i_{q2} \\ \omega_2 \\ \delta_2 \end{bmatrix}$$