Fast and Scalable Reachability Queries on Graphsby Pruned Labeling with Landmarks and Paths

@Authors： Yosuke Yano, Takuya Akiba, Yoichi Iwata, Yuichi Yoshida
@Published in: ACM International Conference on Conference on I… , 2013 :1601-1606
@Presented by: Yina Lv , Time: Qct 26, 2018
@Action： October 21, 2018 9:00 PM

Schema

- pruned landmark labeling
- pruned path labeling

1.Introduction

1.1 背景介绍

- 目前，大型图形数据的出现，提出了很多索引方案。但是，由于当前最先进的方法存在可伸缩性或查询时间过长的缺点，可伸缩性查询的有效处理仍然是一个巨大的问题。最经典的方法之一是压缩传递闭包，但是空间复杂度高。
- 预先计算每个节点的标签，以便可以从两个节点的标签中回答可达性查询。这种方法很有用，因为在获得小标签后，它们可以获得快速查询和较小的索引大小。然而，计算这样的标签一直是具有挑战性且非常昂贵的，因此限制了该方法的可扩展性。
- 什么是可达性查询(reachability queries)?
  给定一个有向图G=(V，E)，回答是否存在从节点s到t的有向路径。若存在，即可达；若不存在，既不可达。这是图上最基本和最重要的操作之一。
  eg：在SPARQL和XQuery查询引擎中，这是回答用户查询的基本构件之一。在计算生物学中，它被用来表示和分析分子和细胞的功能。在程序分析中，它实现了精确的过程间数据流分析。

1.2 本文工作

- 注意！！本文是针对有向图而提出的。
- 本文提出了一种新的labeling-based的可达性查询方法，即修剪地标标记和修剪路径标记。
- 由于它们都是基于标记的方法，所以它们实现了快速的查询时间和较小的索引大小，它们的索引算法比以前的算法效率要高得多，克服了基于标记的方法的可伸缩性的缺点，并在

查询时间、索引大小和可伸缩性之间实现了显著的权衡，这是以前的方法所无法做到的。

修剪地标标记和剪枝路径标记的新索引算法

- 剪枝标记采用2-hop，剪枝路径标记采用3-hop。
- 例如，虽然最短路径查询方法是针对社交网络和web图等网络而设计的，但我们设计了适用于实际有向无环图的方法。
- 此外，修剪路径标记的索引算法本质上是一种新算法，它只需一次修剪搜索就可以从路径中的所有节点计算标签条目。

符号：设G =（V，E）为有向图。顶点的数量|V|和边数|E|分别由n和m表示。对于两个顶点s,t∈V，如果存在从s到t的路径，则将reach(s,t)定义为true，否则为false。 可达性查询(s,t)询问reach(s,t)是否为真。用d_{IN}（v）和d_{OUT}（v）表示v的indegree(入度)和outdegree(出度)

强连接组件：我们可以放心假设输入图始终是有向无环图（DAG）。注意，G的强连通分量（SCC）中的所有顶点在可达性方面是等价的，因为它们彼此可达。因此，G可以通过SCC转换为DAG，并且保留顶点之间的可达性信息。

问题定义：问题是为给定的DAG G =（V，E）预先计算一些索引，并通过使用索引快速回答到达能力查询，并在必要时快速回答DAG。 我们假设在索引之后给出所有可达性查询。也就是说，我们无法为特定的查询集创建特殊的索引。

2.PRUNED LANDMARK LABELING

给定一个DAG G=(V,E),我们对于每个节点v创建的两个标签L_{OUT}(v)，L_{IN}(v)
对于一个查询(s,t)，返回查询QUERY(s,t,L_{OUT},L_{IN}):

- QUERY(s, t, L_{OUT}, L_{IN})为true，L_{OUT}(s)和L_{IN}(t)之间为非空交叉，否则，为false
  对每个s,t∈V，构造L_{OUT}和L_{IN}，保持QUERY(s, t, L_{OUT}, L_{IN})=reach(s,t)
- ls = |L_{OUT}(s)| ， lt = |L_{IN}(t)|
- 原始的算法时间复杂度为 O(ls·lt),若是排序好的， O(ls+lt)

> 为了简单起见，我们首先描述了一种在不剪枝的情况下构造Lout和LIN的算法，然后讨论了一种具有剪枝的算法。

2.1 Naive Algorithm

设V={v1，…，vn}为顶点集。我们通过按这个顺序处理v1，…，vn来逐步构造标签。

- 首先，初始化节点v的入标签集和出标签集均为空集：L^0_{OUT}(v)=L^0_{IN}(v)=∅
- 假设我们计算得到了L^{k-1}_{OUT}和L^{k-1}_{IN}，那么进行vk为顶点的BFS，若在BFS过程中经过了节点

v，那么$L^k_{IN}(v)=L^{k-1}_{IN}(v)\cup\{v_k\}$，否则$L^{k-1}_{IN}(v)$。同理，通过reversed BFS可计算$L^k_{OUT}$

我们使用L^n_{OUT}和L^n_{IN}来回答可达性问题。显然，它们满足这个查询QUERY(s, t, L_{OUT},L_{IN})=reach(s,t)，因为每个顶点都有关于它可以到达哪个顶点的所有信息，并且也有哪些节点可以达到它的信息。我们还注意到，QUERY(s,t,L^k_{OUT}，L^k_{IN})=true当且仅当从s到t有一条路径通过v1，…，vk中的一个。

2.2 Pruned Landmark Labeling

上述方法时间复杂度为O(nm),在修剪标志标记中，我们通过修剪节点来阻止BFSs。
假设我们在BFS期间从一个节点v_k访问一个节点v，并且可以通过现有的标签显示v可以从v_k访问，也就是说，查询QUERY(v_k,v,L^{k-1}_{OUT}，L^{k-1}_{IN})是真的。同理可得，QUERY(v,v_k,L^{k-1}_{OUT}，L^{k-1}_{IN})也是真的。

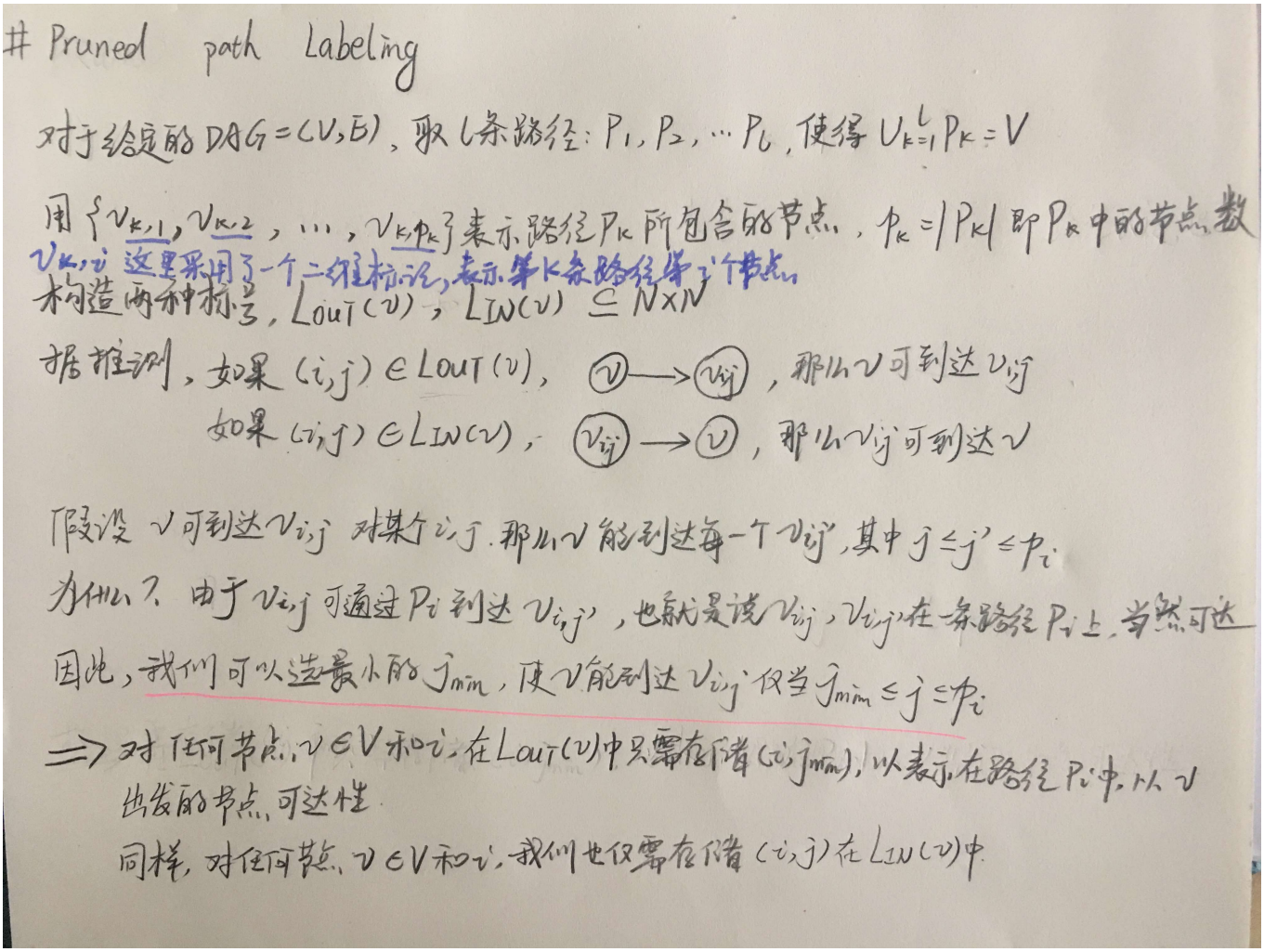
对于最短路径查询，修剪标记的性能在很大程度上取决于节点排序。因此，为了修剪更多的节点，我们希望找到一个节点排序v1，…，vn，使得大多数可达对(s,t)满足在排序中可以通过一个早期节点到达t。采用的策略是对节点依据($d_{IN}(v)+1)\times(d_{OUT}(v)+1$)进行降序排序。我们知道在BFS中，`先找到的节点距离最近，路径最短`。

3.Pruned path Labeling

3.1 概述

> 注意：对于下面这些细节处理方面不懂的，可以看3.1.1所讲的内容

修剪路径标记的想法是迭代地选择路径并从这些路径进行BFS。与修剪地标标记的主要区别在于我们使用路径而不是节点来进行BFS。然后，我们存储哪些节点可以到达这些路径，或者可以从这些路径到达。如果给出了一个查询(s,t)，找到一条用两个节点u，v选择的路径，这样就有一个形式为s - u - v - t的路径。 从这个意义上讲，我们的方法可以看作是一个`3-hop cover`,详细情况如下：

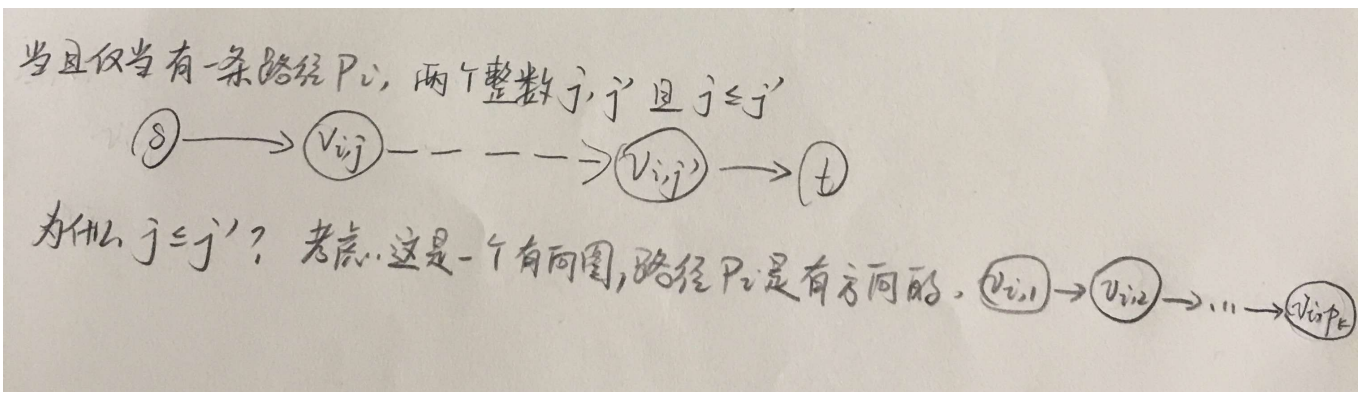


> 对于路径而言，路径上的每个节点之间都是可达的，所以上图中，我们选择在L_{OUT}存储(i,j_{min})来表示路径Pi中，对于v出发的节点的可达性。也就是说，v可到达$v_{i,\ j_{min}}$……$v_{i,\ p_k}$之间的所有节点。

对于任何一个查询(s,t)，返回查询(s, t, L_{OUT}, L_{IN}):

$$\text{QUERY}(s,t,L_{\text{OUT}},L_{\text{IN}}) = \begin{cases} \textbf{true} & \text{if } \exists i,j,j' \in \mathbb{N}\ s.t.\ j \le j', \\ & \quad (i,j) \in L_{\text{OUT}}(s), \\ & \quad (i,j') \in L_{\text{IN}}(t), \\ \textbf{false} & \text{otherwise.} \end{cases}$$

上述公式为true的情况是：



如果$L_{OUT}(S)$和$L_{IN}(T)$按路径索引排序好了，通过类合并排序算法(merge-sort-like algorithm)可计算得到上述查询的时间复杂度为$O(|L_{OUT}(s)|+|L_{IN}(t)|)$

3.1.1 标签构建

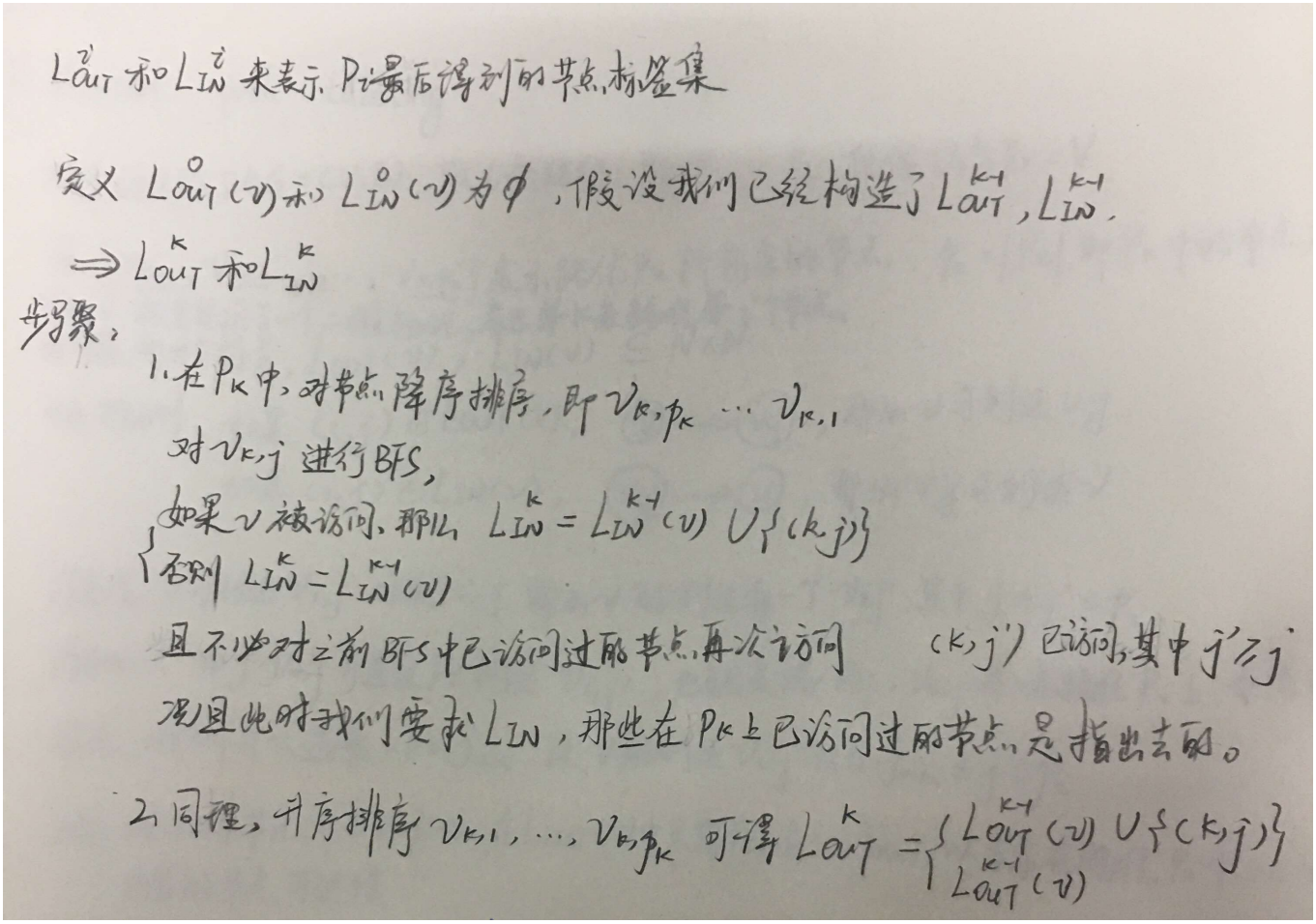
> 讲解如何创建标签L_{OUT}和L_{IN}。

1.下面给出的是原始算法：

Algorithm 1 Conduct pruned BFSs from P_k

```
1: procedure PrunedBFS(G, P_k, L_OUT^{k-1}, L_IN^{k-1})
2:     p ← the number of vertices in P_k
3:     L_OUT^k[v], L_IN^k[v] ← L_OUT^{k-1}[v], L_IN^{k-1}[v] for all v ∈ V
4:     Q ← an empty queue
5:     U ← ∅
6:     for i ← p...1 do
7:         s ← P_k[i]
8:         Enqueue s onto Q
9:         while Q is not empty do
10:            Dequeue v from Q
11:            U ← U ∪ {v}
12:            if Query(s, v, L_OUT^{k-1}, L_IN^{k-1}) is false then
13:                L_IN^k[v] ← L_IN^k[v] ∪ {(k, i)}
14:                for all u ∈ children(v) do
15:                    if u ∉ U then
16:                        Enqueue u onto Q
17:    U ← ∅
18:    for i ← 1...p do
19:        s ← P_k[i]
20:        Enqueue s onto Q
21:        while Q is not empty do
22:            Dequeue v from Q
23:            U ← U ∪ {v}
24:            if Query(s, v, L_OUT^{k-1}, L_IN^{k-1}) is false then
25:                L_OUT^k[v] ← L_OUT^k[v] ∪ {(k, i)}
26:                for all u ∈ parents(v) do
27:                    if u ∉ U then
28:                        Enqueue u onto Q
29:    return (L_OUT^k, L_IN^k)
```

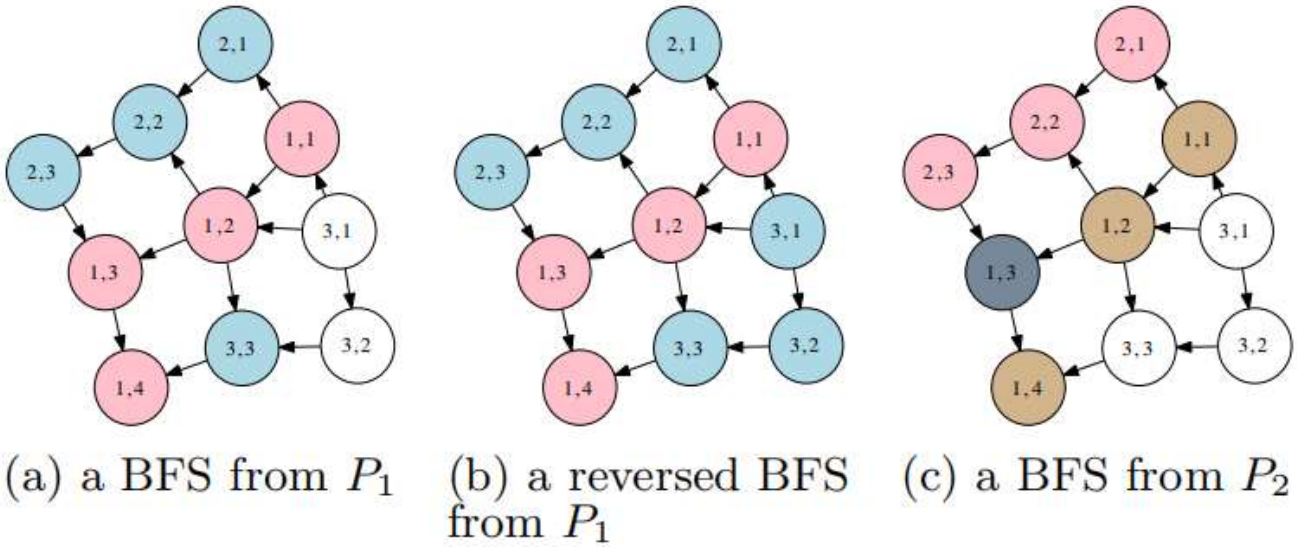
按照(P1, P2, . . . , Pl)的顺序来构造BFS过程。



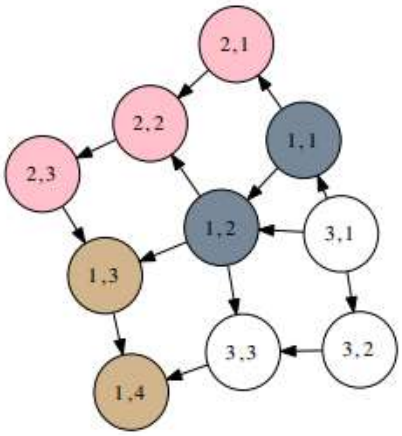
> 上图为什么要降序或升序排序呢？
> 例如降序排序时求l_{IN},由于在一条路径上，标号小的节点可到达标号大的节点。因此标号小的节点包括了标号大的节点为出发点去遍历寻找v的情况。

2.引入剪枝来改进上述算法

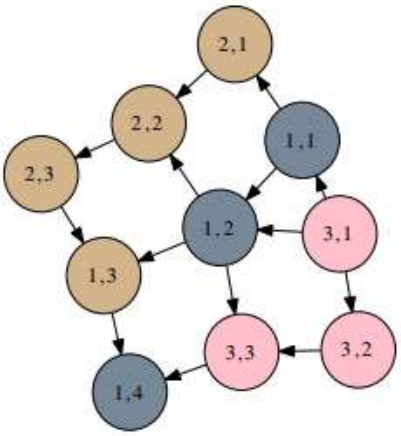
这个想法和 `pruned landmark labeling` 类似。



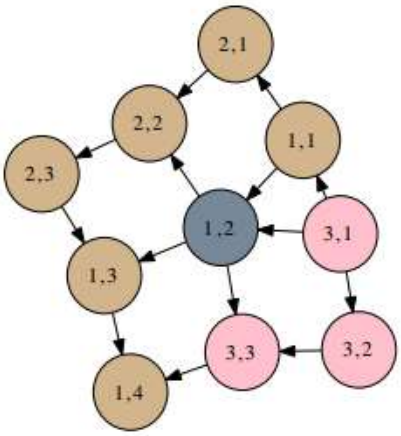
(a) a BFS from P_1 (b) a reversed BFS from P_1 (c) a BFS from P_2



(d) a reversed BFS from P_2

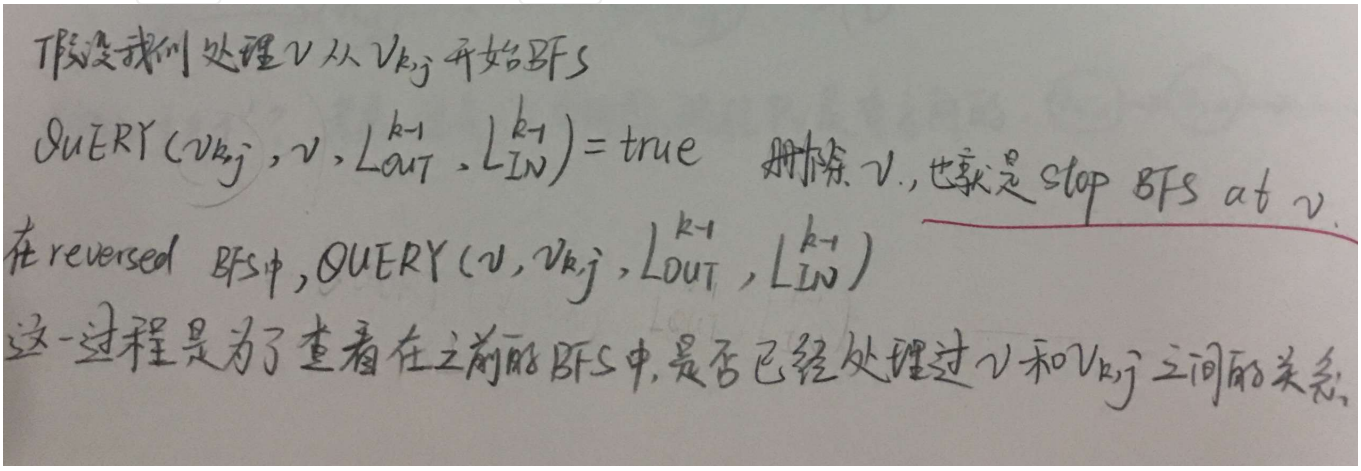


(e) a BFS from P_3



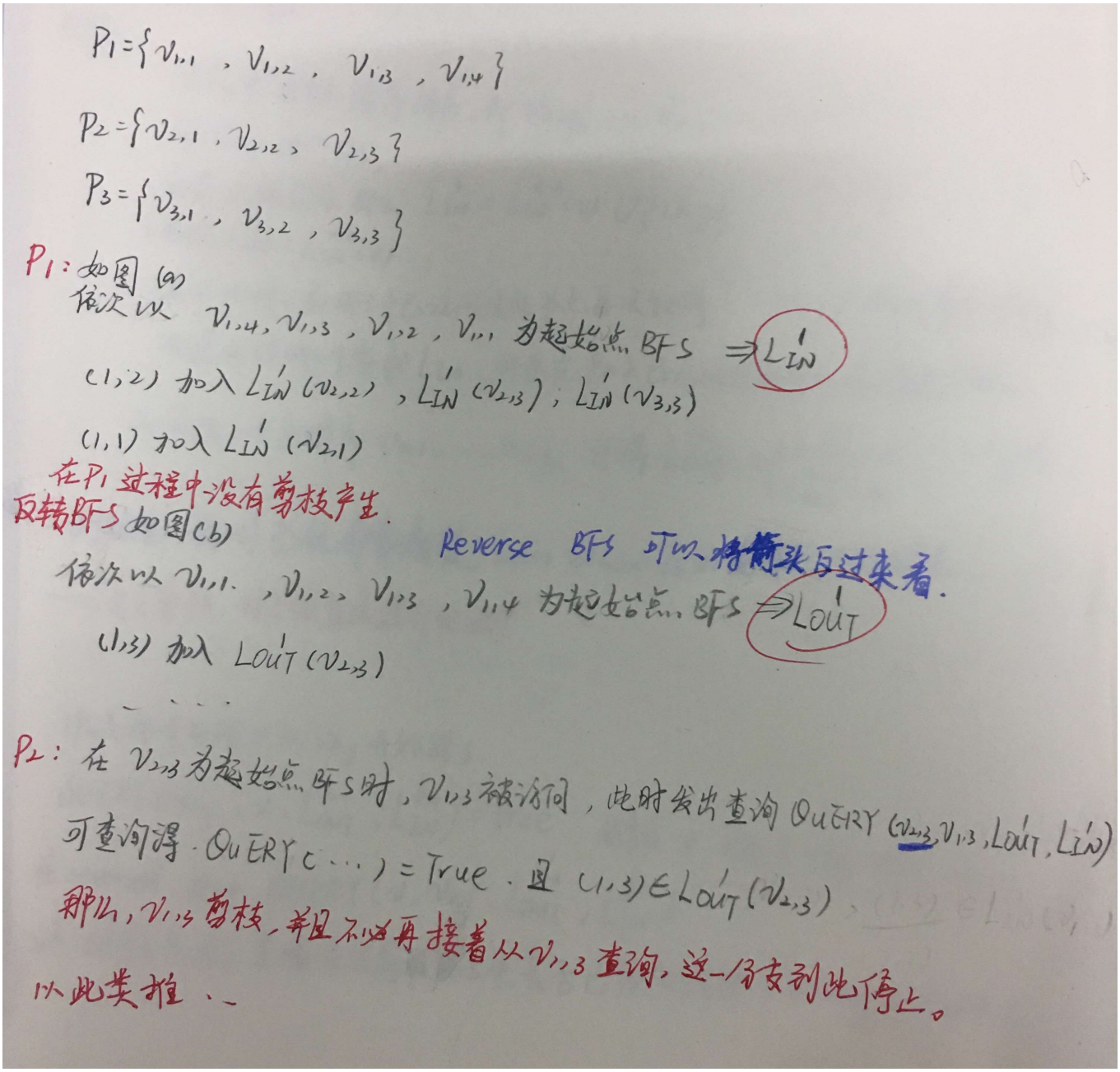
(f) a reversed BFS from P_3

上图是剪枝路径标记的一个例子。顶点颜色表示其状态：红色是BFSs的起点，蓝色是被搜索的顶点，灰色是被剪枝的顶点，而褐色是已经使用过的起点。



每次BFS时，将路径上的节点作为标签加入特定节点在这条路径上的L_{OUT}。

上图具体操作如下：



采用路径而不是顶点的潜在缺点是它可能会增加索引大小。这是因为标签中的每个元素都是一对整数（路径索引和路径中顶点的索引）而不是一个整数（顶点数），也不是修剪的地标标记。因此，如果我们找不到 `长路` ，我们就没有任何好处。 而且，通过长路径覆盖所有顶点实际上是困难的。为了解决这些问题，我们将这两种方法结合起来。也就是说，对于某些常数a≥0，我们从路径执行修剪的路径标记，然后从剩余的顶点执行修剪的地标标记。此外，如果路径的长度小于b，我们将停止取路径。从初步实验中，我们决定在接下来讲述的实验中选择a = 50和b = 10。

3.2 路径选择

> 顶点排序策略在很大程度上影响了修剪的标记标记的性能。相应地，修剪的有效性应取决于如何选择修剪路径标记中的路径。我们通过实证比较了一些路径选择策略，发现 `DPInOut` 策略在其中表现最好。

下面介绍DPInOut：

1. 给每个节点v赋值，如果v没有被选择作为路径的一部分$(d_{IN}(v)+1)\times(d_{OUT}(v)+1)$，否则的话，为0.
2. 在DAG中，通过动态规划，选择节点值加起来最大化的路径。选择50个路径后，我们按InOut排序剩余的顶点。 DPInOut背后的想法是尽可能多地选择包含重要顶点的路径。

4.实验

将修剪地标landmark标记（ `PLL` ）和修剪路径标记（ `PPL` ）与三种现有技术 `GRAIL` ，interval list（ `IL` ）和 `PWAH` 进行比较。根据 `查询时间` ， `索引大小` 和 `索引时间` 来评估这些方法。作为查询时间，我们使用超过一百万个随机查询的平均时间。

> GRAIL是一种 `图形遍历方法` ，它利用随机DFS创建的标签，以及用于可达性查询的内存效率最高的方法之一。 IL和PWAH是 `构造压缩传递闭包的方法` ，它们被证明是在大图上回答可达性查询的最快方法。我们将GRAIL的参数k设置为2。所有算法都使用标准模板库（STL）在C ++中实现。

使用了具有超过一百万个节点的真实网络，节点和边的数量（在收缩SCC之后）如表1所示。

Table 1: Real-world datasets

Dataset	$\|V\|_{SCC}$	$\|E\|_{SCC}$
ff/successors	1,858,504	2,009,541
citeseerx	6,540,399	15,011,259
cit-patents	3,774,768	16,518,948
go-uniprot	6,967,956	34,770,235
uniprot22m	1,595,444	1,595,442
uniprot100m	16,087,295	16,087,293
uniprot150m	25,037,600	25,037,598

Table 2: Average query time (μs)

Dataset	PLL	PPL	GRAIL	IL	PWAH
ff/successors	0.085	0.133	0.279	0.154	0.202
citeseerx	0.124	0.164	27.946	0.103	0.214
cit-patents	0.253	0.296	11.591	0.292	15.451
go-uniprot	0.156	0.194	0.520	0.233	0.521
uniprot22m	0.083	0.122	0.403	0.173	0.243
uniprot100m	0.133	0.197	0.743	0.292	0.361
uniprot150m	0.153	0.223	0.776	0.248	0.351

Table 3: Index size (MB)

Dataset	PLL	PPL	GRAIL	IL	PWAH
ff/successors	122.3	91.6	29.7	40.0	34.1
citeseerx	122.0	126.7	104.6	441.3	156.0
cit-patents	664.6	691.2	60.4	22444.5	5593.1
go-uniprot	263.1	273.5	111.5	792.7	255.9
uniprot22m	19.4	19.4	25.5	19.6	19.5
uniprot100m	206.8	206.8	257.4	223.0	218.8
uniprot150m	334.0	334.0	400.6	373.8	366.2

Table 4: Indexing time (sec)

Dataset	PLL	PPL	GRAIL	IL	PWAH
ff/successors	10.46	8.19	1.08	7.84	5.02
citeseerx	23.13	45.42	7.65	6.70	16.03
cit-patents	192.05	239.95	8.24	397.04	847.83
go-uniprot	26.60	29.74	5.78	18.33	31.10
uniprot22m	2.82	3.02	0.96	0.96	1.23
uniprot100m	30.80	32.99	12.39	10.64	14.39
uniprot150m	49.48	53.56	20.52	17.21	24.16

> `ff/successors` ：这是用于Firefox源代码分析的图表。
> `citeseerx，cit-patents` ：这些是来自CiteSeerX1和美国专利2的引用网络。
> `go-uniprot` ：这是来自UniProt3的GeneOntology术语和注释文件的联合图。
> `uniprot22m` ， `uniprot100m` 和 `uniprot150m` ：这些是来自UniProt数据库的RDF图。
> 我们注意到这些图的基础图非常接近树。

我们还在更大的合成图上进行了实验，以显示我们方法的可扩展性。

合成图创建：

首先随机确定1000万个节点的拓扑顺序，然后随机连接两个不相邻的节点|E|次，其中|E|为参数。请注意，每条边的方向由拓扑顺序唯一确定。

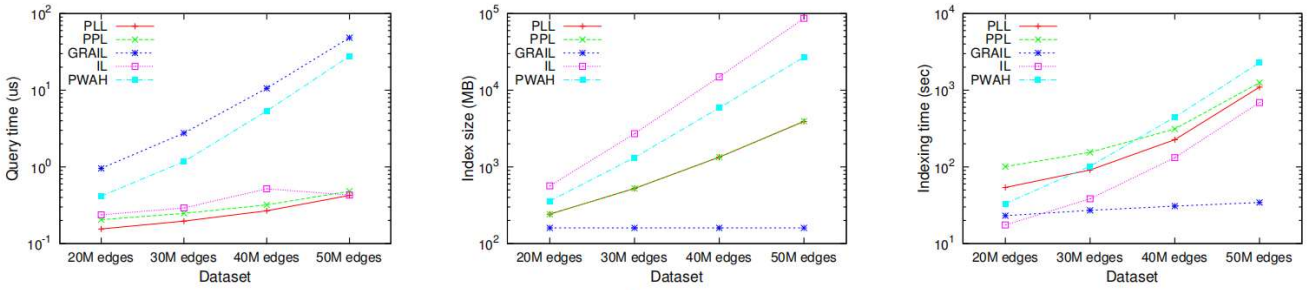
4.1 真实世界网络的性能

首先，将PLL和PPL与现实网络上的现有方法进行了比较。 表2,3和4显示了我们实验的总和。

> 表2显示了实际网络上的查询时间。PLL和PPL通常优于所有其他方法。IL在citeseerx上表现也相当不错，但在很多情况下，PLL的速度比IL快两倍。这可能是因为标签的紧凑性和PLL的查询处理过程的简单性。PPL比PLL略慢，因为通过PPL回答查询比PLL更复杂一些。PWAH和GRAIL在非常稀疏的图上具有可比性，但在其他图上它们变得非常慢。
>
> 表3表明PLL和PPL的索引大小是合理的，尽管毫无疑问GRAIL是最节省内存的方法。在uniprot22m，uniprot100m和uniprot150m，PLL和PPL表现最佳，但这些数据集的差异不是很大。这可能是由于这些图的稀疏性，这使得通过使用IL或PWAH更容易压缩传递闭包。 IL和PWAH在ff/successors上的性能优于PLL和PPL。另一方面，PLL和PPL在citeseerx和cit专利上优于IL和PWAH。 PLL和PPL的指数大小约为IL的3％和PWA的12％。我们可以说PLL和PPL在实验中所有图形上只占用中等空间（小于1GB）的意义上是健壮的。
> **PLL和PPL之间的区别?**
> PLL在大多数情况下比PPL稍微更节省空间，因为我们需要两个整数来表示标签PPL中的每个元素，而我们在PLL中只需要一个整数。然而，ff/successors的结果表明，在某些情况下，PLL有可能以比PPL更有效的方式表示可达性。
>
> 表4显示了真实网络上的索引时间。GRAIL在索引时间内不断表现出很好的性能，因为标签中的元素数量在顶点数量上是线性的。仍然，PLL和PPL的索引时间是可接受的，而它们相对较慢。在Cit-patent上，它们甚至比IL和PWAH更快。这表明PLL和PPL在大而温和的密集图上运行良好。IL除了在cit-patents表现相当不错，而PWAH需要的时间比IL高约1.5至2.5倍。

4.2 合成图的性能

其次，我们将PLL和PPL与合成图上的现有方法进行了比较。
合成图上的 `查询时间` ， `索引大小` 和 `索引时间` 如图2所示。这些合成图具有一千万个节点，边数范围从二千万到五千万。注意，这些图是用对数刻度的y轴绘制的。



(a) Query time (b) Index size (c) Indexing time

Figure 2: Performance comparison on synthetic graphs. GRAIL answers queries slowly, and IL and PWAH consume large index space, while our PLL and PPL achieve remarkable trade-offs.

> 图2a显示PLL和PPL实现非常快的查询时间。PLL，PPL和IL的查询时间随着边缘数量的增加而非常缓慢地增加，即使在具有5000万边缘的图形上也在一英里内。另一方面，GRAIL和PWAH的查询时间增长很快，并且在该图上超过10微秒。
>
> 图2b中，随着图形变得密集，IL和PWAH的索引大小急剧变大。PLL和PPL的索引大小增长相对缓慢，GRAIL的索引大小不会因边数而变化。
>
> 图2c显示GRAIL在索引时间方面优于其他方法，尤其是在相对密集的图上。PLL和PPL在非常稀疏的图上相对较慢。然而，当图形变得密集时，这两种方法超过IL和PWAH。

总的来说，我们可以说PLL和PPL在 相对密集的图 上优于其他方法，实现了 非常快的查询时间 和 适中的索引大小 。在密集图上，IL和PWAH的索引大小变得非常大，并且GRAIL和PWAH的查询时间在这些图上变得非常慢。这些实验结果表明，PLL和PPL有可能处理比我们在实验中使用的更大的实际网络。