Zadanie 1

Na ile różnych sposobów można ulokować n osób w dokładnie k spośród m ponumerowanych pokoi?

Dzielimy osoby na k grup, a potem każdej grupie przydzielamy pokój.

$$S(n, k) \cdot \frac{m!}{(m-k)!}$$

Zadanie 2

Ile jest różnych liczb co najwyżej 20-cyfrowych, które zawierają wszystkie 10 cyfr?

Dzielimy miejsca w liczbie na 10 grup którym przypisujemy cyfry.

$$S(10, 10) \cdot 10! + S(11, 10) \cdot 10! + \ldots + S(20, 10) \cdot 10!$$

Zadanie 3

Na ile różnych sposobów można składać w listopadzie codzienne wizyty u jednej z 12 koleżanek, tak by ostatecznie odwiedzić wszystkie z nich?

Dzielimy dni listopada na 12 grup, każdej grupie przypisujemy koleżankę.

$$S(30, 12) \cdot 12!$$

Zadanie 4

Na ile różnych sposobów można przydzielić 12 z 20 rycerzy do obrony dokładnie 3 z 4 baszt zamku?

Wybieramy rycerzy i baszty. Dzielimy rycerzy na 3 grupy i każdej przypisujemy basztę.

$$\binom{20}{12}\binom{4}{3} \cdot S(12, 3) \cdot 3!$$

Zadanie 5

Na ile różnych sposobów kapitan piratów może ukryć skarb złożony z tysiąca złotych dukatów w 13 identycznych dostatecznie dużych skrzyniach?

Zakładamy, że skrzynie mogą być puste.

$$P(1000, 1) + P(1000, 2) + \ldots + P(1000, 13)$$

Zadanie 6

Na ile różnych sposobów można rozmieścić w n skrytkach zapasowe klucze do nich tak, aby w każdej był jeden klucz i tak by istniało k takich skrytek, do których włamanie się pozwoli otworzyć wszystkie pozostałe?

Włamanie się do skrytki pozwoli otworzyć wszystkie skrytki, które leżą na tym samym cyklu w permutacji, czyli szukamy ilości permutacji z k cyklami.

$$c(n, k)$$

Zadanie 7

Ile jest różnych permutacji zbioru $\{1, 2, ..., n\}$ mających k cykli, takich, że jedynka jest w cyklu l-elementowym?

Wybieramy $l - 1$ elementów do pierwszego cyklu, a pozostałe dzielimy na $k - 1$ cykli.

$$\binom{n-1}{l-1} \cdot c(n - l, k - 1)$$

Zadanie 8

Ile jest różnych permutacji zbioru A, w których liczby parzyste są na przemian z nieparzystymi i nie ma punktów stałych, gdy:

8.a)

$A = \{1, 2, ..., 9\}$?

Nieparzyste na nieparzystych miejscach i odwrotnie.

$$!5 \cdot !4$$

8.b)

$A = \{1, 2, ..., 10\}$?

Jeśli nieparzyste są na parzystych i odwrotnie to nie ma punktów stałych

$$(!5)^2 + (5!)^2$$

Zadanie 9

Na ile różnych sposobów można podać obiad $2n$ osobom, z których każda zamówiła inną zupę i inne drugie danie, tak aby połowa z nich dostała swoją zupę, ale nie swoje drugie danie, a druga połowa odwrotnie?

Wybieramy n osób które dostaną swoją zupę. Liczymy nieporządki połowy zup i połowy drugich dań

$$\binom{2n}{n} \cdot (!n)^2$$