



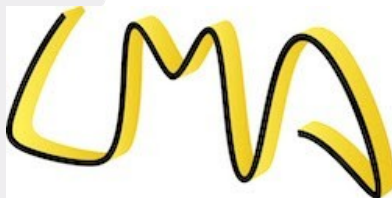
Institut supérieur de  
mécanique de Paris

## Titre du rapport

---

### RAPPORT DE STAGE STG2

Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA)  
4 Impasse Nikola Tesla



Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique

**Elamine Aboudou**  
Année universitaire 2024/2025





## Sommaire

1 Introduction.....	5
1.1 Contexte et sujet du stage:.....	5
2 Présentation du cadre du stage.....	5
2.1 À propos du Laboratoire.....	5
3 Ma Mission.....	6
3.1 Sujet de mon travail.....	6
3.2 Objectifs.....	8
3.3 Déroulement.....	9
4 Travail Effectué.....	10
4.1 Modélisation du barrage.....	10
Références bibliographiques.....	14

# 1 Introduction

## 1.1 CONTEXTE ET SUJET DU STAGE:

La simulation numérique de propagation d'onde mécanique permet dans certains contextes de pouvoir analyser comment les ondes se comportent en présence de structures spécifique et inversement de pouvoir analyser le comportement de ces structures lorsqu'elles sont traversés par ces ondes. Cependant dans des milieux où l'on est susceptible d'avoir des éléments avec des tailles d'ordre de grandeur différents, on peut rencontrer certains problèmes pour mettre en œuvre ces simulations. Une application concrète est l'étude des effets d'un séismes sur un barrage et la zones environnantes, ainsi le barrage vis à vis de la topographie d'une dizaines de kilomètres à une taille très petites. Le laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille faisant des recherches dans le domaine de la propagations des ondes mécaniques dans des milieux complexe, le développement d'un code de simulation dans ce contexte s'inscrit alors dans son activité de recherches.

## 2 Présentation du cadre du stage

### 2.1 À PROPOS DU LABORATOIRE

#### 2.1.1 Missions et domaines de recherche du laboratoire.

Le LMA est une unité mixte de recherche AMU-CNRS-Centrale Méditerranée, UMR 7031. Ses principaux domaines de compétences sont la **mécanique du solide** (structures, matériaux, interfaces) et **l'acoustique** (propagation des ondes dans des milieux fluides et solides complexes).

Le laboratoire est structuré en trois équipes de recherche. Les actions de l'équipe **Matériaux & Structures** concernent l'étude théorique des milieux solides, leur caractérisation expérimentale et l'établissement de modèles de comportement. L'équipe **Ondes et Imagerie** est spécialisée dans l'étude de la propagation des ondes mécaniques afin d'imager, caractériser et/ou contrôler de manière non invasive les milieux fluides et solides complexes. L'équipe **Sons** fédère des travaux menés sur les sons audibles, de point de vue de leur production, de leur contrôle (actif ou passif) et de leur perception (subie ou souhaitée).

Le LMA a un personnel d'environ 140 personnes et bénéficie d'un ensemble exceptionnel (plus de 5000 m<sup>2</sup>) de plateformes et centres de ressources expérimentales organisés en 5 champs disciplinaires thématiques. Il dispose alors d'infrastructures tels que **des chambres anéchoïques et réverbérantes** pour des tests acoustiques, **des bancs d'essais** pour des tests mécaniques, et **des plateformes de calcul** pour faire tourner des simulations numériques.

#### 2.1.2 Équipe Ondes et Imagerie

L'équipe Ondes et imagerie est spécialisée dans l'étude de la propagation des ondes mécaniques dans les milieux complexes. Elle développe des recherches visant à modéliser, caractériser et imager de manière non invasive les milieux naturels, biologiques et manufacturés au moyen des ondes. Le spectre de ses activités de recherche est large, allant de la modélisation phénoménologique à l'étude expérimentale, en passant par le développement de codes de simulation numérique et le calcul haute performance.

Les domaines d'application concernent l'environnement (imagerie sismique, réduction de la pollution sonore sous-marine, matériaux biosourcés pour la réduction du bruit), le génie civil et nucléaire (contrôle et suivi de l'intégrité des structures), le transport (réduction des vibrations ferroviaires), la santé (imagerie diagnostique et thérapie par ultrasons) et l'archéologie (imagerie de statues antiques).

## 3 Ma Mission

### 3.1 SUJET DE MON TRAVAIL

#### 3.1.1 Sujet

Le sujet de mon stage porte sur la simulation numérique de propagation d'ondes, dans des géométries à des degrés de raffinements différents, tels que la simulation de tremblement de terre appliqué à la résistance de barrages. Le barrage étudié lors de mon stage est le barrage de tsankov en Bulgarie.



Figure 1: Vue 3D de la zone avoisinant le barrage de tsankov (Google Maps)

$$\alpha = \frac{c\Delta t^2}{\Delta h^2}, CFL$$

Ainsi alors que l'on a une zone d'étude de l'ordre d'une dizaine de kilomètre, on est obligé de prendre un petit pas d'espace du fait de la présence du barrage qui a une taille de l'ordre du mètre. Cela constitue un première « obstacle » car pour des raison de stabilité on est alors contraint de prendre un pas de temps plus petit. Le coût en ressource de calcul est alors très grand.

Pour pouvoir simuler un tremblement de Terre le laboratoire utilise un logiciel de calculs mettant en œuvre la méthode des éléments spectraux pour une discrétisation en espace et une méthode de Newmark prédicteur- correcteur en temps. La première difficultés étant que la topographie autour d'un barrage est généralement complexe. Ainsi utiliser une méthode de

différences finies en espace serait beaucoup plus difficiles d'implémentation qu'en utilisant les éléments finis ou les éléments spectraux.

Le type d'équation que l'on doit résoudre :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \Delta u = f$$

En mettant en œuvre SEM et FEM on a alors :

$$M \ddot{U} + KU = F$$

Avec M la matrice de masse et K la matrice de rigidité.

Il est préférable d'utiliser la méthode des éléments spectraux car la matrice de masse est diagonale et le produit KU a une bien meilleure complexité qu'avec les éléments finis, lorsque on utilise des polynômes d'approximation d'ordre 7. Par conséquent dans un but de réduire le temps de calcul et la quantité de ressources machine on utilisera la méthode des éléments spectraux avec des polynômes d'approximation d'ordre 7.

### 3.1.2 Logiciels utilisés

Tout au long de mon stage je serai amené à utiliser différents logiciels et outils.

SEM3D : C'est l'algorithme de simulation numérique de tremblement de terre SEM3D issue d'une coopération de l'Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP), CEA ET Central Supélec, et du CNRS.

GMSH : c'est un logiciel qui permet de générer des maillages

Paraview: logiciel permettant de visualiser certains résultats

Mésocentre AMU : Ensemble d'ordinateurs pour mener des calculs haute performance

## 3.2 OBJECTIFS

### 3.2.1 Simulation

Le premier objectif est d'effectuer la simulation d'un tremblement de terre pour le barrage de Tsankov pour cela il faudra :

- Dans un premier temps produire un maillage avec uniquement des éléments hexaédriques (polynôme de degré 5) du barrage respectant la forme du barrage de Tsankov Kamak et la topologie avoisinante.

- Dans un second temps faire une simulation précise, lors d'un tremblement de terre, grâce aux logiciels de calcul SEM3D et au mésocentre.

L'objectif au-delà de mon stage étant que l'on puisse réutiliser mon travail pour pouvoir réitérer le processus plus simplement pour d'autres barrages. La méthode de discrétisation en espace utilisée et la méthode des éléments spectraux (SEM), et une méthode de différence finies en temps. Les calculs vont être effectués au mésocentre d'Aix-Marseille Université car



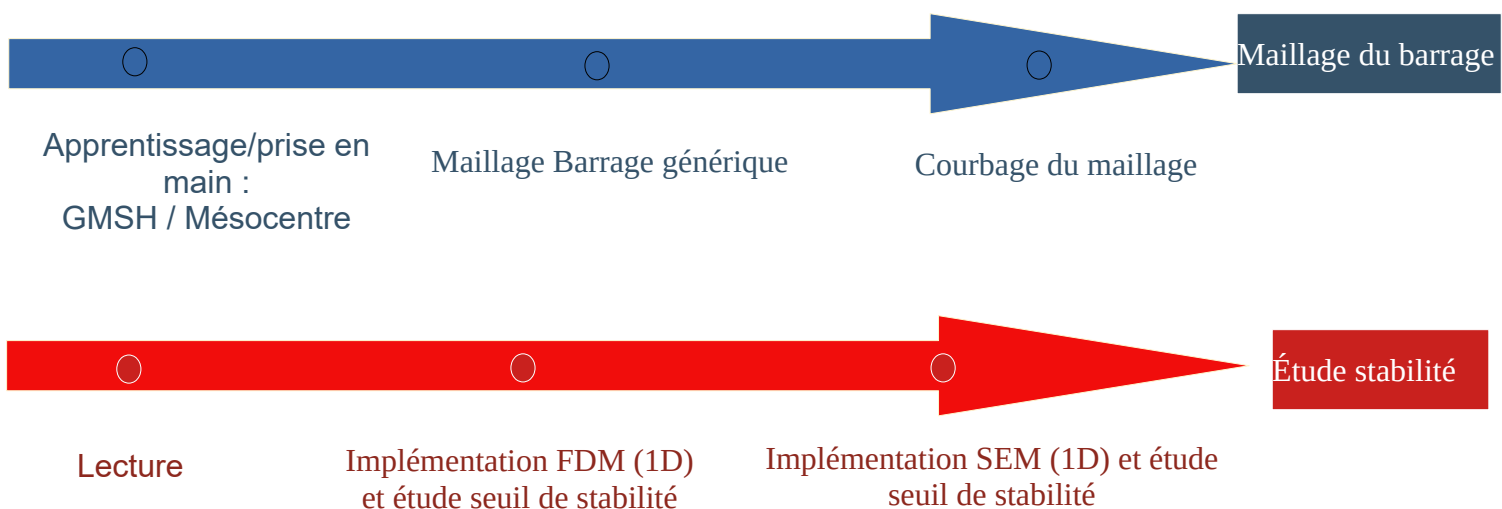
du fait de la taille totale du domaine (une dizaine de kilomètres) les calculs ne pourront tourner assez rapidement dans un ordinateur ou un simple serveur de calcul.

### 3.2.2 Étude de stabilité pour des ordres en temps supérieurs

Le second objectif, parallèlement à cela, est d'étudier la stabilité et les performances d'autres méthodes numériques sur des cas simples (1D), principalement la méthode des éléments spectraux avec une discrétisation en temps à l'aide de l'approche par équation modifiée pour des ordres supérieurs. Le but, au-delà de mon stage, c'est de voir jusqu'à quel ordre on gagne significativement en stabilité (un CFL qui augmente). Pour que après avoir implémenté dans SEM3D que l'on puisse ainsi augmenter le pas de temps, toujours dans un souci d'économiser des ressources de calculs.

## 3.3 DÉROULEMENT

### 3.3.1. Organisation



J'ai alors deux objectifs principaux :

- Faire un maillage hexaédrique du barrage et effectuer les calculs
- Faire une étude de stabilité avec la méthode des éléments spectraux pour des hauts degrés d'approximation en temps.

Les premières semaines j'ai consacré mon temps à apprendre en autonomie à utiliser différents logiciels

### 3.3.2 Premiers pas

J'ai consacré les premières semaines à me familiariser avec les différents logiciels que j'étais amené à utiliser, le plus important étant GMSH pour que je puisse commencer à réaliser le maillage du barrage. GMSH est un logiciel open source permettant de générer des maillages à partir de codes. Il existe différentes bibliothèques qui permettent de l'utiliser avec d'autres langages comme Python mais j'ai jugé qu'il était plus facile d'utiliser directement le langage (.geo) propre aux logiciels.

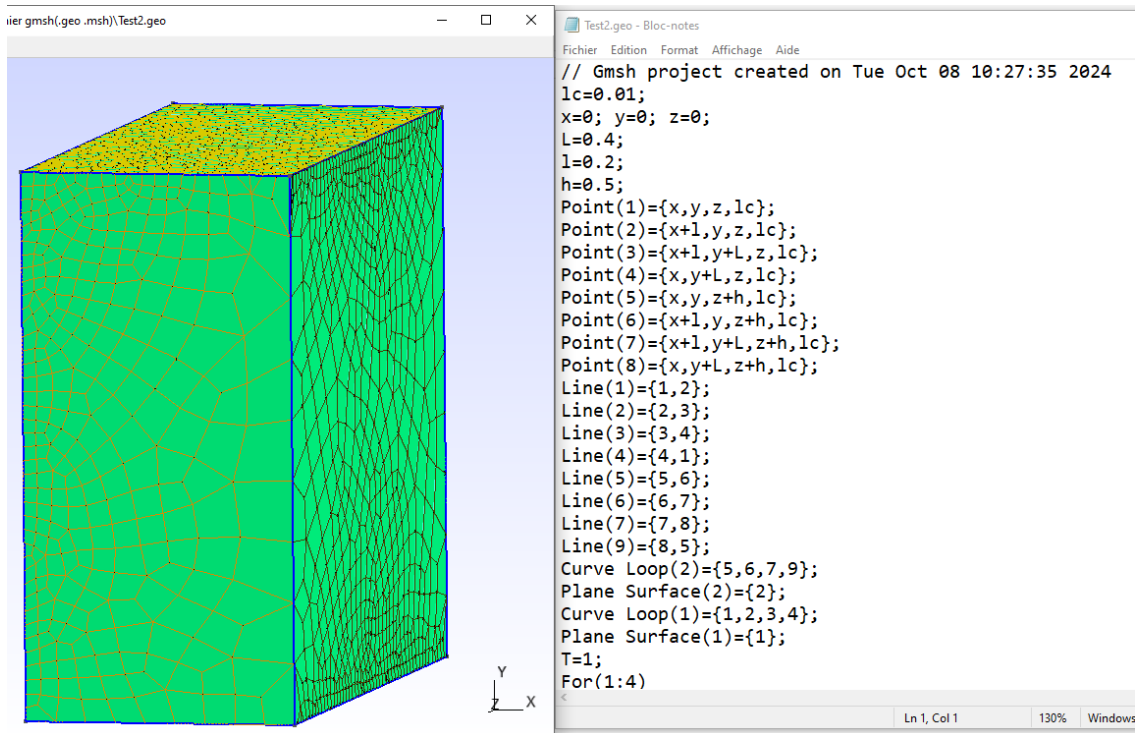


Figure 2: Maillage d'un cube et son code (maillage d'entraînement)

Voici un exemple de maillage simple que j'ai pu réaliser lors de ma phase d'apprentissage et une partie du code que j'ai écrit pour le générer. J'ai pu alors me rendre compte que le logiciel est assez fastidieux à manipuler, puisqu'il faut détailler point par point, ligne par ligne en tenant compte de l'ordre pour générer une surface ou un volume.

Parallèlement à la prise en main de GMSH, mon tuteur m'a donné à lire [1] Higher Order Numerical Method for Transient Wave Equations de Gary C. Cohen dans le but de voir et de mieux comprendre les différentes méthodes numériques utilisées pour résoudre des problèmes de propagations d'ondes, leurs avantages/inconvénients à différents niveaux (stabilité, dispersion, complexité...).

## 4 Travail Effectué

### 4.1 MODÉLISATION DU BARRAGE

#### 4.1.1 Géométrie du barrage

Le barrage de Tsankov Kamak est un barrage-voûte à double courbure, c'est à dire arqué selon le plan horizontal et le plan vertical. Le barrage de rétention a une hauteur de 130 m et une longueur de près 400 m. Il permet, grâce à la topographie du terrain et la taille imposante du mur de rétention de contenir plus de 111 000 000 m<sup>3</sup> d'eau. La géométrie a réalisé pour la modélisation est alors de prime abord assez simple comme on peut le voir sur cette figure

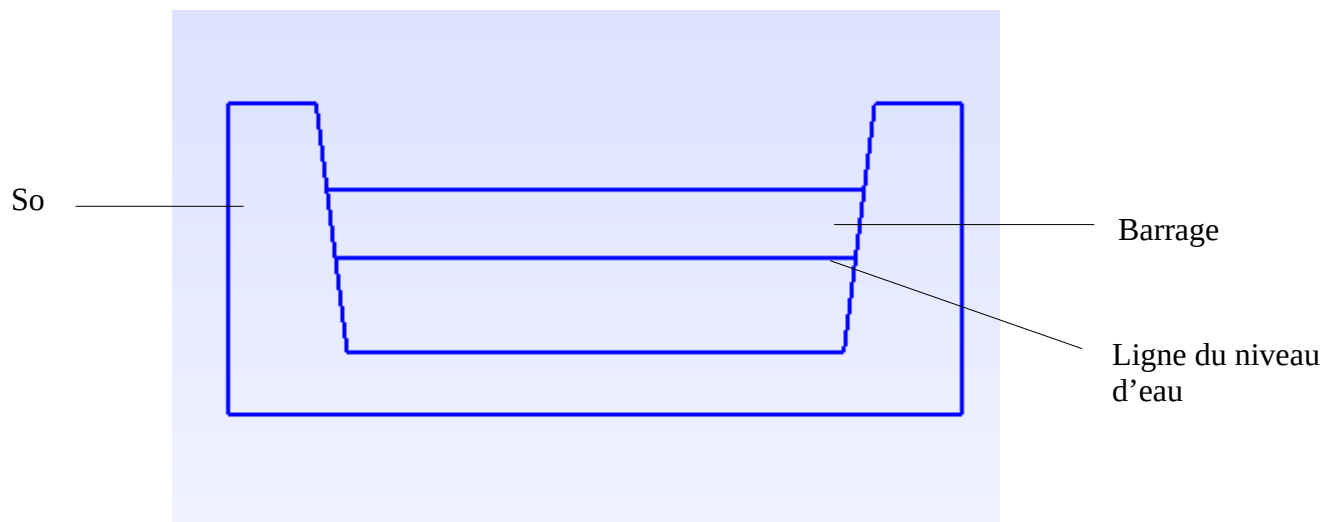


Figure 3: Modèle du domaine du barrage simple (avant extrusion)

Pour pouvoir réaliser le maillage des trois éléments, sol, barrage, eau, on trace la face du barrage puis réalise un maillage 2D de l'ensemble puis on extrude les différentes surface pour avoir notre maillage en 3D. Cependant, avec un tel modèle, même en utilisant les différentes fonctions de GMSH, on ne peut pas garantir que l'on puisse mailler le barrage avec des éléments hexaédriques uniquement. Il faut alors rajouter, des lignes par nous même pour pouvoir « forcer » le maillage avec des éléments hexaédrique, quitte à ce que générer des surfaces et donc des volumes supplémentaires, ce qui ne pose pas de problème car il suffira de rassembler les volumes dans des groupes correspondant à nos éléments réel (eau, barrages, sol).

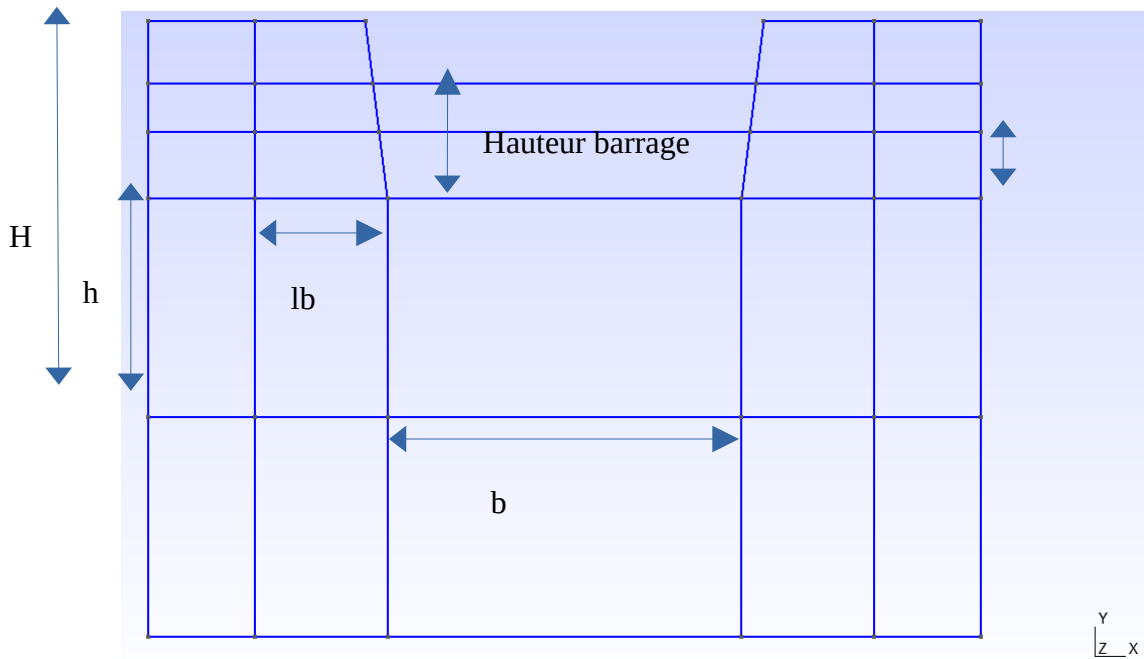


Figure 4: Modèle du domaine final

Ainsi voici le modèle final du barrage avec les nom des variables que j'ai utilisés dans mon fichier .geo. Pour fixer les valeurs des grandeurs je me suis servie du site de la Commission Internationale des Grands Barrages (ICOLD)

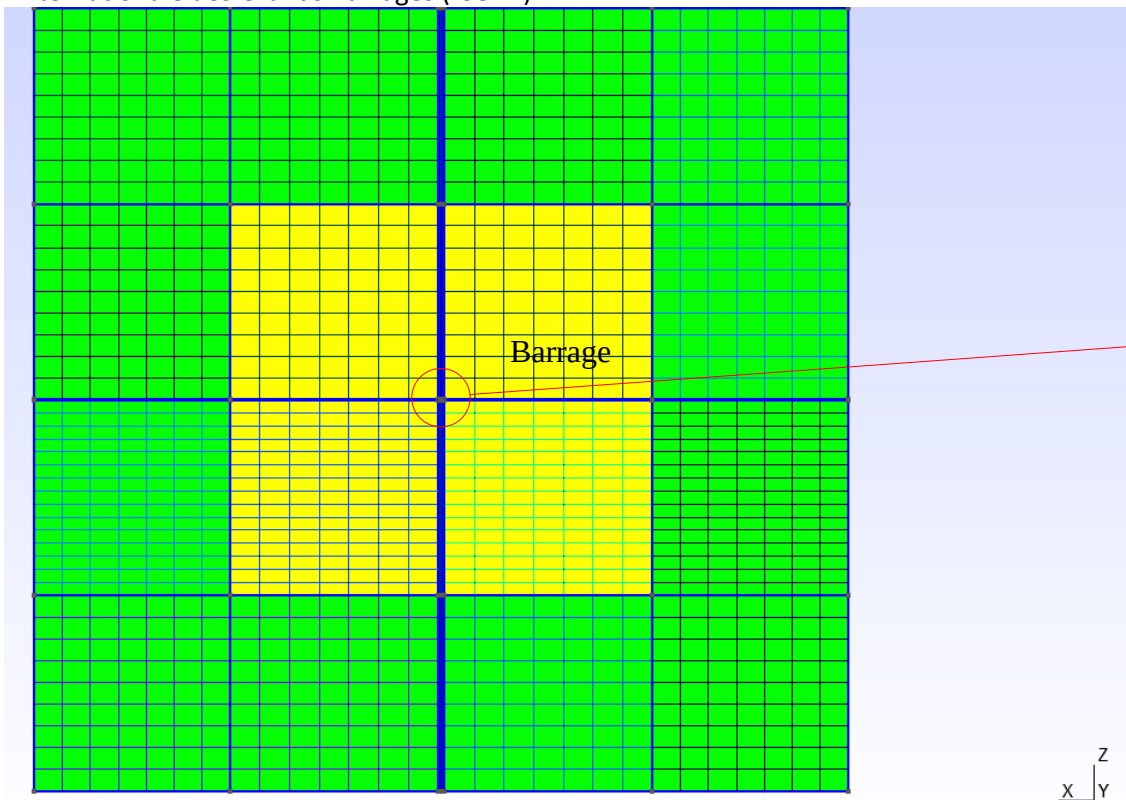
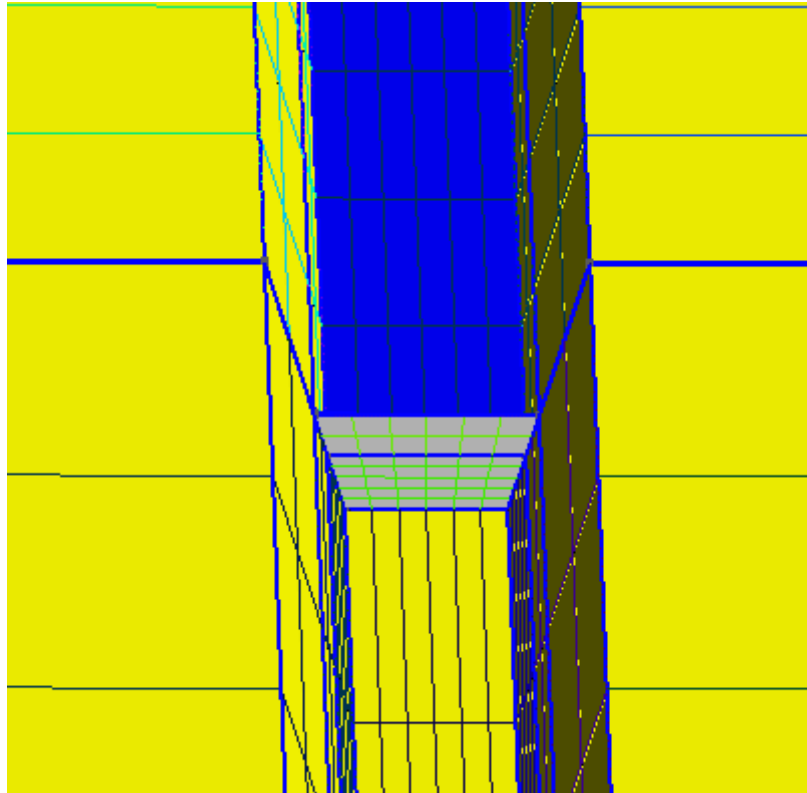


Figure 5: Vue de dessus maillage du domaine



*Figure 6: Vue du maillage du barrages*

*Sol en jaune ; Barrage en gris ; PML en vert*

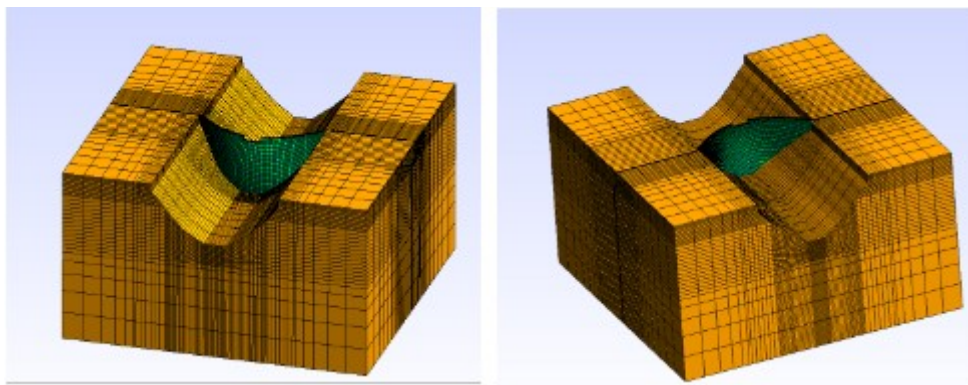
Sur ces vues du maillage on peut bien se rendre compte de la différences de tailles entre le barrages et du domaine. Pour déterminer un ordre de grandeur du nombre d'éléments qu'il faut pour avoir une bonne simulation (avec assez d'éléments pour la précision, sans en mettre trop pour éviter économiser des ressources de calculs).

#### **4.1.2 Ajout de Perfect Match Layers**

On souhaite simuler la propagation d'onde sismiques dans un domaine qui est finis, si nous effectuons une simulation avec uniquement un domaine fini, les ondes rebondiront aux limites du domaines ce qui ne correspond à une situation physique. Les Perfect Match Layers (PML) sont alors ajoutées à un maillage pour simuler des conditions aux limites absorbantes, en particulier pour les simulations d'ondes (comme les ondes électromagnétiques ou acoustiques). Ils permettent de réduire les réflexions des ondes aux bords du domaine de simulation. En introduisant des couches PML autour du domaine, les ondes qui atteignent ces frontières sont progressivement atténuées, ce qui évite les artefacts de réflexion non physiques qui pourraient fausser les résultats. Cela permet de simuler un espace infini sans avoir à étendre indéfiniment le domaine de calcul. Une fois ajouter au maillage, il faut indiquer générer un fichier texte (material.input) qui indiquera aux logiciel SEM 3D ou se trouve chaque bloc de PML est avec quel matériaux il est en contact. .

#### **4.1.3 Importation de la courbure du barrage et de la topographie avoisinante**

Maintenant que le maillage hexaédrique du domaine est généré, mon prochain objectif est de le déformer afin qu'il prenne la courbure réel du barrage, et que le sol et l'eau prenne également la topographie réel autour du barrage de tsankov. Pour cela, on dispose des données fournis par BOUNDCLOUD à savoir un fichier de maillage (.msh) du barrage uniquement et des données de la surface topographique de la zone avoisinante contenu dans un fichier (.stl). Pour appliquer la topographie et la courbure du barrage sur mon maillage j'ai réutiliser le travail d'un ancien stagiaire qui a travailler au LMA sur cette problématique et l'ai adapté à mon maillage.

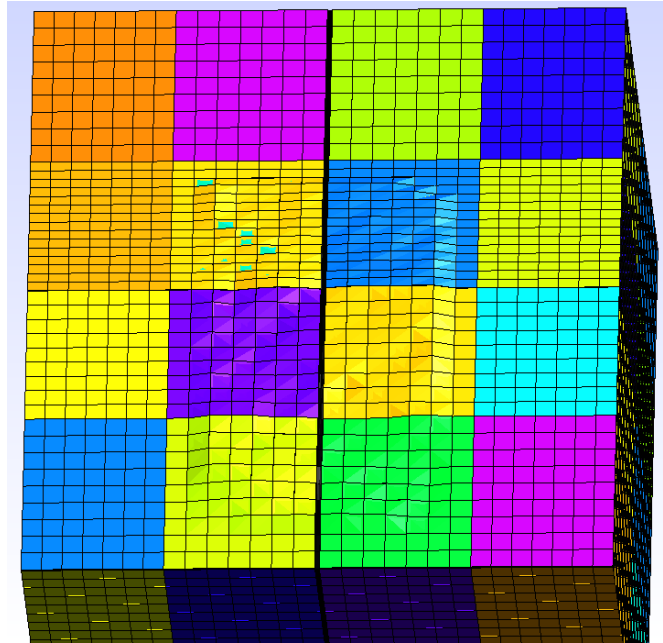


*Figure 7: Fichier fournis par BOUNDCLOUD*

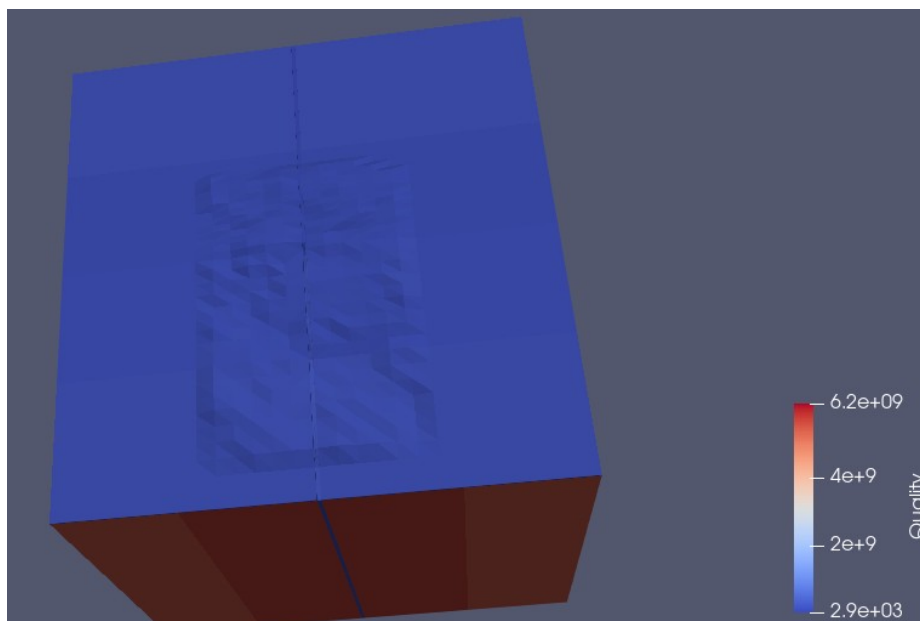
À ce stade GMSH ne permet pas de déformer les nœuds d'un fichier de maillage, il va alors falloir directement écrire dans le fichier .msh pour appliquer les déformation. Je me suis donc appuyer sur le travail de Vitaly Lev qui à développer un ensemble de d'outil pour modifier et créer des fichier contenant un maillage (ce sont des fichier texte) grâce à des programmes python et à l'API python de GMSH. Le principe pour déformer le barrage étant de sélectionner les points sur les deux faces à partir du maillage du barrage réel fournis, puis à partir de ces deux ensembles de points, créer deux fonctions d'interpolation qui vont nous permettre de récupérer la quantité dont il faut déplacer chaque point du barrage droit selon un axe pour lui donner la forme et la courbure souhaitée. L'importation de la topographie suit cette même logique mais à été faites d'une autre manière par l'ancien stagiaire, grâce aux github qu'il a laissé j'ai pu réutiliser l'ensemble de ses codes pour pouvoir appliquer la topographie sur mon maillage.

---

1: [Github Vitaly \(ancien stagiaire\)](#)



*Figure 8: Maillage après application de la topographie avoisinante*



*Figure 9: Vue du Jacobien des éléments hexaédrique du maillage sur Paraview*

On peut voir sur la figure 8 que le maillage a bien été déformé. Un des problèmes qu'avait rencontré l'ancien stagiaire était que certains éléments s'inversent, sur la figure 9 j'ai appliqué un filtre pour voir le jacobien des éléments hexaédrique, il n'y a aucune valeur négative donc aucun élément n'a été inversé. Cependant une partie du PML a été déformée, ce qui montre que la topographie n'a pas été correctement importée. (Courbure éventuelle du barrage)

## 4.2 ÉTUDE DE STABILITÉ

### 4.2.1.BUT PB

.....

Le problème que l'on va résoudre est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0 \\ u(x, 0) = 0 \\ u(a, t) = H(T - t) A \sin(\omega t) \delta(x - a), \quad \text{avec } T = \frac{2\pi}{\omega} \end{array} \right.$$

avec  $u(x, t)$  représentant le déplacement le long d'un milieu 1D  
*c la célérité de l'onde*  
*a la position de la source*

.....

Solution exacte pour un domaine infini :

$$u(x, t) = \frac{A}{2c} H\left(t - \frac{|x-a|}{c}\right) \sin\left(\omega\left(t - \frac{|x-a|}{c}\right)\right) H\left(T - t + \frac{|x-a|}{c}\right)$$

Cependant pour simuler la propagation de l'onde dans un domaine fini il faudra alors prendre en compte les réflexions qui s'effectue sur les bords en  $x=0$  et en  $x=L$ . On a alors

$$u(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \frac{A}{2c} H\left(t - \frac{|x-x_n|}{c}\right) \sin\left(\omega\left(t - \frac{|x-x_n|}{c}\right)\right) H\left(T - t + \frac{|x-x_n|}{c}\right)$$

$x_n$  est la position de la source après  $n$  réflexions :

$$x_n = a + (-1)^n (x - a + nL)$$

Il faut alors que j'implémente un algorithme permettant de calculer les déplacements sur un milieu fini discrétisée en espace et en temps. Ainsi, on pourra comparer la matrices obtenues pour la solution exacte et les matrices obtenues avec les différentes méthodes de simulation en des temps et lieux identiques.

J'ai alors écrit deux fonctions :



```
# Fonction de déplacement u(x, t) dans un domaine fini
def deplacement_finite_domain(t, x, a, c, A, omega, T, L):
    delay = np.abs(x - a) / c # Temps de retard
    u = np.zeros_like(t)

    # Onde seulement si t > retard et t < retard + T, avec réflexions aux bords
    for n in range(-5, 6): # Réflexions multiples (n = nombre de réflexions)
        x_reflected = a + (-1)**n * (x - a + n * L) # Position réfléchiée
        delay_reflected = np.abs(x_reflected - a) / c
        mask = (t >= delay_reflected) & (t <= delay_reflected + T)
        u[mask] += A * np.sin(omega * (t[mask] - delay_reflected))

    return u
```

Figure 10: fonction calculant le déplacement  $u(t)$  pour une position

```
#fonction renvoyant la matrice de deplacement (ligne=espace colone=temps)
def matrice_depl_exact(t,X,a,c,A,omega,T,L):
    U=np.zeros((len(X),len(t)))
    for j,x in enumerate(X):
        U[j,:]=deplacement_finite_domain(t,x,a,c,A,omega,T,L)
    return U
```

Figure 11: fonction calculant le déplacement  $u(x,t)$

La fonction `deplacement_finite_domain (t,x,a,c,A,omega,L)` en figure 10 prends en argument :

**t** la liste des instants pour lesquelles l'on souhaite calculer les valeur jusqu'à la durée total de simulations

**x** la position à laquelle on souhaite calculer le déplacements

**a** la position de la source,

**omega** la pulsation de la source

**T** la période d'émission du signal

**L** la longueur du domaine

Et renvoie une liste de valeurs de déplacements à la position  $x$  donné. Pour modéliser les réflexions ne pouvant pas faire une somme infini j'ai augmenter le nombre de réflexion  $n$  jusqu'à avoir une solution « satisfaisantes », que l'on peut visualiser en dans la figure 13 à savoir ici  $n=5$  (borne de la boucle for). La fonction `matrice_depl_exact` en figure 11 prenant les mêmes arguments que c'elle en figure 10 nonobstant qu'au lieu de prendre une position elle prend alors la liste des différentes positions où calculer les valeurs d'amplitude de déplacement. Ainsi, elle renvoi la matrice  $U$  contenant  $u(x,t)$  pour une grille de temps et d'espace discrétisé

$U_{j,n} = u(j * dx, i * dt)$  pour un espace discrétisé de façon régulière

```
# Paramètres physiques
x_0 = 1.0 # Point d'observation
instant=20 #instant d'observation
L = 10.0 # Longueur du domaine fini
a = L/2 # Position de la source
c = 1.0 # Vitesse de propagation de l'onde
A = 10.0 # Amplitude de l'onde
f=0.5 # frequence
omega = 2.0 * np.pi * f # Fréquence angulaire (ajustée)
T = 1/f # Durée d'émission qui corespond à une periode
```

Figure 12: Paramètres des simulations

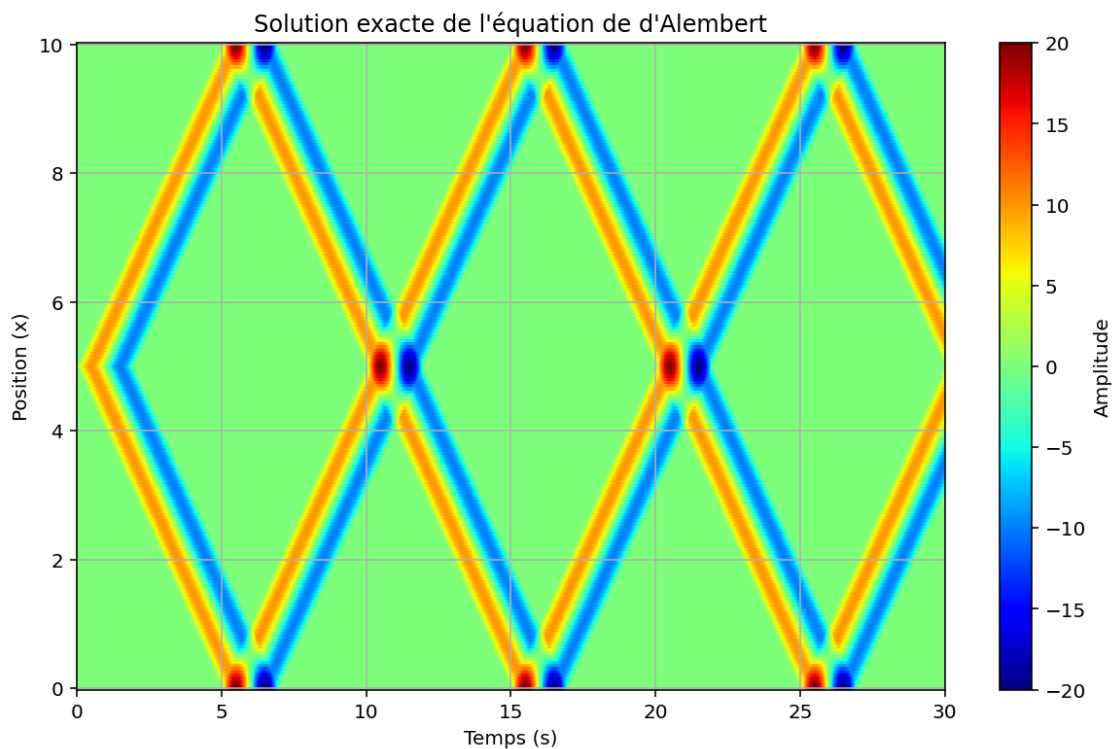
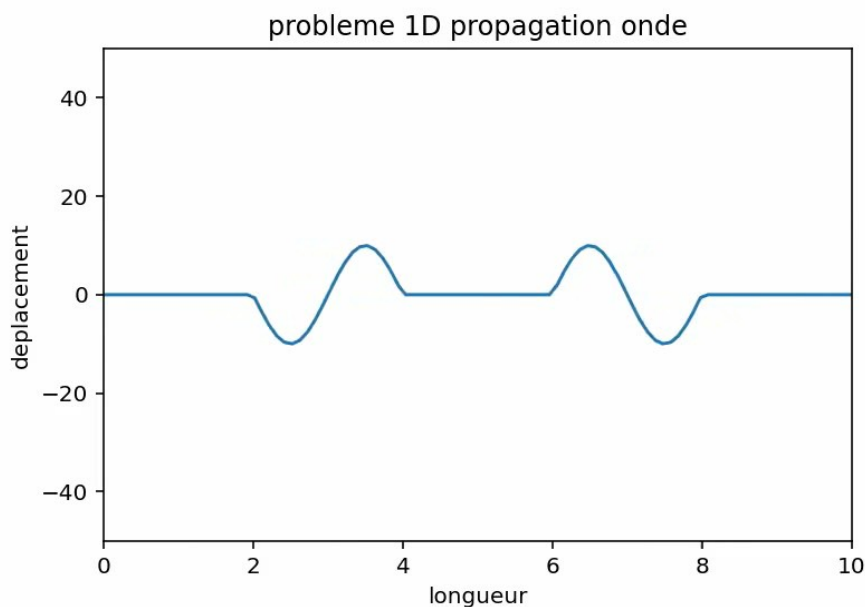


Figure 13: Diagramme de densité de la solution exacte  $u(x,t)$



Dessin 1: Animation propagation de l'onde le long de la "corde"

Avec les paramètres en figure 12 j'ai alors tracé un diagramme avec en abscisses le temps, en ordonnée la position et en couleur l'amplitude de déplacements. On constate que l'on a bien une onde qui initialement se propage dans les deux directions en  $x=5$  puis une fois qu'elle atteint les bords, rebondit.

#### 4.2.2 Implémentation

## Références bibliographiques

[1] LORIENT D., 1977. *Dégradation thermique des composites dans les structures automobile*, Thèse de Docteur en Sciences, Université de Nancy I, 182 p.

[2] DUMAY E., CHEFTEL J.C., 1986. Propriétés des matériaux céramiques. *Sci. Materials*, 6, 147-176.

Sources internet : <https://www.iifuefushqsjcqp.fr>, consulté le date et heure.



Institut supérieur de mécanique de Paris  
3 rue Fernand Hainaut 93407 Saint-Ouen Cedex  
tél. 01 49 45 29 00 / [www.isae-supmeca.fr](http://www.isae-supmeca.fr)

Ministère de l'Enseignement supérieur  
et de la Recherche

