Informe de prctica: Mnimos quadrados y descomposicin QR

Ernesto Lanchares y Miquel Ortega

La prctica llevada a cabo hace uso del siguiente resultado:

- Sean $x = (x_0, \ldots, x_n)^T$ e $y = (y_0, \ldots, y_n)^T$ vectores pertenecientes a $\mathbb{R}^{N+1}$. Un polinomio $p_M(x)$ cumple
$$\sqrt{\sum_{i=0}^{N}(p_M(x_i) - y_i)^2)} \leq \sqrt{\sum_{i=0}^{N}(q_M(x_i) - y_i)^2)} \tag{1}$$
para todo $q_M(x) \in R_M[x]$ si y solo si sus coeficientes $a_0, a_1, \ldots, a_M$ son solucin de las ecuaciones normales.

Procedamos a la demostracin. Sea $A \in \mathcal{M}_{N+1,M+1}$ la matriz donde $A_{i,j} = x_i^{(M+1-j)}$ y $a = (a_0, a_1, ..., a_n)^T$. Entonces, las ecuaciones normales consisten en imponer $A^T Aa = A^T y$. Esto se puede reescribir como
$$A^T a - A^T y = 0$$
$$Aa(y - b)^T$$