Para resolver

$$\int e^{-\sqrt{x}} \, \mathrm{d}x$$

Procedemos con un cambio de variable:

Tomamos $t = \sqrt{x}$ y dx = 2t dt. Ahora, aplicamos el cambio de variable

$$\int 2te^{-t} \, \mathrm{d}t = 2 \int te^{-t} \, \mathrm{d}t$$

Ahora resolvemos por partes:

$$u = t \quad dv = e^{-t}$$
$$du = 1 \quad v = -e^{-t}$$

Entonces

$$\int te^{-t} dt = -te^{-t} - \int -e^{-t} dt = -te^{-t} - e^{-t}$$

Y ahora desacemos el cambio de variable

$$\int e^{-\sqrt{x}} \, \mathrm{d}x = -2\sqrt{x}e^{-\sqrt{x}} - 2e^{-\sqrt{x}}$$