Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE

NOMBRE:

FORMULARIO DE CÁLCULO VECTORIAL

DERIVADAS

1. $\frac{d}{dx}(C)=0\,;C=cte$

2. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right)=\frac{v\frac{du}{dx}-u\frac{dv}{dx}}{v^2}$

3. $\frac{d}{dx}(e^u)=e^u\frac{du}{dx}$

4. $\frac{d}{dx}(sen\,u)=\cos u\frac{du}{dx}$

5. $\frac{d}{dx}(\tan u)=sec^2u\frac{du}{dx}$

6. $\frac{d}{dx}(sec\,u)=sec\,u\tan u\frac{du}{dx}$

7. $\frac{d}{dx}(arcsen\,u)=\frac{\frac{du}{dx}}{\sqrt{1-u^2}}$

8. $\frac{d}{dx}(\arctan u)=\frac{\frac{du}{dx}}{1+u^2}$

9. $\frac{d}{dx}(arcsec\,u)=\frac{\frac{du}{dx}}{u\sqrt{u^2-1}}$

10. $\frac{d}{dx}(uv)=v\frac{du}{dx}+u\frac{dv}{dx}$

11. $\frac{d}{dx}(u^n)=u^{n-1}\frac{du}{dx}$

12. $\frac{d}{dx}(a^u)=a^u\,lna\frac{du}{dx}$

13. $\frac{d}{dx}(\cos u)=-sen\,u\frac{du}{dx}$

14. $\frac{d}{dx}(\cot u)=-csc^2u\frac{du}{dx}$

15. $\frac{d}{dx}(csc\,u)=-csc\,u\,ctg\,u\frac{du}{dx}$

16. $\frac{d}{dx}(arc\cos u)=\frac{\frac{-du}{dx}}{\sqrt{1-u^2}}$

17. $\frac{d}{dx}(arc\,ctg\,u)=\frac{\frac{-du}{dx}}{1+u^2}$

Principales identidades trigonometricas

1. $sen^2x+\cos^2x=1$

2. $ctg^2x+1=csc^2x$

3. $\cos(-\varnothing)=\cos(\varnothing)$

4. $\cos 2x=2\cos^2x-1$

5. $sen^2x=\frac{1}{2}(1-\cos 2x)$

6. $sen(A\pm B)=senAcosB\pm cosAsenB$

7. $\cos(A\pm B)=cosAcosB\mp senAsenB$

8. $\ln AB=lnA+\ln B$

9. $\ln A^B=BlnA$

$$18.\ \frac{d}{dx}(arc\ csc\,u)=\frac{\frac{-du}{dx}}{u\sqrt{u^2-1}}$$

$$10.\ \tan^2 x+1=sec^2 x$$

$$11.\ sen(-\varnothing)=-sen(\varnothing)$$

$$12.\ sen\,2x=2\,senx\,cosx$$

$$13.\ \cos 2x=1-2\,sen^2 x$$

$$14.\ \cos^2 x=\frac{1}{2}(1+\cos 2x)$$

$$15.\ sen^2\,2x=\frac{1}{2}(1-\cos 4x)$$

$$16.\ \ln\frac{A}{B}=lnA-\ln B$$

$$17.\ e^{lnA}=A$$

	0	**30**	**45**	**60**	**90**
Sen(x)	**0**	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	**1**
Cos (x)	**1**	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	**0**
Tan (x)	**0**	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	**1**	$\sqrt{3}$	**No existe**

INTEGRALES

$$1.\ \int dx=x+c$$

$$2.\ \int a^n\,du=\frac{a^u}{\ln a}+c$$

$$3.\ \int e^u\,du=e^u+c$$

$$4.\ \int \cos u\,du=sen\,u+c$$

$u+tanu$

sec ¿

¿

$$5.\ \int sec\,u\,du=\ln\ ¿$$

$$6.\ \int sec^2 u\,du=\tan u+c$$

$$7.\ \int csc\,u\ ctgu\,du=-csc\,u+c$$

$u-ctg\,u$

csc ¿

¿

$$8.\ \int csc\,u\,du=\ln\ ¿$$

$$9.\ \int\frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}}=arcsen\left(\frac{u}{a}\right)+c$$

$$10.\ \int\frac{du}{a^2+u^2}=\frac{1}{a}\arctan\left(\frac{u}{a}\right)+c$$

$$11.\ \int\frac{du}{a^2-u^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+u}{a-u}\right|+c$$

$$12.\ \int\frac{du}{\sqrt{a^2+u^2}}=\ln\left|u+\sqrt{a^2+u^2}\right|+c$$

$$13.\ \int\frac{du}{u\sqrt{u^2-a^2}}=\frac{1}{a}arcsec\left(\frac{u}{a}\right)+c$$

$$14.\ \int x^n=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$$

$$15.\ \int cu\,du=c\int udu$$

$$16.\ \int sen\,u\,du=-\cos u+c$$

u

sec ¿

¿

$$17.\ \int \tan u\,du=\ln\ ¿$$

18. $\int ctg\,u\,du = \ln\,(sen\,u) + c$

19. $\int sec\,u \tan u\,du = sec\,u + c$

20. $\int csc^2 u\,du = -ctg\,u + c$

21. $\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = arcsen(u) + c$

22. $\int \frac{du}{1+u^2} = \arctan(u) + c$

23. $\int \frac{du}{u^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{u-a}{u+a} \right| + c$

24. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2-a^2}} = \ln \left| u + \sqrt{u^2-a^2} \right| + c$

25. $\int \sqrt{u^2-a^2}\,du = \frac{u}{2}\sqrt{u^2-a^2} - \frac{a^2}{2} \ln \left| u + \sqrt{u^2-a^2} \right| + c$

26. $\int \sqrt{u^2+a^2}\,du = \frac{u}{2}\sqrt{u^2+a^2} + \frac{a^2}{2} \ln \left| u + \sqrt{u^2+a^2} \right| + c$

27. $\int \sqrt{a^2-u^2}\,du = \frac{u}{2}\sqrt{a^2-u^2} + \frac{a^2}{2}\, arcsen\left(\frac{u}{a}\right) + c$

$a^2 - u^2$	$u = a\,sen\theta$	$a^2 \cos^2\theta$
$a^2 + u^2$	$u = a\,tan\theta$	$a^2\,sec^2\theta$
$u^2 - a^2$	$u = a\,sec\theta$	$a^2 \tan^2\theta$

Aéreas Planas: rectangulares $A = \int_a^b yk\,dx = \int_a^b (yf - yo)\,dx$

Polares A= $\frac{1}{2}\int_{\varnothing}^{\beta} r^2 d\theta$ **Paramétricas A=** $\int_{\varnothing}^{\beta} y\,dx$

Volúmenes: Rectangulares y Paramétricas

En torno a x V= $\int_a^b \pi\,yk^2\,dx$ **En torno a y V=** $\int_c^d \pi\,xk^2\,dy$

Polares: V= $\frac{2\pi}{3}\int_{\propto 1}^{\propto 2} r^3 Sen(\theta)\,d\theta$

Centroides: Rectangulares y Paramétricas

Variable Yk (X; $\frac{1}{2}Y$ **) oder (X;** $\frac{1}{2}(yf + yo)$ **) ; Variable Xk (** $\frac{1}{2}$ **X;** Y **)**

oder ($\frac{1}{2}$ **(xf+xo);** Y **) Mx=Area * y ; My=Area * x**

Variable Xk Mx = $\int_a^b Xk * y\,dy$ **; My =** $\int_a^b \frac{Xk*1}{2} X\,dy$

Variable Yk Mx = $\int_a^b \frac{Yk*1}{2} Y\,dx$ **; My =** $\int_a^b Yk * X\,dx$

$$A = \int_a^b yk\,dx = \int_a^b (yf - yo)\,dx$$

Polares:

Variable Yk (**X;** $\frac{1}{2}Y$) ; **Variable Xk** ($\frac{1}{2}$ **X;** Y) ; **Mx=Area * y** ; **My=Area * x**

My = $\frac{1}{3}\int_{\varnothing 1}^{\varnothing 2} r^3 \cos(\theta)\, d\theta$; **Mx** = $\frac{1}{3}\int_{\varnothing 1}^{\varnothing 2} r^3 Sen(\theta)\, d\theta$

A= $\frac{1}{2}\int_{\varnothing}^{\beta} r^2 d\theta$

Arandelas

V =

$$f(x)$$
$$[¿¿2-g(x)^2]dx$$
$$\pi\int_a^b ¿$$

Rectángulo Genérico paralelo al eje de rotación

En torno a “y” V =

$$Y$$
$$(¿¿k \pm Recta)$$
$$X * ¿dx$$
$$¿$$
$$2\pi\int_{Po}^{Pf} ¿$$

En torno a “x” V =

$$X$$
$$(¿¿k \pm Recta)$$
$$Y * ¿dy$$
$$¿$$
$$2\pi\int_{Po}^{Pf} ¿$$

Primer Teorema de Pappus

Volumen generado por algo girando con respecto a la recta

V=Área* 2π ***Longitud**

Longitud a una recta

L= $\frac{ax \pm by \pm c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Longitud de Arcos

S= $\int_A^B \sqrt{1+(\frac{dy}{dx})^2}\,dx$; S= $\int_A^B \sqrt{1+(\frac{dx}{dy})^2}\,dy$; S= $\int_A^B \sqrt{dx^2+dy^2}$; S= $\int_A^B \sqrt{(\frac{dx}{du})^2+(\frac{dy}{du})^2}$

S= $\int_A^B \sqrt{(\frac{dx}{d\varnothing})^2+(\frac{dy}{d\varnothing})^2}\,d\varnothing$; S= $\int_A^B \sqrt{\rho^2+(\frac{d\rho}{d\varnothing})^2}\,dy$

Area en torno a una superficie de revolución

En torno al eje x S_x = $$\frac{y*ds=¿2\pi\int_A^B y*\sqrt{1+(\frac{dy}{dx})^2}\,dx}{2\pi\int_A^B ¿}$$

En torno al eje y S_y = $$\frac{x*ds=¿2\pi\int_A^B x*\sqrt{1+(\frac{dx}{dy})^2}\,dy}{2\pi\int_A^B ¿}$$

Segundo Teorema de Pappus

Área generada por algo con respecto a la recta

A= S * 2π ***Longitud**

Centroides en superficie de revolución

En torno a x ($\acute{x};0$ **)**

My = $S_x*\acute{x}$

My = $$\frac{x*y*ds=¿2\pi\int_A^B x*y*\sqrt{1+(\frac{dy}{dx})^2}\,dx}{2\pi\int_A^B ¿}$$

Sx = $$\frac{y\,ds=¿2\pi\int_A^B y*\sqrt{1+(\frac{dy}{dx})^2}\,dx}{2\pi\int_A^B ¿}$$

Oder

My = $S*\acute{x}$

My= $\int_A^B x*ds$

En torno a y (0 $;\acute{y}$ **)**

Mx = $S_y*\acute{y}$

Mx = $x*y*ds=¿2\pi\int_A^B x*y*\sqrt{1+(\frac{dx}{dy})^2}dy$

$2\pi\int_A^B ¿$

Sy = $x\,ds=¿2\pi\int_A^B x*\sqrt{1+(\frac{dx}{dy})^2}dy$

$2\pi\int_A^B ¿$

Oder

Mx = $S*\acute{y}$

Mx= $\int_A^B y*ds$

Glosario

Parábola : $r=\frac{1}{1-\cos(\varnothing)}$; $r=\frac{3}{1+\cos(\varnothing)}$

Circulos : $r=2a\,sen(\varnothing)$; $r=2a\cos(\varnothing)$; $r^2=4a^2\cos(\varnothing)$; $r=3a\cos(\varnothing)$; $r=a$

Cardioides : $r=a(1+\cos(\varnothing))$; $r=a+\cos(\varnothing)$; $r=a(1-\cos(\varnothing))$; $r=a(1-sen(\varnothing))$

Lemniscata: $r^2=a^2\cos(2\varnothing)$

Cardioide dos lados: $r=\frac{1}{2}+\cos(\varnothing)$

Cardioide tres lados: $r = a\cos^4\left(\frac{\varnothing}{4}\right)$

$Cisoide\, r^2 = \frac{r^3}{2a - x}$

$Rosa\, 4\ petalos\, r = a\, sen\, 2\theta\, ; r^2 = a^2\, sen\, 4\theta$

$Recta\, r = a\, sec\theta$

$\frac{Astroide}{hipocloide}\, x = a\, sen^3\theta\, ; y = a\cos^3\theta$

$Rosa\, 3\ petalos\, \rho = a\cos 3\theta$

$Espiral\, \rho = e^{2\theta}$

Vectores

Distancia = $\sqrt{(A1 - B1)^2 + (A2 - B2)^2 + (A3 - B3)^2}$

A.B=A1*B1+A2*B2+A3*B3 si es 0 es perpendicular

	I	j	k	
AXB	A1	A2	A3	Si es 0 es paralelo
	B1	B2	B3	

Area del Paralelogramo = AXB ; Area del Triangulo = $\frac{AXB}{2}$

Ax+By+Cz=D ; Normal <A,B,C>

$(x-A)^2+(y-B)^2+(z-C)^2=r^2$; r=radio ; Centro (A,B,C)

Proyeccion B sobre A= $\frac{A.B}{|A|}$; Cos $\varnothing = \frac{A.B}{|A||B|}$

$\frac{x \pm x1}{\pm A} = \frac{y \pm y1}{\pm B} = \frac{x \pm z1}{\pm C}; x = \mp x1 \pm At; y = \mp y1 \pm Bt; z = \mp z1 \pm Ct$

$\pm A(x \pm x1) \pm B(y \pm y1) \pm C(x \pm z1) = 0$

En la primera formula. Arriba generalmente los puntos por los que pasa y abajo la normal o el plano

W=F*A.B=F*d

Ecuaciones de los planos paralelos a N unidades de distancia

Dado: Ax+By+Cz=D

Ecuaciones es de la forma Ax+By+Cz=d

$$\frac{(D-d)}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=N\,;\frac{(d-D)}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=N$$

Maxima razón de un valor, es el modulo del gradiente

La direccion según la cual es máxima la derivada es la direccion del gradiente

El gradiente es la derivada parcial de x en i, y en j y z en k

Angulo que forman las superficies en un punto $\cos(\varnothing)=\frac{\nabla\varnothing 1.\nabla\varnothing 2}{|\nabla\varnothing 1||\nabla\varnothing 2|}$

Hallar la derivada direccional (Si no me da un vector, y me da dos puntos restar entre ellos)

$$Du=\nabla\varnothing.\frac{\overrightarrow{direccion}}{|\overrightarrow{direccion}|}$$

Y según un angulo $Du=\frac{\partial f}{\partial x}\cos(\varnothing)+\frac{\partial f}{\partial y}Sen(\varnothing)$

Si me dan el gradiente y su resultado, integrar parcialmente i con dx, j con dy y k con dz igualar todo al resultado, sacar la constante.

Ecuación del plano conjunto a la superficie siento P=(P1,P2,P3)

Despejamos z, sacamos la derivada parcial en x y y, según los puntos $fx(P1,P2)\,y\,fy(P1,P2)$

Después despejamos de la formula Z-P3=fx(P1,P2)*(X-P1)+ fy(P1,P2)*(Y-P2)

Finalmente aplicamos el gradiente del resultado en el punto que nos dan, sacamos su normal y aplicamos $\vec{N}=\langle A,B,C\rangle\rightarrow A(X-P1)+B(Y-P2)+C(Z-P3)=0$

Aproximacion lineal teniendo “f(x,y) y el punto P=(P1,P2,P3)”

L(x,y)=f(P1,P2,P3)+ f_X(P1,P2,P3)*(X-P1)+ f_Y(P1,P2,P3)*(Y-P2)+ f_Z(P1,P2,P3)*(X-P3)

Ecuaciones del plano tangente y normal

$$\nabla\varnothing=(A,B,C),P=(X1,Y1,Z1)$$

$$\frac{x \pm x1}{\pm A} = \frac{y \pm y1}{\pm B} = \frac{x \pm z1}{\pm C}; Recta\,normal\,, perpendicular\,al\,plano$$

$$\pm A(x \pm x1) \pm B(y \pm y1) \pm C(x \pm z1) = 0$$ Ecuacion del plano tangente

Si x=f(t); y=g(t) ; z=h(t)

$$\vec{N} = \left\langle \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right\rangle P(x1, y1, z1)$$

Ecuacion normal

$$\pm \frac{dx}{dt}(x \pm x1) \pm \frac{dy}{dt}(y \pm y1) \pm \frac{dz}{dt}(x \pm z1) = 0$$

Ecuacion tangente

$$\frac{x \pm x1}{\pm \frac{dx}{dt}} = \frac{y \pm y1}{\pm \frac{dy}{dt}} = \frac{x \pm z1}{\pm \frac{dz}{dt}}$$

Si f(x,y,z)=0 y g(x,y,z)=0 y P(x1,y1,z1)

Ecuacion tangente

$$\frac{x - x1}{\begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial z} \\ \frac{\partial g}{\partial y} & \frac{\partial g}{\partial z} \end{vmatrix}} = \frac{y - y1}{\begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial z} & \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial g}{\partial z} & \frac{\partial g}{\partial x} \end{vmatrix}} = \frac{z - z1}{\begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{vmatrix}}$$

Ecuacion normal

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial z} \\ \frac{\partial g}{\partial y} & \frac{\partial g}{\partial z} \end{vmatrix}(x - x1) + \begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial z} & \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial g}{\partial z} & \frac{\partial g}{\partial x} \end{vmatrix}(y - y1) + \begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{vmatrix}(z - z1) = 0$$

Longitud de arco

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx; L = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt$$

Si r(t)=<f(t),g(t),h(t)>

$$L = \int_a^b \sqrt{(f'(t))^2 + (g'(t))^2 + (h'(t))^2}; L = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

$$\left|r'(t)\right| = \sqrt{\left(f'(t)\right)^2 + \left(g'(t)\right)^2 + \left(h'(t)\right)^2} \rightarrow L = \int_a^b \left|r'(t)\right| dt$$

Vector Unitario Tangente

$$T(t) = \frac{r'(t)}{\left|r'(t)\right|}$$

Curvatura

$$k(t) = \frac{T'(t)}{\left|r'(t)\right|} ; k(t) = \frac{\left|r'(t) X r''(t)\right|}{\left|r'(t)\right|^3} (\; X \; es\,cruz)$$

Vector unitario normal

$$N(t) = \frac{T'(t)}{\left|T'(t)\right|}$$

Vector Binomial

$$B(t) = T(t) X N(t)$$

Plano normal y osculador

Normal, comienza a la derivada de r(t) en el punto P (x1,y1,z1)   y r(P)=(A,B,C)

$$\pm A(x \pm x1) \pm B(y \pm y1) \pm C(x \pm z1) = 0$$

Plano oscilador K= T X N

Oscilador siendo y=f(x)

$$K(x) = \frac{|y''|}{\left[1+(y')^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad \rho = \frac{1}{k}$$

Torcion (γ)

$$\gamma = \frac{(r'(t)\,X\,r''(t)) * r'''(t)}{|r'(t)\,X\,r''(t)|^2}$$

Valores máximos y minimos

$$D(a,b) = fxx(a,b) * fyy(a,b) - [fxy(a,b)]^2$$

Si D>0 y fxx (a,b)>0 es mínimo relativo

Si D>0 y fxx (a,b)<0 es máximo relativo

Si D<0 es punto silla

Distancia mas corta teniendo:

$$z = f(x,y);\, f(x,y,f(x,y));\, P(x,y,z);\, P(a,b,c)$$

$$d = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (f(x,y)-c)^2}$$

Para comprobar distancia: $\textit{Suponga que la ecuacion del plano es } Ax + By + Cz = k$

$$d = \left|\frac{Ax+By+Cz-k}{\sqrt{A+B+C}}\right|_{P(a,b,c)}$$

La caja V=xyz, despejas z de 2xz+2yz+xy=Valor total y remplazas en V, sacas fx y fy, despejas x y y y después z

Multiplicadores de Lagrange

Se aplican para calcular valores extrenos, de f(x,y) y sujetos a una restricción g(x,y,z)=k

$$f_x = \lambda g_x;\, f_y = \lambda g_y;\, f_z = \lambda g_z;\, g(x,y,z) = k$$

Evaluas los puntos calculados y miras cual es de mayor valor.

Si me dan un puntoff y queremos los puntos extremos a este, calculamos d^2 y este sera mi f(x,y,z)

Paralelepipedo Volumen= 2x 2y 2z

Multiplicador de Lagrande con dos restricciones

Se aplican para calcular valores extrenos, de f(x,y) y sujetos a dos restricciones g(x,y,z)=k y h(x,y,z)=C

El beta es (u), pero para que no se confundan con algo XD

$$f_x=\lambda g_x+\beta h_x ; f_y=\lambda g_y+\beta h_y ; f_z=\lambda g_z+\beta h_z ; g(x,y,z)=k ; h(x,y,z)=C$$

Evaluas los puntos calculados y miras cual es de mayor valor, y ese valor es el máximo en:

$$f(x,y,z)$$

Diferenciales y aproximaciones lineales

Diferencial total: siendo z=f(x,y)

$$dz=f_x(x,y)\,dx+f_y(x,y)\,dy ; dz=\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy$$

$$dx=\Delta x=x-a ; dy=\Delta y=y-b$$

Aproximacion lineal

$$L=f(x,y)\cong f(a,b)+f_x(a,b)(x-a)+f_y(a,b)(y-b)$$

$$L=f(x,y)=f(a,b)+dz$$

Incremento

$$\Delta z=f(x+\Delta x, y+\Delta y)-f(a,b)$$

Para tres o mas variables

Diferencial total:

$$dw=\frac{\partial w}{\partial x}dx+\frac{\partial w}{\partial y}dy+\frac{\partial w}{\partial z}dz$$

$$dx=\Delta x=x-a ; dy=\Delta y=y-b ; dz=\Delta z=z-c$$

Aproximacion lineal

$$L=f(x,y,z)=f(a,b,c)+f_x(a,b,c)(x-a)+f_y(a,b,c)(y-b)+f_z(a,b,c)(z-c)$$

Incremento

$$\Delta w=f(x+\Delta x, y+\Delta y, z+\Delta z)-f(a,b,c)$$

Error mas grande (El valor real es f(a,b,c))

$$\frac{dw*100}{valor\,real}$$

Derivadas parciales

Derivada implícita

$$Si\,f(x,y)=0$$

$$y'=\frac{dy}{dx}=\frac{-\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}=\frac{-F_x}{F_y}$$

$$Si\,f(x,y,z)=0;z=f(x,y);f(x,y,f(x,y))=0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{-\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}}=\frac{-F_x}{F_z}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{-\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial z}}=\frac{-F_y}{F_z}$$

Regla de la cadena caso I

$$Suponer\ z=f(x,y)$$

$$x=g(t);y=h(t)$$

$$\frac{dz}{dt}=\frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dz}{dt}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt}$$

Regla de la cadena caso II

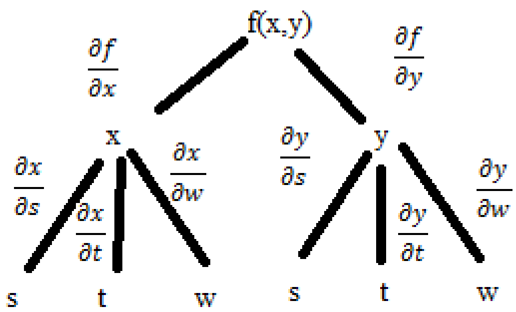
$$Suponer\ z=f(x,y)$$

$$x=g(s,t);y=h(s,t)$$

$$\frac{dz}{ds}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}$$

$$\frac{dz}{dt}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}$$

Sino cualquier cosa aplicas diagrama del árbol



$$\frac{df}{ds}=\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}$$

Método de la cadena. Método general

$$\frac{df}{dsi}=\frac{\partial f}{\partial x1}\frac{\partial x1}{\partial s}+\frac{\partial f}{\partial x2}\frac{\partial x2}{\partial s}+\ldots+\frac{\partial f}{\partial xi}\frac{\partial xi}{\partial s}$$

Expresar la Regla de la Cadena para el caso:

$$w=f(x,y,z,t);x=x(u,v);y=y(u,v);z=z(u,v);t=t(u,v)$$

$$\frac{\partial w}{\partial u}=\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial u}+\frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial u}+\frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial u}+\frac{\partial w}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial u}$$

Tercer Parcial

Area de una supercicie de integración doble

$$S=\iint\sqrt{1+\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2}$$

Coordenadas Cilindricas

$$x=rCos(\theta);y=rSen(\theta);z=z;x^2+y^2=r^2;\tan(\theta)=\frac{y}{x}$$

$$\iiint f(x,y,z)dV;\iiint f(rCos(\theta),rSen(\theta),z)*(r\,dz\,dr\,d\theta)$$

Coordenadas Esfericas

$$x=r\,Sen(\varnothing)\cos(\theta);y=r\,Sen(\varnothing)\,Sen(\theta);z=rCos(\varnothing);x^2+y^2+z^2=r^2$$

$$f(x,y,z)\,dV\,;\iiint f\left(r\,Sen(\varnothing)\cos(\theta),r\,Sen(\varnothing)\,Sen(\theta),rCos(\varnothing)\right)*\left(r^2\,Sen(\varnothing)\,dr\,d\theta\,d\varnothing\right)$$

¿

$$\iiint ¿$$

Jacoviano

$$Polares\ y\ modificadas: J=\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{pmatrix}$$

Polares: J=r

Polares Modificadas:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=r^2\,;x=arCos(\theta)\,;y=brSen(\theta);J=abr$$

Cilindricas

$$J=\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial x}{\partial z} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial z} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial z} \end{pmatrix}=r$$

Esfericas

$$J=\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial x}{\partial \varnothing} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial \varnothing} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial \varnothing} \end{pmatrix}=r^2\,Sen(\varnothing)$$

Cambio de variable

$$J=\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial x}{\partial w} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial w} \\ \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial w} \end{pmatrix}$$

Demostración de un campo conservativo o irrotacional

$\nabla XF=0$

El potencial escalar $\varnothing$ siendo $F=Ai+Bj+Ck$ siendo A, B y C funciones o escalares

$$\frac{\partial\varnothing}{\partial x}=A;\frac{\partial\varnothing}{\partial y}=B;\frac{\partial\varnothing}{\partial z}=C\rightarrow\partial\varnothing=A\partial x;\partial\varnothing=B\partial y;\partial\varnothing=C\partial z$$

Integramos las expresiones de la derecha y tomamos cada una de las expresiones para formar $\varnothing$

Para Hallar el trabajo en un campo conservador o irrotacional

Evaluamos $\varnothing$ en el intervalo en el cual nos dan los puntos $W=\varnothing¿_{(Xo,Yo,Zo)}^{(Xf,Yf,Zf)}$

Para Hallar el trabajo en un campo no conservador o no irrotacional

$$W=\int_C F\,dr=\int_C Ai+Bj+Ck\,dr=\int_C Adx+Bdy+Cdz$$

Cambiamos la variable a t primero calculando los limites

$$\frac{X-Xo}{Xf-Xo}=\frac{Y-Yo}{Yf-Yo}=\frac{Z-Zo}{Zf-Zo}=t$$

$$X=t(Xf-Xo)+Xo$$

Evaluamos en lo que varia cada una y conoceremos los limites de T

$$X=Xo;Xo=t(Xf-Xo)+Xo\rightarrow t=0$$

$$X=Xf;Xf=t(Xf-Xo)+Xo\rightarrow t=1$$

Hacemos lo mismo con Y y Z y se determinan esos limites de t

Despues reemplazamos

$X=t(Xf-Xo)+Xo;Y=t(Yf-Yo)+Yo;Z=t(Zf-Zo)+Zo$ En

$$\int_C Adx+Bdy+Cdz\ y\,nos\ queda\int_0^1[A(t)+B(t)+C(t)][(Xf-Xo)(Yf-Yo)(Zf-Zo)][dt]$$

Si analizamos el

$$\int_C F\,dr\ por\ partes(Xo,Yo,Zo)\rightarrow(X1,Y1,Z1)\rightarrow(X2,Y2,Z2)\rightarrow(Xf,Yf,Zf)$$

En el caso de que sean ambos puntos iguales X o Y o Z será igual al numero repetido, y su diferencial será 0, si este varia entonces se integrar con el diferencial de la variable que cambia y sus limites serán los respectivos cambios y se mantendrán los números que se repitieron.

Si se repiten mas limites, se sacara la pendiente de los mismo y se pondrá la una variable con respecto de la otra, el limite final será l de la variable no utilizada

$$\frac{X-Xf}{Xo-Xf}=\frac{Y-Yf}{Yo-Yf}$$

TODO TIENE QUE SER EN EL ORDEN INDICADO PARA LOS LIMITES RESPECTIVOS

Integrales de linea

$$\int_C f(x,y,z)\,ds=\int_c f(x(t),y(t),z(t))\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}\,dt$$

$$f(x(t),y(t),z(t))[\text{¿¿}\overset{r}{}'(t)]dt$$

$$\int_C f(x,y,z)\,ds=\int_c \text{¿}$$

$$r(t)=xi+yj+zk$$

$$reemplazamos\ los\ valores\ que\ me\ den\ de\ x,y,z\ en\ funcion\ de\ t\ y\ despues\ derivamos\ los\ mismos$$

Otra manera de ver si es un campo conservativo es:

$$\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial Q}{\partial x}$$

Para determinar la función potencial

$$\frac{\partial F}{\partial x}=P;\frac{\partial F}{\partial y}=Q\rightarrow\partial F=P\partial x;\partial F=Q\partial y$$

Se integra las dos ultimas partes mostradas y finalmente se extrae cada uno de los polinomios que salgan de la misma

Teorema de Green

$$\int_C Pdx+Qdy=\iint_D\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)dxdy$$

Integral de Superficie

R es la proyección de S en el plano xy

$$\iint_S A\,m\,ds=\iint_R A\,m\frac{dxdy}{|nk|}$$

R es la proyección de S en el plano xz

$$\iint_S A\, m\, ds = \iint_R A\, m \frac{dxdz}{|nj|}$$

R es la proyección de S en el plano yz

$$\iint_S A\, m\, ds = \iint_R A\, m \frac{dzdy}{|¿|}$$

$$\nabla s = \frac{\partial S}{\partial x} i + \frac{\partial S}{\partial y} j + \frac{\partial S}{\partial z} k$$

$$|\nabla s| = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 i + \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)^2 j + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 k}$$

$$m = \frac{\nabla s}{|\nabla s|}$$

$$n\, es\, igual\, a\, i, j, k\, dependiendo\, del\ plano, y\, se\, hace\, producto\, punto\, con\, m$$

Si no nos dan los limites, sacamos de S y ponemos las diferentes variables con respecto a las otras.

Si estamos en un cierto plano, la variable que sobra es cero Ejm. Plano xy entonces z=0

Teorema de la divergencia de Gauss

Siendo F=Pi+Qj+Rk

$$\iint_S F\, m\, ds = \iiint_S \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}\right) dxdydz$$

Si queremos comprobar este teorema debemos sacar la integral de superficie de cada plano y sumar todo.

Teorema de Stokes

$$\oint A\, dr = \iint_S (\nabla XA) . \frac{n * dxdy}{|nk|}$$

n igualmente depende del plano

$$\oint A\, dr = \iint_S (\nabla XA) . N * ds ; N = rxXry ; r = xi + yj + zk ; rx = \frac{dr}{dx} ; ry = \frac{dr}{dy}$$

Reemplazamos z de la ecuación que nos entreguen y procedemos a realizar el proceso igualmente dependiendo del plano

$$(\nabla XA) = \begin{pmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{pmatrix}$$

$$(rx\ Xry) = \begin{pmatrix} i & j & k \\ A & B & C \\ D & E & F \end{pmatrix}$$