Synthèse d’un régulateur numérique RST.

Nous expliquons la synthèse pas à pas d’un correcteur RST. Nous donnons également quelques notions sur la transformée en z relatives à ses caractéristiques, aux intégrateurs numériques, aux choix des racines. Nous détaillons un exemple de synthèse d’un RST par la méthode de la poursuite et régulation à objectifs indépendants pour une charge inductive à grande constante de temps (360s).

Ce document n’est pas exhaustif : tous les aspects de la régulation numérique ne sont pas abordés.

Le lecteur pourra se référer au Traité des nouvelles technologies série automatique. Identification et commande des systèmes. (ID Landau) Hermès

.

1. Synthèse d’un régulateur numérique RST. 2

1.1. Modèle de la charge 2

1.1.1. Modèle analogique 2

1.1.2. modèle numérique 3

1.2. Acquisition 3

1.3. Fonctions de transfert 4

1.4. Racines. 5

1.4.1. La transformée en z 5

1.4.2. Définition de P(z-1) 6

1.5. Comment déterminer le correcteur ? 7

1.6. Intégrateurs 8

1.6.1. Comment représenter un intégrateur numérique ? 8

1.6.2. Quelle représentation choisir pour le RST? 8

1.7. Exemple de synthèse 9

1.7.1. Modèle, échantillonnage 9

1.7.2. spécifications 9

1.7.3. Calcul du régulateur 9

1.7.4. Fonction de transfert en boucle fermée 10

1.7.5. Comportement du procédé en présence de pertubation 11

1.7.6. comportement de la tension de commande vn. 12

1.8. Sensibilité pertubation-commande 12

1.8.1. Filtre auxiliaire de sortie. 12

1.8.2. Modification du correcteur. 13

1.9. Annexe 15

# Synthèse d’un régulateur numérique RST.



Figure 1: schéma blocs de la régulation

Voici quelques principes pour définir le régulateur numérique.

## Modèle de la charge

### Modèle analogique

Charge = source de tension+RL+DCCT= 

Charge rL : modèle de l’aimant. 

G=1/r (gain)

a=r/L (bande passante en rd/s)

Le modèle de la charge dépend de a et des bandes passantes fs et fdcct.

### Modèle numérique

1. choix de la fréquence d’échantillonnage

Soit la fréquence d’échantillonnage du procédé.

La bande passante en boucle fermée est fBF=1Hz.

La règle utilisée pour le choix de  :  vaut 6 à 25 fois fBF

1. Choix du modèle pour calculer le correcteur

Comme les bandes passante de la source de tension et du DCCT sont très supérieures à , nous ne les prenons pas en compte dans le modèle de la charge.

Ainsi la dynamique de la charge est celle de la charge rL (a<< ).

Le modèle utile pour calculer le correcteur est le suivant :

 (1)

pour simplifier nous posons 

1. modèle numérique

Transformée en z de (1) avec un bloqueur d’ordre zéro :

 (2)

## Acquisition

Pour éviter les repliements la mesure Idcct est filtrée par un filtre anti-repliement analogique de bande passante fa. L ‘acquisition est alors réalisée à la fréquence fn (fn>2\*fa).

Le signal échantillonné passe alors par un filtre anti-repliement numérique et un diviseur de fréquence pour obtenir . fn est un multiple de .

Pour choisir fa nous déterminons la fréquence maximum fm contenue dans le procédé en boucle fermée. Théoriquement nous pouvons prendre fa = fm mais le filtre anti-repliement apporte du retard. Pratiquement nous choisirons fa de 10 à 100fm.

## Fonctions de transfert

1. Fonctions de transfert entre I et I1 ou Iref

De manière générale une fonction de transfert en boucle fermée se calcule comme suit :



FBF : fonction de transfert en boucle fermée.

FD : fonction de transfert de la chaine directe.

FR : fonction de transfert de la chaîne de retour.

Par exemple nous obtenons l’équation (3) en posant :



 (3)

Nous désirons identifier (3) à :

 (4)

Le numérateur de l’équation (4) ne contient aucun zéro. Cela permet de maîtriser les performances uniquement par P et par la même sans approximation (voir §1.5).

Nous obtenons alors la fonction de transfert entre I et iref :

 (5)

1. Fonctions de sensibilité

Pour exprimer le comportement du procédé en présence d’une perturbation p nous utilisons les fonctions de sensibilité sortie-perturbation (I/p) et commande-pertubation (Vn/p) :

 (6)

 (7)

Nous remarquons que nous pouvons relier p/I à la fonction de transfert en boucle ouverte Fbo:

 (8)

d’où :

 (9)

p/I est donc directement reliée à la fonction de transfert en boucle ouverte. Par l’étude de Fbo nous déduisons l’effet d’une perturbation. La robustesse du procédé est définie par la marge de gain, la marge de phase, la marge de module M. Ces grandeurs se lisent sur le lieu de Lyquist (Bode aussi) de Fbo.

Une valeur typique pour une bonne marge de module est M>0.5. Autrement dit, le maximum du module de I/p est choisi comme inférieur à 2 quelque soit la fréquence :

 (10)

Nous affinons le choix de M en fonction du procédé à contrôler et des perturbations présentent.

Remarque : pour tracer une fonction de transfert numérique en fonction de la fréquence f nous utilisons l’égalité suivante.



## Racines.

### La transformée en z

Lien entre le pôles en s et les pôles en z  par la transformation z=exp(s/Tech):



Figure 2: transformation en z

1. Poles stable du plan en s

Ce sont les poles du plan Re(s)<0. Ces poles ont puor image un point du cercle unité dans le plan en z

1. Racines simples

Les racines simples de l’axe Re(s)<0 (racines stable) deviennent des racines simples sur le segment [0 1] de l’axe Re(z).

Un pôle analogique simple s0 un pôle numérique simple z0 = exp(-T\*s0)

(Tech : période d’échantillonnage)

1. racines doubles

Si s0 est complexe , 



### Définition de P(z-1)

Nous définissons P(z-1) par ses racines. Pour les calculer nous partons des racines dans le plan en s auxquelles nous appliquons la transformée en z.

Par exemple nous désirons un polynôme P(s) de la forme suivante :

 (11)

P(s) contient une racine réelle et une paire de racines complexes conjuguées.

 : amortissement entre 0 et 1

 : pulsation naturelle ent rd/s

Par la transformée en z de chacune des racines nous obtenons :

 (12)

De cette manière nous déterminons P(z-1) comme le produit de trois pôles numériques :

De l’équation (12) à l’équation (13) nous supprimons le facteur z3 qui ne produit qu’un retard de 3 périodes d’échantillonnage. Il est donc inutile.

 (13)

avec :



En développant nous pouvons mettre P(z-1) sous la forme suivante :

 (14)

NB : Pour obtenir le gain maximum sur la plus grande bande de fréquence possible tout en ayant au plus un dépassement lors de la réponse à l’échelon nous choisirons les valeurs suivantes :

- Si  un choix judicieux de est 0.5.

- Siun choix judicieux de  est 0.8

## Comment déterminer le correcteur ?

Nous sommes dans le cadre de la poursuite et régulation indépendante.

Nous nous intéressons àux équations (3) (4) et (5) :

1- Définir P(z-1) :degré et position des pôles. Ce polynômes nous donne les performances en régulation.

2- Nombre d’intégrateurs dans S

- Mettre les zéros stables (de module <1) du modèle B(z-1) dans S. La simplification des zéros permet de réaliser sans approximation les performances en poursuite et en régulation. Attention à ne pas simplifier les zéros instables

3- A partir de (3) et (4) nous déterminons les degrés de R et S et trouvons leurs coefficients par identification

4- Vérifier la marge de module M. Si M n’est pas respectée ajouter des conditions sur R, S P(z-1). En particulier si M n’est pas respectée dans les hautes fréquences  alors ajouter un pôle auxiliaire à P(z-1) et revoir les calculs….

5- Remarque importante : Dans le cadre du LHC la charge est très « filtrante ».Donc il se peut que la marge de module soit respectée et que le module de (7) soit élevé. Autrement dit la commande Vn peut être très bruité même si le critère de la marge de module est respecté. Cette situation peut être dommageable pour le convertisseur ! ! ! Il est donc impératif de vérifier Vn/p (7) .

6- prendre T(z-1)=P(z-1) pour réaliser la poursuite et régulation indépendante. (Ce chois de T apporte l’effet « feedforward »). T règle les performances en poursuite. T=P car nous voulons que le courant suive la consigne avec une seule période d’échantillonnage de retard.

Avantages : de cette forme de régulateur.

Le correcteur n’introduit pas de zéro dont l’effet n’est pas toujours maîtrisé. (dépassements…)

Nous réglons précisément la dynamique par R et S.

## Intégrateurs

### Comment représenter un intégrateur numérique ?

Plusieurs méthodes possibles :

- Intégration par rectangle (intégration 1 et intégration 2)

- Intégration par trapèze (intégration 3)



Soit I(k) la valeur de l’intégrale à l’instant kT et y(k) la valeur de la grandeur à intégrer.

Intégration 1 :

 (15)

Intégration 2 :

 (16)

Intégration 3 :

 (17)

### Quelle représentation choisir pour le RST?

Les intégrateurs se placent dans la boucle direct,c’est à dire dans le polynôme S(z-1).

Si S(z-1) contient un intégrateur alors nous poserons à priori:

 = (équation (15), (16) ou (17))

L’équation (16) n’est pas intéressante car elle introduit un retard z-1 que nous ne pourrons pas ‘compenser’.

L’équation (17) introduit un zéro (égale à –1) qui rejette un signal de fréquence . A priori ce zéro n’est pas nécessaire. La procédure établie au paragraphe (2.5) nous permettra de le savoir……

Finalement le bon choix est l’équation (15). Le coefficient Tech est inutile car nous l’intégrons dans R(z-1).

Conclusion :

Dire que S(z-1) contient un intégrateur signifie qu’il contient .

## Exemple de synthèse

### Modèle, échantillonnage

Déterminons un correcteur RST pour une charge rL

r = 0.5mOhms.

L = 180mH.

Le modèle numérique est donné par l’équation (2).

Nous voulons une bande passante en boucle fermée de 1Hz

Tech = 20Hz.

### spécifications

S(z-1) contient deux intégrateurs 

L’équation (4) montre que S(z-1) contient G(1-an)



S’(z-1) est le polynôme de réglage.

Le degré de S(z-1) A(z-1) sera au moins 3. L’étude de l’équation sortie-pertubation (6) montre que le degré de P(z-1) doit être au moins 3 si nous voulons que 1/M (M marge de module) soit inférieur à 1.5. Nous définissons P(z-1) par un pôle du premier ordre et 2 poles conjugués comme au paragraphe 1.4.2 (voir équation (14)).

### Calcul du régulateur

Par identification de (3) avec (4) et en tenant compte des spécifications nous devons résoudre l’équation suivante :

 avec P(z-1) d’ordre 3. (18)

Cette équation admet une solution avec S’(z-1) = 1 et R(z-1) d’ordre 2.

Nous posons T(z-1) = P(z-1) (voir équation (14)).

Nous reprenons les notations utilisées pour le DICO (cf §1.2.1 et 1.3.1) :

RST\_PERIOD = 5 //entier. Tech=RST\_PERIOD\*t et « t » vaut 0.01s.

CLBW = 1 //bande passante en Hz du pôle simple. 

CLBW2 = 1 //bande passante en Hz des 2 pôles conjugués .

RST\_Z = 0.5 //amortissement (entre 0 et 1) des 2 pôles conjugués.

// 

r : 0.5.10-3 //résistance de la charge en Ohms

L : 0.180 //inductance de la charge en Henry.

D’où :

T 1.0000 -2.3768 1.9329 -0.5335 // le premier coefficient est en z0

S 0.2778 -0.5555 0.0771

R 0.6231 -1.0668 0.4664

Remarque : racines de R : 0.8561 ± 0.1250i soient une paire de pôles à 0.45Hz d’amortissement 0.99.

Les simulations sont réalisées avec le programme simulink de régulation RSR1.mdl. Les paramètres sont initialisés par initrst1.m.

### Fonction de transfert en boucle fermée

\\$nds\.srv2_home_usr_q2z.home_2.system.cern\HOME\sabouret\MyDocs\decoupe\2007\LHCI1-I.EMF

Figure 3: fonction de transfert en boucle fermée I/I1

La figure 4 représente l’équation (4).Nous constatons que la bande passante à –3db vaut 1Hz

### Comportement du procédé en présence de pertubation

\\$nds\.srv2_home_usr_q2z.home_2.system.cern\HOME\sabouret\MyDocs\decoupe\2007\LHCP-I.EMF

Figure 4: fonction de sensibilité pertubation-sortie (i/p)

Le gain maximum vaut 2.73dB soit un gain maximum GM de 1.37. Nous en déduisons :

la marge de module vaut M=0.76

Le régulateur choisi a une bonne marge de module.

Remarque : le gain vaut 0dB à 1Hz.

Nous pouvons également visualiser les marges de gain et de phase en traçant la fonction de transfert en boucle ouverte Fbo (cf équation (6)).

\\$nds\.srv2_home_usr_q2z.home_2.system.cern\HOME\sabouret\MyDocs\decoupe\2007\LHCFBO.EMF

-60dB/dec

-40dB/dec

-20dB/dec

-60dB/dec

-40dB/dec

-20dB/dec

-60dB/dec

-20dB/dec

-40dB/dec

Figure 5: fonction en boucle ouverte

Sur la figure 5 nous lisons :

* marge de phase :40degrés (à 1.7Hz)
* marge de gain : 9dB (à 0.7Hz)

### comportement de la tension de commande vn.

La fonction de sensibilité commande-perturbation présente un gain maximum d’environ 8.5db soit 2.7.

## Sensibilité pertubation-commande

Voyons comment réduire le gain maximum (8.5dB) de la fonction Vn/p.

### Filtre auxiliaire de sortie.

Nous pouvons ajouter un filtre du premier ordre avant le DAC (voir figure 9). Nous le modifions pas le régulateur RST (cf §1.7.3) car nous supposons que la dynamique FILTER (en Hz) de ce filtre auxiliaire est plus grande que les bandes passantes CLBW et CLBW2.

Par exemple nous insérons le filtre auxiliaire suivant avec FILTER=3Hz:

 (19)

DAC

1-p

1-p.z-1

vn

1

S(z-1)

Filtre auxiliaire

Figure 6 : insertion du filtre auxiliaire

La figure 7 compare les fonctions de sensibilité avec et sans filtre auxiliaire.

Avantage du filtre :

- Il réduit le gain entre 3Hz et 10Hz (1/(2\*Tech). Les performances sont donc améliorer dans les hautes fréquences.

Inconvénients :

- Il augmente le gain ente 1Hz et 3Hz. Le gain maximum est de 11.8db avec le filtre auxiliaire !

- Il affecte la marge de module M puisque. Avec le filtre 1/M vaut 6.3dB contre 2.73dB sans le filtre !

\\$nds\.srv2_home_usr_q2z.home_2.system.cern\HOME\sabouret\MyDocs\decoupe\2007\lhcp-vcom.emf

sans filtre aux

Avec filtre aux

Figure 7: fonction de sensibilité pertubation-commande

Pour améliorer les performances en hautes fréquences (>3Hz) sans les détériorer entre 1hz et 3Hz nous pouvons agir directement sur le correcteur.

### Modification du correcteur.

1. méthode

Pour baisser le module de la fonction de sensibilité perturbation-commande en hautes fréquences (vers 1/2Tech) nous ajoutons un pôle auxiliaire paux à P(z-1) et nous utilisons le polynôme de réglage S’(z-1) (cf §1.7.2).

Pour cette nouvelle expression du correcteur posons :

 (20)

P(z-1) est le polynôme calculé précédemment (équation (14)),CLBW\_AUX la fréquence de coupure du pôles auxiliaire en Hz.

1. résolution

Cette fois encore nous devons résoudre par identification l’équation (18) (en remplaçant P par P’ soit :

 (P’ est d’ordre 4) (21)

(21) admet une solution avec R d’ordre 2 et S’ d’ordre 1

posons :

 (22)

1. discussion sur faux

La résolution de (20) en utilisant les équations (14) (20) et (22) nous donne la forme de saux :

 (23)

L’équation (23) impose une valeur minimum pour CLBW\_AUX.

Si CLBW = CLBW2 = CLBW\_AUX = 1Hz et RST\_Z = 0.5 alors CLBW\_AUX vaut 3Hz et saux 0.3897.

1. Performances

La figure 8 montre différentes fonction de sensibilité perturbation-commande.

- Courbe 1 : P d’ordre 3 , CLBW = CLBW2 = 1hz , RST\_Z = 0.5

- Courbe 2 : méthode du §1.8.1

P d’ordre 3 , CLBW = CLBW2 = 1hz , RST\_Z = 0.5 + filtre auxiliaire (19)

- Courbe 3 : méthode du §1.8.2

P d’ordre 4 , CLBW = CLBW2 = CLBW\_AUX = 1hz , RST\_Z = 0.5

Dans ces conditions, saux vaut 0.3897 (équation (22))

Comme saux = p nous pouvons facilement comparer les deux méthodes (courbe 2 et courbe 3). La courbe 3 montre que les hautes fréquences sont mieux rejetées et que son maximum ne dépasse pas celui de la courbe 1.

De plus la méthode du §1.8.2 permet de maitenir une marge de phase plus proche de 40° (voir §1.7.5):

méthode du §1.8.1 : marge de phase de 20°

méthode du §1.8.2 : marge de phase de 30°

Si nous désirons améliorer la marge de phase nous augmentons CLBW\_AUX.

J:\MyDocs\decoupe\2007\lhcp-v-new.emf

Courbe 1

Courbe 2

Courbe 3

Figure 8: perturbation-commande

## Annexe : Calculs des coefficients de R,S et T

Calcul du correcteur pour le paragraphe 1.8.2

1. Paramètres d’entrée :

RST\_PERIOD //entier. Tech=RST\_PERIOD\*t et « t » vaut 0.01s.

CLBW //bande passante en Hz du pôle simple. 

CLBW2  //bande passante en Hz des 2 pôles conjugués .

RST\_Z //amortissement (entre 0 et 1) des 2 pôles conjugués.

// 

CLBW\_AUX //bande passante en Hz du pôle auxiliaire

r  //résistance de la charge en Ohms

L  //inductance de la charge en Henry.

1. Polynome P’(z-1) :

Des équations (14) et (20) nous déduisons les coefficients du polynôme P’(z-1) :





1. Polynôme T’(z-1)

T’(z-1) = P’(z-1)

1. Polynômes S(z-1) et R(z-1)

Rappelons que S et R ont les formes suivantes :



Nous trouvons saux et R en résolvant :



- polynôme S(z-1) :



- Polynôme R(z-1)



Soient les instants kTech où k est un un entier.

A chaque instant kTech le programme suivant s’exécute :

***// Valeur courante de Vn :Vn(k)***

