01-generative-grammars

01-generative-grammars

Componenti in modo informale

- **Vocabolario:** un insieme di simboli.
  - Alcuni dei quali chiamatai *terminali* costituiscono i token di output dell'*analisi lessicale*.
    E.g dato il vocabolario `{S, a, b}` allora `a` e `b` sono i non terminali.
  - Viene scelto un simbolo non terminale dal vocabolario come *start symbol*.
    E.g. preso il vocabolario precedente `S` è lo *start symbol*.
- **Produzioni:** un insieme di regole per di stringhe in altre stringhe.
  Dobbiamo rispettare delle regole, per esempio la stringa da rimpiazzare deve contenere almeno un non terminale.
  E. g. {S $\rightarrow$ aSb, S $\rightarrow$ ab}

Linguaggio

E' un insieme di parole composte da non terminali che possono essere generate partendo dallo *start symbol* applicando x volte e in y modi diversi le regole di derivazione.
Ogni riscritttura viene detta *derivation step*.

Esempio

Data la grammatrica {S $\rightarrow$ aSb, S $\rightarrow$ ab} possiamo compiere un paio di passi di derivazione.
S $\implies$ aSb $\implies$ aabb ; con due passi abbiamo ottenuto una parole che appartiene al linguaggio.
S $\implies$ aSb $\implies$ aaSbb $\implies$ aaabbb ; con tre passi abbiamo ottenuto una parola valida.
Possiamo concludere che il linguaggio generato dalla grammatica ha la forma {a^n b^n | n>0 },

Convenzioni sulla ε

Usiamo il carattere speciale ε per denotare la parola vuota, ha le seguenti proprietà:

- $\varepsilon \equiv \varepsilon\varepsilon$
- $\varepsilon \equiv$b^n per ogni terminale b

Esempio

S $\rightarrow$ aAb
aA $\rightarrow$ aaAb

A $\rightarrow \varepsilon$

Il linguaggio generato è {a^n b^n | n>0 }, quindi grammatiche diverse possono generate linguaggi uguali.

Esempio

S $\rightarrow$ AB
A $\rightarrow$ aA
A $\rightarrow$ a
B $\rightarrow$ Bb
B $\rightarrow$ b

S $\implies$ AB $\implies$ aAB $\implies$ aaB $\implies$ aab
Genera il linguaggio {a^n b^m | n,m>0}

Esempio

S $\rightarrow$ AB
A $\rightarrow$ a

S $\implies$ AB $\implies$ aB
Quindi non arrivo mai ad una parola priva di non terminali per cui il lingiaggio generato è $\emptyset$

Esempio

S $\rightarrow \varepsilon$

Viene generato il linguaggio {ε} che è $\neq \emptyset$

Esempio

S $\rightarrow$ aSb
S $\rightarrow \varepsilon$

Genera il linguaggio {a^n b^n | n>0} $\cup$ {ε} = {a^n b^n | n $\geq$ 0}

Componenti in modo formale

Una grammatica è una tupla (V, T, S, P)

- **V:** vocabolario con terminali e non.
- **T:** insieme dei terminali.
- **S:** simbolo di inizio che si trova in (V\T).
- **P:** insieme delle produzioni.

Notazione

- Maiuscole iniziali dell'alfabeto: A, B, $\dots \in$ (V\T)
- Maiuscole finali dell'alfabeto: X, Y, $\dots \in$ V
- Minuscole iniziali dell'alfabeto: a,b, $\dots \in$ T
- Minuscole iniziali dell'alfabeto greco: $\alpha, \beta, \dots \in$ V*
  '*' sta ad indicare che ci possono essere più ripetizioni degli elementi nell'insieme di partenza
- Stringhe di terminali: $w, w_0, \dots$
- **Produzioni:** $\delta \rightarrow \beta$
  - $\delta \in$V$^+$, ovvero tutti i simboli del vocabolario esclusa ε
  - δ contiene almeno un non terminale
  - δ è chiamato **driver** della produzione
  - β è chiamato **body** della produzione
- **Linguaggio generato:** L(G) = $\{w | w \in T^* \; and \; S \implies w\}$
  Usiamo T^* perchè la parola w potrebbe essere solo ε

Gerarchia delle grammatiche

Dipendono dalla forma delle produzioni.
Passiamo ora a vedere alcuni tipi di grammatiche.

Grammatiche context-free

Le grammatiche *context-free* o *free* hanno solo produzioni della forma:

$$A \rightarrow \beta$$

Linguaggi context-free

L è un linguaggio *context-free* se e solo se esiste una grammatica *context-free* tale che:

$$L = L(G)$$

Derivazioni

- **Rightmost/Leftmost:** rimpiazziamo il non terminale più a destra/sinistra indipendentemente dalle scelte precedenti.
- **Canoniche:** se inizio con derivazioni rightmost continuo con esse e viceversa per leftmost.

Alberi di derivazione

I linguaggi liberi possono essere rappresentati come un albero tale che:

- Lo *start symbol* è la radice.
- Per ogni passo di derivazione si aggiunge un livello.

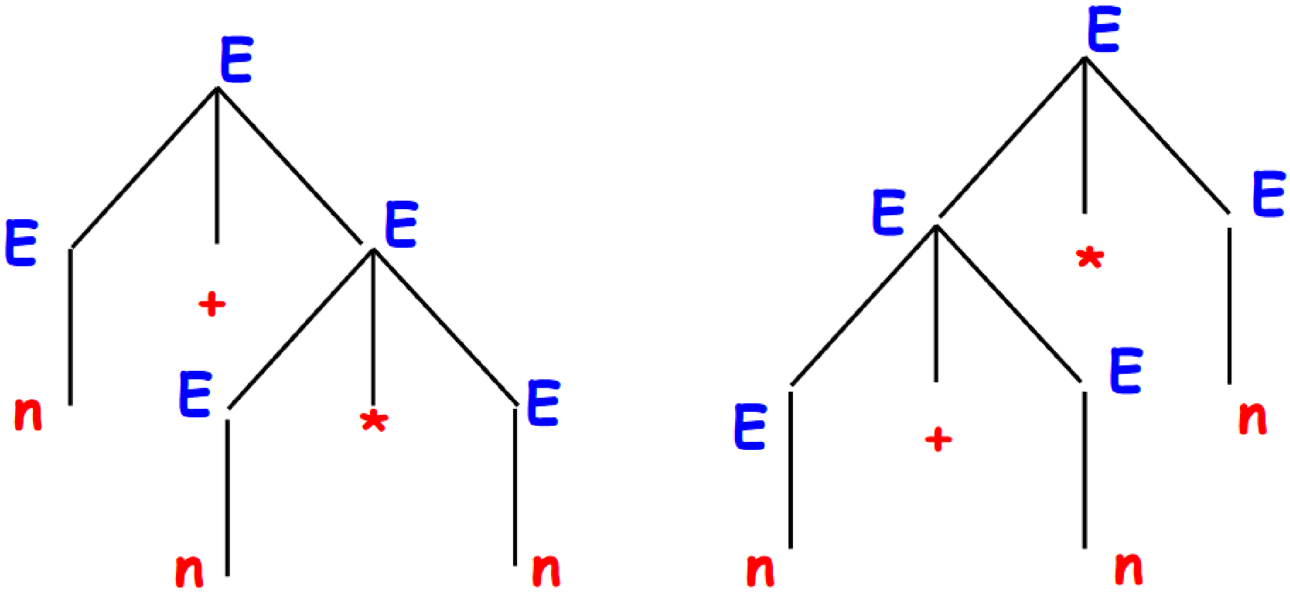
- La produzione $A \rightarrow X_1X_2...X_n$ genera i nodi figli $X_1X_2...X_n$ che partono dal nodo A.
- Le foglie sono i caratteri terminali, compresa ε.
- La parola generata è la concatenzaione delle foglie dell'albero.

Ambiguità

Una grammatica *G* è ambigua se e solo se esiste una parola w ∈L(G) che può essere generata da due derivazioni canoniche distinte, anche entrambe rightmost o leftmost.

Esempio

E $\rightarrow$ E+E | E*E | n ; è ambigua?
Prendiamo w=n+n*n



Come si può vedere anche se abbiamo cambiato derivazioni canoniche la parola generata è la stessa.

Osservazioni

L'ambiguità è indecidibile e non possono essere creati algoritmi in grado di capire se una grammatica è ambigua o meno.