

Lógica difusa

La teoría básica de los sistemas expertos está referida a la evaluación de sistemas binarios, es decir que solo pueden evaluados como verdaderos o falsos. En el caso de la lógica difusa el adjetivo "difuso" se debe a que en esta lógica, los valores de verdad son no-deterministas y tienen, por lo general, una connotación de incertidumbre. Un vaso medio lleno, independientemente de que también esté medio vacío, no está lleno completamente ni está vacío completamente. Qué tan lleno puede estar es un elemento de incertidumbre, es decir, de difusidad, entendida esta última como una propiedad de indeterminismo. Ahora bien, los valores de verdad asumidos por enunciados aunque no son deterministas, no necesariamente son desconocidos. Por otra parte, desde un punto de vista optimista, lo difuso puede entenderse como la posibilidad de asignar más valores de verdad a los enunciados que los clásicos "falso" o "verdadero". Consecuentemente, las lógicas difusas son tipos especiales de lógicas multivaluadas.

La lógica difusa tiene como base los denominados conjuntos difusos y posee un sistema de inferencia basado en reglas de producción de la forma "SI antecedente ENTONCES consecuente", donde los valores lingüísticos del antecedente y el consecuente están definidos por conjuntos difusos. La lógica difusa puede ser vista como un lenguaje que permite trasladar sentencias sofisticadas en lenguaje natural a un lenguaje matemático formal.

Los sistemas basados en lógica difusa se han empleado con éxito en campos tales como control automático, clasificación, soporte de decisión, sistemas expertos y visión computarizada. A causa de su naturaleza multidisciplinaria, el sistema de inferencia difusa es conocido bajo distintas denominaciones, tales como sistema difuso basado en reglas (Rule Based Fuzzy System), sistema experto difuso (fuzzy expert system), controlador lógico difuso (fuzzy logic controller) y también sencillamente sistema difuso.

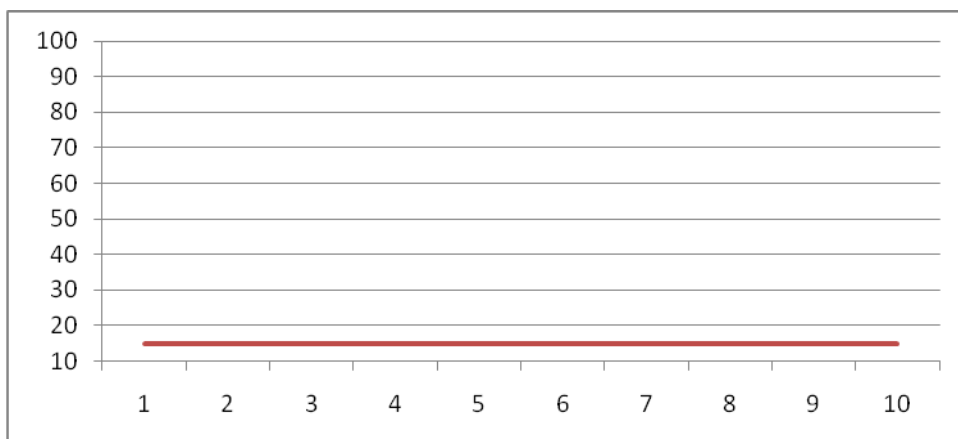
En lo que sigue usaremos los términos fuzzy y difusa como sinónimos de manera indistinta de modo de estar familiarizados con la denominación en inglés por ser de uso frecuente.

Un ejemplo comparativo

Para ilustrar como es un sistema de inferencia basado en lógica difusa, se discuten a continuación dos modos diferentes de resolver un mismo problema. Una es una solución convencional, dada por un sistema lineal y el otro por un sistema de lógica difusa.

El problema consiste en determinar el valor "correcto" para una propina que se debe abonar en función de algunas características del servicio recibido. Básicamente, se trata de evaluar cuando debería ser la propina, dado un número entre cero y diez que representa la calidad del servicio recibido. Un valor promedio de propina por comida se estima en un 15 % del total de la cuenta pero en realidad la propina a entregar debería variar en función de la calidad del servicio recibido.

Comenzamos con la relación más sencilla posible. Podemos decidir que siempre entregaremos una propina del 15% del total de la cuenta con lo que tendríamos lo siguiente:



Podemos plantear las siguientes reglas de producción:

Si servicio es ≤ 3 ,

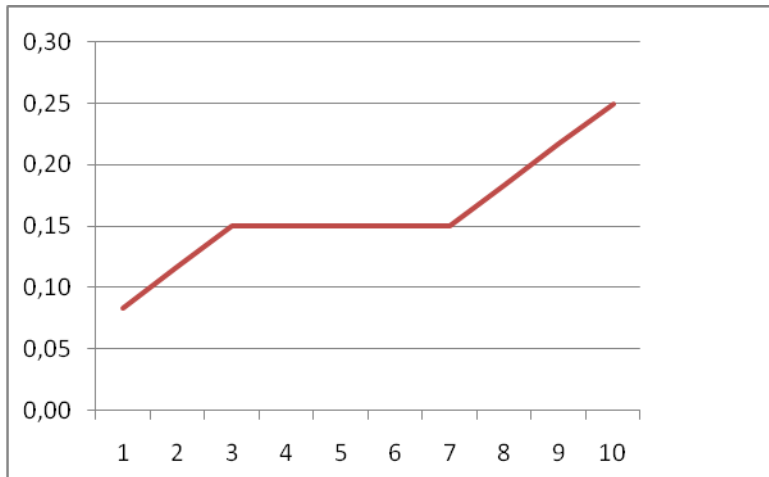
$$\text{propina} = (0.10/3) * \text{servicio} + 0.05;$$

else si servicio ≤ 7 ,

$$\text{propina} = 0.15;$$

else si servicio ≤ 10 ,

$$\text{propina} = (0.10/3) * (\text{servicio} - 7) + 0.15;$$



Supongamos que ahora queremos también considerar la calidad de la comida para fijar el valor de la propina. Podríamos proponer la siguiente fórmula:

$$\text{Propina} = 0.20 / 20 * (\text{servicio} + \text{comida}) + 0.05;$$

La solución Fuzzy

Sería deseable plantear la solución del problema en términos que permitan capturar la esencia del mismo. Particularmente sería deseable eliminar factores arbitrarios. La esencia del problema es que:

- 1) Si el servicio es pobre luego la propina es poca
- 2) Si el servicio es bueno luego la propina es media
- 3) Si el servicio es excelente luego la propina es generosa

Si quisiéramos incluir la incidencia de la calidad de la comida solo agregamos algunas reglas:

- 4) Si la comida es rancia luego la propina es poca
- 5) Si la comida es deliciosa luego la propina es generosa

Podemos combinar las dos listas de reglas en una sola

- 1) Si el servicio es pobre o la comida es rancia luego la propina es poca
- 2) Si el servicio es bueno luego la propina es media
- 3) Si el servicio es excelente o la comida es deliciosa luego la propina es generosa

Si damos ahora significado matemático a las variables lingüísticas (que significa una propina media?) obtendremos un sistema de inferencia basado en lógica difusa.

Observaciones:

Se ha mostrado una solución mediante una relación lineal por trozos para resolver el problema planteado. Si bien funciona, una vez escrito su código no resulta directamente entendible. Si la lógica difusa nos permite escribir un código para que la solución resulte más fácil de interpretar, entonces estamos diciendo que su contribución radica en la posibilidad de escribir un código ventajoso en algún aspecto.

Como el sistema difuso está de algún modo basado en sentencias de “sentido común”, podremos también agregar más sentencias al final de la lista que moldearán más apropiadamente la forma de la función. Es decir que entre las ventajas de este código estará la de una modificación más sencilla.

También el mantenimiento del código será más simple debido a que claramente se puede desacoplar en diferentes reglas sencillas. La noción de una propina alta, medio o baja podrá cambiar día a día, ciudad por ciudad o país por país pero la lógica subyacente será posible recalibrar rápidamente el sistema sin necesidad de reescribir reglas y código.

Una visión general de un sistema de inferencia difusa

Comenzaremos con un panorama general de un sistema basado en lógica difusa para luego discutir componentes. La esencia de un sistema fuzzy es mapear un espacio de entrada en uno de salida. El mecanismo primario para lograrlo es la inferencia basada en reglas.

Todas las reglas se evalúan en paralelo, su orden no tiene importancia. Las reglas en lógica difusa se refieren a **variables** y **adjetivos** que califican a esas variables. Antes de discutir la construcción del sistema que interpreta reglas que emplean adjetivos, necesitamos definir los términos que planeamos usar y los adjetivos que los describen.

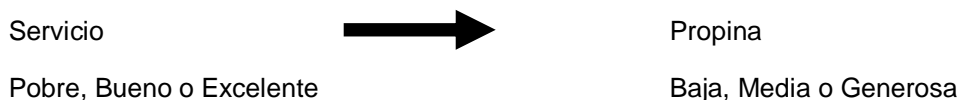
Esto quiere decir que si quisiéramos discutir acerca de “cuan fría está el agua” debemos considerar el rango de temperatura posible para el agua así como el significado de la palabra fría.

La idea tras un sistema de inferencia difusa es interpretar los valores de un vector de entrada y basado en un conjunto de reglas, asignar valores al vector de salida.

CASO GENERAL



CASO ESPECÍFICO



Conjuntos difusos

Consideremos por ejemplo el conjunto de las *personas jóvenes*, asumiendo que nuestra percepción de una persona joven es alguien que tiene una edad no mayor a 20 años, entonces según la teoría clásica el conjunto se define de la siguiente manera:

$$\text{Joven} = \{ x / \text{edad}(x) \leq 20 \}$$

O sea la relación de pertenencia a este conjunto Joven es la siguiente según la lógica tradicional:

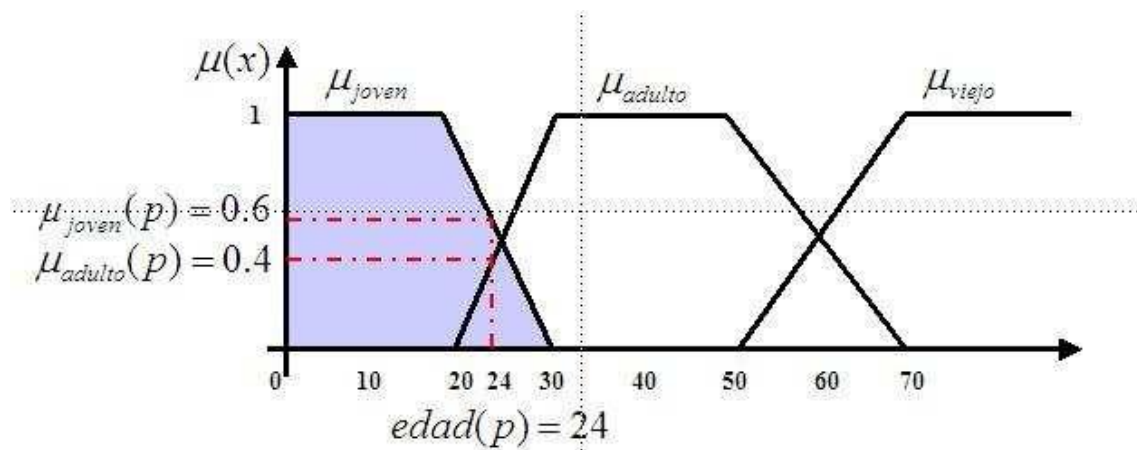
Joven(x) = 1 si edad (x) <= 20
 Joven(x) = 0 si edad (x) > 20

el cual asigna el valor de 1 cuando un elemento pertenece al conjunto de las personas jóvenes, y 0 sino. Esta función característica puede ser vista como una *función de membresía* para el conjunto *joven*, definiendo el conjunto *joven*.

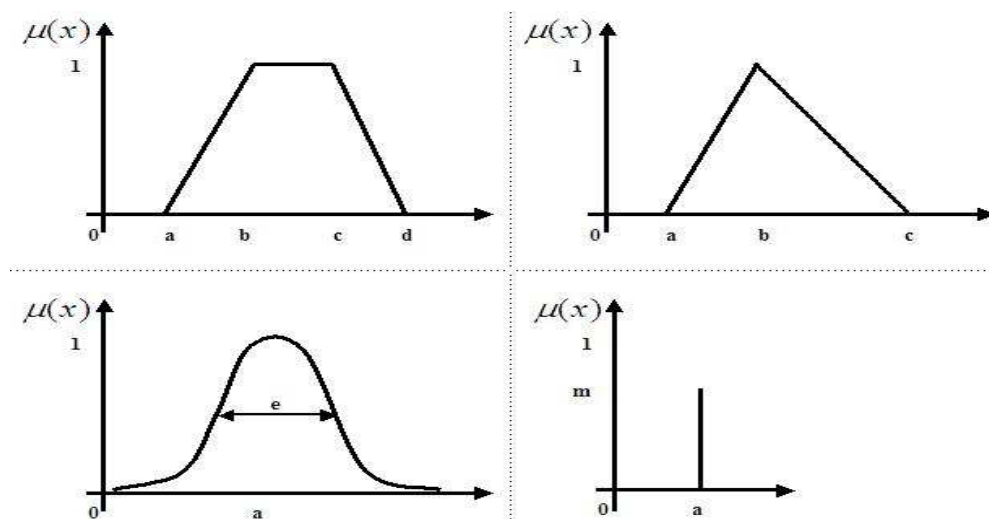
Sin embargo, una persona que tenga un poco más de 20 años reclamará que se considera una persona joven con un alto grado de pertenencia, por lo tanto la definición del conjunto *joven* usando una frontera tan marcada no es la manera más apropiada. La idea fundamental que existe detrás de la teoría de conjuntos difusos es una visión diferente de la noción de membresía y consiste en que los elementos pueden pertenecer a más de un conjunto con cierto grado de pertenencia. En nuestro ejemplo, podemos decir que una persona de 21 años pertenece al conjunto de *joven* pero con un grado de 0,9. Por lo tanto la función de membresía podría ser:

$$\mu_{joven}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si edad}(x) \leq 20 \\ 1 - ((\text{edad}(x) - 20)/10) & \end{cases}$$

Ahora el conjunto *joven* contiene a personas entre 20 y 30 años con un grado de membresía que decrece linealmente.



En aplicaciones reales la forma de las funciones de membresía está usualmente restringida a ciertas clases de funciones que pueden estar especificadas con pocos parámetros. A continuación se muestran las formas más usadas de funciones de membresía: trapezoidal, triangular, Gaussiana y singleton



Reglas Si – Entonces

Los conjuntos difusos y los operadores difusos son los verbos y sujetos de la lógica fuzzy. Una regla difusa toma la forma:

Si X es A luego Y es B

Donde A y B son valores lingüísticos definidos por conjuntos difusos sobre los rangos X e Y respectivamente.

La primera parte de la regla es el antecedente o premisa, mientras que la parte final es el consecuente. Por ejemplo:

Antecedente		Consecuente	
-------------	--	-------------	--

Si el servicio es bueno luego la propina es media

X	A	Y	B
---	---	---	---

Notar que el antecedente (servicio) es una interpretación que retorna un numero entre 0 y 1, mientras que el consecuente es una sentencia que asigna el conjunto fuzzy completo B a la variable de salida Y. De modo que la palabra “es” es empleada de dos modos diferentes dependiendo si aparece en el antecedente o en el consecuente.

La interpretación de estas reglas comprende distintas partes:

- 1) Evaluación del antecedente (lo que implica la aplicación de operadores difusos)
- 2) Aplicación del resultado al consecuente (implicación)

En el caso de la lógica binaria, las reglas si-luego son sencillas. Si la premisa es verdadera, luego la conclusión es verdadera. Pero si relajamos las restricciones de la lógica binaria y permitimos que el antecedente sea una sentencia fuzzy, tendremos que considerar como influye esto en la conclusión. En general podríamos expresar que si el antecedente es verdadero en alguna medida de pertenencia, luego el consecuente se también verdadero en el mismo grado.

El antecedente de una regla puede estar compuesto de múltiples partes:

Si el cielo es gris y el viento es fuerte y la presión está descendiendo, luego

En cuyo caso todas las partes del antecedente son calculadas simultáneamente y resueltas como un número simple empleando operadores lógicos. El consecuente también puede tener múltiples partes.

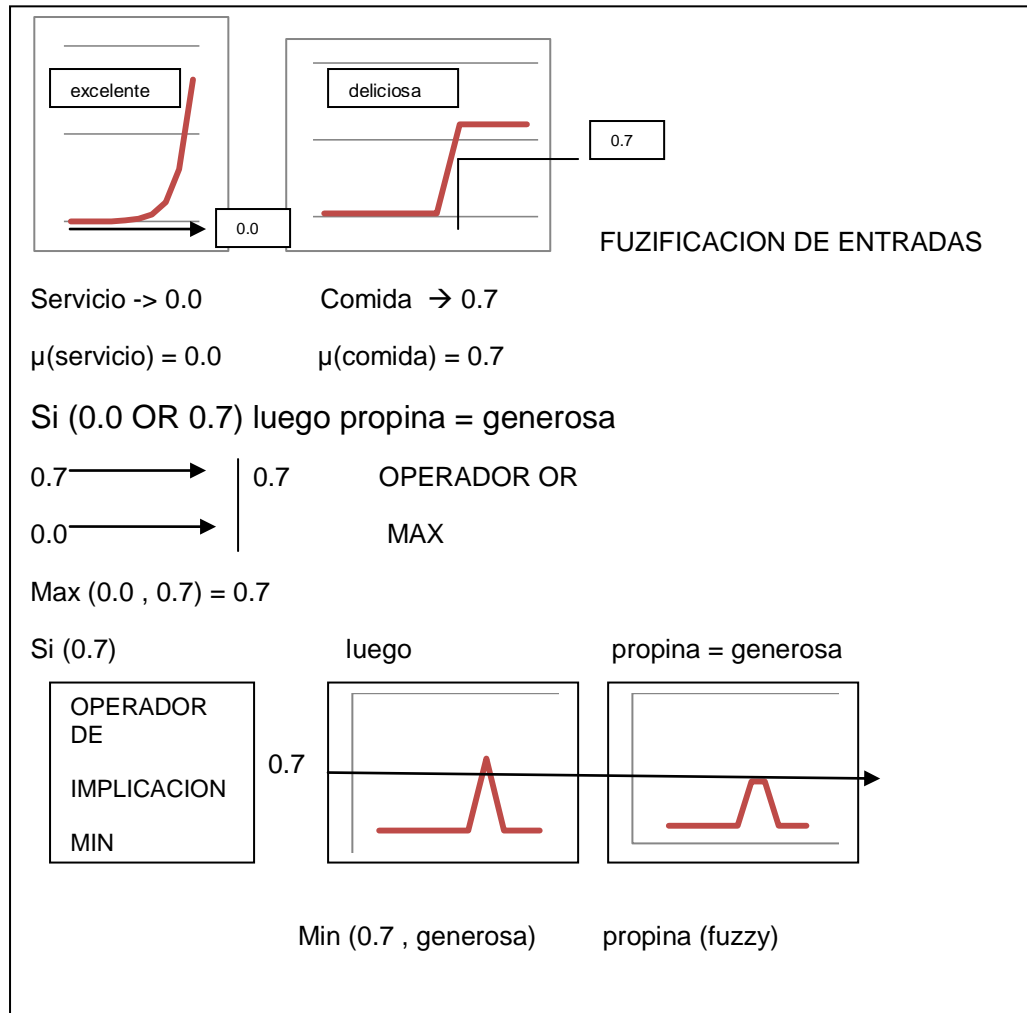
Si la temperatura es baja luego la válvula de agua caliente está abierta y la válvula de agua fría está cerrada

En cuyo caso todos los consecuentes son afectados igualmente por el resultado del antecedente. Debemos también considerar como afecta el antecedente al consecuente. En lógica difusa el consecuente especifica un conjunto difuso para la salida. La función de implicación modifica luego al conjunto difuso en el grado especificado por el antecedente.

Los medios más usuales para modificar el conjunto de salida difuso son truncamiento (función mín), donde el conjunto difuso es recortado o escalación usando la función producto.

Siguiendo con nuestro ejemplo:

Si el servicio es excelente OR la comida es deliciosa luego la propina es generosa

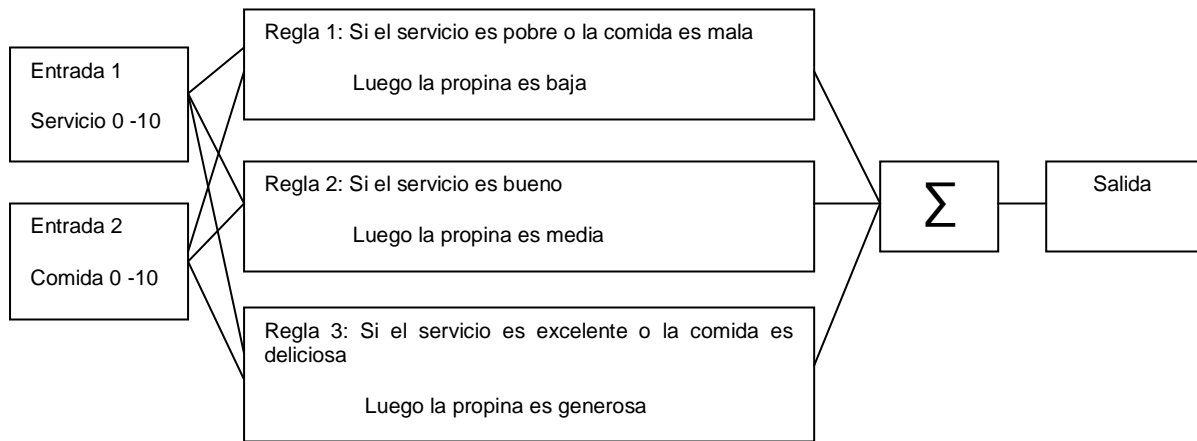


Etapas para la aplicación de las reglas de lógica difusa

- 1) **Paso I: Fuzzificación de las entradas.** Se deben resolver todas las sentencias en el antecedente en función de su grado de membresía entre 0 y 1. Si el antecedente tiene solo un componente este es el grado de soporte del consecuente
- 2) **Paso II: Aplicación de los operadores difusos:** Si existen múltiples partes en el antecedente se aplican los operadores fuzzy y se resuelve el antecedente como un número entre 0 y 1. Este es el grado de soporte de la regla.
- 3) **Paso III: Aplicación de la implicación:** Se emplea el grado de soporte de la regla para conformar el conjunto fuzzy de salida. El consecuente de una regla fuzzy asigna un conjunto fuzzy completo a la salida. Si el antecedente es solo parcialmente cierto, luego el conjunto fuzzy de salida es truncado según el método de implicación.
- 4) **Paso IV: Agregación:** En general una sola regla no es muy útil, sino que se requieren dos o más reglas que interactúen entre ellas. La salida de cada regla es un conjunto fuzzy, pero en general se necesita que la salida sea en definitiva un número.
- 5) **Paso V: Defuzzificación:** Para obtener este número, primero los conjuntos fuzzy de salida de cada regla se amalgaman en un único conjunto. Luego este conjunto es defuzzificado, o resuelto de modo de obtener un número como valor de salida.

La naturaleza de las reglas es un importante aspecto de los sistemas de lógica difusa. Estos sistemas permiten variar suavemente desde regiones donde el comportamiento del sistema es dominado por unas y otras reglas.

El ejemplo visto al comienzo consta de tres reglas, para cada una de las cuales debe realizarse la difusión inicial para cada adjetivo o conjunto difuso. Esta fuzzificación inicial debe ser realizada antes de aplicar las reglas.



Las entradas son números en un rango específico

Todas las reglas son evaluadas en paralelo

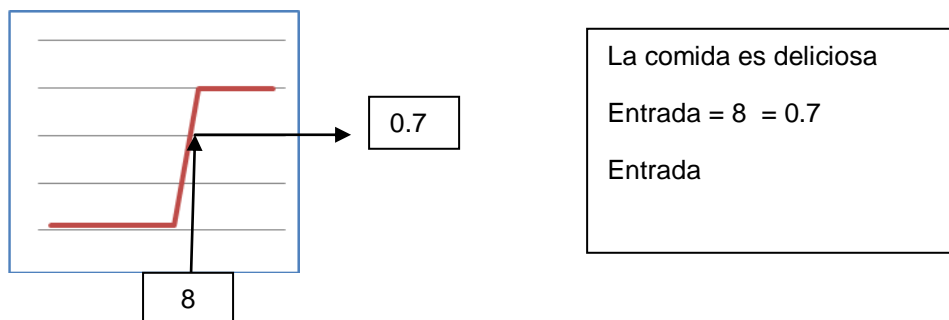
Los resultados de las reglas con combinados y defuzificados

La red de inferencia difusa requiere de una fuzificación de las variables de entrada (servicio y comida) para que los números obtenidos a partir de éstas sean ingresados a la red.

Vamos a ver paso por paso con el ejemplo con el que venimos trabajando.

Paso I: Fuzificación

El primer paso es tomar las entradas y determinar el grado en el cual ellos pertenecen a cada uno de los conjuntos difusos a través de funciones de membresía o pertenencia. La entrada es siempre un valor numérico limitado al universo de discurso de la variable de entrada (en este caso el intervalo entre 0 y 10) y la salida es un grado difuso de pertenencia, un número en el intervalo entre 0 y 1.



Paso II: Aplicación del operador difuso

Una vez que las entradas han sido fuzificadas conocemos el grado en el cual cada parte del antecedente ha sido satisfecho para cada regla. Si el antecedente de una regla dada ha sido dividido en más de una parte se debe aplicar un operador difuso para obtener un número que representa el resultado del antecedente de esta regla.

Las entradas del operador difuso son dos o más valores de pertenencia desde las variables de entrada fuzificadas. La salida es un único valor de verdad.

Existen distintos métodos que en general con conjunciones (mínimo, producto y truncamiento) disyunciones (máximo, amplificación y adición) y negación.

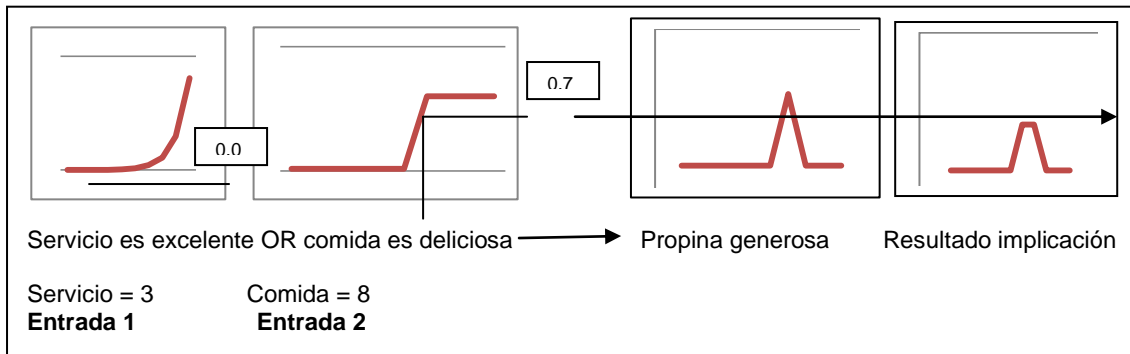
A continuación se grafica el proceso para la función OR (max). Evaluamos el antecedente de la regla 3 para el cálculo de la propina. Los antecedentes arrojan los valores de pertenencia 0.0 y 0.7 respectivamente. El operador OR selecciona el máximo de ambos valores 0.7 y la operación para la regla esta completada.

ANTECEDENTE

Fuzificación de entradas Operador OR (max)

CONSECUENTE

Operador de implicación (min)

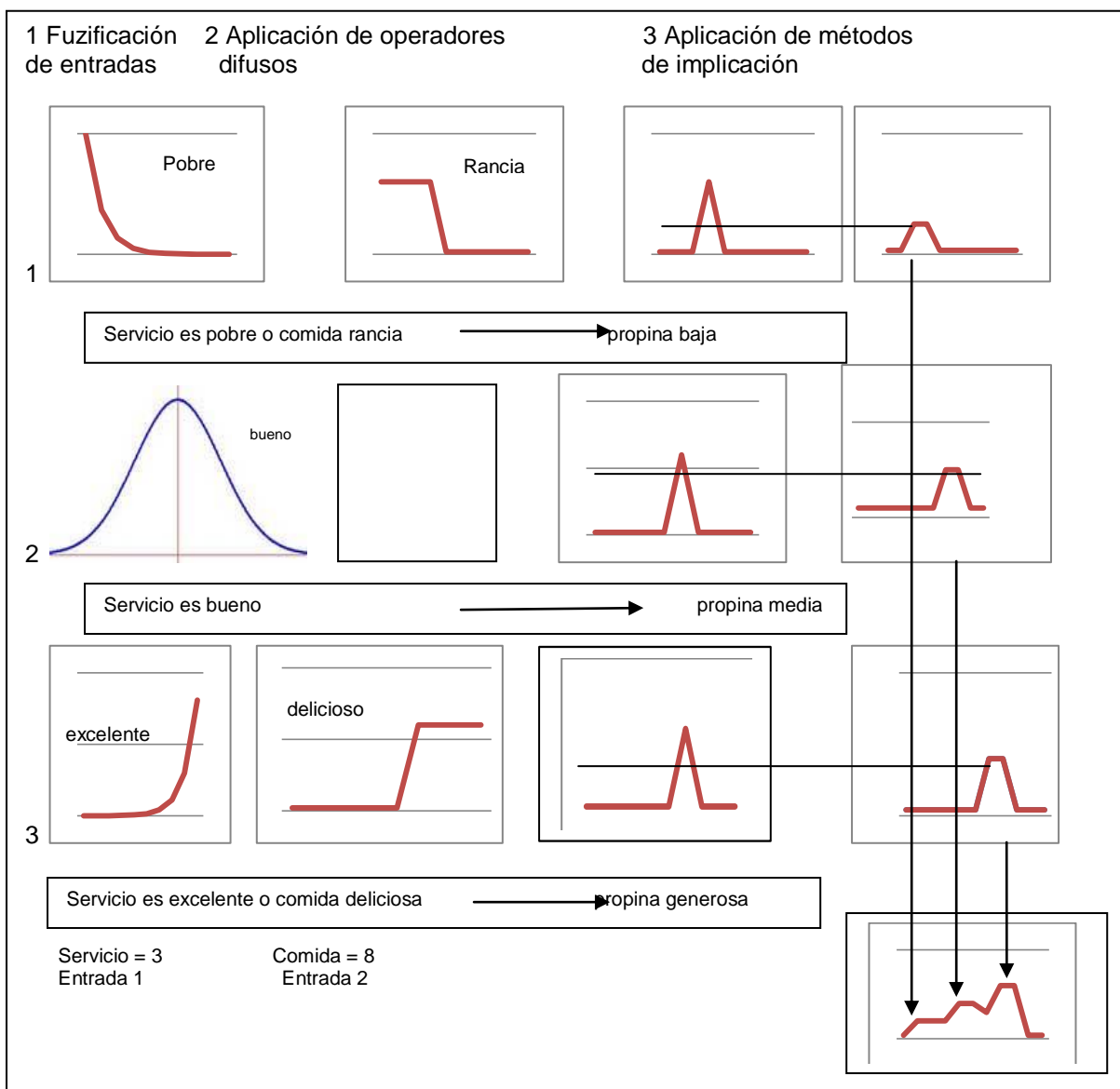


Fuzificación, disyunción e implicación

Paso III: Aplicación del método de Implicación

El método de implicación se define como la conformación del consecuente (un conjunto fuzzy) basado en el antecedente (un número). La entrada para la implicación es un número dado por el antecedente y la salida es un conjunto fuzzy. La salida se obtiene para cada regla por separado.

Algunos métodos podrían ser min (mínimo) que trunca el conjunto fuzzy y prod. (producto) el que amplifica el conjunto de salida fuzzy.



Las reglas se evalúan individualmente para obtener el valor de la implicación. Luego deben asociarse los conjuntos de salida obtenidos para cada regla.

Paso IV: Agregación

Agregación es el proceso de unificar las salidas para cada regla uniendo los procesos paralelos. Es decir se combinan las salidas en un único conjunto difuso preparándolas para el paso final que es la defuzificación.

La entrada para la agregación es la lista de salidas truncadas (o modificadas por la implicación) retornadas por el proceso de implicación para cada regla. La salida de este proceso es un conjunto difuso para cada variable de salida.

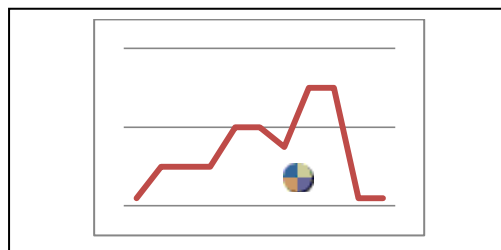
La agregación es conmutativa, luego el orden en que se ejecutan las reglas no es relevante.

El proceso de agregación consiste en tomar un único conjunto de salida para todo el sistema a partir de los conjuntos de salida de cada regla.

Paso V: Defuzificación

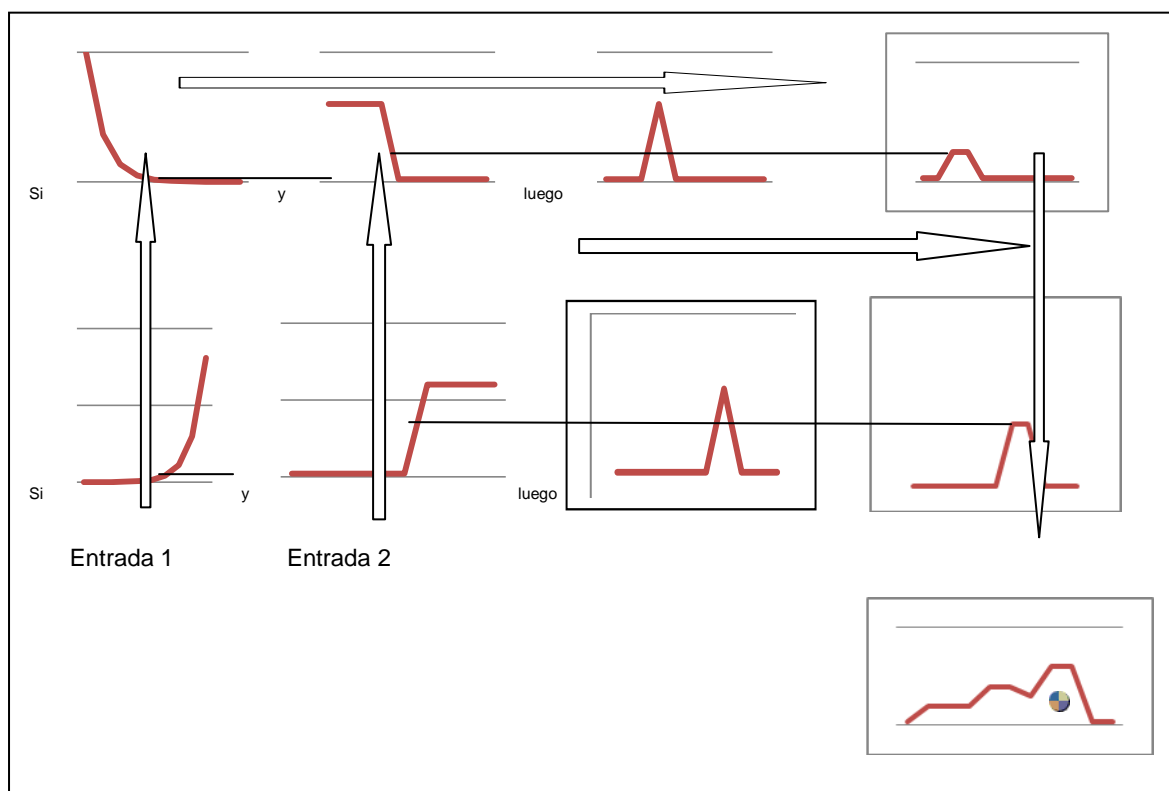
La entrada para el proceso de defuzificación es el conjunto difuso agregado (el conjunto difuso unificado de salida) y la salida debe ser un número.

Entonces dado un conjunto difuso que engloba un rango de valores de salida se requiere obtener un único número. Un popular método de defuzificación es el cálculo del centroide, el cual retorna el centro de un área bajo una curva.



La defuzificación tiene lugar en dos pasos distintos. Primero las funciones de pertenencia son escaladas de acuerdo a sus posibles valores, luego estas son usadas para calcular el centroide de los conjuntos difusos asociados.

Un diagrama de inferencia difusa completo se vería de la siguiente manera:



Otro ejemplo:

Logica de conducción de un automóvil considerando la velocidad y la distancia entre autos

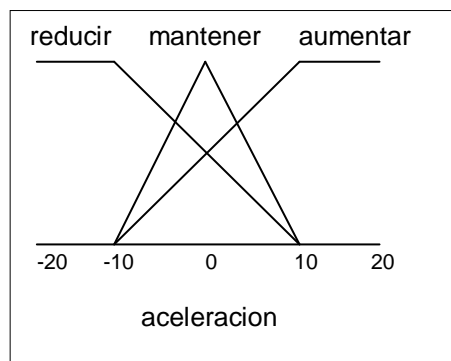
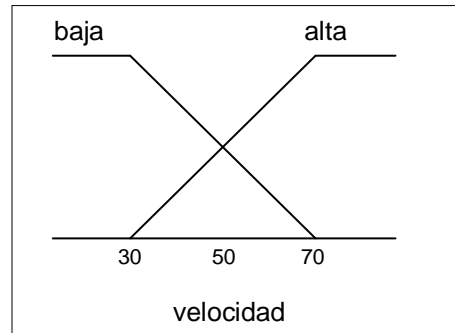
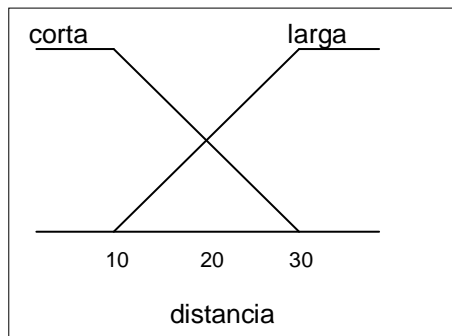
Reglas:

Regla 1: Si la distancia entre autos es corta y la velocidad es baja mantener la velocidad

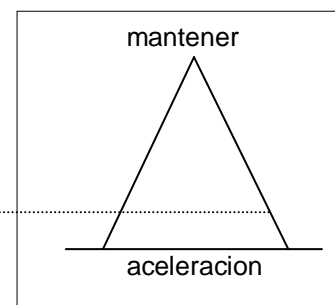
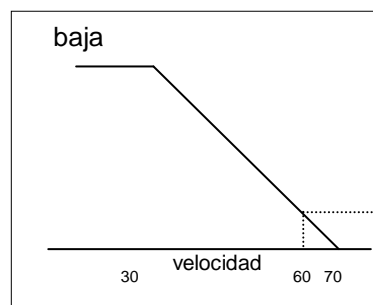
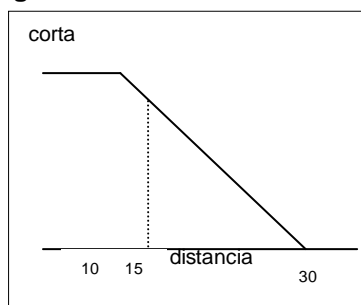
Regla 2: Si la distancia entre autos es corta y la velocidad es alta reducir la velocidad

Regla 3: Si la distancia entre autos es larga y la velocidad es baja aumentar la velocidad

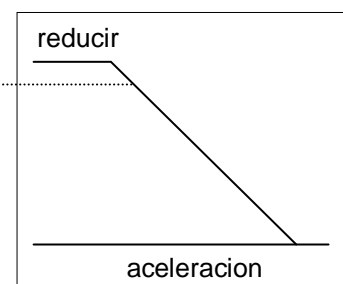
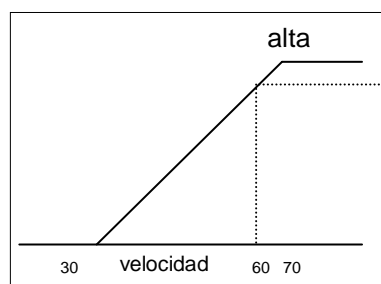
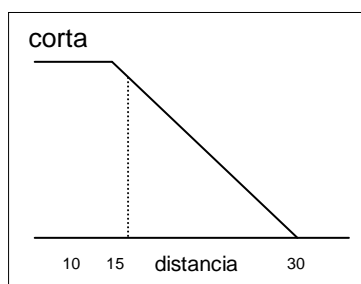
Regla 4: Si la distancia entre autos es larga y la velocidad es alta mantener la velocidad



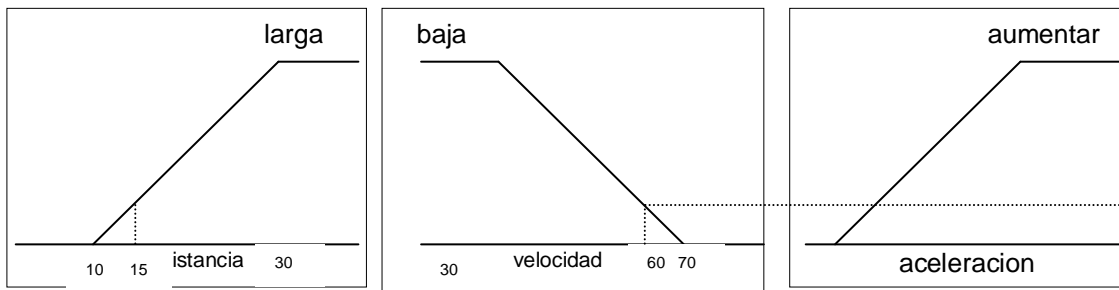
Regla 1



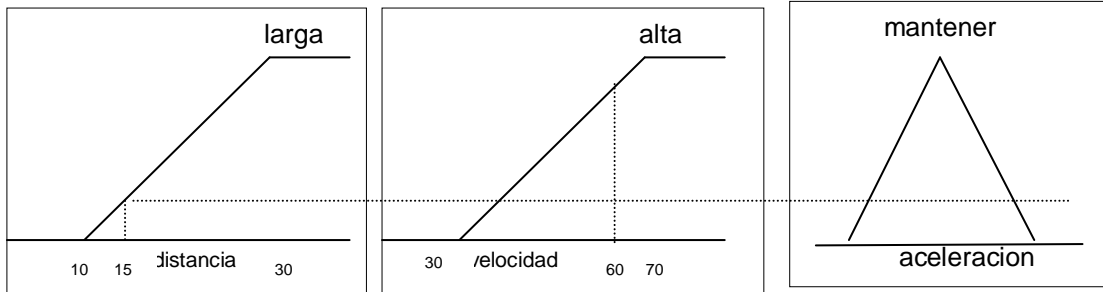
Regla 2



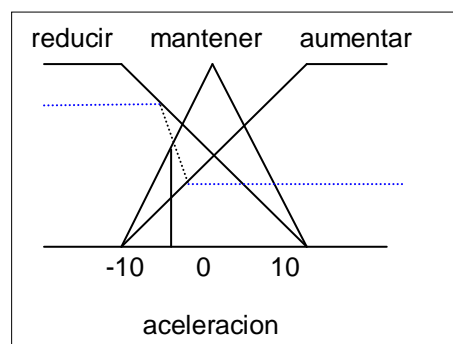
Regla 3



Regla 4



Por ejemplo si la distancia es 15 metros y la velocidad es 60 km, el resultado es:



Reducir la velocidad un poco

Heurística y lógica difusa

En IA, se observa a veces cierta tendencia a asociar el concepto de heurística a los procedimientos de búsqueda. Sin embargo dado que su significado general puede aplicarse a otras áreas de la IA.

El caso de los sistemas de inferencia difusa se hace particularmente evidente esta situación. Si nos detenemos a pensar en el ejemplo explicado existen varios puntos oscuros en lo que hace a su validación a través de un método formal.

Por ejemplo, el tipo de función de membresía de los adjetivos empleados en las reglas debe ser propuesta por el diseñador del sistema, también los valores particulares, es decir las pendientes y curvaturas de las funciones de pertenencia, y también el método de defuzzificación como así también los métodos de implicación a usar en el sistema.

Todo esto evidencia una fuerte naturaleza heurística de los sistemas de inferencia difusa, lo que hace que en algunos ámbitos se cuestionen los fundamentos de diseño y la construcción de estos sistemas.