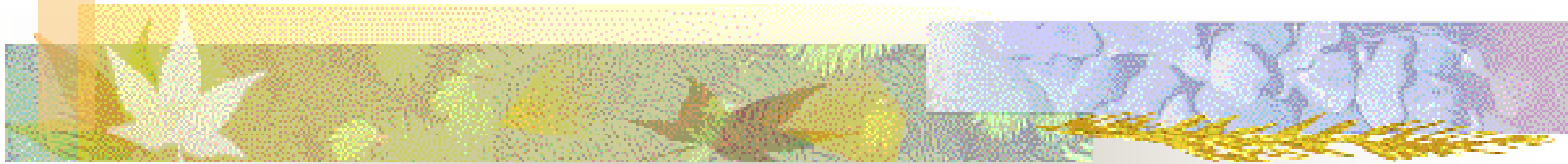


Análisis Estadístico en Simulaciones



UCR – ECCI

CI-1453 Investigación de Operaciones

Prof. M.Sc. Kryscia Daviana Ramírez Benavides



Introducción

- En una simulación las variables aleatorias son la entrada para el modelo.
- Si se ejecuta la misma simulación dos veces, cada vez con una secuencia diferente de números aleatorios, las estadísticas generadas para las dos simulaciones casi con certeza tienen valores distintos.
- Como resultado de esto, se deben utilizar métodos estadísticos para analizar el resultado de las simulaciones.



Introducción (cont.)

- Si el desempeño del sistema se mide con un parámetro (θ), entonces el objetivo de la simulación será elaborar una estimación θ' de θ , y determinar la precisión del estimador θ' .
 - Esta precisión se mide mediante la desviación estándar (conocida también como **error estándar**) de θ' .
- La medida global de variabilidad se expresa por lo general en la forma de un intervalo de confianza a un determinado nivel de confianza.
- Así, el propósito del análisis estadístico es estimar este intervalo de confianza.



Tipos de Simulación

- Para analizar los datos de salida de un modelo de simulación, por lo general las simulaciones se clasifican en dos clases:
 - **Simulación de terminación:** Se ejecuta durante un tiempo T_E , donde E es un evento especificado (o eventos) que detiene la simulación.
 - El evento E puede ser un tiempo especificado, en cuyo caso la simulación se ejecuta durante una cantidad fija de tiempo.
 - El evento E puede ser una condición especificada, la duración de la simulación será una variable aleatoria.
 - **Simulaciones de estado estable:** Se ejecuta en un largo periodo; es decir, la duración de la simulación se va al “infinito”.



Tipos de Simulación (cont.)

- Es común que el tipo de modelo determine qué tipo de análisis de resultados es apropiado para una simulación en particular.
 - La simulación de un banco, es más probable que se utilice una simulación de terminación, ya que el banco cierra todas las tardes, con lo que se tiene un evento de terminación apropiado.
 - La simulación de un sistema de computadora, podría ser más apropiada la simulación de estado estable, ya que la mayor parte de los grandes sistemas de computadoras no paran, excepto en caso de mantenimiento y fallas.



Tipos de Simulación (cont.)

- Sin embargo es posible que el sistema o modelo no sea siempre el mejor indicador, y se use el método de simulación de terminación para sistemas adecuados para simulaciones de estado estable, y viceversa.
- Se describirá el análisis estadístico para simulaciones de terminación, el análisis estadístico para simulaciones de estado estable es mucho más complejo y no se verá.



Análisis Estadístico para Simulaciones de Terminación

- En la simulación por terminación se hacen n duplicaciones independientes.
- Si cada una de las n simulaciones se inician con las mismas condiciones iniciales y se ejecuta usando una secuencia diferente de números aleatorios, entonces cada simulación se puede tratar como una duplicación independiente.



Análisis Estadístico para Simulaciones de Terminación (cont.)

- Sea X una medida de desempeño, así X_j es el estimador de la medida de desempeño de la j -ésima duplicación.
- Entonces, dadas las condiciones de las duplicaciones, la secuencia X_1, X_2, \dots, X_n serán las variables aleatorias iid.

Análisis Estadístico para Simulaciones de Terminación (cont.)

- Con estas variables aleatorias iid, se puede usar el análisis estadístico clásico para construir un intervalo de confianza de $100(1 - \alpha)\%$ para $\theta = E(X)$ como sigue:

$$\bar{X} \pm t_{(\alpha/2, n-1)} \sqrt{\frac{S^2}{n}} = \left[\bar{X} - t_{(\alpha/2, n-1)} \sqrt{\frac{S^2}{n}}, \bar{X} + t_{(\alpha/2, n-1)} \sqrt{\frac{S^2}{n}} \right]$$

donde :

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n}, S^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

y $t_{(\alpha, n-1)}$ es el número tal que para una distribución $t - Student$ con $n - 1$ grados de libertad, $P(t_{n-1} \geq t_{(\alpha, n-1)}) = \alpha$



Análisis Estadístico para Simulaciones de Terminación (cont.)

- La media global \bar{X} es simplemente el promedio de los valores de X calculados en las n muestras y se puede usar como la mejor estimación de la medida de desempeño.
- La cantidad S^2 es la varianza muestral.
- La probabilidad $P(t_{n-1} \geq t_{(\alpha, n-1)}) = \alpha$, se puede calcular en Excel con la fórmula: DISTR.T.INV(2* α ; grados de libertad).
 - Tabla Distribución *t-Student*.
- La confianza esperada se calcula como $1 - \alpha$, ya que α es el error estándar.

Ejemplo: Análisis Estadístico para Simulaciones de Terminación

- Hay 11 terminales en el sistema y se llevan a cabo 10 ejecuciones de terminación independientes del modelo de simulación.
- El evento de terminación E , es un tiempo fijo; es decir, las 10 simulaciones se ejecutan para la misma duración.
- En la tabla se muestra el número promedio de terminales en línea a partir de las 10 simulaciones.

Número de Ejecución	X_j
1	9.252
2	9.273
3	9.413
4	9.198
5	9.532
6	9.355
7	9.155
8	9.558
9	9.310
10	9.269

Ejemplo: Análisis Estadístico para Simulaciones de Terminación (cont.)

- El promedio global para estas 10 ejecuciones del número esperado de terminales en línea resulta ser $\bar{X} = 9.331$.
- La varianza muestral resulta ser $S^2 = 0.018$.
- La distribución *t-Student* es $t(0.025,9) = 2.262$. En Excel se calcula como: DISTR.T.INV(0.05; 9).
- Por lo tanto se obtiene:

$$9.332 \pm 2.262 \sqrt{\frac{0.018}{10}} = 9.332 \pm 0.096 = [9.332 - 0.096, 9.332 + 0.096]$$

\Rightarrow

$[9.236, 9.427]$ como intervalo de confianza de 95%



Conclusiones

- La longitud de un intervalo de confianza dependerá, por supuesto, qué tan buenos sean los resultados muestrales.
- Si el intervalo de confianza es inaceptable, se puede reducir su longitud incrementando ya sea el número de duplicaciones de terminación o la duración de cada simulación.



Referencias Bibliográficas

- Winston, Wayne L. “Investigación de Operaciones”. Grupo Editorial Iberoamérica. México, 2005.
- <http://www.elosidelosantos.com/distribuciontdestudent.html>.
- http://www.informatica.us.es/~calvo/tablas_estadisticas.html.
- <http://www.uv.es/~meliajl/Docencia/Tablas/TablasEstad3.htm>.