

# Sistemas de Gestión

## Pronósticos de Series Temporales

## Pronósticos

Ejemplo tomado y adaptado de “Investigación de Operaciones – Algoritmos y Aplicaciones” de Wayne Winston. Pag. 1276

Mes	Ventas de Lowland Appliance Co.			Mes	Ventas de Lowland Appliance Co.		
	TV	Repro CD	Aire Acond.		TV	Repro CD	Aire Acond.
1	30	40	13	13	38	79	36
2	32	47	7	14	30	82	21
3	30	50	23	15	35	80	47
4	39	49	32	16	30	85	81
5	33	56	58	17	34	94	112
6	34	53	60	18	40	89	139
7	34	55	90	19	36	96	230
8	38	63	93	20	32	100	201
9	36	68	63	21	40	100	122
10	39	65	39	22	36	105	84
11	30	72	37	23	40	108	74
12	36	69	29	24	34	110	62

# Pronósticos

## Método de Medias Móviles

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

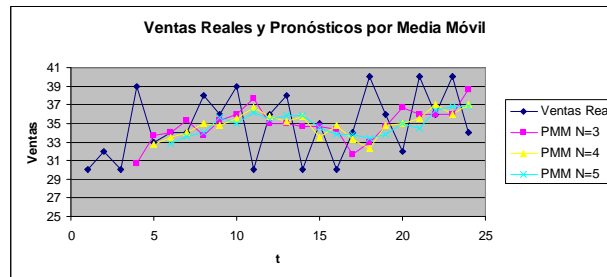
3

VENTAS DE TV - PRONÓSTICOS MEDIA MÓVIL								
t	Xt	N=3			N=4		N=5	
		f <sub>t-1</sub>	p para t	e <sub>t</sub>	p para t	E <sub>t</sub>	p para t	e <sub>t</sub>
1	30							
2	32							
3	30	30,67						
4	39	33,67	30,67	8,33				
5	33	34,00	33,67	0,67	32,75	0,25		
6	34	35,33	34,00	0,00	33,50	0,50	32,80	1,20
7	34	33,67	35,33	1,33	34,00	0,00	33,60	0,40
8	38	35,33	33,67	4,33	35,00	3,00	34,00	4,00
9	36	36,00	35,33	0,67	34,75	1,25	35,60	0,40
10	39	37,67	36,00	3,00	35,50	3,50	35,00	4,00
11	30	35,00	37,67	7,67	36,75	6,75	36,20	6,20
12	36	35,00	35,00	1,00	35,75	0,25	35,40	0,60
13	38	34,67	35,00	3,00	35,25	2,75	35,80	2,20
14	30	34,67	34,67	4,67	35,75	5,75	35,80	5,80
15	35	34,33	34,67	0,33	33,50	1,50	34,60	0,40
16	30	31,67	34,33	4,33	34,75	4,75	33,80	3,80
17	34	33,00	31,67	2,33	33,25	0,75	33,80	0,20
18	40	34,67	33,00	7,00	32,25	7,75	33,40	6,60
19	36	36,67	34,67	1,33	34,75	1,25	33,80	2,20
20	32	36,00	36,67	4,67	35,00	3,00	35,00	3,00
21	40	36,00	36,00	4,00	35,50	4,50	34,40	5,60
22	36	36,00	36,00	0,00	37,00	1,00	36,40	0,40
23	40	38,67	36,00	4,00	36,00	4,00	36,80	3,20
24	34	36,67	38,67	4,67	37,00	3,00	36,80	2,80
Desviación Absoluta Media:			3,21			2,78		2,79

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

4

# Pronósticos: Medias Móviles



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

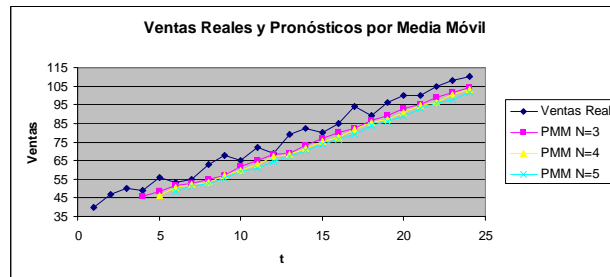
5

VENTAS DE CD - PRONÓSTICOS MEDIA MÓVIL								
t	X <sub>t</sub>	N=3			N=4		N=5	
		f <sub>t-1</sub>	p para t	e <sub>t</sub>	p para t	e <sub>t</sub>	p para t	e <sub>t</sub>
1	40							
2	47							
3	50	45,67						
4	49	48,67	45,67	3,33				
5	56	51,67	48,67	7,33	46,50	9,50		
6	53	52,67	51,67	1,33	50,50	2,50	48,40	4,60
7	55	54,67	52,67	2,33	52,00	3,00	51,00	4,00
8	63	57,00	54,67	8,33	53,25	9,75	52,60	10,40
9	68	62,00	57,00	11,00	56,75	11,25	55,20	12,80
10	65	65,33	62,00	3,00	59,75	5,25	59,00	6,00
11	72	68,33	65,33	6,67	62,75	9,25	60,80	11,20
12	69	68,67	68,33	0,67	67,00	2,00	64,60	4,40
13	79	73,33	68,67	10,33	68,50	10,50	67,40	11,60
14	82	76,67	73,33	8,67	71,25	10,75	70,60	11,40
15	80	80,33	76,67	3,33	75,50	4,50	73,40	6,60
16	85	82,33	80,33	4,67	77,50	7,50	76,40	8,60
17	94	86,33	82,33	11,67	81,50	12,50	79,00	15,00
18	89	89,33	86,33	2,67	85,25	3,75	84,00	5,00
19	96	93,00	89,33	6,67	87,00	9,00	86,00	10,00
20	100	95,00	93,00	7,00	91,00	9,00	88,80	11,20
21	100	98,67	95,00	5,00	94,75	5,25	92,80	7,20
22	105	101,67	98,67	6,33	96,25	8,75	95,80	9,20
23	108	104,33	101,67	6,33	100,25	7,75	98,00	10,00
24	110	107,67	104,33	5,67	103,25	6,75	101,80	8,20
Desviación Absoluta Media:				5,83	7,43		8,81	

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

6

# Pronósticos: Medias Móviles



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

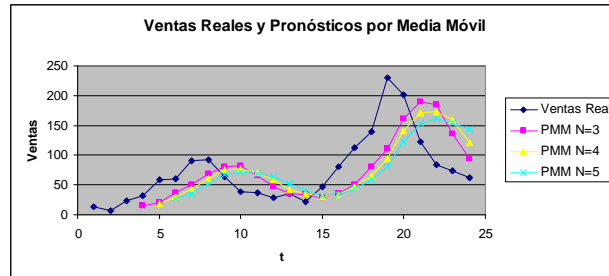
7

VENTAS DE AA - PRONÓSTICOS MEDIA MÓVIL								
t	Xt	N=3			N=4		N=5	
		$f_{t-1}$	p para t	$e_t$	p para t	$e_t$	p para t	$e_t$
1	13							
2	7							
3	23	14,33						
4	32	20,67	14,33	17,67				
5	58	37,67	20,67	37,33	18,75	39,25		
6	60	50,00	37,67	22,33	30,00	30,00	26,60	33,40
7	90	69,33	50,00	40,00	43,25	46,75	36,00	54,00
8	93	81,00	69,33	23,67	60,00	33,00	52,60	40,40
9	63	82,00	81,00	18,00	75,25	12,25	66,60	3,60
10	39	65,00	82,00	43,00	76,50	37,50	72,80	33,80
11	37	46,33	65,00	28,00	71,25	34,25	69,00	32,00
12	29	35,00	46,33	17,33	58,00	29,00	64,40	35,40
13	36	34,00	35,00	1,00	42,00	6,00	52,20	16,20
14	21	28,67	34,00	13,00	35,25	14,25	40,80	19,80
15	47	34,67	28,67	18,33	30,75	16,25	32,40	14,60
16	81	49,67	34,67	46,33	33,25	47,75	34,00	47,00
17	112	80,00	49,67	62,33	46,25	65,75	42,80	69,20
18	139	110,67	80,00	59,00	65,25	73,75	59,40	79,60
19	230	160,33	110,67	119,33	94,75	135,25	80,00	150,00
20	201	190,00	160,33	40,67	140,50	60,50	121,80	79,20
21	122	184,33	190,00	68,00	170,50	48,50	152,60	30,60
22	84	135,67	184,33	100,33	173,00	89,00	160,80	76,80
23	74	93,33	135,67	61,67	159,25	85,25	155,20	81,20
24	62	73,33	93,33	31,33	120,25	58,25	142,20	80,20
Desviación Absoluta Media:				41,37	48,13		51,42	

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

8

## Pronósticos: Medias Móviles



## Pronósticos

### Suavizamiento Exponencial

# Pronósticos: S. Exponencial

## SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL SIMPLE

$$A_t = \alpha x_t + (1 - \alpha) A_{t-1}$$

$$0 < \alpha < 1$$

$$A_t = f_{t,k}$$

$$e_t = x_t - f_{t-1,1} = x_t - A_{t-1}$$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

11

VENTAS DE TV - PRONÓSTICOS SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL SIMPLE								
t	Xt	α= 0,1			α= 0,2		α= 0,3	
		f <sub>t-1</sub>	p para t	e <sub>t</sub>	p para t	e <sub>t</sub>	p para t	e <sub>t</sub>
		32						
1	30	31,80	32,00	2,00	32,00	2,00	32,00	2,00
2	32	31,82	31,80	0,20	31,60	0,40	31,40	0,60
3	30	31,64	31,82	1,82	31,68	1,68	31,58	1,58
4	39	32,37	31,64	7,36	31,34	7,66	31,11	7,89
5	33	32,44	32,37	0,63	32,88	0,12	33,47	0,47
6	34	32,59	32,44	1,56	32,90	1,10	33,33	0,67
7	34	32,73	32,59	1,41	33,12	0,88	33,53	0,47
8	38	33,26	32,73	5,27	33,30	4,70	33,67	4,33
9	36	33,53	33,26	2,74	34,24	1,76	34,97	1,03
10	39	34,08	33,53	5,47	34,59	4,41	35,28	3,72
11	30	33,67	34,08	4,08	35,47	5,47	36,40	6,40
12	36	33,91	33,67	2,33	34,38	1,62	34,48	1,52
13	38	34,32	33,91	4,09	34,70	3,30	34,93	3,07
14	30	33,88	34,32	4,32	35,36	5,36	35,85	5,85
15	35	34,00	33,88	1,12	34,29	0,71	34,10	0,90
16	30	33,60	34,00	4,00	34,43	4,43	34,37	4,37
17	34	33,64	33,60	0,40	33,55	0,45	33,06	0,94
18	40	34,27	33,64	6,36	33,64	6,36	33,34	6,66
19	36	34,45	34,27	1,73	34,91	1,09	35,34	0,66
20	32	34,20	34,45	2,45	35,13	3,13	35,54	3,54
21	40	34,78	34,20	5,80	34,50	5,50	34,48	5,52
22	36	34,90	34,78	1,22	35,60	0,40	36,13	0,13
23	40	35,41	34,90	5,10	35,68	4,32	36,09	3,91
24	34	35,27	35,41	1,41	36,54	2,54	37,27	3,27

Desviación Absoluta Media:

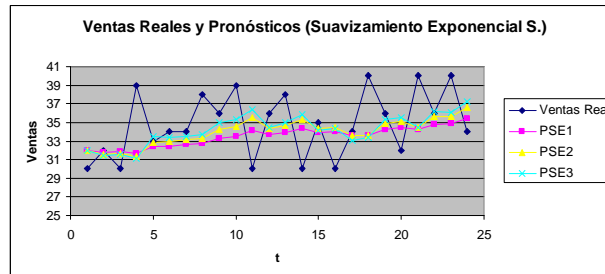
3,04

2,89

2,90  
12

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

# Pronósticos: S. Exponencial



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

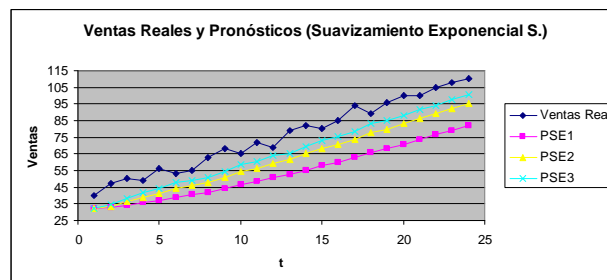
13

VENTAS DE CD - PRONÓSTICOS SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL SIMPLE								
t	X <sub>t</sub>	$\alpha = 0,1$			$\alpha = 0,2$		$\alpha = 0,3$	
		f <sub>t-1</sub>	p para t	e <sub>t</sub>	p para t	e <sub>t</sub>	p para t	e <sub>t</sub>
		32						
1	40	32,80	32,00	8,00	32,00	8,00	32,00	8,00
2	47	34,22	32,80	14,20	33,60	13,40	34,40	12,60
3	50	35,80	34,22	15,78	36,28	13,72	38,18	11,82
4	49	37,12	35,80	13,20	39,02	9,98	41,73	7,27
5	56	39,01	37,12	18,88	41,02	14,98	43,91	12,09
6	53	40,41	39,01	13,99	44,02	8,98	47,54	5,46
7	55	41,87	40,41	14,59	45,81	9,19	49,18	5,82
8	63	43,98	41,87	21,13	47,65	15,35	50,92	12,08
9	68	46,38	43,98	24,02	50,72	17,28	54,55	13,45
10	65	48,24	46,38	18,62	54,18	10,82	58,58	6,42
11	72	50,62	48,24	23,76	56,34	15,66	60,51	11,49
12	69	52,46	50,62	18,38	59,47	9,53	63,96	5,04
13	79	55,11	52,46	26,54	61,38	17,62	65,47	13,53
14	82	57,80	55,11	26,89	64,90	17,10	69,53	12,47
15	80	60,02	57,80	22,20	68,32	11,68	73,27	6,73
16	85	62,52	60,02	24,98	70,66	14,34	75,29	9,71
17	94	65,67	62,52	31,48	73,53	20,47	78,20	15,80
18	89	68,00	65,67	23,33	77,62	11,38	82,94	6,06
19	96	70,80	68,00	28,00	79,90	16,10	84,76	11,24
20	100	73,72	70,80	29,20	83,12	16,88	88,13	11,87
21	100	76,35	73,72	26,28	86,49	13,51	91,69	8,31
22	105	79,21	76,35	28,65	89,20	15,80	94,18	10,82
23	108	82,09	79,21	28,79	92,36	15,64	97,43	10,57
24	110	84,88	82,09	27,91	95,48	14,52	100,60	9,40
Desviación Absoluta Media:				22,03	13,83		9,92	

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

14

# Pronósticos: S. Exponencial



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

15

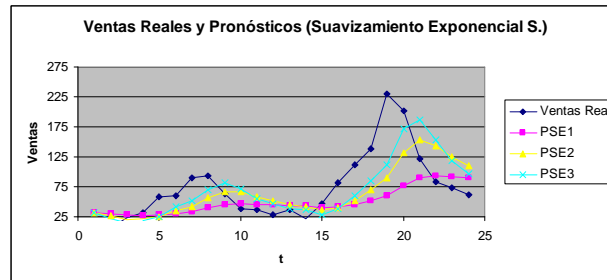
VENTAS DE AA - PRONÓSTICOS SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL SIMPLE								
T	X <sub>t</sub>	α= 0,1			α= 0,3		α= 0,5	
		f <sub>L,t</sub>	p para t	e <sub>t</sub>	p para t	e <sub>t</sub>	p para t	e <sub>t</sub>
		32						
1	13	30,10	32,00	19,00	32,00	19,00	32,00	19,00
2	7	27,79	30,10	23,10	26,30	19,30	22,50	15,50
3	23	27,31	27,79	4,79	20,51	2,49	14,75	8,25
4	32	27,78	27,31	4,69	21,26	10,74	18,88	13,13
5	58	30,80	27,78	30,22	24,48	33,52	25,44	32,56
6	60	33,72	30,80	29,20	34,54	25,46	41,72	18,28
7	90	39,35	33,72	56,28	42,18	47,82	50,86	39,14
8	93	44,71	39,35	53,65	56,52	36,48	70,43	22,57
9	63	46,54	44,71	18,29	67,47	4,47	81,71	18,71
10	39	45,79	46,54	7,54	66,13	27,13	72,36	33,36
11	37	44,91	45,79	8,79	57,99	20,99	55,68	18,68
12	29	43,32	44,91	15,91	51,69	22,69	46,34	17,34
13	36	42,59	43,32	7,32	44,88	8,88	37,67	1,67
14	21	40,43	42,59	21,59	42,22	21,22	36,83	15,83
15	47	41,09	40,43	6,57	35,85	11,15	28,92	18,08
16	81	45,08	41,09	39,91	39,20	41,80	37,96	43,04
17	112	51,77	45,08	66,92	51,74	60,26	59,48	52,52
18	139	60,49	51,77	87,23	69,82	69,18	85,74	53,26
19	230	77,44	60,49	169,51	90,57	139,43	112,37	117,63
20	201	89,80	77,44	123,56	132,40	68,60	171,18	29,82
21	122	93,02	89,80	32,20	152,98	30,98	186,09	64,09
22	84	92,12	93,02	9,02	143,69	59,69	154,05	70,05
23	74	90,31	92,12	18,12	125,78	51,78	119,02	45,02
24	62	87,47	90,31	28,31	110,25	48,25	96,51	34,51
Desviación Absoluta Media:		36,74			36,72		33,42	

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

16



## Pronósticos: S. Exponencial



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

17

## Pronósticos

Suavizamiento Exponencial con  
Tendencia: Método de Holt

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

18

## Pronósticos: Holt

VENTAS DE CD - PRONÓSTICOS CON MÉTODO DE HOLT							
t	X <sub>t</sub>	α = 0,3		β = 0,1			
		Dif	L <sub>t</sub>	T <sub>t</sub>	f <sub>t,1</sub>	f <sub>t+1,1</sub>	e <sub>t</sub>
1	4						
2	6	2					
3	8	2					
4	10	2					
5	14	4					
6	18	4					
7	20	2					
8	22	2					
9	24	2					
10	28	4					
11	31	3					
12	34	3					
			34	2,73	36,73		Valores iniciales
1	40		37,71	2,83	40,53	36,73	3,27
2	47		42,47	3,02	45,49	40,53	6,47
3	50		46,85	3,15	50,00	45,49	4,51
4	49		49,70	3,12	52,82	50,00	1,00
5	56		53,78	3,22	57,00	52,82	3,18
6	53		55,80	3,10	58,90	57,00	4,00
7	55		57,73	2,98	60,71	58,90	3,90
8	63		61,40	3,05	64,45	60,71	2,29
9	68		65,51	3,16	68,67	64,45	3,55
10	65		67,57	3,05	70,62	68,67	3,67
11	72		71,03	3,09	74,12	70,62	1,38
12	69		72,59	2,94	75,52	74,12	5,12

### PRIMER PASO:

Estimamos los valores iniciales de  $L_0$  y  $T_0$  para obtener el primer pronóstico.

## Pronósticos: Holt

VENTAS DE CD - PRONÓSTICOS CON MÉTODO DE HOLT							
t	X <sub>t</sub>	α = 0,3		β = 0,1			
		Dif	L <sub>t</sub>	T <sub>t</sub>	f <sub>t,1</sub>	f <sub>t+1,1</sub>	e <sub>t</sub>
1	4						
2	6	2					
3	8	2					
4	10	2					
5	14	4					
6	18	4					
7	20	2					
8	22	2					
9	24	2					
10	28	4					
11	31	3					
12	34	3					
			34	2,73	36,73		Valores iniciales
1	40		37,71	2,83	40,53	36,73	3,27
2	47		42,47	3,02	45,49	40,53	6,47
3	50		46,85	3,15	50,00	45,49	4,51
4	49		49,70	3,12	52,82	50,00	1,00
5	56		53,78	3,22	57,00	52,82	3,18
6	53		55,80	3,10	58,90	57,00	4,00
7	55		57,73	2,98	60,71	58,90	3,90
8	63		61,40	3,05	64,45	60,71	2,29
9	68		65,51	3,16	68,67	64,45	3,55
10	65		67,57	3,05	70,62	68,67	3,67
11	72		71,03	3,09	74,12	70,62	1,38
12	69		72,59	2,94	75,52	74,12	5,12

### SEGUNDO PASO:

Calculamos el valor de pronóstico que corresponde a  $L_0$  y  $T_0$ . Este es el pronóstico para el siguiente valor en la serie.

# Pronósticos: Holt

VENTAS DE CD - PRONÓSTICOS CON METODO DE HOLT							
t	Xt	α = 0,3			β = 0,1		
		Dif	L <sub>t</sub>	T <sub>t</sub>	f <sub>t,1</sub>	f <sub>t,1,1</sub>	e <sub>t</sub>
1	4						
2	6	2					
3	8	2					
4	10	2					
5	14	4					
6	18	4					
7	20	2					
8	22	2					
9	24	2					
10	28	4					
11	31	3					
12	34	3					
			34	2,73	36,73	←Valores iniciales	
1	40	37,71	2,83	40,53	36,73	3,27	
2	47	42,47	3,02	45,49	40,53	6,47	
3	50	46,85	3,15	50,00	45,49	4,51	
4	49	49,70	3,12	52,82	50,00	1,00	
5	56	53,78	3,22	57,00	52,82	3,18	
6	53	55,80	3,10	58,90	57,00	4,00	
7	55	57,73	2,98	60,71	58,90	3,90	
8	63	61,40	3,05	64,45	60,71	2,29	
9	68	65,51	3,16	68,67	64,45	3,55	
10	65	67,57	3,05	70,62	68,67	3,67	
11	72	71,03	3,09	74,12	70,62	1,38	
12	69	72,59	2,94	75,52	74,12	5,12	

## TERCER PASO:

Con los valores calculados y el nuevo valor real, calculamos el pronóstico para el siguiente valor pronosticado de la serie.

$$L_t = \alpha x_t + (1 - \alpha) (L_{t-1} + T_{t-1})$$

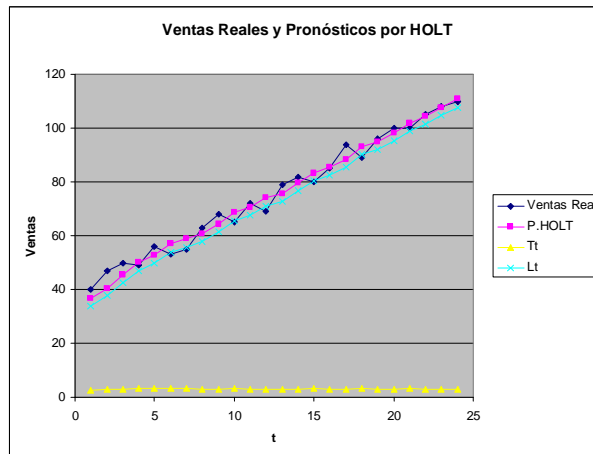
$$T_t = \beta (L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta) T_{t-1}$$

$$f_{t,k} = L_t + k T_t$$

VENTAS DE CD - PRONOSTICOS CON METODO DE HOLT							
t	Xt	α = 0,3			β = 0,1		
		Dif	L <sub>t</sub>	T <sub>t</sub>	f <sub>t,1</sub>	f <sub>t,1,1</sub>	e <sub>t</sub>
1	4						
2	6	2					
3	8	2					
4	10	2					
5	14	4					
6	18	4					
7	20	2					
8	22	2					
9	24	2					
10	28	4					
11	31	3					
12	34	3					
			34	2,73	36,73	←Valores iniciales	
1	40	37,71	2,83	40,53	36,73	3,27	
2	47	42,47	3,02	45,49	40,53	6,47	
3	50	46,85	3,15	50,00	45,49	4,51	
4	49	49,70	3,12	52,82	50,00	1,00	
5	56	53,78	3,22	57,00	52,82	3,18	
6	53	55,80	3,10	58,90	57,00	4,00	
7	55	57,73	2,98	60,71	58,90	3,90	
8	63	61,40	3,05	64,45	60,71	2,29	
9	68	65,51	3,16	68,67	64,45	3,55	
10	65	67,57	3,05	70,62	68,67	3,67	
11	72	71,03	3,09	74,12	70,62	1,38	
12	69	72,59	2,94	75,52	74,12	5,12	
13	79	76,57	3,04	79,61	75,52	3,48	
14	82	80,32	3,11	83,44	79,61	2,39	
15	80	82,40	3,01	85,41	83,44	3,44	
16	85	85,29	3,00	88,29	85,41	0,41	
17	94	90,00	3,17	93,17	88,29	5,71	
18	89	91,92	3,04	94,96	93,17	4,17	
19	96	95,27	3,07	98,35	94,96	1,04	
20	100	98,84	3,12	101,97	98,35	1,65	
21	100	101,38	3,06	104,44	101,97	1,97	
22	105	104,61	3,08	107,69	104,44	0,56	
23	108	107,78	3,09	110,87	107,69	0,31	
24	110	110,61	3,06	113,68	110,87	0,87	

Desviación Absoluta Media: 2,85

## Pronósticos: Holt



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

23

## Pronósticos: Holt

VENTAS DE CD - PRONÓSTICOS CON MÉTODO DE HOLT

$\alpha = 0,3$      $\beta = 0,1$

t	Xt	Dif	Lt	Tt	f <sub>t-1,t</sub>	f <sub>t+1,t</sub>	e <sub>t</sub>
1	4						
2	6	2					
3	8	2					
4	10	2					
5	14	4					
6	18	4					
7	20	2					
8	22	2					
9	24	2					
10	28	4					
11	31	3					
12	34	3	34	2,73	36,73	36,73	0,27
13	40	6	37,71	2,83	40,53	36,73	3,27
14	47	7	42,47	3,02	45,49	40,53	6,47
15	50	3	46,85	3,15	50,00	45,49	4,51
16	49	-1	49,70	3,12	52,82	50,00	1,00
17	56	7	53,78	3,22	57,00	52,82	3,18
18	53	-3	55,80	3,10	58,90	57,00	4,00
19	55	2	57,73	2,98	60,71	58,90	3,90
20	63	8	61,40	3,05	64,45	60,71	2,29
21	68	5	65,51	3,16	68,67	64,45	3,55
22	65	-3	67,57	3,05	70,62	68,67	3,67
23	72	7	71,03	3,09	74,12	70,62	1,38
24	69	-3	72,59	2,94	75,52	74,12	5,12

Último valor de Xt

Promedio de los incrementos de Xt,  $= \sum \text{dif} / 11$

Valores iniciales

$f_{t,k} = L_t + k T_t$

### Ejercicio:

Calcule los primeros 6 valores de pronóstico, utilizando:

$$\alpha = 0,40$$

$$\beta = 0,40$$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

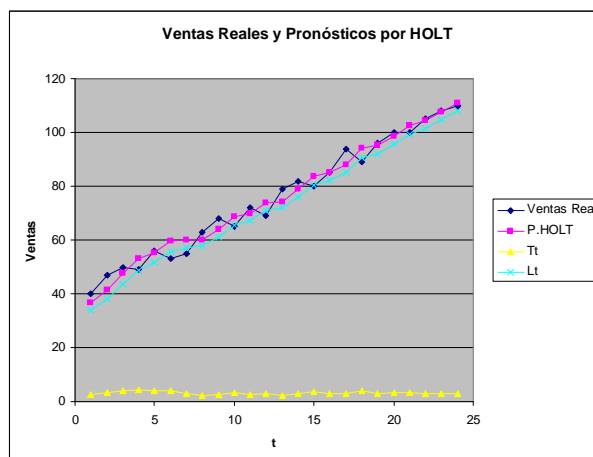
24

VENTAS DE CD - PRONOSTICOS CON METODO DE HOLT							
t	Xt	$\alpha = 0,4$		$\beta = 0,4$			
		Dif	L <sub>t</sub>	T <sub>t</sub>	f <sub>t,t</sub>	f <sub>t,t+1</sub>	e <sub>t</sub>
1	4						
2	6	2					
3	8	2					
4	10	2					
5	14	4					
6	18	4					
7	20	2					
8	22	2					
9	24	2					
10	28	4					
11	31	3					
12	34	3					
			34	2,73	36,73	r-Valores iniciales	
1	40	38,04	3,25	41,29	36,73		3,27
2	47	43,57	4,16	47,74	41,29		5,71
3	50	48,64	4,53	53,17	47,74		2,26
4	49	51,50	3,86	55,36	53,17		4,17
5	56	55,62	3,96	59,58	55,36		0,64
6	53	56,95	2,91	59,86	59,58		6,58
7	55	57,91	2,13	60,05	59,86		4,86
8	63	61,23	2,60	63,83	60,05		2,95
9	68	65,50	3,27	68,77	63,83		4,17
10	65	67,26	2,67	69,93	68,77		3,77
11	72	70,76	3,00	73,76	69,93		2,07
12	69	71,85	2,24	74,09	73,76		4,76
13	79	76,06	3,02	79,08	74,09		4,91
14	82	80,25	3,49	83,74	79,08		2,92
15	80	82,24	2,89	85,14	83,74		3,74
16	85	85,08	2,87	87,95	85,14		0,14
17	94	90,37	3,84	94,21	87,95		6,05
18	89	92,13	3,00	95,13	94,21		5,21
19	96	95,48	3,14	98,62	95,13		0,87
20	100	99,17	3,36	102,54	98,62		1,38
21	100	101,52	2,96	104,48	102,54		2,54
22	105	104,69	3,04	107,73	104,48		0,52
23	108	107,84	3,08	110,92	107,73		0,27
24	110	110,55	2,94	113,49	110,92		0,92
Desviación Absoluta Media:							3,11

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

25

## Pronósticos: Holt



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

26

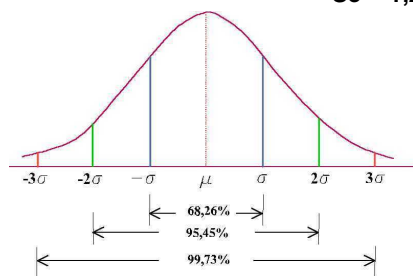
# Pronósticos

## Precisión

# Pronósticos: Precisión

Si el error de los pronósticos está distribuido en forma normal, podemos estimar la desviación estándar con la relación:

$$Se = 1,25 \text{ MAD}$$



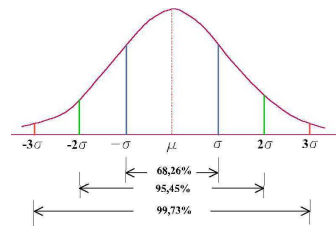
MAD	=	3,11
Se	= 1,25 MAD =	3,89
1 Se	=	3,89
2 Se	=	7,78
3 Se	=	11,66
Dentro de $\pm 1$ Se	= $24 \cdot 0,68$ =	16,32
Dentro de $\pm 2$ Se	= $24 \cdot 0,95$ =	22,80
Dentro de $\pm 3$ Se	= $24 \cdot 0,99$ =	23,76

## Pronósticos: Precisión

Ejemplo: HOLD con  $\alpha = 0,40$  y  $\beta = 0,40$

t	xi	$\alpha = 0,4$		$\beta = 0,4$		$e_t$
		Dif	L <sub>t</sub>	F <sub>t</sub>	f <sub>t+1</sub>	
1	4					
2	6					
3	8					
4	10					
5	14					
6	18					
7	20					
8	22					
9	24					
10	28					
11	31					
12	34					
13	40					
14	47					
15	50					
16	49					
17	56					
18	53					
19	56					
20	63					
21	68					
22	65					
23	72					
24	69					
25	79					
26	82					
27	80					
28	85					
29	86					
30	94					
31	89					
32	96					
33	100					
34	100					
35	101					
36	105					
37	108					
38	110					

MAD	=	3,11
Se	= 1,25 MAD =	3,89
1 Se	=	3,89
2 Se	=	7,78
3 Se	=	11,66
Dentro de $\pm 1$ Se	= $24 * 0,68$ =	16,32
Dentro de $\pm 2$ Se	= $24 * 0,95$ =	22,80
Dentro de $\pm 3$ Se	= $24 * 0,99$ =	23,76



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

29

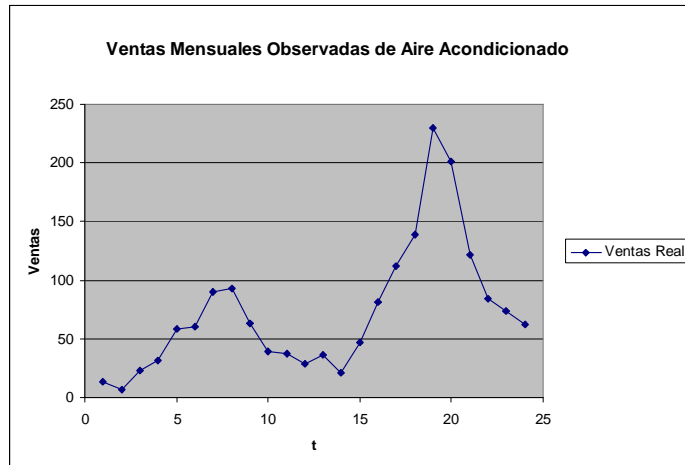
## Pronósticos

Suavizamiento Exponencial con  
Tendencia y Estacionalidad:  
Método de Winter

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

30

## Pronósticos: Winter



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

31

## Pronósticos: Winter

t	Xt	Ventas Prom	Estim. De Estacional
1	4	19,500	0,205
2	3		0,154
3	10		0,513
4	14		0,718
5	25		1,282
6	26		1,333
7	36		1,949
8	40		2,051
9	28		1,436
10	17		0,872
11	16		0,821
12	13		0,667
1	9	37,500	0,240
2	6		0,160
3	18		0,480
4	27		0,720
5	48		1,280
6	50		1,333
7	75		2,000
8	77		2,053
9	52		1,387
10	33		0,880
11	31		0,827
12	24		0,640
1	13		
2	7		
3	23		
4	32		

Estimación de estacionalidad para Enero.

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

32



## Pronósticos: Winter

### SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL CON TENDENCIA Y ESTACIONALIDAD

$$L_t = \alpha \frac{X_t}{s_{t-c}} + (1 - \alpha) (L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta (L_t + L_{t-1}) + (1 - \beta) T_{t-1}$$

$$s_t = \gamma \frac{X_t}{L_t} + (1 - \gamma) s_{t-c}$$

$$f_{t,k} = (L_t + k T_t) s_{t+k-c}$$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

33

## Pronósticos: Winter

t	X <sub>t</sub>	Ventas Prom	Estim. De Estacional	s	L <sub>t</sub>	T <sub>t</sub>	s <sub>t</sub>	f <sub>t,1</sub>	f <sub>t+1,1</sub>	e <sub>t</sub>
1	4	19,500	0,205	s-23						
2	3		0,154	s-22						
3	10		0,513	s-21						
4	14		0,718	s-20						
5	25		1,282	s-19						
6	26		1,333	s-18						
7	38		1,949	s-17						
8	40		2,051	s-16						
9	28		1,436	s-15						
10	17		0,872	s-14						
11	16		0,821	s-13						
12	13		0,667	s-12						
1	9	37,500	0,240	s-11						
2	6		0,160	s-10						
3	18		0,480	s-9						
4	27		0,720	s-8						
5	48		1,280	s-7						
6	50		1,333	s-6						
7	75		2,000	s-5						
8	77		2,053	s-4						
9	52		1,387	s-3						
10	35		0,880	s-2						
11	31		0,827	s-1						
12	24		0,640	s0	46,75	1,50	0,65	10,40		
1	13				53,17	3,87	0,23	9,13	10,40	2,61
2	7				50,39	1,21	0,15	25,80	9,13	2,13
3	23				48,80	0,09	0,48	35,20	25,80	2,80
4	32				46,67	-0,80	0,70	58,71	35,20	3,20

1er Paso:

Definir los valores para los coeficientes de suavizamiento  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ .

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

34

## Pronósticos: Winter

t	X <sub>t</sub>	Ventas Prom	Estim. De Estacional	α = 0.5    β = 0.40    γ = 0.6						
				s	L <sub>t</sub>	T <sub>t</sub>	s <sub>t</sub>	f <sub>t,1</sub>	f <sub>t+1,1</sub>	e <sub>t</sub>
1	4	19,500	0.205	s-23						
2	3		0.154	s-22						
3	10		0.513	s-21						
4	14		0.718	s-20						
5	25		1.282	s-19						
6	26		1.333	s-18						
7	38		1.949	s-17						
8	40		2.051	s-16						
9	28		1.436	s-15						
10	17		0.872	s-14						
11	16		0.821	s-13						
12	13		0.667	s-12						
1	9	37,500	0.240	s-11						
2	6		0.160	s-10						
3	18		0.480	s-9						
4	27		0.720	s-8						
5	48		1.280	s-7						
6	50		1.333	s-6						
7	75		2.000	s-5						
8	77		2.053	s-4						
9	52		1.387	s-3						
10	33		0.880	s-2						
11	31		0.827	s-1						
12	24		0.640	s0						
1	13				45.75	1.50	0.65	10.40		
2	7				53.17	3.87	0.23	9.13	10.40	2.61
3	23				50.39	1.21	0.15	25.80	9.13	2.13
4	32				48.80	0.09	0.48	35.20	25.80	2.80
					46.67	-0.80	0.70	58.71	35.20	3.20

2do Paso:

Establecer valores iniciales para L<sub>t</sub>, T<sub>t</sub> y S<sub>t</sub>.

## Pronósticos: Winter

t	X <sub>t</sub>	Ventas Prom	Estim. De Estacional	α = 0.5    β = 0.40    γ = 0.6						
				s	L <sub>t</sub>	T <sub>t</sub>	s <sub>t</sub>	f <sub>t,1</sub>	f <sub>t+1,1</sub>	e <sub>t</sub>
1	4	19,500	0.205	s-23						
2	3		0.154	s-22						
3	10		0.513	s-21						
4	14		0.718	s-20						
5	25		1.282	s-19						
6	26		1.333	s-18						
7	38		1.949	s-17						
8	40		2.051	s-16						
9	28		1.436	s-15						
10	17		0.872	s-14						
11	16		0.821	s-13						
12	13		0.667	s-12						
1	9	37,500	0.240	s-11						
2	6		0.160	s-10						
3	18		0.480	s-9						
4	27		0.720	s-8						
5	48		1.280	s-7						
6	50		1.333	s-6						
7	75		2.000	s-5						
8	77		2.053	s-4						
9	52		1.387	s-3						
10	33		0.880	s-2						
11	31		0.827	s-1						
12	24		0.640	s0						
1	13				45.75	1.50	0.65	10.40		
2	7				53.17	3.87	0.23	9.13	10.40	2.61
3	23				50.39	1.21	0.15	25.80	9.13	2.13
4	32				48.80	0.09	0.48	35.20	25.80	2.80
					46.67	-0.80	0.70	58.71	35.20	3.20

3do Paso:

Calcular el pronóstico  $f_{0,1}$

$$f_{t,k} = (L_t + k T_t) s_{t+k-c}$$

## Pronósticos: Winter

t	X <sub>t</sub>	Ventas Prom	Estim. De Estacional	α = 0.5    β = 0.40    γ = 0.6						
				s	L <sub>t</sub>	T <sub>t</sub>	s <sub>t</sub>	f <sub>t,1</sub>	f <sub>t+1,1</sub>	e <sub>t</sub>
1	4	19,500	0.205	s-23						
2	3		0.154	s-22						
3	10		0.513	s-21						
4	14		0.718	s-20						
5	25		1.282	s-19						
6	26		1.333	s-18						
7	38		1.949	s-17						
8	40		2.051	s-16						
9	28		1.436	s-15						
10	17		0.872	s-14						
11	16		0.821	s-13						
12	13		0.667	s-12						
1	9	37,500	0.240	s-11						
2	6		0.180	s-10						
3	18		0.480	s-9						
4	27		0.720	s-8						
5	48		1.280	s-7						
6	50		1.333	s-6						
7	75		2.000	s-5						
8	77		2.053	s-4						
9	52		1.387	s-3						
10	33		0.880	s-2						
11	31		0.827	s-1						
12	24		0.640	s0						
1	13				45.75	1.50	0.65	10.40		
2	7				53.17	3.87	0.23	9.13	10.40	2.61
3	23				50.39	1.21	0.15	25.80	9.13	2.13
4	32				48.80	0.09	0.48	35.20	25.80	2.80
5	58				46.67	-0.80	0.70	58.71	35.20	3.20
6	60				45.59	-0.91	1.28	59.42	58.71	0.71
7	90				44.90	-0.82	1.33	86.82	59.42	0.58
8	93				44.88	-0.50	1.99	90.97	86.82	3.18
9	63				44.87	-0.30	2.06	62.84	90.97	2.03
10	39				44.62	-0.28	1.41	39.02	62.84	0.16
11	37				44.33	-0.29	0.88	36.12	39.02	0.02
12	29				44.68	-0.07	0.83	28.93	36.12	0.88
13	36				44.56	-0.05	0.65	10.45	28.93	0.07
14	21				98.95	21.72	0.31	17.78	10.45	25.55
15	47				131.60	26.09	0.15	76.13	17.78	3.22
16	81				127.52	14.03	0.41	99.00	76.13	29.13
17	112				128.68	8.88	0.66	175.43	99.00	18.00
18	139				112.69	-1.07	1.11	148.89	175.43	63.43
19	230				107.92	-2.55	1.31	209.81	148.89	9.89
20	201				110.43	-0.52	2.05	226.81	209.81	20.19
21	122				103.66	-3.02	1.99	142.00	226.81	25.81
22	84				93.55	-5.86	1.35	77.15	142.00	20.00
23	74				91.58	-4.30	0.90	72.09	77.15	6.85
24	62				88.44	-3.84	0.83	55.03	72.09	1.91
					89.96	-1.89	0.67	27.55	55.03	6.97

4to Paso:

Calcular el pronóstico los siguientes valores de  $L_t$ ,  $T_t$ ,  $s_t$  y  $f_{t,1}$

$$L_t = \alpha \frac{x_t}{s_{t-c}} + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \beta(L_t + L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

$$s_t = \gamma \frac{x_t}{L_t} + (1-\gamma)s_{t-c}$$

$$f_{t,k} = (L_t + kT_t)s_{t+k-c}$$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

37

## Pronósticos: Winter

11	31		0.827	s-1						
12	24		0.640	s0	45.75	1.50	0.65	10.40		
1	13				53.17	3.87	0.23	9.13	10.40	2.61
2	7				50.39	1.21	0.15	25.80	9.13	2.13
3	23				48.80	0.09	0.48	35.20	25.80	2.80
4	32				46.67	-0.80	0.70	58.71	35.20	3.20
5	58				45.59	-0.91	1.28	59.42	58.71	0.71
6	60				44.90	-0.82	1.33	86.82	59.42	0.58
7	90				44.88	-0.50	1.99	90.97	86.82	3.18
8	93				44.87	-0.30	2.06	62.84	90.97	2.03
9	63				44.62	-0.28	1.41	39.02	62.84	0.16
10	39				44.33	-0.29	0.88	36.12	39.02	0.02
11	37				44.68	-0.07	0.83	28.93	36.12	0.88
12	29				44.56	-0.05	0.65	10.45	28.93	0.07
13	36				98.95	21.72	0.31	17.78	10.45	25.55
14	21				131.60	26.09	0.15	76.13	17.78	3.22
15	47				127.52	14.03	0.41	99.00	76.13	29.13
16	81				128.68	8.88	0.66	175.43	99.00	18.00
17	112				112.69	-1.07	1.11	148.89	175.43	63.43
18	139				107.92	-2.55	1.31	209.81	148.89	9.89
19	230				110.43	-0.52	2.05	226.81	209.81	20.19
20	201				103.66	-3.02	1.99	142.00	226.81	25.81
21	122				93.55	-5.86	1.35	77.15	142.00	20.00
22	84				91.58	-4.30	0.90	72.09	77.15	6.85
23	74				88.44	-3.84	0.83	55.03	72.09	1.91
24	62				89.96	-1.89	0.67	27.55	55.03	6.97

Desviación Absoluta Media: 10.39

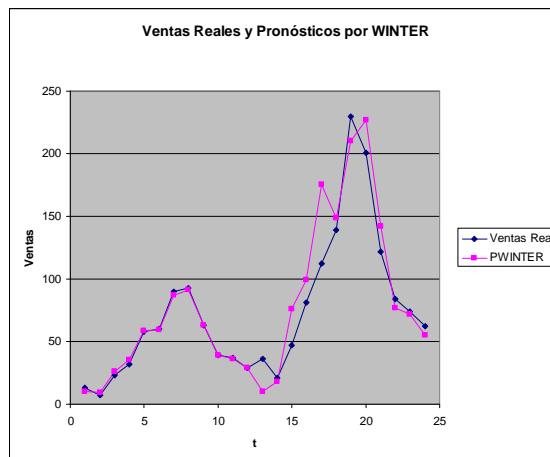
5to Paso:

Calcular la desviación media absoluta (MAD).

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

38

## Pronósticos: Winter



UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

39

## Pronósticos

### Regresión Lineal

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

40

## Pronósticos: Regresión Lineal

- Se busca predecir el valor de una variable a partir del valor de otra.
- Variable dependiente vs. Variable independiente.

### Ejemplos:

#### V. Dependiente

Producción científica

Ventas automóviles

Matrícula estudiantil

Casos de enfermedad

Costo de producción total

#### V. Independiente

Presupuesto invertido

Tasas de interés

Inversión social en planes de ayuda

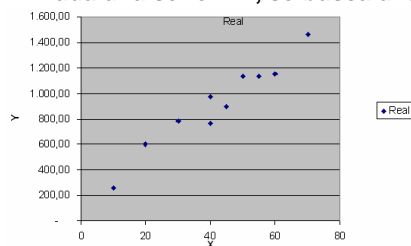
Tiempo de exposición / Distancia a / Grms. sustancia

Cantidad de unidades de producir

- No siempre existe correlación entre las variables.
- Regresión Simple vs. Regresión Múltiple
- Regresión Lineal vs. No lineales

## Pronósticos: Regresión Lineal

- Dada una serie X-Y, se busca una función lineal:



- Recta de Regresión de Mínimos Cuadrados.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

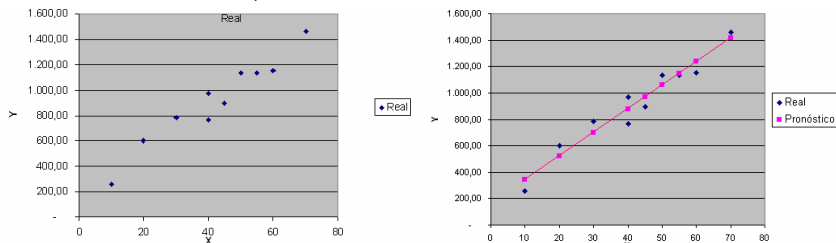
$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

- Propiedades:

- Pasa por el punto  $(\bar{x}, \bar{y})$ .
- $\sum \varepsilon_i = 0$

## Pronósticos: Regresión Lineal

- Dada una serie X-Y, se busca una función lineal:



- Recta de Regresión de Mínimos Cuadrados.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

- Propiedades:

- Pasa por el punto  $(\bar{m}(x), \bar{m}(y))$ .
- $\sum e_i = 0$

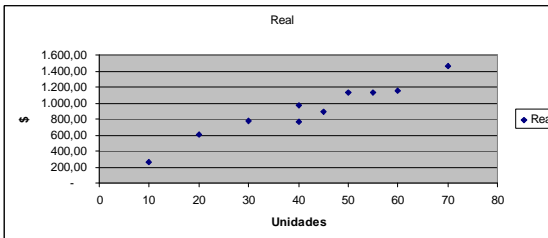
## Pronósticos: Regresión Lineal

Ejemplo tomado y adaptado de "Investigación de Operaciones – Algoritmos y Aplicaciones" de Wayne Winston. Pag. 1302

Semana	Trenes fabricados	Costo de producción total
1	10	257,40
2	20	601,60
3	30	782,00
4	40	765,40
5	45	895,50
6	50	1.133,00
7	60	1.152,80
8	55	1.132,70
9	70	1.459,20
10	40	970,10

## Pronósticos: Regresión Lineal

Semana	Trenes fabricados	Costo de producción total
1	10	257,40
2	20	601,60
3	30	782,00
4	40	765,40
5	45	895,50
6	50	1.133,00
7	60	1.152,80
8	55	1.132,70
9	70	1.459,20
10	40	970,10



$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum (x_i - m(x)) (y_i - m(y))}{\sum (x_i - m(x))^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = m(y) - \hat{\beta}_1 m(x)$$

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

Función de  $Y_i$  conceptual.

Parámetros estimados

Valor estimado para  $Y_i$  a partir de regresión lineal.

## Pronósticos: Regresión Lineal

Semana	Trenes fabricados	Costo de producción total
1	10	257,40
2	20	601,60
3	30	782,00
4	40	765,40
5	45	895,50
6	50	1.133,00
7	60	1.152,80
8	55	1.132,70
9	70	1.459,20
10	40	970,10

## Pronósticos: Regresión Lineal

Semana	Trenes fabricados	Costo de producción total
1	10	257,40
2	20	601,60
3	30	782,00
4	40	765,40
5	45	895,50
6	50	1.133,00
7	60	1.152,80
8	55	1.132,70
9	70	1.459,20
10	40	970,10

$m(x)$  42,00  
 $m(y)$  914,97

$x_i$	$y_i$	$x_i - m(x)$	$y_i - m(y)$	$(x_i - m(x)) * (y_i - m(y))$	$(x_i - m(x))^2$
10	257,40	-32,00	-657,57	21042,24	1024,00
20	601,60	-22,00	-313,37	6894,14	484,00
30	782,00	-12,00	-132,97	1595,64	144,00
40	765,40	-2,00	-149,57	299,14	4,00
45	895,50	3,00	-19,47	-58,41	9,00
50	1133,00	8,00	218,03	1744,24	64,00
60	1152,80	18,00	237,83	4280,94	324,00
55	1132,70	13,00	217,73	2830,49	169,00
70	1459,20	28,00	544,23	15238,44	784,00
40	970,10	-2,00	55,13	-110,26	4,00
SUMA				53756,60	3010,00

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

47

## Pronósticos: Regresión Lineal

Semana	Trenes fabricados	Costo de producción total
1	10	257,40
2	20	601,60
3	30	782,00
4	40	765,40
5	45	895,50
6	50	1.133,00
7	60	1.152,80
8	55	1.132,70
9	70	1.459,20
10	40	970,10

$m(x)$  42,00  
 $m(y)$  914,97

$x_i$	$y_i$	$x_i - m(x)$	$y_i - m(y)$	$(x_i - m(x)) * (y_i - m(y))$	$(x_i - m(x))^2$
10	257,40	-32,00	-657,57	21042,24	1024,00
20	601,60	-22,00	-313,37	6894,14	484,00
30	782,00	-12,00	-132,97	1595,64	144,00
40	765,40	-2,00	-149,57	299,14	4,00
45	895,50	3,00	-19,47	-58,41	9,00
50	1133,00	8,00	218,03	1744,24	64,00
60	1152,80	18,00	237,83	4280,94	324,00
55	1132,70	13,00	217,73	2830,49	169,00
70	1459,20	28,00	544,23	15238,44	784,00
40	970,10	-2,00	55,13	-110,26	4,00
SUMA				53756,60	3010,00

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum (x_i - m(x)) (y_i - m(y))}{\sum (x_i - m(x))^2}$$

$$\hat{\beta}_1 = 17,86$$

$$\hat{\beta}_0 = m(y) - \hat{\beta}_1 m(x)$$

$$\hat{\beta}_0 = 164,88$$

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

$$\hat{y}_i = 164,88 + 17,86 x_i$$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

48



## Pronósticos: Regresión Lineal

Semana	Trenes fabricados	Costo de producción total
1	10	257,40
2	20	601,60
3	30	782,00
4	40	765,40
5	45	895,50
6	50	1.133,00
7	60	1.152,80
8	55	1.132,70
9	70	1.459,20
10	40	970,10

$m(x)$  42,00  
 $m(y)$  914,97

$x_i$	$y_i$	$x_i - m(x)$	$y_i - m(y)$	$(x_i - m(x)) \cdot (y_i - m(y))$	$(x_i - m(x))^2$
10	257,40	-32,00	-657,57	21042,24	1024,00
20	601,60	-22,00	-313,37	6894,14	484,00
30	782,00	-12,00	-132,97	1595,64	144,00
40	765,40	-2,00	-149,57	299,14	4,00
45	895,50	3,00	-19,47	-58,41	9,00
50	1133,00	8,00	218,03	1744,24	64,00
60	1152,80	18,00	237,83	4280,94	324,00
55	1132,70	13,00	217,73	2830,49	169,00
70	1459,20	28,00	544,23	15238,44	784,00
40	970,10	-2,00	55,13	-110,26	4,00
SUMA				53756,60	3010,00

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum (x_i - m(x)) (y_i - m(y))}{\sum (x_i - m(x))^2}$$

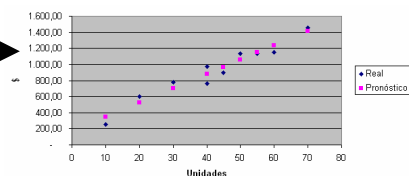
$$\hat{\beta}_1 = 17,86$$

$$\hat{\beta}_0 = m(y) - \hat{\beta}_1 m(x)$$

$$\hat{\beta}_0 = 164,88$$

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

$$\hat{y}_i = 164,88 + 17,86 x_i$$



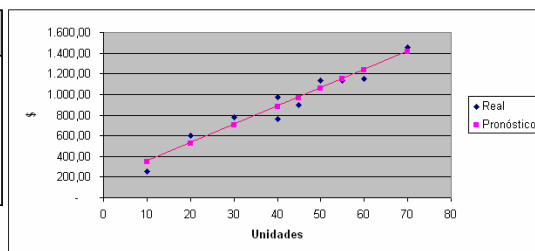
UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

49

## Pronósticos: Regresión Lineal

Resultado:

Trenes fabricados	Costo de producción total	Costo de producción estimado	Error
10	257,40	343,47	-86,07
20	601,60	522,06	79,54
30	782,00	700,66	81,34
40	765,40	879,25	-113,85
45	895,50	969,55	-73,05
50	1.133,00	1057,94	75,16
60	1.152,80	1236,44	-83,64
55	1.132,70	1147,14	-14,44
70	1.459,20	1415,03	44,17
40	970,10	879,25	90,85



La función lineal obtenida nos permite pronosticar el costo de producción a partir de nuevas cantidades de trenes a fabricar.

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

50

# Pronósticos: Regresión Lineal

## COMO LOGRAR UN BUEN AJUSTE

- **SST: suma del total de cuadrados**
  - Variación total de  $Y_i$  respecto a la media
  - $SST = \sum (y_i - m(y))^2$
- **SSE: suma de errores cuadráticos**
  - $SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum e_i^2$
  - Si la recta pasa por todos los puntos dato, SSR = 0
  - Un SSE chico indica un buen ajuste
- **SSR: suma de los cuadrados de la regresión**
  - $SSR = \sum (\hat{y}_i - m(y))^2$
  - Se puede demostrar que  $SST = SSR + SSE$
- **R<sup>2</sup>: coeficiente de determinación**
  - $R^2 = SSR / SST$  % en que la variable X explica a la variable Y
  - $1 - R^2 = SSE / SST$  % de variación en Y no explicado por X
- $r_{xy}$ : correlación lineal de la muestra
  - $\sqrt{R^2}$  + o - según  $\beta_1$
- **Se: error estándar de la estimación**
  - $Se = \sqrt{(SSE / n - 2)}$

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

51

# Pronósticos: Regresión Lineal

$x_i$	$y_i$	$\hat{y}$	$(y_i - m(y))^2$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$	$(\hat{y}_i - m(y))^2$
10	257,40	343,5	432398,30	7408,26	326610,81
20	601,60	522,1	98200,76	6325,88	154374,64
30	782,00	700,7	17681,02	6616,53	45929,64
40	765,40	879,3	22371,18	12962,13	1275,82
45	895,50	968,5	379,08	5336,01	2870,60
50	1133,00	1057,8	47537,08	9648,32	20413,18
60	1152,80	1236,4	56563,11	6995,32	103341,70
55	1132,70	1147,1	47406,35	208,55	53903,54
70	1459,20	1415,0	296186,29	1950,87	250061,40
40	970,10	879,3	3039,32	8253,48	1275,82
SUMA			1021762,50	61705,34	960057,16

$$SST = \sum (y_i - \text{med}(y))^2$$

1021762,50

$$SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum e_i^2$$

61705,34

$$SSR = \sum (\hat{y}_i - m(y))^2$$

960057,16

$$R^2 = SSR / SST$$

0,94

$$1 - R^2 = SSE / SST$$

0,06

$$Se = \sqrt{(SSE / n - 2)}$$

87,82

UTN – FRC Sistemas de Gestión - Esp. Ing. M. Gualpa, 2011

52

# Pronósticos: Regresión Lineal

## SUPUESTOS

- Se deben cumplir ciertos supuestos
  - La varianza del término del error no debe depender del valor de la variable independiente.
    - Homocedasticidad vs Heterocedasticidad.
    - Ver gráfico Error respecto a X
  - Los errores tienen distribución normal.
  - Los errores deben ser independientes.
    - Ver gráfico Error respecto al Tiempo.

## OTRAS MODELOS

- Diferentes curvas de regresión: lineal, exponencial, logarítmica, etc.
- Mas de una variable independiente: Regresión múltiple