

Decisiones En Escenarios Complejos

UNIDAD III
Métodos de Apoyo Multicriterio
(Parte 4: PROMETHEE)

1

Temas a Tratar

- Introducción
- Caso de Estudio
- Ejemplo
- Conclusiones
- Bibliografía

Introducción

- PROMETHEE (Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations)
- Escuela francesa.
- Comparaciones binarias entre alternativas.
- Límites de indiferencia (q) y de preferencia estricta (p).
- PROMETHEE I (preorden parcial)
- PROMETHEE II (preorden completo)

Caso de Estudio

Enunciado: El gobierno de la ciudad debe seleccionar un proyecto que será financiado por el gobierno nacional. Existen 3 criterios principales: el impacto ambiental, la utilidad que le genere al municipio en los próximos 10 años, el empleo que genere.

Se ha determinado una importancia relativa de cada criterio según la tabla "Pesos".

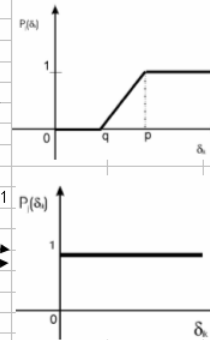
Peso	4	3	3
Max=1 Min=0	0	1	1
Alternativa	Imp. Amb.	Utilidad	Empleo
A	2	250	300
B	5	500	250
C	4	400	500
D	9	750	200
Imp. Amb.	Seudo-criterio con preferencia lineal y área de indiferencia		
Utilidad	Verdadero criterio		
Empleo	Verdadero criterio		

Caso de Estudio

Datos y Parámetros del Modelo

Peso	4	3	3
Max=1 Min=0	0	1	1
Alternativa	Imp. Amb.	Utilidad	Empleo
A	2	250	300
B	5	500	250
C	4	400	500
D	9	750	200

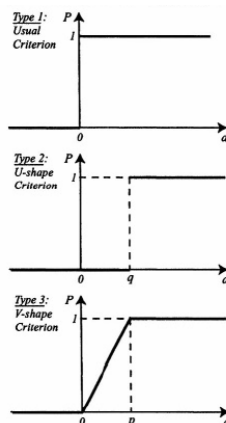
Imp. Amb.	Seudo-criterio con preferencia lineal y área de indiferencia
Utilidad	Verdadero criterio
Empleo	Verdadero criterio



UTN – FRC Decisiones En Escenarios Complejos - Gualpa, 2009

5

Caso de Estudio



$$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ 1 & d > 0 \end{cases}$$

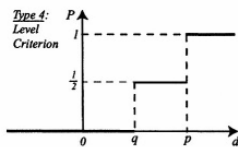
$$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ 1 & d > q \end{cases}$$

$$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ \frac{d}{p} & 0 \leq d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$$

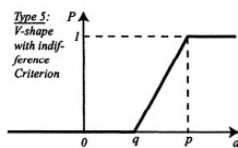
UTN – FRC Decisiones En Escenarios Complejos - Gualpa, 2009

6

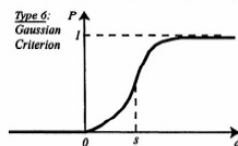
Caso de Estudio



$$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ \frac{1}{2} & q < d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases} \quad p, q$$



$$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ \frac{d-q}{p-q} & q < d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases} \quad p, q$$



$$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{d^2}{2s^2}} & d > 0 \end{cases} \quad s$$

UTN – FRC Decisiones En Escenarios Complejos - Gualpa, 2009

7

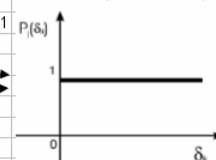
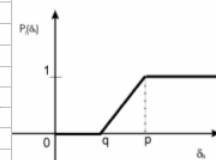
Caso de Estudio

Se determinan los parámetros del modelo

Datos y Parámetros del Modelo

Peso	4	3	3
Max=1 Min=0	0	1	1
Alternativa	Imp. Amb.	Utilidad	Empleo
A	2	250	300
B	5	500	250
C	4	400	500
D	9	750	200

Imp. Amb.	Seudo-criterio con preferencia lineal y área de indiferencia
Utilidad	Verdadero criterio
Empleo	Verdadero criterio



UTN – FRC Decisiones En Escenarios Complejos - Gualpa, 2009

8

Caso de Estudio

Paso 1: Determinar como se sitúan las alternativas con respecto a cada atributo

$$P_j(x_i, x_k) = P_j(|u_j(x_i) - u_j(x_k)|) = P_j(\delta_{ik})$$

Alternativa	P(diff(Xi,Xk))		
	Imp. Amb.	Utilidad	Empleo
A - B	0,66666667	0	1
A - C	0,33333333	0	0
A - D	1	0	1
B - A	0	1	0
B - C	0	1	0
B - D	1	0	1
C - A	0	1	1
C - B	0	0	1
C - D	1	0	1
D - A	0	1	0
D - B	0	1	0
D - C	0	1	0

$$P_j(\delta_{ik}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \delta_{ik} = 0 \quad (\text{indiferencia}) \\ 1 & \text{si } \delta_{ik} \neq 0 \quad (\text{preferencia estricta}) \end{cases}$$

$$P_j(\delta_{ik}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \delta_{ik} \leq q \\ \frac{(\delta_{ik} - q)}{p - q} & \text{si } q < \delta_{ik} \leq p \\ 1 & \text{si } p < \delta_{ik} \end{cases}$$

Caso de Estudio

Paso 1: Determinar como se sitúan las alternativas con respecto a cada atributo

Peso	4	3	3
Max=1 Min=0	0	1	1
Alternativa	Imp. Amb.	Utilidad	Empleo
A	2	250	300
B	5	500	250
C	4	400	500
D	9	750	200

Imp. Amb.	Seudo-criterio con preferencia lineal y área de indiferencia
Utilidad	Verdadero criterio
Empleo	Verdadero criterio

Xi	Xk	Diferencias		
		Imp. Amb.	Utilidad	Empleo
A	B	-3	-250	50
A	C	-2	-150	-200
A	D	-7	-500	100
B	A	3	250	-50
B	C	1	100	-250
B	D	-4	-250	50
C	A	2	150	200
C	B	-1	-100	250
C	D	-5	-350	300
D	A	7	500	-100
D	B	4	250	-50
D	C	5	350	-300

Caso de Estudio

Paso 1: Determinar como se sitúan las alternativas con respecto a cada atributo

Diferencias donde $U(X_i)$ supera a $U(X_k)$					Diferencias				
Alternativa	Imp. Amb.	Utilidad	Empleo		X_i	X_k	Imp. Amb.	Utilidad	Empleo
A-B	3	0	50		A	B	-3	-250	50
A-C	2	0	0		A	C	-2	-150	-200
A-D	7	0	100		A	D	-7	-500	100
B-A	0	250	0		B	A	3	250	-50
B-C	0	100	0		B	C	1	100	-250
B-D	4	0	50		B	D	-4	-250	50
C-A	0	150	200		C	A	2	150	200
C-B	1	0	250		C	B	-1	-100	250
C-D	5	0	300		C	D	-5	-350	300
D-A	0	500	0		D	A	7	500	-100
D-B	0	250	0		D	B	4	250	-50
D-C	0	350	0		D	C	5	350	-300

$$\delta_{ik} = |u_j(x_i) - u_j(x_k)|$$

para $x_i \geq x_k$

Caso de Estudio

Paso 1: Determinar como se sitúan las alternativas con respecto a cada atributo

$P_j(x_i, x_k) = P_j(|u_j(x_i) - u_j(x_k)|) = P_j(\delta_{ik})$

P(dif(Xi,Xk))					Diferencias donde $U(X_i)$ supera a $U(X_k)$				
Alternativa	Imp. Amb.	Utilidad	Empleo		Alternativa	Imp. Amb.	Utilidad	Empleo	
A-B	0,66666667	0	1		A-B	3	0	50	
A-C	0,33333333	0	0		A-C	2	0	0	
A-D	1	0	1		A-D	7	0	100	
B-A	0	1	0		B-A	0	250	0	
B-C	0	1	0		B-C	0	100	0	
B-D	1	0	1		B-D	4	0	50	
C-A	0	1	1		C-A	0	150	200	
C-B	0	0	1		C-B	1	0	250	
C-D	1	0	1		C-D	5	0	300	
D-A	0	1	0		D-A	0	500	0	
D-B	0	1	0		D-B	0	250	0	
D-C	0	1	0		D-C	0	350	0	

$$P_j(\delta_{ik}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \delta_{ik} = 0 \quad (\text{indiferencia}) \\ 1 & \text{si } \delta_{ik} \neq 0 \quad (\text{preferencia estricta}) \end{cases}$$

$$P_j(\delta_{ik}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \delta_{ik} \leq q \\ \frac{(\delta_{ik} - q)}{p - q} & \text{si } q < \delta_{ik} \leq p \\ 1 & \text{si } p < \delta_{ik} \end{cases}$$

Caso de Estudio

Paso 1: Determinar como se sitúan las alternativas con respecto a cada atributo

$$P_j(x_i, x_k) = P_j(|u_j(x_i) - u_j(x_k)|) = P_j(\delta_{ik})$$

P(dif(Xi,Xk))			
Alternativa	Imp. Amb.	Utilidad	Empleo
A - B	0,66666667	0	1
A - C	0,33333333	0	0
A - D	1	0	1
B - A	0	1	0
B - C	0	1	0
B - D	1	0	1
C - A	0	1	1
C - B	0	0	1
C - D	1	0	1
D - A	0	1	0
D - B	0	1	0
D - C	0	1	0

$$P_j(\delta_{ik}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \delta_{ik} = 0 \quad (\text{indiferencia}) \\ 1 & \text{si } \delta_{ik} \neq 0 \quad (\text{preferencia estricta}) \end{cases}$$

$$P_j(\delta_{ik}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \delta_{ik} \leq q \\ \frac{(\delta_{ik} - q)}{p - q} & \text{si } q < \delta_{ik} \leq p \\ 1 & \text{si } p < \delta_{ik} \end{cases}$$

Caso de Estudio

Paso 2: Expresar la intensidad de la preferencia de la alternativa Xi comparada con Xk

Peso	4	3	3	Total
				10
P(dif(Xi,Xk))				
Alternativa	Imp. Amb.	Utilidad	Empleo	
A - B	0,66666667	0	1	5,66666667
A - C	0,33333333	0	0	1,33333333
A - D	1	0	1	7
B - A	0	1	0	3
B - C	0	1	0	3
B - D	1	0	1	7
C - A	0	1	1	6
C - B	0	0	1	3
C - D	1	0	1	7
D - A	0	1	0	3
D - B	0	1	0	3
D - C	0	1	0	3

Índice de preferencia Sik
(de Xi respecto a Xk)

$$s_{ik} = \frac{\sum_j w_j P_j(x_i, x_k)}{\sum_j w_j} = \frac{\sum_j w_j P_j(\delta_{ik})}{\sum_j w_j}$$

Caso de Estudio

Paso 3: Expresar cómo xi supera a las demás alternativas y cómo es superada por las otras.

Sik	A	B	C	D	Φ^+
A		0,566667	0,133333	0,7	1,4
B	0,3		0,3	0,7	1,3
C	0,6	0,3		0,7	1,6
D	0,3	0,3	0,3		0,9
Φ^-	1,2	1,166667	0,733333	2,1	

Flujos de superación saliente: POTENCIA

$$\phi_i^+ = \sum_k s_{ik}$$

Flujos de superación entrante: DEBILIDAD

$$\phi_i^- = \sum_k s_{ki}$$

Caso de Estudio

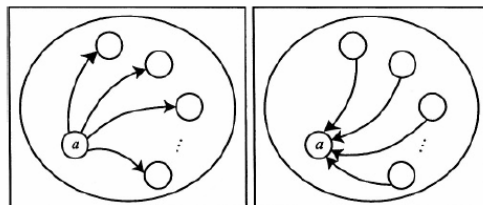
Paso 3: Expresar cómo xi supera a las demás alternativas y cómo es superada por las otras.

Sik	A	B	C	D	Φ^+
A		0,566667	0,133333	0,7	1,4
B	0,3		0,3	0,7	1,3
C	0,6	0,3		0,7	1,6
D	0,3	0,3	0,3		0,9
Φ^-	1,2	1,166667	0,733333	2,1	

Flujos de superación saliente: POTENCIA

$$\phi_i^+ = \sum_k s_{ik}$$

Flujos de superación entrante: DEBILIDAD

$$\phi_i^- = \sum_k s_{ki}$$


(a) The $\phi^+(a)$ outranking flow.

(b) The $\phi^-(a)$ outranking flow.

Caso de Estudio

Paso 4: Obtener el preorden deseado

Sik	A	B	C	D	Φ^+	Φ^-
A				P	1,4	1,2
B				P	1,3	1,16666667
C	P	P		P	1,6	0,73333333
D					0,9	2,1
Φ^-	1,2	1,166667	0,733333	2,1		
Φ^+	1,4	1,3	1,6	0,9		

P: Preferencia
I: Indiferencia
R: Incompatibilidad

x_i supera a x_k si
 $\phi_i^+ > \phi_k^+$ y $\phi_i^- < \phi_k^-$ ó
 $\phi_i^+ > \phi_k^+$ y $\phi_i^- = \phi_k^-$ ó
 $\phi_i^+ = \phi_k^+$ y $\phi_i^- < \phi_k^-$ ó

x_i es indiferente a x_k si
 $\phi_i^+ = \phi_k^+$ y $\phi_i^- = \phi_k^-$ ó

x_i es incomparable a x_k si
 $\phi_i^+ > \phi_k^+$ y $\phi_i^- > \phi_k^-$ ó
 $\phi_i^+ < \phi_k^+$ y $\phi_i^- < \phi_k^-$

Sik	A	B	C	D	Φ^+
A		0,566667	0,133333	0,7	1,4
B	0,3		0,3	0,7	1,3
C	0,6	0,3		0,7	1,6
D	0,3	0,3	0,3		0,9
Φ^-	1,2	1,166667	0,733333	2,1	

Flujos de superación saliente: POTENCIA
 $\phi_i^+ = \sum_k s_{ik}$
 $\phi_i^- = \sum_k s_{ki}$
 Flujos de superación entrante: DEBILIDAD

Caso de Estudio

Paso 4: Obtener el preorden deseado

Sik	A	B	C	D	Φ^+	Φ^-
A				P	1,4	1,2
B				P	1,3	1,16666667
C	P	P		P	1,6	0,73333333
D					0,9	2,1
Φ^-	1,2	1,166667	0,733333	2,1		
Φ^+	1,4	1,3	1,6	0,9		

P: Preferencia
I: Indiferencia
R: Incompatibilidad

x_i supera a x_k si
 $\phi_i^+ > \phi_k^+$ y $\phi_i^- < \phi_k^-$ ó
 $\phi_i^+ > \phi_k^+$ y $\phi_i^- = \phi_k^-$ ó
 $\phi_i^+ = \phi_k^+$ y $\phi_i^- < \phi_k^-$ ó

x_i es indiferente a x_k si
 $\phi_i^+ = \phi_k^+$ y $\phi_i^- = \phi_k^-$ ó

x_i es incomparable a x_k si
 $\phi_i^+ > \phi_k^+$ y $\phi_i^- > \phi_k^-$ ó
 $\phi_i^+ < \phi_k^+$ y $\phi_i^- < \phi_k^-$

Caso de Estudio

PROMETHEE II

m (nro alternativas):		4		FLUJO DE SUPERACIÓN NETO, según Barba Romero	
Sik	Φ^+	Φ^-	Φ_i	Φ_i	FLUJO DE SUPERACIÓN NETO, según Autran Monteiro Gómez
A	1,4	1,2	0,2	0,066666667	
B	1,3	1,166667	0,133333	0,044444444	
C	1,6	0,733333	0,866667	0,288888889	
D	0,9	2,1	-1,2	-0,4	

$\phi_i = (\phi_i^+ - \phi_i^-)$
 $\phi_i = (\phi_i^+ - \phi_i^-) / m-1$

Ejemplo

Ver planilla EXCEL

UTN_DEC_2009_PROMETHEE.xls

Conclusiones

- PROMETHEE es una familia de métodos.
- Tiene en cuenta diferentes funciones de preferencia para los criterios.
- Trabaja en sobre los flujos de superación positivos (o de outranking positivo) y los flujos de superación negativos (outranking negativo).
- Estos reflejan la potencia o debilidad de una alternativa respecto a otra.
- PROMETHEE I obtiene un preorden parcial.
- PROMETHEE II obtiene un preorden completo.

Bibliografía

- Apunte de cátedra DEC: "PROMETHEE". Autora: Carignano Claudia Etna
- "TOMA DE DECISIÓN EN ESCENARIOS COMPLEJOS. INTRODUCCIÓN A LOS MÉTODOS DISCRETOS DEL APOYO MULTICRITERIO A LA DECISIÓN". Editorial: Pioneira Thomson Learning Ltda. Brasil, 2003. Autores: Luiz Flavio Autran Monteiro Gomes, Marcela Cecilia González Araya, Carignano Claudia Etna. Capítulo 3 pág. 41-51. Capítulo 4 pág. 93 a 111 y 124 a 134.

Versiones del Documento

Versión	Descripción	Realizado por	Fecha	Revisión
0.1	Creación del documento. Problemática. Conceptos.	M. Gualpa		
0.2	Se corrigen imágenes con pesos y valores de los criterios por cada alternativa.	M. Gualpa		
1.0	Release.	M. Gualpa		