

Decisiones En Escenarios Complejos

UNIDAD III
Métodos de Apoyo Multicriterio
(Parte 3: ELECTRE)

1

Temas a Tratar

- Introducción
- Sobreclasificación
- Algoritmo
- Ejemplo
- Conclusiones
- Bibliografía

Introducción

- ELECTRE (elimination and (et) choise translating algorithm).
- Específico para problemas de decisión multicriterio discreta.
- Es probablemente el método mas conocido y aplicado.
- Inicialmente sugerido por Benayoun, Roy y Sussman.
- Fue posteriormente mejorado por Roy.

Introducción

- Consiste en un procedimiento para reducir el tamaño del conjunto de soluciones eficientes.
- Partición del conjunto eficiente:
 - Subconjunto de alternativas mas favorables (NUCLEO).
 - Subconjunto de alternativas menos favorables.
- Se basa en el concepto de sobreclasificación.

Sobreclasificación (outranks)

- Es una relación que puede existir o no entre dos alternativas (E_i y E_k).
- Para los atributos dados “la alternativa E_i es al menos tan buena como la alternativa E_k ”.
- Se establece en base a dos conceptos:
 - Concordancia.
 - Discordancia.

Sobreclasificación (outranks)

Concordancia:

- “Cuantifica hasta que punto para un elevado número de atributos de E_i es preferida a E_k ”.
- $c_{i,k} = 1$ si y solo si E_i es preferible a E_k en todos los atributos.

Sobreclasificación (outranks)

Discordancia:

- “Cuantifica hasta que punto no existe ningún atributo para el que E_i es mucho mejor que E_k ”.
- $d_{i,k} = 0$ si y solo si E_i es preferible a E_k en todos los atributos.

Sobreclasificación (outranks)

- Si E_i sobreclasifica a E_k , entonces se incluye a la primera en el núcleo.
- Se establecen dos umbrales:
 - Un umbral mínimo de concordancia.
 - Un umbral máximo de discordancia.
- La relación de sobreclasificación se utiliza para formar un grafo.

Sobreclasificación (outranks)

- Para que E_i sobreclasifique a E_k es necesario que:
 - La concordancia supere el umbral mínimo establecido.
 - La discordancia no supere el umbral máximo establecido.
- “La alternativa E_i es preferida a la alternativa E_k desde casi cualquier punto de vista, aunque ello no implique E_i domine, desde un punto de vista paretiano, a E_k ”.

Caso de Estudio

Enunciado: El gobierno de la ciudad debe seleccionar un proyecto que será financiado por el gobierno nacional. Existen 4 criterios principales: la utilidad que le genere al municipio en los próximos 10 años, el empleo que genere, el impacto ambiental y la imagen del gobierno.

Se ha determinado una importancia relativa de cada criterio según la tabla “Pesos”.

Alternativa	Imp. A m b			
	Utilidad	Empleo		Imagen
A	250	300	3	6
B	500	250	5	4
C	400	500	4	8
D	750	200	8	3
E	500	500	6	7

Peso	0,3	0,3	0,25	0,15
-------------	-----	-----	------	------

Algoritmo

Paso 1: Determinar matriz y pesos

- Determinar la matriz decisional (E_i, A_j)
- Determinar el vector de pesos W .

Peso	0,3	0,3	0,25	0,15
Alternativa	Utilidad	Empleo	Imp. Amb	Imagen
A	250	300	3	6
B	500	250	5	4
C	400	500	4	8
D	750	200	8	3
E	500	500	6	7

Algoritmo

Paso 2: Calcular índices de concordancia

- Dadas dos alternativas E_i y E_k , el índice de concordancia $c(i, k)$ se obtiene por:
 - Sumar los pesos asociados a los criterios en los que la alternativa i es mejor que la alternativa k .
 - En caso de empate se asigna la mitad del peso a cada una de las alternativas.

Alternativa	A	B	C	D	E
A		0,7	0,25	0,7	0,25
B	0,3		0,3	0,7	0,4
C	0,75	0,7		0,7	0,55
D	0,3	0,3	0,3		0,3
E	0,75	0,6	0,45	0,7	

Algoritmo

Paso 3: Normalizar

- Normalizar los elementos de la matriz decisional inicial.

- Utilizamos el método de normalización [0, 1]:

$$n_{ij} = \text{Abs}(\text{mej. valor} - A_{ij}) / \text{rango}$$

- Según este método:
0 corresponde al mejor valor
1 corresponde al peor valor
- Existen otros métodos (SECCION 1.5)

Peso	0,3	0,3	0,25	0,15
Alternativa	Utilidad	Empleo	Imp. Amb	Imagen
A	250	300	3	6
B	500	250	5	4
C	400	500	4	8
D	750	200	8	3
E	500	500	6	7

Mejor Valor	750	500	3	8
Rango	500	300	5	5
Alternativa	Utilidad	Empleo	Imp. Amb	Imagen
A	1	0,666667	0	0,4
B	0,5	0,833333	0,4	0,8
C	0,7	0	0,2	0
D	0	1	1	1
E	0,5	0	0,6	0,2

Algoritmo

Paso 4: Ponderar la matriz

- Obtener la matriz decisional normalizada y ponderada, a partir de la matriz decisional normalizada.
- Multiplicar cada columna de la matriz decisional normalizada por el peso preferencial correspondiente.

Alternativa	Utilidad	Empleo	Imp. Amb	Imagen
A	0,3	0,2	0	0,06
B	0,15	0,25	0,1	0,12
C	0,21	0	0,05	0
D	0	0,3	0,25	0,15
E	0,15	0	0,15	0,03

$p(i,j) = r(i,j) * w_j$
*Multiplicar el valor normalizado por el peso del atributo.

Algoritmo

Paso 5: Obtener Matriz de Discordancia

- Deducir los índices de discordancia.
- Dadas dos alternativas E_i y E_k , el índice de discordancia $d(i, k)$ se calcula como:
 - La diferencia mayor entre los criterios para los que la alternativa i está dominada por la k , dividiendo dicha cantidad por la mayor diferencia en valor absoluto entre los resultados alcanzados por la alternativa i y la k .
- Construir la matriz de índices de discordancia.

Peso	0,3	0,3	0,25	0,15
Alternativa	Utilidad	Empleo	Imp. Amb	Imagen
A	250	300	3	6
B	500	250	5	4
C	400	500	4	8
D	750	200	8	3
E	500	500	6	7

Alternativa	Utilidad	Empleo	Imp. Amb	Imagen
A	0,3	0,2	0	0,06
B	0,15	0,25	0,1	0,12
C	0,21	0	0,05	0
D	0	0,3	0,25	0,15
E	0,15	0	0,15	0,03

Alternativa	A	B	C	D	E
A					
B	0,66666667				
C	0,25	0,24			
D	0,83333333	1	1		
E	0,75	0,2	1	0,5	

Algoritmo

Paso 6: Fijar umbrales

- Fijar el umbral mínimo \bar{c} para el índice de concordancia.
- Fijar el umbral máximo \bar{d} para el índice de discordancia.

\bar{c}	0,4
\bar{d}	0,79

Algoritmo

Paso 7: Calcular la matriz de dominancia concordante

- Por cada elemento de la matriz:
 - Si el elemento de la matriz de índices de concordancia (paso 2) es mayor que el valor del umbral c (paso 6) => colocar 1
 - En otro caso => colocar 0

Alternativa	A	B	C	D	E
A	-	0.7	0.25	0.7	0.25
B	0.3	-	0.3	0.7	0.4
C	0.75	0.7	-	0.7	0.55
D	0.3	0.3	0.3	-	0.3
E	0.75	0.6	0.45	0.7	-

Matriz de Dominancia Concordante					
	A	B	C	D	E
5	-	1	0	1	0
4	0	-	0	1	0
5	1	1	-	1	1
3	0	0	0	-	0
	1	1	1	1	-

Algoritmo

Paso 8: Calcular la matriz de dominancia discordante

- Por cada elemento de la matriz:
 - Si el elemento de la matriz de índices de discordancia (paso 5) es menor que el valor del umbral d (paso 6) => colocar 1
 - En otro caso => colocar 0

Alternativa	A	B	C	D	E
A	-	1	1	1	1
B	0.66666667	-	1	1	1
C	0.25	0.24	-	0.6	0.6
D	0.83333333	1	1	-	1
E	0.75	0.2	1	0.5	-

Matriz de Dominancia Discordante					
	A	B	C	D	E
1	-	0	0	0	0
1	1	-	0	0	0
3	1	1	-	1	1
1	0	0	0	-	0
	1	1	0	1	-

Algoritmo

Paso 9: Calcular la matriz de dominancia agregada

- Por cada elemento de la matriz:
 - Se multiplican los términos homólogos de las matrices de dominancia concordante (paso 7) y discordante (paso 8)

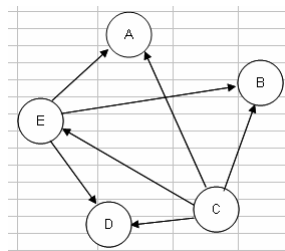
Matriz de Dominancia Agregada					
Alternativa	A	B	C	D	E
A	-	0	0	0	0
B	0	-	0	0	0
C	1	1	-	1	1
D	0	0	0	-	0
E	1	1	0	1	-
• Nucleo	0	0	1	0	0

0 = es superada al menos por 1 alternativa.
1 = no es superada por ninguna alternativa.

Algoritmo

Paso 10: Determinar grafo ELECTRE

- Cada alternativa es un nodo del grafo.
- Si el elemento (i,k) de la matriz de dominancia agregada es uno, se traza un arco desde el nodo i al k.
- El núcleo se forma por las alternativas que no se dominan entre si (no existen arcos de llegada)
- Las demas alternativas están dominadas.
- En el ejemplo, $N = \{C\}$ ya que todas las demás alternativas son superadas por alguna otra.



Ejemplo

Ver planilla EXCEL

UTN_DEC_2009_ELECTRE_EJEMPLOS.xls

Conclusiones

- ELECTRE reduce el tamaño del conjunto de soluciones eficientes.
- Divide al conjunto de soluciones en dos subconjuntos.
- Las relaciones de sobreclasificación se basan en la concordancia y la discordancia.
- El resultado final se expresa como un grafo que presenta las relaciones de dominación.

Bibliografía

- Apunte de cátedra DEC: "METODO ELECTRE". Autora: Carignano Claudia Etna
- "TOMA DE DECISIÓN EN ESCENARIOS COMPLEJOS. INTRODUCCIÓN A LOS MÉTODOS DISCRETOS DEL APOYO MULTICRITERIO A LA DECISIÓN". Editorial: Pioneira Thomson Learning Ltda. Brasil, 2003. Autores: Luiz Flavio Autran Monteiro Gomes, Marcela Cecilia González Araya, Carignano Claudia Etna. Capítulo 3 pág. 41-51. Capítulo 4 pág. 93 a 111 y 124 a 134.
- "Análisis de las decisiones multicriterio". Autor: Carlos Romero. Editorial Isdefe. ISBN: 84-89338-14-0

Versiones del Documento

Versión	Descripción	Realizado por	Fecha	Revisión
0.1	Creación del documento. Problemática. Conceptos	M. Gualpa		
1.0	Release	M. Gualpa		
1.1	Se modifica imagen d-19. Se agrega resultado en paso 10. Se modifica el nombre del apunte en bibliografía.	M. Gualpa		