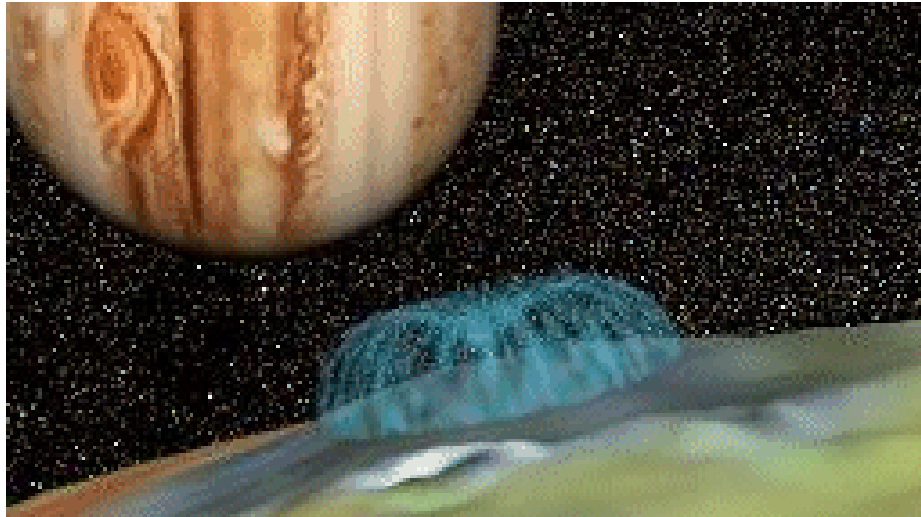


Sistemas, modelos y simulación

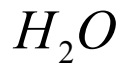


Introducción I

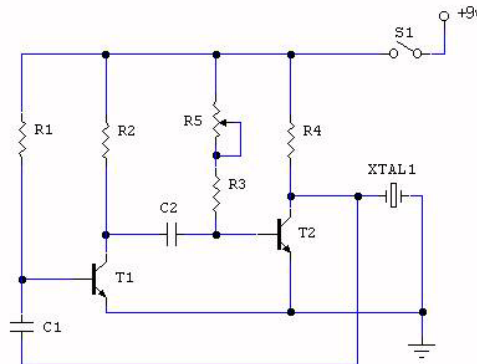
- Un **SISTEMA** es una colección de entidades (seres o máquinas) que actúan y se relacionan hacia un fin lógico.
 - Ejemplo: Un banco con:
 - Cajeros
 - [comerciales]
 - [cajas de seguridad]
 - Productos
 - Seguros
 - Fondos
 - Planes, etc.

Introducción II

- Un **MODELO** es una representación simplificada de un sistema elaborada para comprender, predecir y controlar el comportamiento de dicho sistema.
- La representación de modelos puede adoptar distintas formas:
 - Mentales: visión personal de un país o ideología
 - Físicas: de una casa, un puente, un ordenador ...
 - Simbólicas:



$$F = m \cdot a$$



Introducción III

- Un **ESTADO** del sistema es el conjunto de variables necesarias para describir el mismo en un instante concreto
 - Ejemplo: En el banco:
 - El número de clientes
 - El número de agentes desocupados
 - El tiempo de llegada de cada cliente al banco, etc.

Introducción IV

- CLASIFICACIÓN DE SISTEMAS

- DISCRETOS

- Son aquellos en los que las variables de estado cambian instantáneamente en instantes separados de tiempo

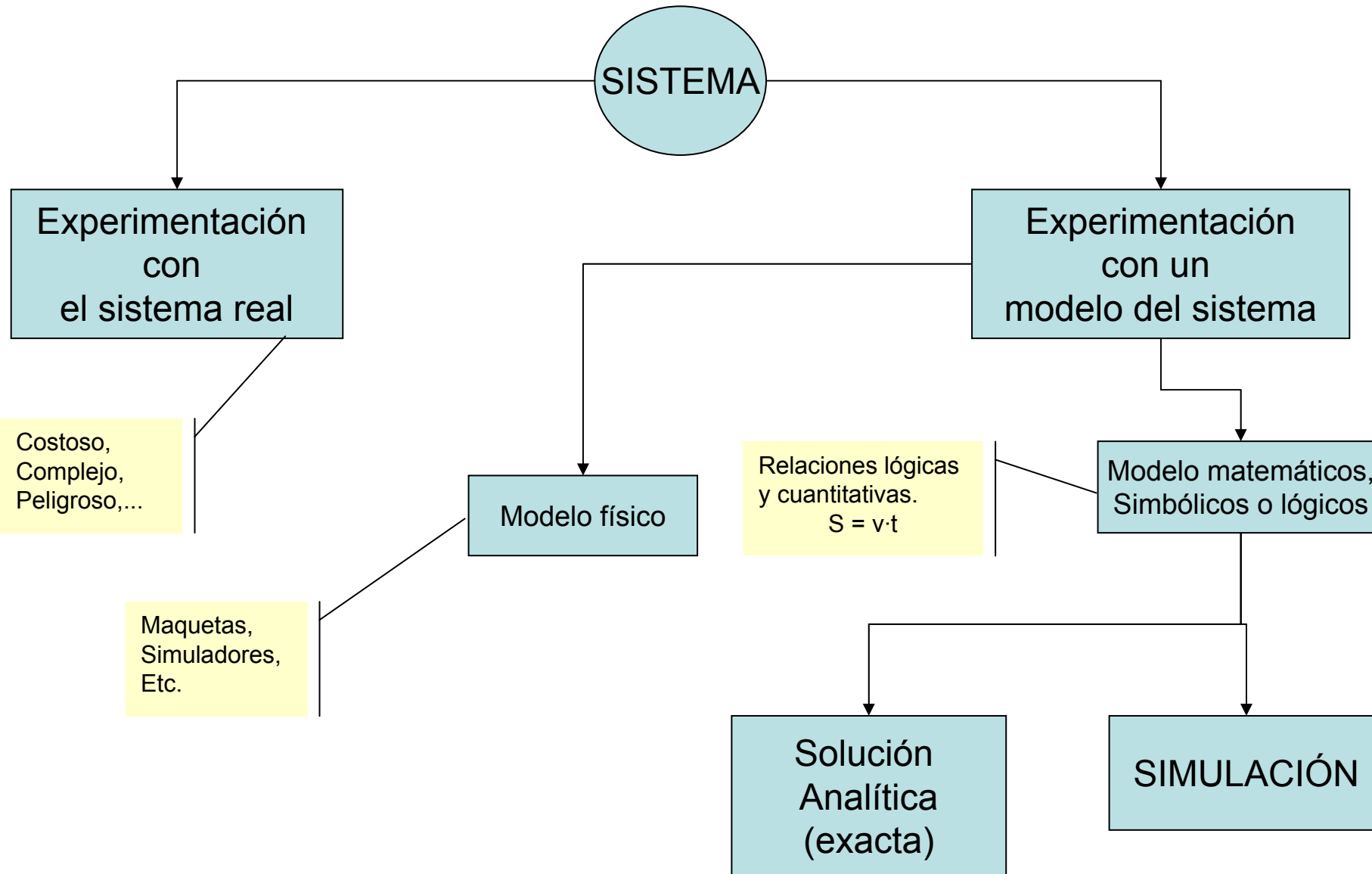
- Ejemplo: número de clientes en el banco.

- CONTÍNUOS

- Son aquellos en los que las variables de estado cambian de forma continua con el paso del tiempo

- Ejemplo: avión en vuelo (posición, velocidad, etc.)

Formas de estudio



¿Cuándo simular?

- La simulación es una técnica experimental de resolución de problemas lenta e iterativa. Debemos usarla cuando:
 - No exista un sistema real, sea caro o peligroso o sea imposible construir y manipular un prototipo
 - La experimentación con el sistema real sea peligrosa, costosa o pueda causar incomodidades
 - Existe la necesidad de estudiar el pasado, presente y futuro de un sistema en tiempo real, expandido o contraído (control de sistemas en tiempo-real, *cámara lenta*, crecimiento de poblaciones, efectos colaterales de fármacos, etc.)
 - La modelación matemática del sistema es imposible (meteorología, sismología, conflictos internacionales, etc.)
 - Los modelos matemáticos carecen de soluciones analíticas o numéricas (ED No lineales, problemas estocásticos, etc.)
 - Cuando sea posible validar los modelos y sus soluciones de una forma satisfactoria
 - Cuando la precisión esperada por la simulación sea consistente con los requisitos de un problema concreto (por ejemplo la dosis de radiación en el tratamiento del cáncer –requiere una precisión extrema-, predicción de la población mundial de tigres –es relativamente relevante su exactitud-)

Limitaciones de la simulación

- No es ciencia ni arte, es una combinación de ambas
- Es el *último cartucho*
- Experimental e iterativa
- Cara en términos de mano de obra y tiempo de computación
- Generalmente proporciona soluciones subóptimas
- Validación compleja
- La recopilación, análisis e interpretación de resultados requiere buenos conocimientos de probabilidad y estadística

Ejemplo (1)

Un granjero posee 100 Has. de terreno en las que sólo puede plantar cereales o caña de azúcar. El problema es determinar cuál debe ser su política de explotación óptima, es decir, qué plantar y cuánto plantar teniendo en cuenta los recursos disponibles.

Ejemplo, aproximación (2)

- **Fines**
 - maximizar el beneficio
- **Características**
 - Variables que describen los costes de producción, personal, maquinaria, precios de materias primas y de venta de productos, ...
 - Procesos que tienen lugar en el proceso de cosecha
- **Hipótesis**
 - “El coste del gasóleo se mantendrá K en el periodo”
 - “Los trabajadores no harán huelgas”, ...
- **Puntos fuertes y débiles del modelo**
 - Fuertes: modelo matemático
 - Débiles: experiencia, semillas, etc.
- **Posibles mejoras**
 - Función de medida del beneficio

Proceso de modelado

- Modelado: es el proceso de establecer relaciones entre entidades importantes de un sistema.
- Los modelos se denotan en términos de objetivos, criterios de desempeño, y restricciones.

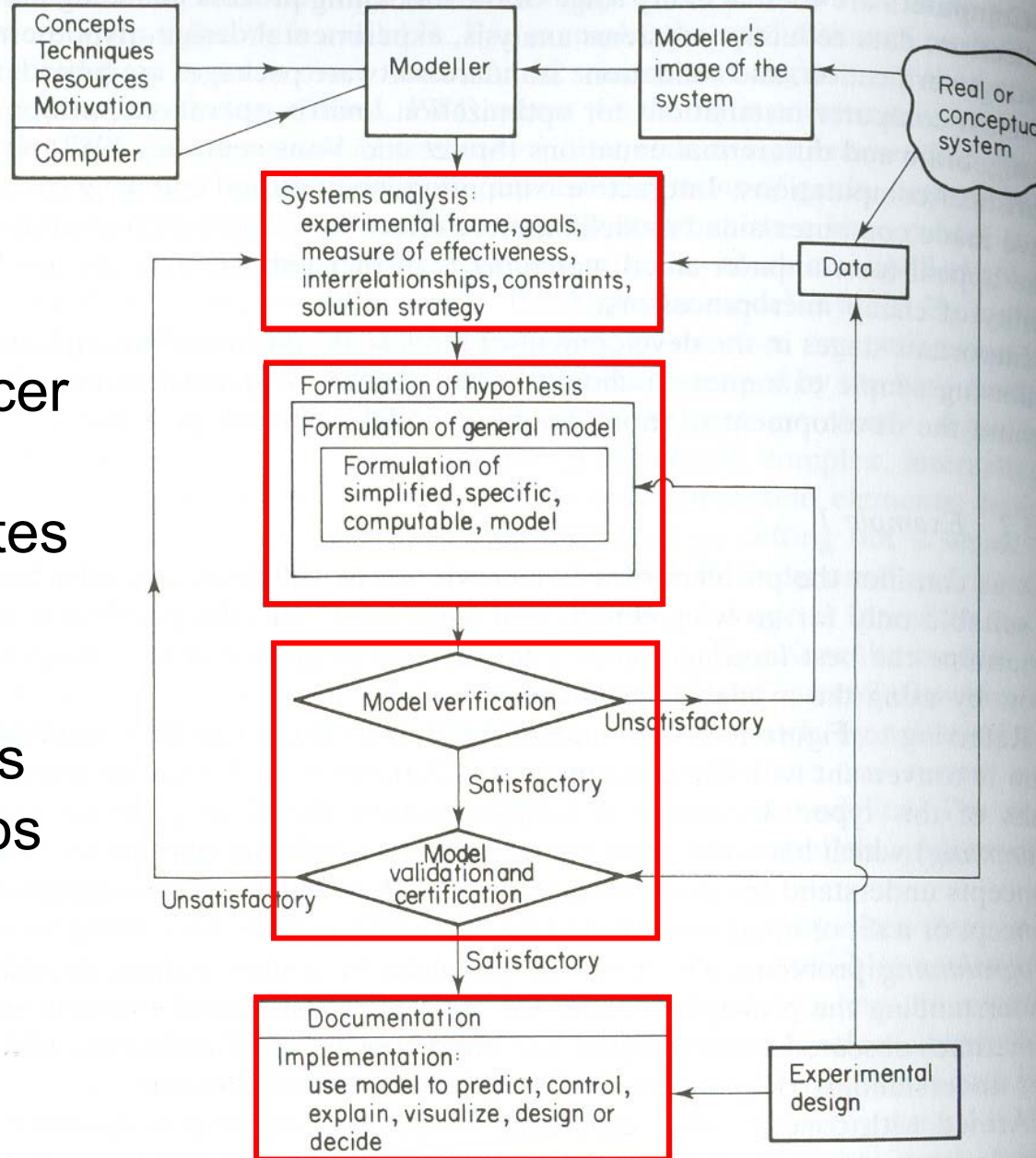
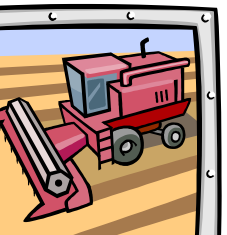


Figure 3.8 Modelling process.

Análisis del sistema

- Seleccionar entidades del problema, sus atributos (parámetros y variables), el entorno del sistema y sus limitaciones
- Dos vías de aproximación:
 - Si el sistema no existe físicamente
 - Hacer uso de características físicas, químicas o teóricas del sistema
 - Si el sistema existe
 - Como en el caso anterior + uso de datos históricos
 - En ambos casos
 - Tratar de aplicar leyes conocidas (p.e. Leyes de Kirchoff, fórmulas del producción, etc.)
 - Si no es posible recurrir a técnicas estadísticas de predicción



Análisis del sistema “granja”, I

Entidades	Atributos
Superficie en Has	Cantidad, coste, productividad, beneficios, precios
Economía	Capital, tasa de interés
Trabajadores	Hombres, mujeres, salarios, productividad
Tiempo	Días, fecha de comienzo
Maquinaria	Tipo, coste, velocidad, coste de mantenimiento, valor de reventa, flexibilidad
Fertilizante	Tipo, coste, composición

Exterior

Colegios, oficinas, hospitales, teatros, ...

Entorno

Clima, maquinaria, trabajadores, suministro de carburante, política, bancos, ...

Granja

Tierra, trabajo, maquinas, dinero, tiempo, semillas, edificaciones, información ...

Análisis del sistema “granja”, II

- **Objetivos**

- Maximizar el beneficio este año
- Maximizar el beneficio en los próximos n años
- Maximizar el beneficio y la clientela
- Minimizar costes
- Maximizar la superficie de tierra utilizada
- Maximizar las tasas de beneficios y subvenciones públicas, ...

- **Medidas de efectividad**

- Óptimo de la función de coste o beneficio expresadas en términos de variables del negocio
- Máximo de la función que describe el uso de tierra
- Óptimo de la función que incorpora los beneficios tangibles (capital) e intangibles (prestigio) expresados en términos de las variables de negocio, ...

Análisis del sistema “granja”, III

- **Interrelaciones, restricciones y marco experimental**
 - Importante – no importante
 - Continuo – discreto
 - Controlable – incontrolable
 - Disponibilidad de trabajadores, capital, maquinaria, tiempo
 - Terreno disponible, fertilizantes, etc.
 - Mecanismos de valoración, rango de las variables, soluciones enteras o reales, periodo de estudio, limitación de datos, ...
- **Estrategia de solución**
 - Mecanismos de recopilación de datos y estimación de parámetros
 - Modelo lineal o no lineal
 - Métodos computacionales y posibilidades de uso
 - Generalidad, aplicabilidad y flexibilidad de las soluciones
 - Posibles extensiones



Formulación del modelo

- Comenzar haciendo un diagrama de flujo simple
- Debe hacerse énfasis en la simplicidad, facilidad de formulación y comprensión
- Usar el número mínimo de variables necesarias para describir el sistema
- La sobresimplificación hace al modelo inútil
- La inclusión de detalles triviales hace al modelo excesivamente extenso, complejo e intratable

Formulación del modelo “granja”, I

	Producción (datos por Ha)		
	Cereal	Caña	Disponible
Coste de labrado	10	20	1100
Periodo de labrado	1	4	160
B neto	40	120	
Terreno usado	X1=?	X2=?	100

$$\max \quad 40x_1 + 20x_2$$

$$s.a. \quad x_1 + x_2 \leq 100$$

$$10x_1 + 20x_2 \leq 1100$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 160$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

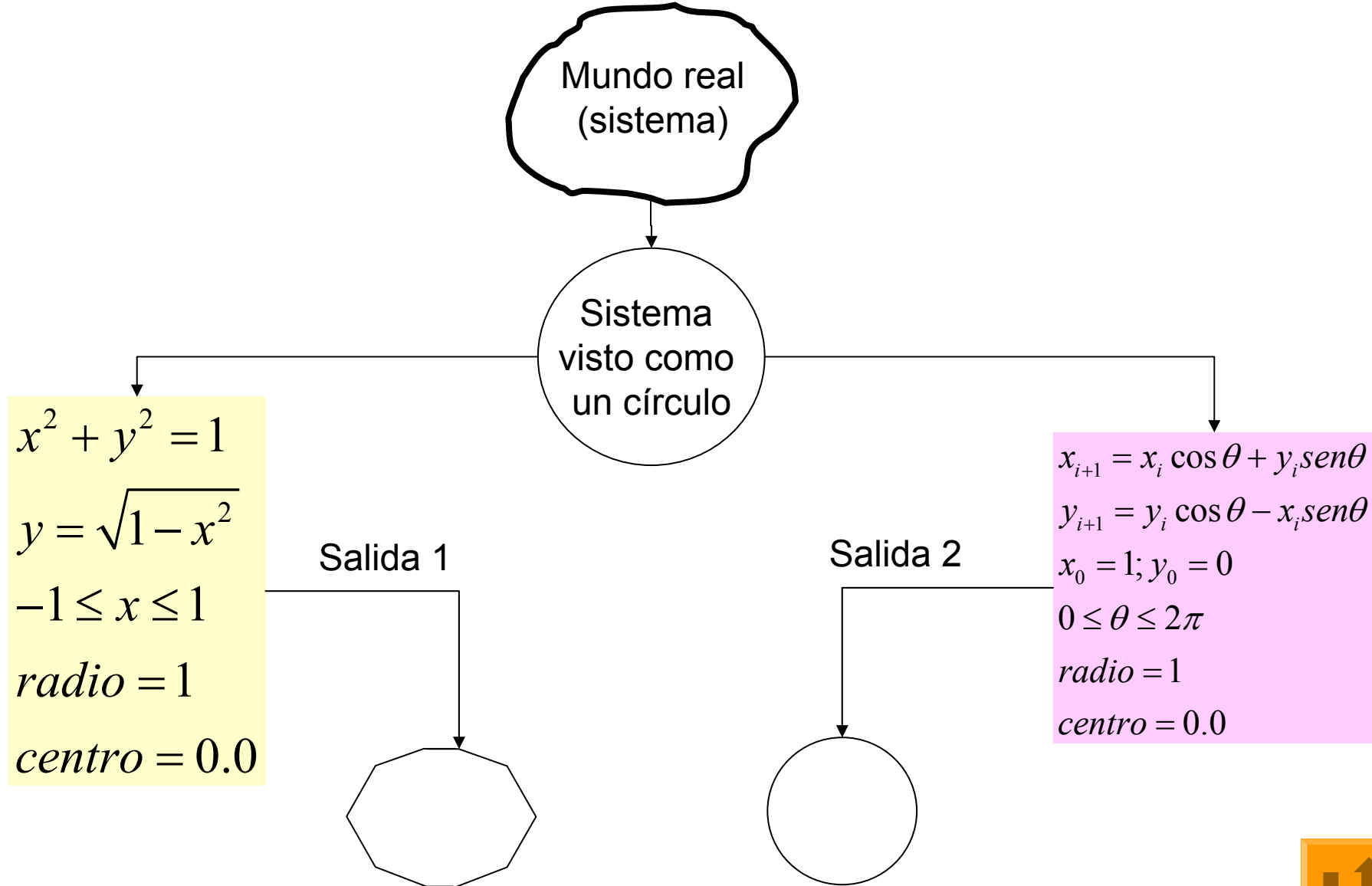
- Se ignoran muchos datos: fertilizantes, maquinaria, personal, clima, mercados, etc.
- El modelo es muy fiable
- Satisface las necesidades de información del granjero



Verificación, validación y certificación

- **Validación:** es el proceso que confirma que el modelo es una representación adecuada del sistema original y es capaz de imitar su comportamiento de una forma razonablemente precisa en el dominio previsto para sus aplicaciones.
- **Verificación:** es el procedimiento para asegurar la consistencia de la estructura del modelo con respecto a las especificaciones del mismo, es decir, para confirmar que el modelo es una representación fidedigna del modelo definido.
- **Certificación:** Por organismos independientes (nacionales o internacionales) para asegurar la credibilidad y aceptabilidad de los modelos. Área de difícil aplicación.

Validación vs. Verificación



Implementación y documentación

- Un modelo validado y verificado está disponible para su **implementación** y puede usarse para la predicción, control o explicación de un sistema
- Hay diferentes formas de obtener soluciones, luego debe realizarse un adecuado *diseño de experimentos* para extraer la mayor cantidad de información útil del modelo
- El proceso de **documentación** debe formar parte de la totalidad de la simulación. Sin documentación un modelo prácticamente carece de utilidad
 - Anotar los detalles finales del modelo
 - Anotar las experiencias realizadas
 - Documentar el modelo, hipótesis, métodos matemáticos y computacionales empleados y sus justificaciones, costes, recomendaciones futuras, etc.



Ejercicios

- Pensar ejemplos de modelos en las siguientes áreas

- Ingeniería
- Ciencias
- Negocios
- Química
- Psicología
- ...

- Indicar, en cada caso, brevemente:

- Fines
- Características
- Hipótesis
- Puntos fuertes y débiles del modelo
- Posibles mejoras

Clasificación de modelos, I

- Estáticos vs. Dinámicos
 - **Estáticos**: Representan el sistema en un instante determinado. El tiempo no juega ningún papel.
 - Ej. Cálculo de integrales definidas
 - **Dinámicos**: Sistemas que evolucionan con el tiempo.
 - Ej. Cinta transportadora en una fábrica

Clasificación de modelos, II

- Deterministas vs. Estocásticos
 - **Deterministas**: Aquellos modelos que no contienen elementos aleatorios.
 - Ej. Un sistema de Ecuaciones Diferenciales modelando una reacción química.
 - **Estocásticos**: Aquellos modelos que contienen alguna componente aleatoria.
 - Ej. Banco, centralita telefónica, etc.

Clasificación de modelos, III

- Continuos vs. Discretos
 - **Continuos**: Son aquellos en los que las variables de estado cambian de forma continua con el paso del tiempo
 - Ej. Comportamiento global del tráfico de una autopista
 - **Discretos**: Son aquellos en los que las variables de estado cambian instantáneamente en instantes separados de tiempo.
 - Ej. Movimiento individual de los coches en una autopista

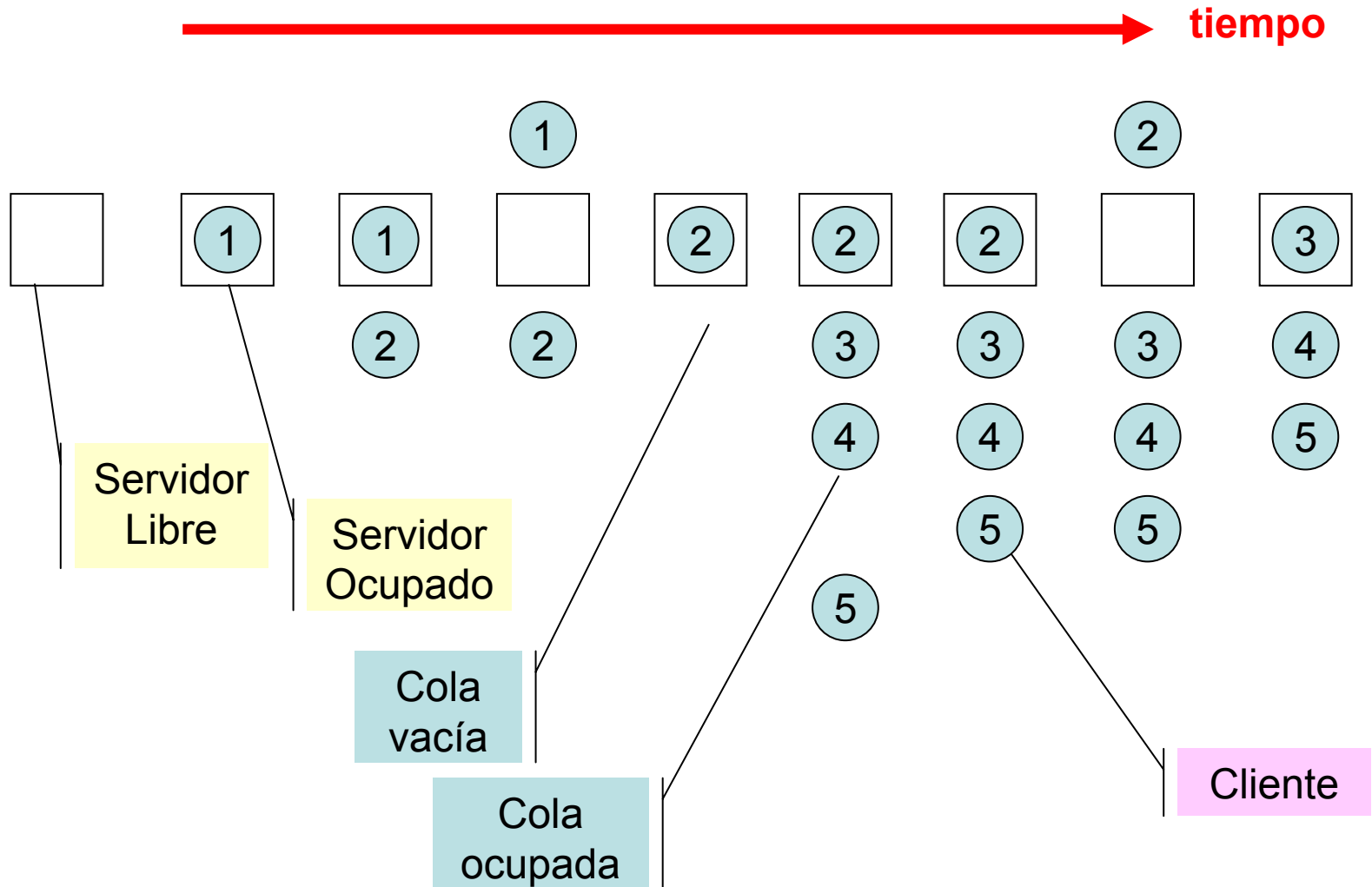
Clasificación de modelos, IV

- Simulación vs. Simulación Monte Carlo
 - En ambos casos hay influencia de sucesos aleatorios
 - Simulación Monte Carlo: Determinista
 - El modelo aproximado es estocástico, el sistema es determinista
 - Simulación: Estocástica
 - Tanto el sistema como el modelo son estocásticos por naturaleza

Modelos de Simulación de Eventos Discretos (MSED)

- Modelos Discretos, Dinámicos y Estocásticos
- El sistema cambia de estado en una cantidad numerable de instantes de tiempo (EVENTOS)
- Los eventos pueden servir para
 - Planificar el final de una simulación
 - Planificar una operación en un instante concreto
- Ejemplo: Cola
 - Servidor (libre/ocupado)
 - Cola (vacía/ocupada)
 - Cliente (tiempo llegada/tiempo servicio)
 - Eventos (llegada/servicio cliente)

Modelización de una cola con un servidor



Mecanismos de Avance de Tiempo

- En los MSED es necesario disponer de un mecanismo de avance del tiempo
- Se denomina RELOJ DE SIMULACIÓN a la variable del modelo que proporciona el valor actualizado del tiempo simulado
- No son necesarias unidades de medida (GPLs)
- Dos formas de avance del tiempo
 - Por eventos
 - Por incrementos fijos

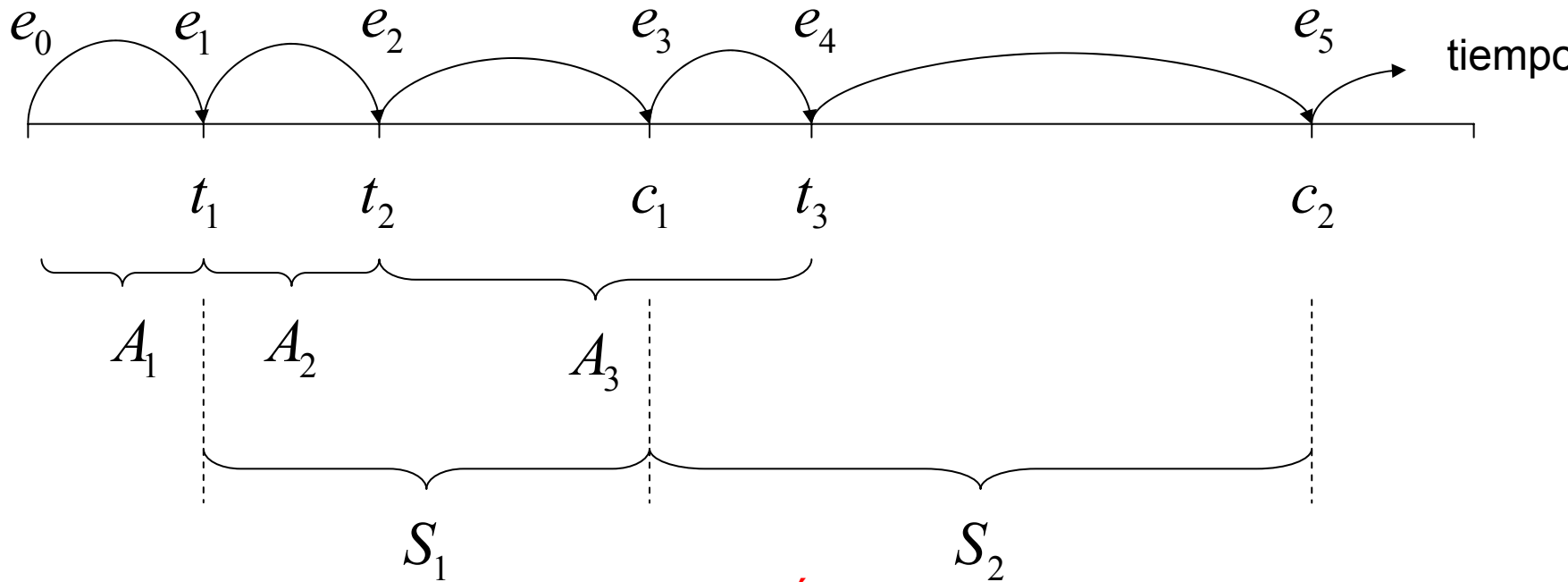
Avance por EVENTOS

DESARROLLO

1. Se inicializa el reloj a 0
2. Se determinan aleatoriamente los instantes futuros de ocurrencia de eventos
3. Se incrementa el reloj al evento más inminente (el primero)
 - i. Se actualiza el estado del sistema
 - ii. Se actualiza el conocimiento existente sobre los tiempos de los eventos futuros
 - iii. Repetir 3 hasta que se verifique alguna condición de parada

- Observaciones
 - Los periodos “inactivos” son ignorados.
 - En el avance por incrementos fijos no son ignorados lo cual implica un mayor costo computacional.
 - Los periodos entre eventos suelen ser de tamaño desigual.

REPRESENTACIÓN



NOTACIÓN

t_i tiempo de llegada del i -esimo cliente

$A_i = t_i - t_{i-1}$ periodo de tiempo entre llegadas

S_i tiempo en el servidor

D_i tiempo de espera en cola

$c_i = t_i + D_i + S_i$ tiempo de servicio

e_i tiempo de ocurrencia del i -esimo evento (reloj)

Componentes de un MSED

- **Estado del sistema:** variables de estado
- **Reloj del sistema:** variable que proporciona el valor actualizado del tiempo simulado
- **Lista de eventos:** lista de instantes de tiempo
- **Contadores estadísticos:** Variables
- **Rutina Inicialización:** Subprograma de inicialización de variables
- **Rutina Temporal**
 - Determina el siguiente evento
 - Actualiza el reloj de simulación
- **Rutina de eventos:** Subprogramas de actualización del estado (uno por cada evento)
- **Librería de rutinas:** Generadores de observaciones con distribuciones conocidas
- **Generador de Informes**
- **Programa Principal:** Programa que
 - Llama a la rutina de inicialización
 - Llama a la rutina temporal
 - Verifica la terminación de la simulación
 - Llama al generador de informes