Mühazirə 4

XƏTTİ PROQRAMMLAŞDIRMA MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİ ÜÇÜN SİMPLEKS ÜSULU

Xətti proqramlaşdırma məsələsinin həlli üçün dəyişənlərin sayı və məhdudiyyət şərtlərinin sayı çox olduqda, onda mümkün oblastı təyin edən çoxüzlünün(çoxbucaqlının) təpə nöqtələrinin (dayaq planlarının)sayı çox olur. Əgər dəyişənlərin sayı n və məhdudiyyət şərlərinin sayı m olarsa, onda dayaq planlarının sayı C_n^m sayda olur və qiyməti bu dəyişənlərdən asılı olaraq hesablamaq çətinliyi yaranır. Ona görə də elə sxem təklif etmək vacibdir ki, dayaq planlarına keçid məqsəd funksiyasının azalması hesabına baş versiin. Bu sxem 1949-cu ildə amerika alimi Dansiq tərəfindən verildi və bu üsulu simpleks üsulu adlandırdı. Tutaq ki, aşağıdakı kimi kanonik xətti proqramlaşdırma məsələsi verilmişdir.

$$z = < c, x >= c_1x_1 + \cdots + c_nx_n \to \min \quad (1)$$

$$A_1x_1 + A_2x_2 + \cdots + A_nx_n = B \qquad (2)$$

Burada $A_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \cdots \\ a_{m2} \end{pmatrix}, \ldots A_n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \cdots \\ a_{mn} \end{pmatrix}$ və B $= \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{pmatrix}$,

$$c = (c_1, \ldots c_n), x = (x_1, \ldots, x_n)^T$$

Bu məsələn üçün simpleks cədvəli aşağıdakı şəkildə qurulur

N	Bazis	C_b	B	c_1	c_2	…	c_m	…	c_n
				A_1	A_2	…	A_m	…	A_n
1	A_{i1}	c_{i1}	b_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1m}	…	a_{1n}
2	A_{i2}	c_{i2}	b_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2m}	…	a_{2n}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
m	A_{im}	c_{im}	b_m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mm}	…	a_{mn}

m+1	$z_j - c_j = \Delta_j$	Z(B)	$z_1 - c_1$	$z_2 - c_2$	...	$z_m - c_m$	...	$z_n - c_n$

$$Z(B) =< c_b, B >$$
$$Z_j =< c_b, A_j >$$

Alqoritm:

1. İlk x dayaq planı qurulur.$A_{i_1}, \dots A_{i_m}$ bazisləri seçilir.
2. $\Delta_j = z_j - c_j$ hesablanır.
3. $\forall\, j$ üçün $z_j - c_j \leq 0$ ödənərsə, onda x dayaq planı məsələnin həllidir.
4. $\exists\, q$ var ki, $z_q - c_q > 0$ və $a_{iq} \leq 0, i = \overline{1, m}$ olarsa, onda məsələnin həlli yoxdur.
5. Əgər müəyyən j üçün $z_j - c_j > 0$ olarsa və a_{ij}-lərin içində müsbət olanları olarsa, onda sətir və sütunun nömrəsi aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$\Delta_q = \max_{1 \leq j \leq n} \{\Delta_j;\ \Delta_j = z_j - c_j, \Delta_j > 0\}$$

$$\theta_p = \min_{1 \leq i \leq m} \left\{\theta_i;\ \theta_i = \frac{b_i}{a_{iq}}, a_{iq} > 0\right\}$$

   Bununla p sətri və q sütunun təşkil etdiyi a_{pq} həlledici elementləri təyin olunur.

6. Bir dayaq plandan digər dayaq plana keçilir və əmsallar təyuin olunur

$$\left[\begin{array}{l} a'_{ij} = a_{ij} - \dfrac{a_{pj}}{a_{pq}} \cdot a_{iq}, \quad i \neq p \\ a'_{pj} = \dfrac{a_{pj}}{a_{pq}} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} b'_i = b_i - \dfrac{b_p}{a_{pq}} \cdot a_{iq}, \quad i \neq p \\ b'_p = \dfrac{b_p}{a_{pq}} \end{array}\right.$$

7. Beləliklə, simpleks cədvəli qurulur və hesablama prosesi ikinci mərhələdən başlanaraq təkrar olunur.