Задание по библиотеке NumPy

по дисциплине «Технологии программирования»

Пусть $\mathcal{N}(a, \sigma^2)$ – нормальное распределение с математическим ожиданием a и дисперсией σ^2, $\mathbb{I}\left[\beta(x)\right] = \begin{cases} 1, & \text{if } \beta(x) = True \\ 0, & \text{if } \beta(x) = False \end{cases}$ – индикаторная функция от некоторого предиката $\beta(x)$, $||\mathbf{u}||_p = \sqrt[p]{|\mathbf{u}|^p}$ – L_p-норма вектора $\mathbf{u}$, $\odot$ – поэлементное произведение матриц / векторов, $\operatorname{Tr}\mathbf{A}$ – след матрицы $\mathbf{A}$. Требуется с помощью библиотеки Python NumPy создать следующие матрицы и векторы:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 5 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 2 & 7 & 2 & \dots & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2 & 2 & 2 & 2 & \dots & 171 \end{pmatrix}, \mathbf{M} \in \mathbb{N}^{85\times 85},$$

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 5 & 4 & 4 & 5 & 4 & \dots \\ 4 & 7 & 4 & 7 & 4 & 7 & 4 & \dots \\ 4 & 4 & 5 & 4 & 4 & 5 & 4 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}, \mathbf{N} \in \mathbb{N}^{85\times 85},$$

$$\mathbf{p} = \left\{1 + p_i : p_i \sim \mathcal{N}\left(2, 4\right)\right\}_{i=0}^{84},$$

$$\mathbf{q}^T = \left\{\mathbf{N}_{24,j} \odot \mathbf{N}_{71,j}\right\}_{j=0}^{84}.$$

В соответствии с номером индивидуального варианта требуется вычислить значения нижеприведенных выражений. ***При выполнении задания циклы использовать запрещено!***

1. $\mathbf{f} = \operatorname{Tr}\left(\mathbf{NM}\right)\mathbf{p}, \qquad g = \Sigma_{i=0}^{85}\mathbb{I}[i \bmod 2 = 0]\left(2\mathbf{p} \odot \mathbf{q}\right)_i;$
2. $\mathbf{f} = 4\,\mathbf{N}_{k^*,59} : k^* = \underset{k\in[0..84]}{\arg\max}\left(\mathbf{q}_k^2\right), \qquad g = \Sigma_{i=24}^{69}\Pi_{j=13}^{27}\left(7 \cdot 10^{-6}\,\mathbf{Mp}\right)_{ij}^2;$
3. $\mathbf{f} = \det\left(\mathbf{q}\mathbf{q}^T\right)\mathbf{p}, \qquad g = \left|\left|\left\{\mathbf{M}_{ii} - \mathbf{N}_{ii} + \mathbf{q}^{\mathbf{T}}\mathbf{q}\right\}_{i=0}^{84}\right|\right|_2;$
4. $\mathbf{f} = \mathbf{q}\,\Sigma_{i=0,i\neq 37}^{85}\left(\mathbf{Np}\right)_i, \qquad g = \Sigma_{i=12}^{76}\mathbb{I}[i \neq \mathbf{M}_{ii}]\left(\mathbf{p} \odot \mathbf{q}\right)_i;$
5. $\mathbf{f} = \mathbf{p}\ \operatorname{Tr}\left(\mathbf{q}\mathbf{v}^T\right) : \mathbf{v} = \left\{\mathbf{M}_{84-i,84-i} + 2\,\mathbf{N}_{i,i}\right\}_{i=0}^{84}, \qquad g = ||\mathbf{q}^{\mathbf{T}}\mathbf{N}||_1.$