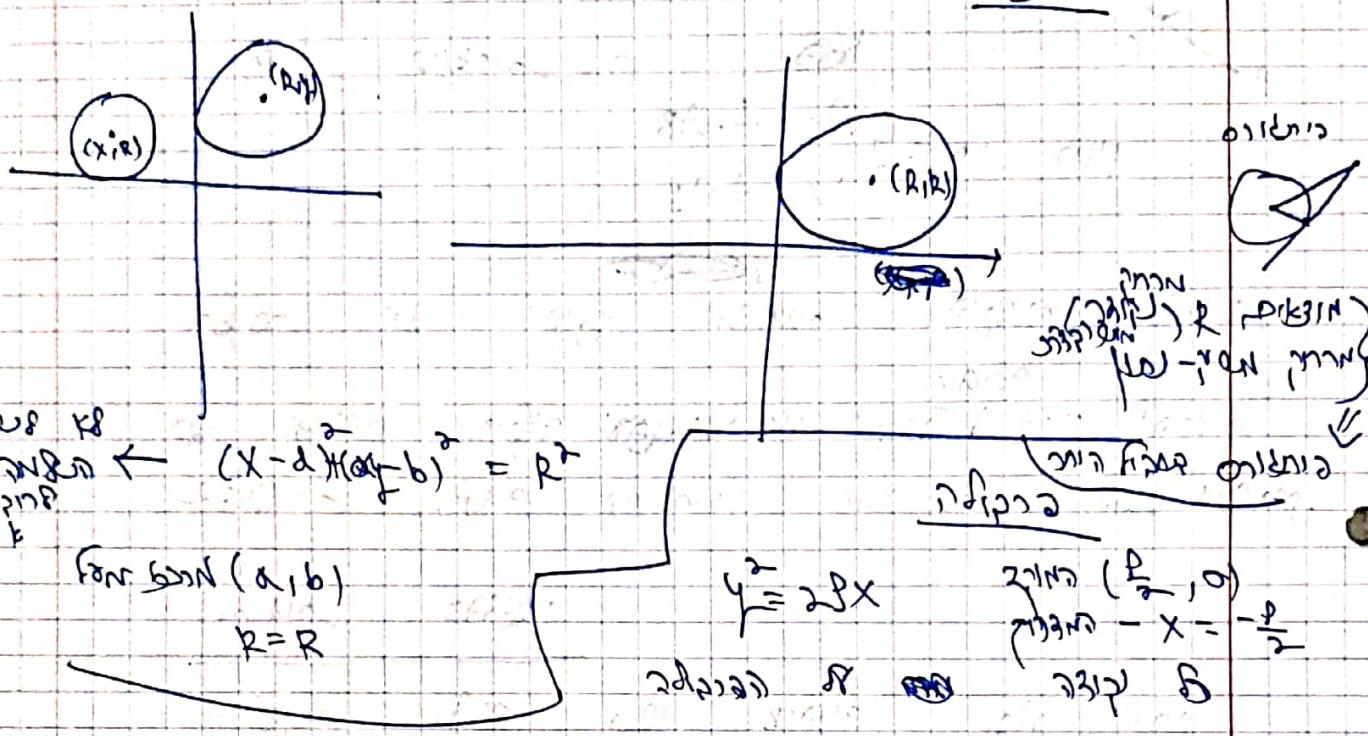
גאומטריה

מעגל



משוואת מעגל שמרכזו (a,b) ורדיוסו R ← $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

פרבולה

מוליך $(0,\frac{p}{2})$ ומשוואת הישר $y=-\frac{p}{2}$

$x^2=2py$

מרחק מאוזן שווה מהמוליך ומהישר.

$A(x_A,\sqrt{2px_A})$, $A(\frac{y_A^2}{2p},y_A)$

חלוקת קטע

חלוקה פנימית

$x_C=\frac{L\cdot x_A+d\cdot x_B}{L+d}$

$y_C=\frac{L\cdot y_A+d\cdot y_B}{L+d}$

חלוקה חיצונית

1) $C(x_C,y_C)$ נתון

2) אחד הקצוות אמצע $\leftarrow$ x או y נתון.

3) מרכז מעגל

ישרים מאונכים

$m_1\cdot m_2=-1$

מרחק

מרחק בין שתי נקודות

$\rho_{AB}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$

מרחק בין שתי מקבילים

$\rho=|R_1\pm R_2|$

מרחק בין נקודה לישר

$\rho=\frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

מרחק בין שני ישרים מקבילים

$\rho=\frac{|c_1-c_2|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

אמצע קטע

$x_m=\frac{x_1+x_2}{2}$

$y_m=\frac{y_1+y_2}{2}$

שיפוע

$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

Scanned with CamScanner

וקטורים

וקטור ← גודל וכיוון

סקלר ← גודל בלבד

$\overrightarrow{AB}$ וקטור

$\begin{cases} AC = \frac{1}{2}AB \\ \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \end{cases}$

כאשר יש שקול מסוים ← הווקטורים מפקיעים.

כלומר שווקטור שגודלו $\frac{1}{2}$ מגודל שקול הכוחות שהווקטורים מפקיעים הוא שקול מסוים.

וקטורים שווים:

שני וקטורים נקראים שווים כאשר הם בעלי אותם גודל וכיוון.

כלומר: שווה גם בשורות וגם בעמודות.

מושג

הווקטורים $\vec{a}$, $\vec{m}$ פועלים מהנקודה A.

הם פה מייצגים תנועות.

כלומר שווקטור מהנקודה A לנקודה B הוא שווה לווקטור שמהנקודה A לנקודה C.

אומרים כך.

שני וקטורים שווים זה לזה כאשר הם בעלי אותו גודל וכיוון אך לא בהכרח אותו מיקום.

וקטור הסכום החיסור

$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{c}+\vec{a}+\vec{b}$

$1=c+a+b$

מכפלה סקלרית

1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos 45^\circ$ ← הזווית בין הוקטורים

2) $\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$

3) $|\vec{a}|^2=\vec{a}^2$

4) $|\vec{AB}|=\sqrt{\vec{AB}^2}$

$|\vec{b}|=\sqrt{\vec{b}^2}$

אם הזוית $0!$ בין הוקטורים מאונכים מקבלים סקלרית

$\vec{a}\cdot\vec{b}=0 \Rightarrow \vec{a}\perp\vec{b}$

$V_{\text{מנסרה}}=\text{גובה}\cdot\text{שטח בסיס}$

$V_{\text{פירמידה}}=\frac{\text{גובה}\cdot\text{שטח בסיס}}{3}$

Scanned with CamScanner

מרוכבים

הגדרה

$z = x+yi$ — חלק ממשי / חלק מדומה

$\bar{z} = x-yi$ — צמוד

$i = \sqrt{-1}$

$i^2 = -1$

$z_1+z_2 = 3+2i+3-2i = 6+0\cdot i = \boxed{6}$

$z_1-z_2 = 3+2i-3+2i = \boxed{4i}$

$z_1 \cdot z_2 = (3+2i)(3-2i) = 9-6i+6i-4i^2 =$

$= 9+4 = \boxed{13}$

$z_1 : z_2 = \frac{2+3i}{5-2i} \cdot \frac{5\oplus 2i}{5\oplus 2i} = \frac{10+4i+15i+6i^2}{25-4i^2} =$

(הכפלה בצמוד)

$= \frac{10+19i-6}{29} = \boxed{\frac{4}{29}+\frac{19}{29}i}$

z - מספר מרוכב $x+yi$

x — החלק הממשי של z, y — החלק המדומה של z.

y — המרחק של z מהציר הממשי (ערך מוחלט).

$y \neq 0$ אם z אינו מספר ממשי.

$$z = r\,cis\,\theta$$

$$\bar{z} = r\,cis(-\theta)$$

קשר בין הצורה הקוטבית לצורה הרגילה

$$r = \sqrt{x^2+y^2} = |z|$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1\,cis\,\theta_1 \cdot r_2\,cis\,\theta_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot cis(\theta_1+\theta_2)$$

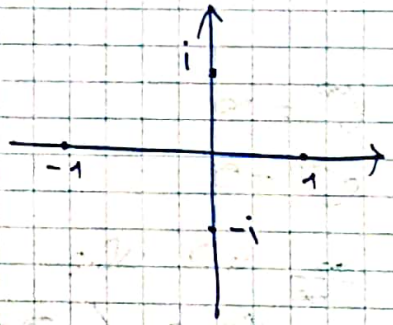
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}\,cis(\theta_1-\theta_2)$$

$$1 = 1\,cis\,90$$

$$1 = 1\,cis\,0$$

$$-i = 1\,cis\,270$$

$$-1 = 1\,cis\,180$$



* $i\bar{z} = 0\ 1\,cis\,90 \cdot 1\,cis(-\theta) = 1\,cis(90-\theta)$

משפט דה מואבר

$$(r\,cis(\theta))^n = r^n \cdot cis(\theta \cdot n)$$

$$z_k = \sqrt[n]{r\,cis\,\theta} = \sqrt[n]{r} \cdot cis\left(\frac{\theta+360^\circ k}{n}\right)$$

מספר הפתרונות שווה לחזקה של השורש

ההפרש בין כל שני פתרונות סמוכים הוא $\frac{360}{n}$.

Scanned with CamScanner

חזרה לקיץ

אסימפטוטות אנכיות

אסימפטוטה אנכית היא קו $x=a$ שעבורו לפחות אחד הגבולות הבאים מתקיים: $\lim_{x\to a^+} f(x) = \pm\infty$ או $\lim_{x\to a^-} f(x) = \pm\infty$.
כלומר, כאשר x מתקרב ל-a מצד ימין או משמאל, הפונקציה שואפת לאינסוף.
אסימפטוטות אנכיות נמצאות בדרך כלל בנקודות שבהן הפונקציה אינה מוגדרת.

אסימפטוטות אופקיות

$$\lim_{x\to\infty} |\ln x| = \infty$$
$$\lim_{x\to-\infty} |\ln(-x)| = \infty$$ אין גבול כי הגבולות החד-צדדיים שונים

$$e^{-\infty} = 0$$
$$e^{\infty} = \infty$$

אם $\lim_{x\to\infty} f(x) = L$ או $\lim_{x\to-\infty} f(x) = L$ אז הישר $y=L$ הוא אסימפטוטה אופקית.

$e^x > x$ לכל x

תחום הגדרה:

$$x > 0$$
$$\ln|x|$$

x	f'	f
$(-\infty,0)$	$-$	יורדת
0	$+$	0
$(0,\infty)$	$+$	עולה

$$(\ln|x|)' = \frac{1}{x}$$ נגזרת פנימית
$$(e^x)' = e^x \cdot 1$$ נגזרת פנימית

נגזרת לוגריתם

$a^x = b$

$\log_a b = x$

1) $\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$
2) $\log_a x - \log_a y = \log_a\left(\frac{x}{y}\right)$ $\Big\}$ $x>0$, $y>0$
3) $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$ ← $a>0$
4) $\log_a a = 1$ ← $\log_a a = x$

$a^x = a$

$a^x = a^1$

$x = 1$

5) $\log_a 1 = 0$ ←

$\log_a 1 = x$

$a^x = 1$

$a^x = a^0$

$x = 0$

6) $a^{\log_a b} = b$

↓

$e^x = y$

$e^x = e^{\log_e y}$

⇓

$x = \log_e y$

$x = \ln y$

7) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ → נוסחת המעבר

נגזרת וקו

e^x

1) $\int e^x = e^x + C$
2) $\int e^{ax} = \frac{e^{ax}}{a'(x)} + C$ ← פונקציה פנימית
3) $\int e^{ax} \cdot a'(x) = e^{ax} + C$
4) $\int f(x)^n \cdot f'(x) = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1}$

נגזרת הפונקציה הפנימית

$\ln x$

1) $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$
2) $\int \frac{1}{ax} dx = \frac{\ln|ax|}{a'(x)} + C$ ← פונקציה פנימית
3) $\int f(x)^n \cdot f'(x) = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1}$
4) $\int \frac{f'(x)}{f(x)} = \ln|f(x)| + C$

Scanned with CamScanner