Лекция 1
Кинематика поступательного движения материальной точки

Вопросы

1. **Введение.**
2. **Механическое движение.**
3. **Кинематика поступательного движения материальной точки.**

1. Введение

Физика играет огромную роль в развитии современной техники (машиностроения, электротехники, электроники, теплотехники, ядерной энергетики и др.) и всех отраслей народного хозяйства. Это определяет ее особое значение для высшего образования, поскольку:

1) физика является базой для всех общеинженерных и технических дисциплин – сопротивления материалов, теоретической механики, теплотехники, электротехники, различных технологических курсов и др.;

2) пути развития любой отрасли современного производства очень тесно переплетаются с физикой; поэтому инженер любого профиля должен владеть ею, чтобы применять новейшие достижения физики в своем производстве.

«Физика» – в переводе с греческого «природа». Наряду с другими естественными науками (астрономия, химия, биология и др.) физика изучает свойства окружающего нас мира. **Современная физика есть наука о строении материи, о простейших и наиболее общих формах ее движения, о взаимных превращениях форм движения и видов материи.** Под материей понимают все то, что существует объективно, т.е. независимо от человеческого сознания, и что познается в чувственном человеческом опыте.

2. Механическое движение

Наиболее важным свойством материи является движение. Движение – способ существования материи, оно неуничтожимо. Движение в философском смысле – всякое изменение материи, всякий происходящий в природе процесс: физический, химический, биологический, геологический, общественный и др.

Физика изучает простейшие и в то же время наиболее общие формы движения материи – *механическую, тепловую, электромагнитную, внутриатомную* и т.д., которые содержатся во всех более сложных формах движения.

Среди всех форм движения особую роль играет ***механическое движение***. Это объясняется тем, что механическое движение, наиболее простое и наглядное, исторически изучалось первым, все более сложные формы движения включают в себя простое механическое перемещение. Любой вид движения происходит в пространстве и во времени, а механическое движение как раз и определяет пространственно-временные характеристики всех процессов.

Простейшую форму движения материи – механическое движение – изучает ***механика***. Различают механику:

- классическую (ньютоновскую): $v \ll c,\ \ c \approx 3 \cdot 10^{8}$ м/с;
- релятивистскую: $v \to c$.

Механическим движением называется процесс изменения взаимного расположения тел или их частей в пространстве с течением времени.

Механическое движение можно рассматривать с разных точек зрения:

1) с геометрической, т.е. изучать внешнюю сторону различных видов движения, не вникая в причины, которые обуславливают эти движения (***кинематика***);

2) с причинно-следственной, т.е. изучать движение с точки зрения тех взаимодействий, которые его обусловливают или изменяют (***динамика***).

Движение рассматривают относительно тела или ***системы отсчета.***

Системой отсчета **называют систему координат, снабженных часами и жестко связанную с телом отсчета.**

Два способа задания положения точки:

- координатный $M(x, y, z)$;
- векторный

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – базис.

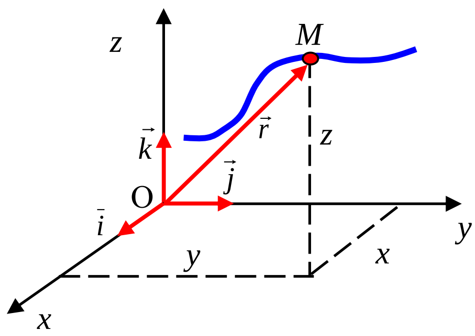

Рис. 1

Материальная точка (МТ) – это тело, формой и размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Абсолютно твердое тело – это тело, деформацией которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

3. Кинематика поступательного движения материальной точки

Кинематикой называют раздел механики, в котором движение тел рассматривается без выяснения причин этого движения.

Из всех видов движения поступательное и вращательное движения являются наиболее универсальными, так как любое движение можно разложить на поступательную и вращательную составляющие.

Поступательным называется такое движение, при котором любая прямая, жестко связанная с телом, перемещается в пространстве, оставаясь параллельной самой себе.

При поступательном движении твердого тела все его точки описывают совершенно одинаковые траектории, имеют одинаковые скорости и одинаковые ускорения. Поэтому при описании поступательного движения твердого тела удобно использование модели материальной точки.

Кинематические характеристики движения МТ:

траектория, путь, перемещение, линейная скорость, линейное ускорение.

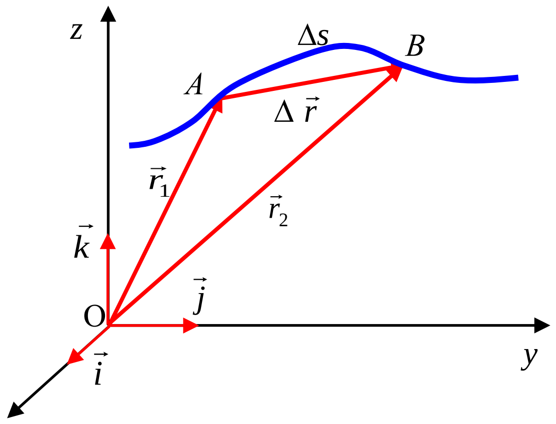

Рис. 1

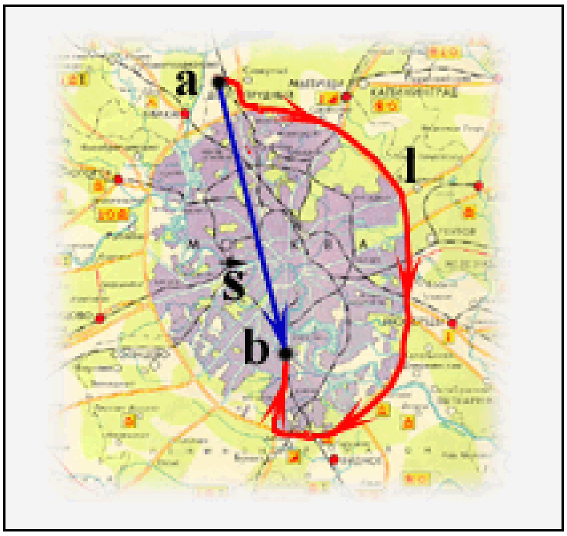

Рис. 2. Пройденный путь и вектор перемещения при криволинейном движении тела

Траекторией ***МТ называют линию, описываемую ею в пространстве при движении.***

Уравнение траектории

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t). \qquad (1)$$

Исключив из уравнений (1) время, можно получить уравнение траектории движения.

Путь s ***– скалярная величина, равная полной длине отрезка траектории, пройденной МТ за время движения.***

Уравнение пути

$$s = s(t)\,. \qquad (2)$$

Перемещение $\Delta\vec{\boldsymbol{r}}$ ***– вектор, проведенный из начального положения (точка А) в конечное (точка В),*** $\Delta\vec{\boldsymbol{r}} = \vec{\boldsymbol{r}}_2 - \vec{\boldsymbol{r}}_1$,

Численные значения $\Delta\vec{r}$ и Δs в случае прямолинейного движения совпадают. В случае же криволинейного движения они совпадают только в пределе, т.е. для бесконечно малого перемещения

$$\left|d\vec{r}\right| = ds. \qquad (3)$$

Координатная форма

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\cdot\vec{i} + \Delta y\cdot\vec{j} + \Delta z\cdot\vec{k}\,, \qquad (4)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты единичных векторов вдоль координатных осей x, y, z. Абсолютное значение (модуль) вектора перемещения

$$\left|\Delta\vec{r}\right| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}. \qquad (5)$$

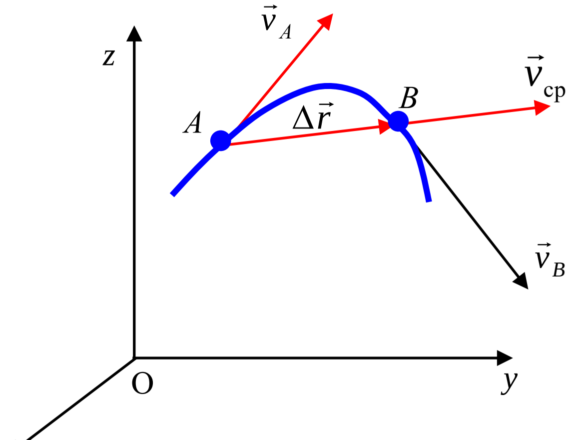

Рис. 3

Скорость – вектор, характеризующий как быстроту, так и направление движения в данный момент времени.

Средняя скорость

$$\vec{v}_{ср} = \Delta\vec{r}/\Delta t \,. \tag{6}$$

Мгновенная скорость

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\left(\Delta\vec{r}/\Delta t\right) = \mathrm{d}\vec{r}/\mathrm{d}t \,, \tag{7}$$

$$v = |\vec{v}| = |\mathrm{d}\vec{r}|/\mathrm{d}t = \mathrm{d}s/\mathrm{d}t \,, \tag{8}$$

$$\vec{v} = \left(\mathrm{d}s/\mathrm{d}t\right)\vec{\tau} \,. \tag{9}$$

$\vec{\tau}$ – единичный вектор, касательный к траектории.

Координатная форма

$$\vec{v} = v_x\cdot\vec{i} + v_y\cdot\vec{j} + v_z\cdot\vec{k}, \tag{10}$$

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \dot{x},\ v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \dot{y},\ v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \dot{z} \,.$$

Модуль скорости

$$v = |\vec{v}\,| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \,. \tag{11}$$

Кинематические соотношения

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \int_{x_0}^{x}\mathrm{d}x = \int_0^t v_x\mathrm{d}t \Rightarrow \text{при } v_x\text{=const} \quad x = x_0 + v_x\cdot t$$

Ускорение – вектор, характеризующий быстроту изменения скорости как по модулю, так и по направлению.

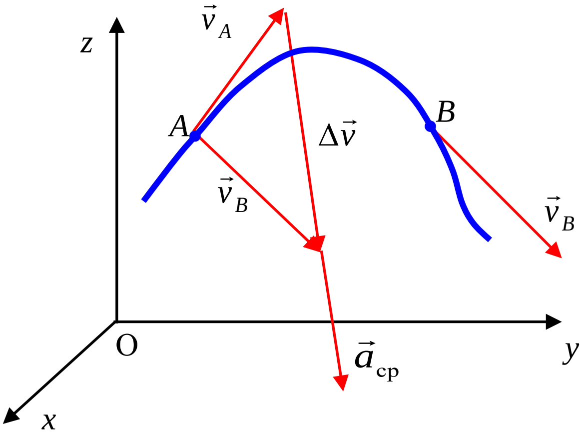

Рис. 3

Среднее ускорение

$$\vec{a}_{ср} = \Delta\vec{v}/\Delta t \,. \tag{12}$$

Мгновенное ускорение

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\left(\Delta\vec{v}/\Delta t\right) = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} \,. \tag{13}$$

Модуль ускорения

$$\left|\vec{a}\right| = \left|\mathrm{d}\vec{v}\right|/\mathrm{d}t = \left|\mathrm{d}^2\vec{r}\right|/\mathrm{d}t^2, \tag{14}$$

Координатная форма

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k} \quad , \tag{15}$$

где $a_x = \dfrac{dv_x}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{x};\ a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{y};\ a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{z}$.

Модуль ускорения

$$a = \left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \ . \tag{16}$$

Вектор ускорения описывает изменение **величины** (**касательной** составляющей скорости $\Delta\vec{v}_\tau$) и **направления** (**нормальной** составляющей скорости $\Delta\vec{v}_n$) скорости**.** Изменение скорости $\Delta\vec{v}$ можно представить как геометрическую сумму двух векторов:

$$\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_\tau + \Delta\vec{v}_n \,. \tag{17}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\Delta\vec{v}/\Delta t\right) = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\Delta\vec{v}_\tau/\Delta t\right) + \lim_{\Delta t \to 0}\left(\Delta\vec{v}_n/\Delta t\right) . \tag{18}$$

Тангенциальное (касательное) ускорение

$$\vec{a}_\tau = \lim_{\Delta t \to 0}\left|\Delta\vec{v}_\tau/\Delta t\right| = \frac{\mathrm{d}\vec{v}_\tau}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{\tau} \text{, м/с}^2 . \tag{19}$$

Нормальное ускорение

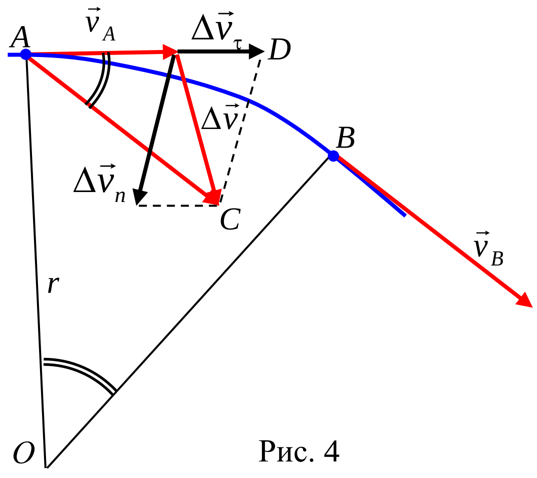

Рис. 4

$$\vec{a}_n = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\Delta\vec{v}_n/\Delta t\right) \tag{20}$$

$$\Delta OAB \sim \Delta ACD : \ \frac{AB}{r} = \frac{\Delta v_n}{v_B} \ \Rightarrow$$

$$\Delta v_n = \frac{AB \cdot v_B}{r} = \frac{v_B \cdot \Delta t \cdot v_B}{r} = \frac{v^2 \cdot \Delta t}{r} \ \Rightarrow$$

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \lim \frac{v^2 \cdot \Delta t}{r \cdot \Delta t} = \frac{v^2}{r} .$$

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{r}\vec{n}, \text{ м/с}^2 . \tag{21}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \,. \tag{22}$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2}\,. \qquad (23)$$

Полное ускорение всегда направлено внутрь траектории.

Кинематические соотношения

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \int_{v_0}^{v} \mathrm{d}v_x = \int_0^t a_x \mathrm{d}t \Rightarrow \text{при } a_x = a = \text{const} \quad v = v_0 \pm a \cdot t\,,$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v_0 \pm a \cdot t \Rightarrow \int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x = \int_0^t (v_0 \pm a \cdot t)\mathrm{d}t \Rightarrow x = x_0 + v_0 t \pm \frac{at^2}{2}\,.$$

Частные случаи движения

1. $a_\tau = 0,\ a_n = 0$ – движение **равномерное и прямолинейное;**

$a_\tau = \mathrm{d}v_\tau / \mathrm{d}t = 0$, то $v_\tau = \text{const}$, движение равномерное; $a_n = v^2/r = 0$, так как $v \neq 0$, то $r \to \infty$, траектория – прямая линия.

2. $a_\tau = \text{const},\ a_n = 0$ – движение **равнопеременное и прямолинейное;**

$a_\tau = \mathrm{d}v_\tau / \mathrm{d}t = \text{const}$, движение равнопеременное; $a_n = v^2/r = 0$, траектория – прямая линия.

3. $a_\tau = 0,\ a_n = \text{const}$ – **равномерное движение по окружности;**

$a_\tau = \mathrm{d}v_\tau / \mathrm{d}t = 0$, $v_\tau = \text{const}$, движение равномерное; $a_n = v^2/r = \text{const}$, $r = \text{const}$ траектория движения – окружность.

4. $a_\tau = 0,\ a_n = f(t)$ – движение **равномерное криволинейное;**

$a_\tau = \mathrm{d}v_\tau / \mathrm{d}t = 0$, $v_\tau = \text{const}$, движение равномерное; $a_n = f(t)$, движение криволинейное.

5. $a_\tau = f(t), a_n = f(t)$ – **неравномерное криволинейное** движение.