Uniforme continua

Siempre definimos $F_X(t)$ como $F_X(t)=\begin{cases} 0 & \text{si } t< a \\ \int_a^t f_X(x)dx & \text{si } a\le t< b \\ 1 & \text{si } b\le t \end{cases}$

Obtención de la función generatriz de momentos

Nota: Resta calcular momentos por derivación de fgm

$$M_X(t)=E[e^{tx}]=\int_{-\infty}^{\infty} e^{tx}\frac{1}{b-a}dx = \frac{1}{b-a}\int_{-\infty}^{\infty} e^{tx}dx=\frac{1}{b-a}\left[\frac{e^{tx}}{t}\right]_a^b=\frac{1}{b-a}\,\frac{e^{tb}-e^{ta}}{t} \quad \text{si } t\neq 0$$

$M_X(t)=1$ si $t=0$

↳ Si integramos con $t=0$ sale el resultado pues $\int_a^b dx=(b-a)$

Normal o Gaussiana

Como disponemos de la tabla $N(0,1)$ tenemos que tipificar siempre

- Media = mediana = moda

Comprobar que la función de densidad es función de densidad

$X \rightsquigarrow N(\mu,\sigma^2)$

i) $f_X(x)\geq 0 \ \forall x\in\mathbb{R}$

ii) $\int_{-\infty}^{\infty} f_X\,dx=1$

donde $f_X(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

Como la función exponencial es positiva y $\sigma>0$ luego i) es cierto. Para probar ii)

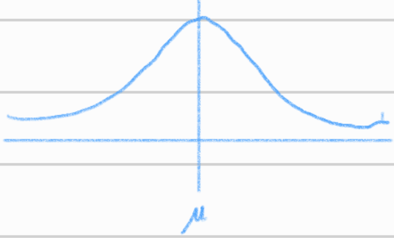
$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X dx=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}dx=\begin{bmatrix} t=\frac{x-\mu}{\sigma} \\ dt=\frac{dx}{\sigma}\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{t^2}{2}}dt=\left\{\begin{array}{c}\text{Integral de Gauss} \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a(x+b)^2}dx=\sqrt{\frac{\pi}{a}}\end{array}\right\}$$

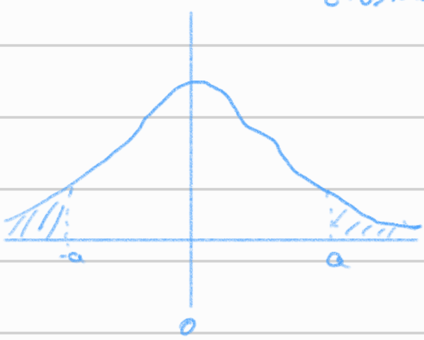
$$=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\sigma\sqrt{2\pi}=1$$

Propiedades

$Z \rightsquigarrow N(0,1)$ siempre se llama Z

$X \rightsquigarrow N(\mu,\sigma^2)$





Diap 11 → Reglas de la prob normal

$\overset{\text{fracaso}}{q} = (1-\overset{\text{exito}}{p})$ diap 12