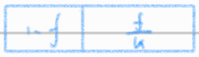
Problema 1.1 Un programa para la simulación de sistemas hidráulicos se ejecuta en 122 segundos. Si las operaciones de división con números reales consumen el 73 % de este tiempo, ¿en cuánto se tendría que mejorar la velocidad de estas operaciones si queremos conseguir que dicho programa se ejecute seis veces más rápidamente? ¿Cuál es la ganancia en velocidad máxima que podríamos conseguir si pudiésemos mejorar dichas operaciones tanto como quisiéramos?

Si buscamos que $V_m = 6 V_0$

$f = \frac{73}{100}$



luego, buscamos que $S_0(m) = \frac{V_m}{V_0} = \frac{T_0}{T_m} = \frac{T_0}{(1-f+\frac{f}{k})T_0} = 6$

Por tanto $\frac{1}{1-0'73+\frac{0'73}{k}} = 6 \iff \frac{k}{0'27k+0'73} = 6 \iff k = 6\cdot(0'27k+0'73) \iff \nexists k$

La ganancia máxima sería $\frac{1}{1-f} = \frac{1}{0'27} = 3'\overline{703}$, luego la ganancia nunca podrá ser mayor que $3'\overline{703}$.

Problema 1.2 Una mejora en un sitio web ha permitido rebajar de 17 a 9 segundos el tiempo medio de descarga de sus páginas. Si la mejora ha consistido en hacer 3 veces más rápido el subsistema de discos que almacena las páginas del servidor, ¿cuánto tiempo se dedicaba a acceder a los discos antes de realizar la mejora?

$T_0 = 17s$ $\quad T_m = 9s$ $\quad k = 3$

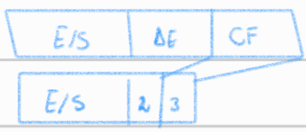
Nos están pidiendo calcular f sabiendo que $S_0(m) = \frac{V_m}{V_0} = \frac{T_0}{T_m} = \frac{17}{9} \approx 1'8$

y por la ley de Amdahl:

$$S_0(m) = \frac{1}{1-f+\frac{f}{k}} = \frac{k}{k-kf+f} = \frac{3}{3-2f} \quad \text{si} \quad \frac{17}{9}\cdot(3-2f) = 3$$

De donde $f = 0'7058823529$. En ese caso, el tiempo dedicado es: $t_f = 12s$

Problema 1.3 Un computador tarda 100 segundos en ejecutar un programa de simulación de una red de interconexión para multicomputadores. El programa dedica el 20% en hacer operaciones de aritmética entera (AE), el 30% en hacer operaciones de aritmética en coma flotante (CF), mientras que el resto se emplea en operaciones de entrada/salida (E/S). Calcule la ganancia en velocidad y el tiempo de ejecución si las operaciones aritméticas enteras y reales se mejoran de manera simultánea 2 y 3 veces, respectivamente.



Sabemos que $S_0(m) = \frac{T_0}{T_m} = \frac{T_0}{T_0(E/S) + \frac{T_0\cdot AE}{2} + \frac{T_0\cdot CF}{3}} =$

$$= \frac{1}{0'5 + \frac{0'2}{2} + \frac{0'3}{3}} = \frac{1}{0'5+0'1+0'1} = \frac{10}{7}$$

Luego la ganancia es $S = \frac{10}{7}$. Luego el tiempo mejorado es $100\cdot\frac{7}{10} = 70s$

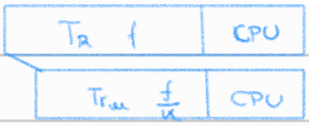
PROBLEMA 1.4 Una aplicación informática se ejecuta en un computador durante un total de 70 segundos. Mediante el uso de un monitor de actividad se ha podido saber que el 85 % del tiempo se utiliza la tarjeta de red, mientras que el resto del tiempo se hace uso del procesador. Se pide:

a) Calcular el incremento de prestaciones si se mejora en 8 veces la velocidad de la tarjeta de red.

b) Determinar en cuánto hay que mejorar el rendimiento del procesador si se quiere ejecutar la aplicación en 25 segundos.

Nota: en ambos casos considérese el sistema original como punto de partida.

a)



donde $f = 0'85$ y $k = 8$ luego la ganancia será:

$$S = \frac{1}{0'15 + \frac{0'85}{8}} = \frac{160}{41}$$

b) Ahora nos piden obtener k para obtener una ganancia de $S_0(m) = \frac{T_0}{T_m} = \frac{70}{25} = \frac{14}{5}$

$$S = \frac{1}{1-f+\frac{f}{k}} = \frac{k}{k-kf+f}$$

de donde

$$s(k-kf+f) = sk - skf + sf = k(s-sf)+sf = k \iff k\cdot(1-s+sf) = sf \iff k = \frac{sf}{1-s+sf}$$

pero $k<0$ en este caso luego el objetivo no se puede conseguir

PROBLEMA 1.5 Deduzca, a partir de la expresión de la ley de Amdahl, una expresión para la fracción de tiempo *f* en función de S (el speedup) y k (el nº de veces mejorado).

El caso de obtener k ya se ha hecho en el ejercicio anterior, $k = \frac{sf}{1-s+sf}$

Para obtener f:

$$S = \frac{1}{1-f+\frac{f}{k}} = \frac{1}{1+\frac{-kf+f}{k}} = \frac{1}{1+\frac{f(1-k)}{k}} \iff s\left(1+\frac{f(1-k)}{k}\right) = 1 \iff s + \frac{fs(1-k)}{k} = 1$$

Es decir

$$\frac{k(1-s)}{s(1-k)} = f$$

PROBLEMA 1.6 El administrador de un sistema informático pretende aumentar el rendimiento para evitar que el director del centro lo cese en sus funciones (ha habido más de quince quejas de usuarios en el último mes por el excesivo tiempo de ejecución de los programas). Indíquese, teniendo en cuenta la relación entre prestaciones y coste, qué opción de actualización de un sistema informático, de las dos que se enumeran, resultará más ventajosa:

a) Cambio del procesador (250 €). Esta modificación permite que el 75 % de los programas se ejecuten dos veces más rápidamente.

b) Ampliación de la memoria principal (150 €). La capacidad extra de memoria mejora tres veces el tiempo de ejecución del 40 % de los programas.

Obtenemos ganancia entre coste.

$$S_A = \frac{1}{0'25 + \frac{0'75}{2}} = \frac{8}{5} \qquad S_B = \frac{1}{0'6 + \frac{0'4}{3}} = \frac{15}{11}$$

$$\frac{P_A}{C_A} = \frac{8}{5\cdot 250} = 0'0064\ €^{-1} \qquad \frac{P_B}{C_B} = \frac{15}{11\cdot 150} = 0'009$$

En este caso, la mem principal es el elemento a mejorar

PROBLEMA 1.7 Un programa de predicción meteorológica tarda 84 minutos en ejecutarse en un supercomputador diseñado al efecto. Sin embargo, esta cantidad de tiempo origina muchos problemas para los estudios de los meteorólogos. El responsable del equipo informático quiere reducir este tiempo sustituyendo la memoria principal por una más rápida, para lo cual existen dos modelos alternativos:

a) Modelo Lupita (1100 €), que disminuye el tiempo de ejecución hasta los 71 minutos.

b) Modelo Lucho (1300 €), que rebaja este tiempo de ejecución hasta los 63 minutos.

Determine cuál de los dos modelos anteriores representa la mejor opción ateniéndonos a la relación prestaciones/coste. Exprese el resultado como "% de mejora en la relación prestaciones/coste".

Obtenemos la relación Prestaciones/coste de cada una.

$$g_A = \frac{P_A}{C_A} = \frac{V_A}{C_A} = \frac{\frac{1}{T_A}}{C_A} = \frac{1}{T_A C_A} = \frac{1}{71 \cdot 60 \cdot 1100} = \frac{1}{4686000} \qquad \frac{g_A}{g_B} = 1'04$$

$$g_B = \frac{P_B}{C_B} = \frac{1}{T_B C_B} = \frac{1}{63 \cdot 60 \cdot 1300} = \frac{1}{491400}$$

Como es mayor que 1 sabemos que la opción a es 4'86% mejor que la opción b.

PROBLEMA 1.8 El tiempo medio de respuesta de un sitio web es de 15 segundos. Mediante un monitor software se ha podido determinar que el 55 % de este tiempo es utilizado por el subsistema de discos, mientras que el resto se dedica a la ejecución de los scripts en el procesador de 2 GHz de que dispone el servidor. El administrador del sitio, después de soportar estoicamente las quejas de los usuarios, pretende reducir este tiempo por debajo de los 11 segundos. ¿Cuál de las dos opciones planteadas a continuación consigue este objetivo?

a) Adquirir un nuevo procesador que trabaja a 3 GHz.

b) Substituir el subsistema de discos por uno de segunda mano 2,5 veces más rápido que el actual.

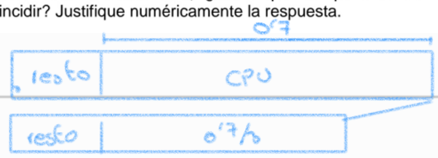
Este ejercicio es clavado al ejercicio 6, obtenemos ganancias (o tiempos) y comparamos ganancias para ver con cual es mejor.

PROBLEMA 1.9 Un programa de simulación de sistemas aerodinámicos de control se ejecuta en 280 segundos. El 70 % del tiempo de ejecución se utiliza el procesador; el resto se dedica a acceder al subsistema de discos. Un incremento del presupuesto aportado por el ministerio ha permitido adquirir un nuevo procesador tres veces más rápido.

a) Determine el tiempo de ejecución del simulador después de actualizar el procesador.

b) Calcule ahora, esto es, después de haber hecho la actualización del procesador, cuál es la fracción del tiempo mejorado de ejecución durante el cual se utiliza el nuevo procesador. Haga un análisis del fenómeno observado.

c) A raíz del resultado obtenido en el apartado anterior, si hubiéramos de mejorar este sistema actualizado, ¿sobre qué componente del mismo deberíamos incidir? Justifique numéricamente la respuesta.



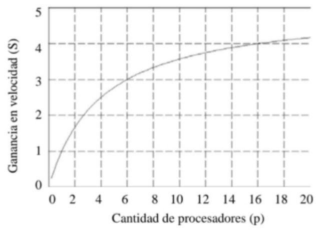
a) Tras actualizar, $T_m = 0'3 \cdot T_o + \frac{0'7}{3} \cdot T_o = \left(0'3 + \frac{0'7}{3}\right) T_o \approx 150$ s

b) Ahora, la fracción de tiempo en el que se usa el procesador es: $f = \frac{T_t - T_r}{T_t} = \frac{150 - 84}{150} = 0'44$

luego la fracción es del 44%

c) En este caso, si buscamos una mejora más significativa deberíamos incidir en el tiempo dedicado al resto.

PROBLEMA 1.10 Un equipo de biólogos que investiga sobre clonación de células utiliza el multiprocesador ALLIANT para ejecutar un simulador que se puede paralelizar en una fracción f de su tiempo de ejecución. La figura adjunta presenta la ganancia en velocidad conseguida por la máquina paralela en la ejecución del simulador para diferentes valores del número de procesadores (p).



a) ¿Cuál es la fracción paralelizable f del programa de simulación?

b) Si la parte secuencial (=no paralelizable) del simulador se ejecuta en 65s, ¿cuánto tiempo han de esperar los biólogos para obtener los resultados de la simulación con una configuración de 6 procesadores?

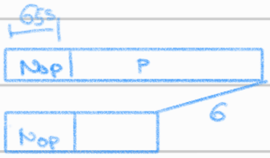
c) Los científicos pretenden obtener resultados del simulador en un tiempo máximo de 70s sin modificar el código del programa. Si el sistema ALLIANT está preparado para ampliar el número de procesadores hasta p = 30, ¿podrán conseguir los biólogos su objetivo?

d) Un informático afirma que el sistema ALLIANT podría conseguir el objetivo anterior con p = 6 procesadores si se reduce a la mitad la fracción secuencial (=no paralelizable) del simulador. ¿Es válida esta propuesta?

a) Para $p=6$, $S=3$ luego, la fracción paralelizable es, por el ejercicio 6.

$$f = \frac{p(1-S)}{S(1-p)} = \frac{4}{5}$$

b)



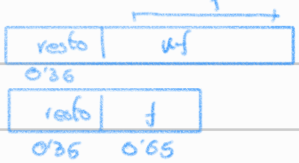
c)

PROBLEMA 1.11 Ante la necesidad de reducir el tiempo de ejecución de un programa de cálculo de trayectorias espaciales, un equipo de arquitectos de computadores ha diseñado un nuevo procesador que mejora 3 veces la ejecución de las operaciones de coma flotante. El programa, **cuando se ejecuta utilizando este nuevo procesador**, emplea el 65% del tiempo en la realización de operaciones de coma flotante.

a) Calcule qué tanto por ciento del tiempo de ejecución necesitaban las operaciones de coma flotante en el sistema con el procesador original.

b) Indique cuál es la ganancia en velocidad global conseguida por el nuevo procesador.

a)



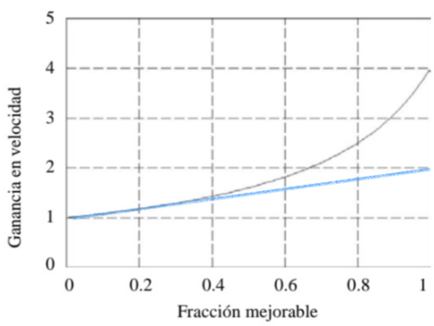
$T_0 = 0'35\, T_m + 0'65 k T_m$

$C_f : 0'65 k T_m$

$\sim \frac{0'65 \cdot 3}{0'35 + 3 \cdot 0'65} = f' = 0'86$

b) $S = \frac{1}{0'15 + \frac{0'85}{3}} = 2'307$

PROBLEMA 1.12 La gráfica adjunta muestra la ganancia en velocidad (speedup), calculada mediante la ley de Amdahl, que se consigue en un computador después de reemplazar la vieja unidad de disco por una nueva, en función de la fracción del tiempo de ejecución en el que se usaba la antigua unidad.



a) 4 veces

b) El mejor de los casos es que $f = 1$

luego $T_m = \frac{T_0}{4} = 31'5s$

c) Calcular puntos y unir

a) Indique cuántas veces es más rápida la nueva unidad de disco respecto de la que se ha retirado del computador.

b) El computador, antes de hacer la actualización, tardaba 126 segundos en ejecutar la aplicación. Determine, en el mejor de los casos, cuál sería el tiempo de ejecución en el sistema actualizado. Justifique la respuesta.

c) Dibuje sobre la misma gráfica la curva que se obtendría si la nueva unidad de disco fuera 2 veces más rápida que la vieja.

PROBLEMA 1.13 Una aplicación informática se ejecuta en un computador durante un total de 70s. Mediante el uso de un monitor de actividad se ha podido saber que durante el 85% del tiempo de ejecución se utiliza la CPU (CPUo), mientras que el resto del tiempo se hace uso del disco duro (DD). Determine cuántas veces debe ser, como mínimo, más rápido un procesador (CPUm) que cuesta el doble que el procesador actual para que hubiese valido la pena comprarlo en lugar de éste ateniéndonos a la relación *prestaciones del sistema/coste del procesador*.

0'15	0'85
DD	CPU

$$\frac{\frac{P}{C}}{\frac{P'}{C'}} < 1 \qquad \frac{\frac{P}{C}}{\frac{P'}{C'}} = \frac{P2C}{P'C} = \frac{2P}{P'} < 1 \text{ sii } \frac{2\frac{1}{T}}{\frac{1}{T'}} < 1 \iff \frac{2T'}{T} < 1; \; 2\cdot(0'15 + \frac{0'85}{k}) < 1$$

$$T' = 0'15T + \frac{0'85T}{k}$$

Es decir:

$$0'30 + \frac{1'7}{k} < 1 \iff \frac{1'7}{k} < 0'7 \iff k \geq \frac{1'7}{0'7} = \frac{17}{7} \approx 2'43$$

Luego debe ser 2'43 veces más rápido

PROBLEMA 1.14 Se sabe que el tiempo de respuesta de una petición a un servidor de bases de datos es de 23 segundos, y que el 72% de ese tiempo se emplea en acceder al subsistema de discos, cuyo coste es de 3500 €. Con el objetivo de mejorar las prestaciones del servidor, un ingeniero en informática está estudiando la posibilidad de adquirir, en su lugar, otro subsistema de discos tres veces más rápido pero con un coste de 4800 €.

a) Calcúlese el nuevo tiempo de respuesta del servidor con el subsistema de discos más caro.

b) ¿Merece la pena comprar el sub-sistema de discos más caro ateniéndonos exclusivamente a la relación prestaciones/coste?

c) ¿Cuál es la mejora máxima teórica que se podría alcanzar en el tiempo de respuesta manteniendo el subsistema de discos más barato y mejorando el resto de componentes? Exprese el resultado en "número de segundos más rápido" y en "número de veces más rápido".

a) $T_m = 0'28\,T_0 + \frac{0'72}{3}\,T_0 = 11'96$

b) $\frac{P_0 C_m}{P_m C_0} = 0'713$

Luego, en este caso, es más rentable seguir con el antiguo

c) Ahora $f = 0'28$ luego $S_{max} = \frac{1}{1-0'28} = 1'38$. Luego el sistema podría ser un 38% más rápido

por tanto será $1'38 \cdot 23 - 23 = 8'74s$ más rápida

PROBLEMA 1.15 Un computador tarda 1000 segundos en ejecutar un proceso de formateo y conversión de imágenes. De todo ese tiempo, el programa dedica un 30% en hacer operaciones de aritmética en coma flotante, y 250s en accesos al subsistema de discos.

a) Calcule la ganancia en velocidad que se consigue si añadimos al equipo una GPU de 500€ capaz de ejecutar las operaciones en coma flotante 10 veces más rápido.
b) Calcule la ganancia en velocidad que se consigue con respecto al tiempo original si remplazamos el subsistema de discos por otro cuyo precio es de 400€ y consigue que los accesos al mismo sean 5 veces más rápidos.
c) Calcule la ganancia en velocidad que se consigue utilizando simultáneamente las dos mejoras de los apartados anteriores.
d) ¿Qué inversión es la más rentable ateniéndonos únicamente a la relación prestaciones/coste: comprar la GPU, el nuevo sub-sistema de discos o ambos a la vez?

a) $S = \dfrac{1}{0'7 + \frac{0'3}{10}} = 1'3698$

b) $S = \dfrac{1}{0'75 + \frac{0'25}{5}} = 1'25$

c) $= \dfrac{1}{0'45 + \frac{0'3}{10} + \frac{0'25}{5}} = 1'8867$

d) Esto es calcular $\dfrac{\text{Prestaciones}}{\text{Coste}}$ y comparar

PROBLEMA 1.16 Después de reemplazar el antiguo disco duro del servidor de base de datos de una pequeña compañía granadina por una nueva unidad SSD, se ha constatado experimentalmente que el proceso principal se ejecuta 1.5 veces más rápido que antes. También se ha medido que ahora dicho proceso consume el 50% de su tiempo accediendo a esa nueva unidad SSD.

a) Calcule la fracción de tiempo que el proceso consumía antes accediendo al antiguo disco duro.
b) ¿Cuántas veces es más rápida la nueva unidad SSD que el antiguo disco duro?

a)

resto	Acceso

resto	Acceso'

$T_0 = 0'5\ T_w + 0'5\, T_w \cdot 1'5$

$C_f = 0'5\, T_w \cdot 1'5$

$f' = \dfrac{0'5 \cdot 1'5}{0'5 + 0'5 \cdot 1'5} = \dfrac{3}{5}$

Luego la fracción de antes es $f' = 0'6$

b) Nos piden la ganancia.

$S = \dfrac{1}{0'4 + \frac{0'6}{1'5}} = 1'25$

Luego el SSD es 1'25 veces más rápido