

1) a) Expresión general explícita de las soluciones de la siguiente ecuación y comportam. asintótico:

$$X_{n+1} = 3X_n - 2iX_n + 2$$

b) Hallar punto de equilibrio y estabilidad de este.

$$X_{n+1} = -X_n^3 - 3X_n^2 - 2X_n - 1$$

c) Sea la ecuación  $X_{n+3} = -\frac{1}{2}(X_{n+2} - \frac{X_{n+1}}{2} + \frac{X_n}{2}) + 3$ , demostrar que admite un único punto de eq. estable, pero no localm. asintot. estable.

No hemos recibido suficiente temario para resolver dichas ecuaciones

2)  $P_{n+1} = F(P_n) = P_n \left( 1 + \frac{\alpha P_n}{20 + P_n} - \frac{1}{20} P_n \right)$  "  $\alpha > 0$

a) Valor de  $\alpha$  para el punto de equilibrio positivo

b) Intervalo de  $\alpha$  para que  $|F'(s)| < 1$  L.A.E.

nos encontramos frente a una estructura de ecuación logística, es decir, una ecuación en diferencias de orden 1 no lineal

a) Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = x \left( 1 + \frac{\alpha x}{20+x} - \frac{1}{20} x \right)$  veamos sus puntos fijos, sea  $x \in \mathbb{R}$ , entonces  $x$  es punto fijo si  $x = f(x)$ :

$$\begin{aligned} x &= x \left( 1 + \frac{\alpha x}{20+x} - \frac{1}{20} x \right) \Leftrightarrow x=0 \quad \frac{\alpha x}{20+x} - \frac{1}{20} x = -1 \Leftrightarrow x \left( \frac{\alpha}{20+x} - \frac{1}{20} \right) = -1 \Leftrightarrow x \left( \frac{20\alpha - 20+x}{20(20+x)} \right) = -1 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{20\alpha x - 20x + x^2}{20(20+x)} &= -1 \Leftrightarrow 20\alpha x - 20x + x^2 = -40 - 20x \Leftrightarrow x^2 + 20\alpha x + 40 = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-20\alpha \pm \sqrt{400\alpha^2 - 160}}{2} = \frac{-20\alpha \pm 2\sqrt{100\alpha^2 - 40}}{2} = -10\alpha \pm \sqrt{100\alpha^2 - 40} = -10\alpha \pm 2\sqrt{25\alpha^2 - 10} \quad \cdot \\ &= -10\alpha \pm 2\sqrt{5(5\alpha^2 - 2)} \quad \cdot \text{Es claro que tomamos la versión positiva pues } \sqrt{5(5\alpha^2 - 2)} \geq 0 \quad \forall \alpha \in \mathbb{R} \mid \alpha \geq \frac{2}{5} \\ -10\alpha + 2\sqrt{5(5\alpha^2 - 2)} &> 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{5(5\alpha^2 - 2)} > 10\alpha \Leftrightarrow \sqrt{5(5\alpha^2 - 2)} > 5\alpha \Leftrightarrow 5(5\alpha^2 - 2) > 25\alpha^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 5\alpha^2 - 2 &> 5\alpha^2 \Leftrightarrow 0 > 5\alpha^2 - 5\alpha + 2 \quad \exists \alpha \in \mathbb{R} \mid 5\alpha^2 - 5\alpha + 2 = 0 \end{aligned}$$

Me he equivocado en alguna parte del desarrollo

b) Buscar  $\alpha$  que verifique la condición

3) Sea  $2x_{n+2} - 2x_{n+1} - x_n = 0$ ,  $x_0 = 1$ ,  $x_1 = -1$

a) Calcular SFS y las constantes

No hemos recibido suficiente temario para resolver dichas ecuaciones