



ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ

РАЧУНАРСКИ СИСТЕМИ ВИСОКИХ ПЕРФОРМАНСИ

Паралелизација проблема проналажења суме у бинарном стаблу

Аутор:
Бојан Попржен

Индекс:
Е2 4/2022

17. јануар 2023.

Сажетак

У овом раду анализиран је проблем проналажења суме у бинарном стаблу. Проблем проналажења суме у бинарном стаблу можемо представити питањем: "Да ли чворови бинарног стабла којима је придружен природан број у било којој путањи од корена до листа дају задати збир?". Поступак за решавање овог проблема могуће је разложити на независне делове које је могуће паралелно решити. Решење проблема приказано у овом раду пружа приближно линеарно убрзање доласка до решења са порастом броја процесуирајућих јединица за стабла већа од 10 хиљада чворова.

Садржај

1	Увод	1
2	Проблем проналаска суме у бинарном стаблу	2
2.1	Опис проблема	2
2.2	Секвенцијално решење проблема	3
3	Паралелно решење проналаска суме у бинарном стаблу	4
3.1	Опис паралелног решења	4
3.2	Аспекти OpenMP библиотеке	5
3.3	Паралелно решење	5
4	Експеримент	7
4.1	Опис експеримента	7
4.2	Резултати	8
5	Закључак	11

Списак изворних кодова

1	Имплементација секвенцијалног решења у језику C	4
2	Имплементација паралелног решења у језику C	6

Списак слика

1	Пример постојања тражене путање за проблем проналаска суме у бинарном стаблу	2
2	Резултати обраде стабла величине 10 чворова	8
3	Резултати обраде стабла величине 10 хиљада чворова	9
4	Резултати обраде стабла величине 100 хиљада чворова	9

Списак табела

1	Табела улаза за проблем проналаска суме у бинарном стаблу	2
2	Табела излаза за проблем проналаска суме у бинарном стаблу	2

1 Увод

У овом раду, анализиран је проблем проналажења суме у бинарном стаблу. Проблем можемо представити и питањем: "Да ли чворови бинарног стабла којима је придружен природан број у било којој путањи од корена до листа дају задати збир?".

Најчешће решење овог проблема има асимптотску временску сложеност извршавања $O(n)$ где n представља величину улаза тј. број чворова у графу.

У овом раду, предложено је паралелно решење проблема које узима у обзир независност обраде деце одређеног чвора.

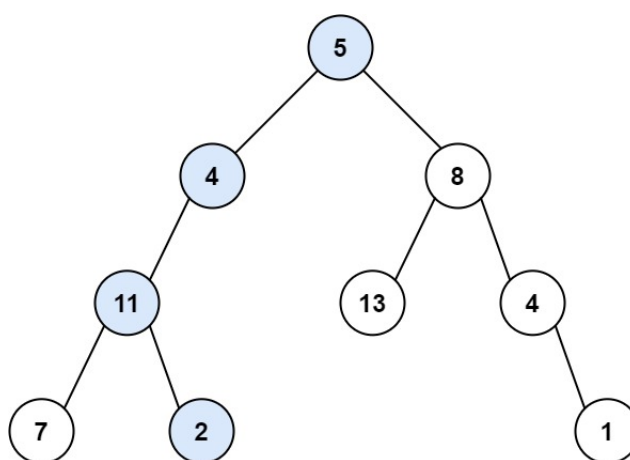
Постигнута асимптотска сложеност паралелног решења је приближно: $O(n/p)$, где је n величина улаза тј. број чворова у графу, а p број јединица паралелног извршавања.

Рад је конципиран на следећи начин: прво ће сам проблем бити описан као и његово секвенцијално решење, потом ће бити приказано паралелно решење и, на крају, биће представљени подаци о ефикасности секвенцијалног и паралелног решења.

2 Проблем проналаска суме у бинарном стаблу

2.1 Опис проблема

Стабло је граф који је повезан и који нема циклуса. Бинарно стабло је усмерено стабло у коме сваки чвор, почевши од коренског чвора, има 0, 1 или 2 деце-чворова. Дететом чвора називамо чвор на кога неки други чвор показује. Родитељем чвора називамо чвор који на неки други чвор показује. Листом називамо чвор који има 0 деце.



Слика 1: Пример постојања тражене путање за проблем проналаска суме у бинарном стаблу

У примеру 1, плавом је приказана једна путања која даје тражену суму **22**.

	Улаз
1	Бинарно стабло
2	Тражена сума

Табела 1: Табела улаза за проблем проналаска суме у бинарном стаблу

	Излаз
1	Булова променљива

Табела 2: Табела излаза за проблем проналаска суме у бинарном стаблу

За проблем су дата два улаза (табела 1) - стабло и тражена сума, док је тражен један излаз (табела 2) - Булова променљива чија је тачност еквивалентна чињеници

да је решење пронађено, односно да за дати граф постоји путања од корена до листа која даје тражену суму.

2.2 Секвенцијално решење проблема

Најчешће секвенцијално решење проблема своди се на обилазак графа по дубини (енг. *depth first search*, DFS).

Секвенцијално решење прво обради (по дубини) лево дете-чвор па потом десно. Обрада појединачног чвора своди се на следећи поступак:

Постави тренутан чвор на УЛАЗ 1 (корен стабла). Постави тренутно тражену суму на УЛАЗ 2 (тражену суму). Покрени обраду описану корацима:

1. Уколико је тренутан чвор нула-чвор, врати НЕТАЧНО.
2. Уколико тренутан чвор није нула-чвор:
 - (a) Уколико је број придружен чвору већи од тренутно траженог збира, врати НЕТАЧНО.
 - (b) Уколико је број придружен чвору једнак тренутно траженом збиру и тренутни чвор је лист, врати ТАЧНО.
 - (c) Уколико је број придружен чвору мањи или једнак тренутно траженом збиру, умањи тренутно тражени збир за тај број. А потом:
 - i. Уколико обрада левог детета-чвора за тренутно тражену суму врати ТАЧНО, врати ТАЧНО.
 - ii. Уколико обрада десног детета-чвора за тренутно тражену суму врати НЕТАЧНО, врати НЕТАЧНО.

У идеалном случају, решење представља путања састављена од свих левих детета-стабала. У том случају до решења се долази у асимптотском времену ($\log n$), где је n број чворова у стаблу. Још једна од карактеристика секвенцијалног решења јесте да се решење не тражи у десном детету-стаблу уколико је оно пронађено у левом детету-стаблу. У најгорем (општем) случају ово решење има **асимптотску временску сложеност извршавања** $O(n)$ где n представља величину улаза тј. број чворова у графу.

Програмски код за секвенцијално решење дат је у листингу 1. Напомена: изостављен је део кода за учитавање библиотека, учитавање и креирање графа.

```

1 bool traverse(struct TreeNode* root, u_int64_t* sum) {
2     if(root==NULL) return false;
3
4     (*sum) -= root->val;
5     if(root->right==NULL&&root->left==NULL&&*sum==0)
6     {
7         return true;
8     }
9     u_int64_t lsum, rsum;
10    lsum = rsum = *sum;
11    return traverse(root->left, &lsum) || traverse(root->right, &rsum);
12 }

```

Изворни код 1: Имплементација секвенцијалног решења у језику C

3 Паралелно решење проналаска суме у бинарном стаблу

3.1 Опис паралелног решења

Дефинишимо *дете-стабло* као стабло чији је корен дете датог чвора.

Секвенцијално решење не користи чињеницу да се "лево" и "десно" дете-стабло могу независно обрађивати. Тачније, родитељ-чвор измрешћује (енг. *spawn*) две независне нити извршавања где прва обрађује лево, а друга десно дете-стабло. Спајање (енг. *join*) нити такође врши родитељ, преузимајући резултате обрада. Особина да се обрађује само лево дете-стабло уколико се у њему пронађе решење се овиме губи.

Међутим, у имплементационом смислу, оптимално решење није да се свако дете-стабло обрађује независно тј. у посебном OpenMP задатку, јер тиме се оптерећује извршно окружење OpenMP-а тј. доста процесорског времена се потроши на прелучивање контекста задатака уместо на ефективном раду и извршавању задатака.

Предлаже се паралелно решење које независно обрађује стабла чији су корени на нивоу l , таквом да:

$$\begin{aligned}
 l &= \max_i 2^i \leq \text{omp_get_num_threads}() \iff \\
 l &= \max_i i \leq \log_2 \text{omp_get_num_threads}() \iff \\
 l &= \lfloor \log_2 \text{omp_get_num_threads}() \rfloor.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Интуиција иза овога јесте да **паралелно** можемо да обрађујемо само онолико стабала колико имамо процесорских јединица на располагању. Стога, треба да паралелно обрађујемо стабла са коренима на нивоу ком је број чворова такав да већ следећи ниво стабла има више чворова него што програм има процесорске моћи.

3.2 Аспекти OpenMP библиотеке

За имплементацију паралелног решења, коришћена је OpenMP библиотека. Главна директива OpenMP библиотеке која је коришћена јесте задатак (енг. *Task*). Задатак је блок кода које извршно окружење OpenMP-а распоређује и извршава.

Дужност програмера је да назначи који блок кода представља задатак директивом `#pragma omp task`. Када извршавање изворног кода "дође" до ове директиве, извршавање наредног блока преузима OpenMP, гарантујући да ће се он извршити до следеће имплицитне или експлицитне директиве за завршетак извршавања задатака. Ова директива може да се експлицитно наведе као: `#pragma omp taskwait`.

Начелно, не постоји ограничење на број задатака који могу да се извршавају конкурентно у OpenMP извршном окружењу. Међутим, паралелно може да се извршава онолико задатака колико постоји процесуирајућих јединица на рачунару на ком се програм извршава.

У самој имплементацији паралелног решења, како би се паралелно обрађивала стабла на нивоу l , **морамо да креирамо задатке и за обраду чворова на нивоима мањим од l** . То је једини начин да се независно креирају задаци за све чворове нивоа l . У супротном случају, обрада би текла тако да се независно обради први пар чворова нивоа l , потом други итд. То значи да је укупан број задатака за обраду једнак $2^{l+1} - 1$, односно, у случају да рачунар на ком се покреће решење има 4 процесуирајуће јединице, креираће се 7 задатка, на рачунару са 8 ПЈ креираће се 15 задатака итд.

3.3 Паралелно решење

У листингу 2 представљено је паралелно решење.

Асимптотска сложеност овог решења је приближно:

$$O(n/p),$$

где је n величина улаза тј. број чворова у графу, а p број јединица паралелног извршавања.

```
1  #define MAX_THREADS 12
2
3  bool traverse_parallel(struct TreeNode* root, u_int64_t* sum, int l, int curr_l)
4  {
5      if(root==NULL) return false;
6
7      (*sum) -= root->val;
8      if(root->right==NULL&&root->left==NULL&&*sum==0)
9      {
10         return true;
11     }
12     u_int64_t lsum, rsum;
13     lsum = rsum = *sum;
14     bool left, right;
15
16     if (curr_l <= 1) {
17         #pragma omp task shared(left)
18         {
19             left = traverse_parallel(root->left, &lsum, l, curr_l+1);
20         }
21         #pragma omp task shared(right)
22         {
23             right = traverse_parallel(root->right, &rsum, l, curr_l+1);
24         }
25         #pragma omp taskwait
26     } else {
27         left = traverse_parallel(root->left, &lsum);
28         right = traverse_parallel(root->right, &rsum);
29     }
30     return left || right;
31 }
32
33 bool pathSum(struct TreeNode* root, u_int64_t* sum){
34     bool res;
35     #pragma omp parallel num_threads(MAX_THREADS) shared(res)
36     {
37         #pragma omp single
38         {
39             int l = floor(log(omp_get_num_threads()) / log(2)) - 1;
40             res = traverse_parallel(root, sum, l, 0);
41         }
42     }
43     return res;
44 }
```

Изворни код 2: Имплементација паралелног решења у језику C

4 Експеримент

У овом поглављу описан је експеримент који треба да измери перформансе секвенцијалног, односно паралелног решења. Такође, представљен је преглед резултата експеримента, то јест, упоредни приказ оба решења.

4.1 Опис експеримента

Експеримент описан у овом поглављу треба да измери перформансе секвенцијалног и паралелног решења у различитим случајевима коришћења.

Проблем проналаска суме у бинарном стаблу генерално је веома незахтеван што се тиче процесорских ресурса. То се дешава због чињенице да је обрада појединачног чвора веома краткотрајна у погледу процесорског времена. Стога, како би проблем било доследније измерити ¹, у секвенцијално и паралелно решење додато је време обраде појединачног чвора од $1\mu s$.

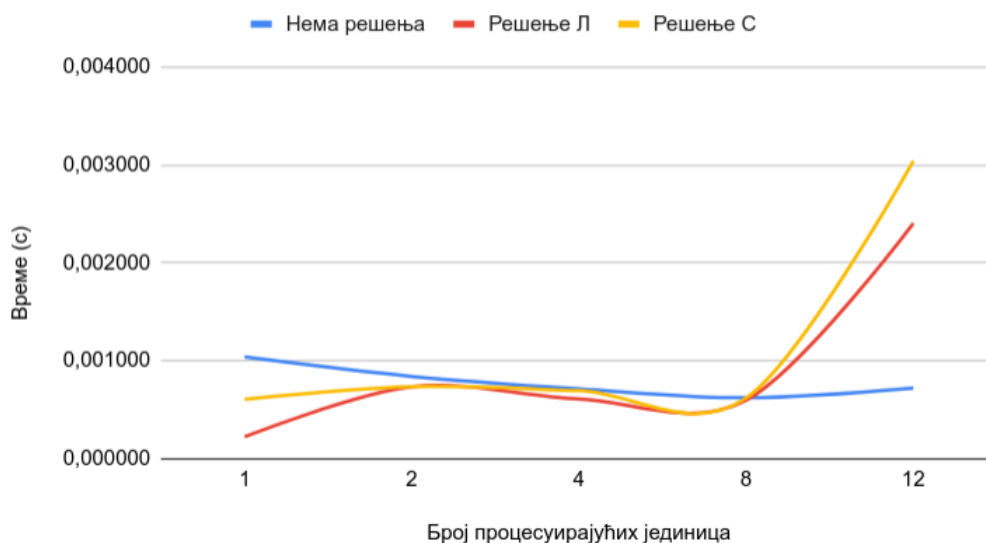
Паралелно решење покретано је са **12, 8, 4 и 2 процесуирајуће јединице**. Бројеви 8, 4 и 2 су изабрани због тога што су то степени броја два тј. бројеви чворова на нивоима 3, 2 и 1 бинарног стабла, респективно, те ова решења нуде могућност паралелне обраде l чворова, чија је вредност дефинисана једначином 1. Међутим, решење је покретано и са 12 ПЈ, јер се при иницијалним мерењима показала предност покретања паралелног решења и са бројем ПЈ који није умножак двојке, а која се своди на следеће: сви OpenMP задаци у паралелном решењу познати су тек када сви задаци на нивоу $l - 1$ започну своје извршавање и генеришу те задатке; OpenMP извршно окружење стохастично извршава задатке те је чест случај да чвор на нивоу $l - 1$ ни не крене да се извршава док неки од чворова нивоа l не заврше своју обраду. Стога, што више ПЈ, то је већа вероватноћа да ће распоређивач извршити чвор нивоа $l - 1$ и креирати задатке.

Решења су покретана над стаблима величина 10 чворова (пример са слике 1), 10 хиљада чворова и 100 хиљада чворова. Тражена сума је бирана тако да:

1. Решење не постоји.
2. Сума се налази на путањи састављеној од све леве деце-чворова (оптималан случај секвенцијалног решења). Означено као **решење Л**.
3. Сума се налази на путањи састављеној од деце-чворова биране тако да се наизменично бирају лево и десно дете-чвор (погодан случај паралелног решења са већим бројем ПЈ). Означено је као **решење С**.

¹Приликом иницијалних мерења, оба решења су изузетно брзо долазила до краја извршавања. Дешавало се да времена извршавања једног решења буду многоструко различита. То се дешавало због стохастичних процеса попут процесорског кеширања, избора задатка за извршавање од стране OpenMP библиотеке итд. који су од извршавања до извршавања били мање или више повољнији.

Резултати обраде стабла од 10 чворова



Слика 2: Резултати обраде стабла величине 10 чворова

4.2 Резултати

На сликама 2, 3 и 4 приказане су брзине извршавања решења у односу на растући број процесуирајућих јединица. Секвенцијално решење представљено је подацима о извршавању са 1 процесуирајућом јединицом.

Паралелно решење у општем случају није брже обрадило стабло величине 10 чворова. Штавише, обрада стабла од 10 чворова употребом 12 процесуирајућих јединица довело је до знатно лошијих перформанси. Ово се може објаснити тиме да је додатно време које паралелно решење троши на креирање OpenMP задатака, а које потом и то извршно окружење троши за управљање животним циклусом задатка исувише велико у односу на количину рада потребну за обраду тако малог стабла.

Исто објашњење важи и за резултате са 2, 4 и 8 ПЈ, с тим што је за случај у коме нема решења, већ евидентна предност паралелног над секвенцијалним решењем. Овај случај подразумева да се обиђу сви чворови у графу и, стога, повољнији је за паралелну обраду.

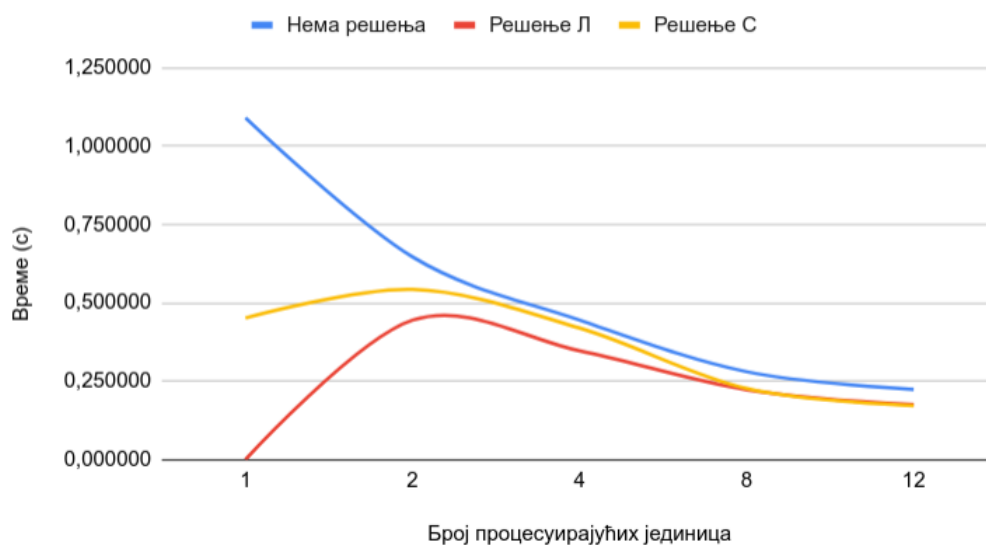
Решење Л очекивано фаворизује секвенцијалну обраду.

Резултати обрада стабала од 10 и 100 хиљада чворова су веома слични.

Евидентно је да се са порастом броја процесуирајућих јединица брже долази до решења у општем случају. Ово без изузетка важи за случај у коме нема решења.

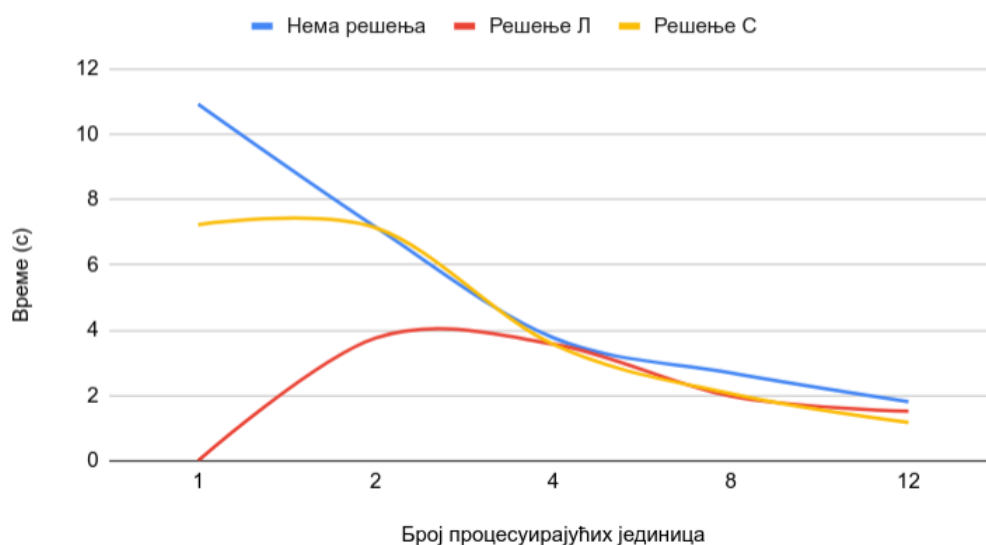
Паралелно решење за случај решења С са 2 ПЈ не нуди веће убрзање од секвенцијалног решења. Ово се може објаснити тиме што секвенцијално решење обиђе

Резултати обраде стабла од 10 хиљ. чворова



Слика 3: Резултати обраде стабла величине 10 хиљада чворова

Резултати обраде стабла од 100 хиљ. чворова



Слика 4: Резултати обраде стабла величине 100 хиљада чворова

пола стабла како би дошло до решења S , док паралелно решење обиђе читаво стабло, али се обрада појединачне половине стабла извршава секвенцијално, у засебној ПЈ. Стога, брзине проналаска решења S су једнаке.

5 Закључак

У овом раду, анализиран је проблем проналажења суме у бинарном стаблу. Дат је приказ проблема и његовог секвенцијалног решења. Потом је приказано и његово паралелно решење. На крају, приказани су резултати који указују на линеарно убрзање доласка до решења са порастом броја процесуирајућих јединица за стабла са великим бројем чворова ($n > 10000$).

Даљи рад на ову тему требало би узме у обзир да се са вредношћу l дефинисану једначином 1 потенцијално не долази до најбољих резултата у општем случају. То је због тога што се, са тако дефинисаном вредношћу креира укупно више задатака него што има процесуирајућих јединица. Ово доводи до тога да, понекад, чвор на нивоу $l - 1$ ни не крене да се извршава док неки од чворова нивоа l не заврше своју обраду. За неке вредности ПЈ, потенцијално би било ефикасније да се дефинише l_{fixed} као $l_{fixed} = l - 1$. Са вредношћу l_{fixed} сигурни смо да сви генерисани задаци имају увек барем једну слободну процесуирајући јединицу.