
Πολυτεχνείο Κρήτης
Σχολή ΗΜΜΥ
Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα Ι
Άσκηση 2

Ημερομηνία Παράδοσης: 9 Μαΐου 2023

Η εργασία μπορεί να παραδοθεί από ομάδες \leq δύο ατόμων

Διδάσκων: Αθανάσιος Π. Λιάβας

Μονάδες 100/1000

Στην πρώτη σελίδα της αναφοράς να αναφέρετε το συνολικό πλήθος ωρών που απαιτήθηκαν για την υλοποίηση της άσκησης.

A. Στο πρώτο μέρος της άσκησης, το οποίο είναι, κυρίως, πειραματικό, θα μελετήσουμε το φασματικό περιεχόμενο PAM κυματομορφών βασικής ζώνης.

A.1 Να δημιουργήσετε παλμό SRRC $\phi(t)$ με τιμές $T = 10^{-2}$ sec, $\text{over} = 10$, $T_s = \frac{T}{\text{over}}$, $A = 4$, και $a = 0.5$.

(10) Μέσω των συναρτήσεων `fftshift` και `fft`, να υπολογίσετε το μέτρο του μετασχηματισμού Fourier της $\phi(t)$, $|\Phi(F)|$, σε N_f ισαπέχοντα σημεία στο διάστημα $[-\frac{F_s}{2}, \frac{F_s}{2}]$.¹ Να σχεδιάσετε τη φασματική πυκνότητα ενέργειας $|\Phi(F)|^2$ στον κατάλληλο άξονα συχνοτήτων με χρήση της εντολής `semilogy`.

A.2 Να δημιουργήσετε ακολουθία $N = 100$ ανεξάρτητων και ισοπίθανων bits $\{b_0, \dots, b_{N-1}\}$.

Χρησιμοποιώντας την απεικόνιση

$$0 \longrightarrow +1,$$

$$1 \longrightarrow -1,$$

¹Να επιλέξετε το N_f αρκετά μεγάλο και να το διατηρήσετε σταθερό για όλη την άσκηση. Πιο συγκεκριμένα, το N_f θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο από το μήκος της κυματομορφής $X(t)$, μετρημένο σε δείγματα. Για παράδειγμα, η τιμή $N_f = 2048$ είναι αρκετή για σχετικά μικρά N και over . Διαφορετικά, θα υπάρξει παραμόρφωση στις φασματικές πυκνότητες ισχύος.

να απεικονίσετε τα bits σε σύμβολα X_n , για $n = 0, \dots, N - 1$.

Να κατασκευάσετε την κυματομορφή

$$X(t) = \sum_{n=0}^{N-1} X_n \phi(t - nT).$$

Υποθέτοντας ότι το πλήθος των συμβόλων είναι άπειρο, αποδείξαμε ότι η φασματική πυκνότητα ισχύος της $X(t)$ είναι

$$S_X(F) = \frac{\sigma_X^2}{T} |\Phi(F)|^2.$$

A.3 (10) Με χρήση των συναρτήσεων fft και fftshift να υπολογίσετε το περιοδόγραμμα μίας υλοποίησης της $X(t)$

$$P_X(F) = \frac{|\mathcal{F}[X(t)]|^2}{T_{\text{total}}},$$

όπου T_{total} είναι ο **συνολικός χρόνος διάρκειας** της $X(t)$ σε sec. Να σχεδιάσετε το $P_X(F)$ με χρήση plot και semilogy.

Να επαναλάβετε για διάφορες υλοποιήσεις της ακολουθίας bits $\{b_0, \dots, b_{N-1}\}$, ώστε να αποκτήσετε μία καλή εικόνα σχετικά με το πώς μοιάζει το περιοδόγραμμα υλοποιήσεων της $X(t)$.

(10) Να εκτιμήσετε τη φασματική πυκνότητα ισχύος υπολογίζοντας αριθμητικές μέσες τιμές πάνω σε K (ενδεικτικά, $K = 500$) υλοποιήσεις περιοδογραμμάτων. Να σχεδιάσετε σε κοινό semilogy την εκτίμηση και τη θεωρητική² φασματική πυκνότητα ισχύος.

(10) Όσο αυξάνετε το K και το N , θα πρέπει η προσέγγιση να γίνεται καλύτερη. Συμβαίνει αυτό στα πειράματά σας; Αν ναι, μπορείτε να εξηγήσετε το φαινόμενο;

A.4 Χρησιμοποιώντας την απεικόνιση

$$00 \longrightarrow +3$$

$$01 \longrightarrow +1$$

$$11 \longrightarrow -1$$

²Δηλαδή, αυτή που προκύπτει από τον τύπο του βήματος A.2 αν θεωρήσετε ότι η φασματική πυκνότητα ενέργειας του $\phi(t)$ είναι η $|\Phi(F)|^2$ του βήματος A.1.

$$10 \longrightarrow -3$$

να κατασκευάσετε την ακολουθία 4-PAM X_n , για $n = 0, \dots, \frac{N}{2} - 1$. Παρατηρήστε ότι, αν τα *bits* είναι ισοπίθανα, τότε και τα σύμβολα X_n είναι ισοπίθανα!

Να κατασκευάσετε την κυματομορφή

$$X(t) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} X_n \phi(t - nT)$$

χρησιμοποιώντας την ίδια περίοδο T με το ερώτημα A.2.

(10) Να υπολογίσετε το περιοδόγραμμα και να εκτιμήσετε τη φασματική πυκνότητα ισχύος μέσω αριθμητικών μέσων τιμών υλοποιήσεων περιοδογραμμάτων της $X(t)$. Να σχεδιάσετε την πειραματική και την θεωρητική φασματική πυκνότητα ισχύος στο ίδιο semilogy. Τι παρατηρείτε;

(10) Πώς συγκρίνεται, ως προς το εύρος φάσματος και ως προς το μέγιστο πλάτος τιμών, η φασματική πυκνότητα ισχύος της $X(t)$ σε σχέση με αυτή της $X(t)$ του βήματος A.2; Μπορείτε να εξηγήσετε τα αποτελέσματα της σύγκρισης;

A.5 (10) Να επαναλάβετε το βήμα A.3, θέτοντας περίοδο συμβόλου $T' = 2T$ (να διατηρήσετε την περίοδο δειγματοληψίας T_s ίση με αυτή των προηγούμενων βημάτων, άρα, θα πρέπει να διπλασιάσετε την παράμετρο *over*).

(5) Τι παρατηρείτε σχετικά με το εύρος φάσματος των κυματομορφών σε αυτή την περίπτωση σε σχέση με αυτό των κυματομορφών του βήματος A.3; Μπορείτε να εξηγήσετε το φαινόμενο;

A.6 (2.5) Αν θέλατε να στείλετε δεδομένα όσο το δυνατό ταχύτερα έχοντας διαθέσιμο το ίδιο εύρος φάσματος, θα επιλέγατε 2-PAM ή 4-PAM, και γιατί;

(2.5) Αν το διαθέσιμο εύρος φάσματος είναι πολύ ακριβό, θα επιλέγατε περίοδο συμβόλου T ή $T' = 2T$, και γιατί;

B. Στο δεύτερο μέρος της άσκησης, το οποίο είναι, κυρίως, θεωρητικό, θα μελετήσουμε απλές στοχαστικές διαδικασίες.

Έστω

$$Y(t) = X \cos(2\pi F_0 t + \Phi), \quad (1)$$

όπου $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$, $\Phi \sim \mathcal{U}[0, 2\pi)$, και X, Φ ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές.

1. (5) Να σχεδιάσετε σε κοινό plot 5 υλοποιήσεις της.
2. (10) Να υπολογίσετε τις ποσότητες $\mathcal{E}[Y(t)]$ και $R_{YY}(t + \tau, t) = \mathcal{E}[(Y(t + \tau)Y(t)]$. Τι διαπιστώνετε;
3. (5) Να υπολογίσετε τη φασματική πυκνότητα ισχύος, $S_Y(F)$.