Introduction to **Computer Science**

Jimenez Matthieu, Yves Le Traon, Sylvain Kubler

Lecture #2, 21.09.2015

Slide: Matthieu Jimenez
Thème: Sébastien Mosser

Structure du cours

- Partie I: Histoire de l'informatique
- Partie 2: Logique & Architecture
- Partie 3: Internet & Réseaux
- Partie 4: Principe de Programmation

Logique & Architecture

Sommaire

- Arithmétique Binaire & Logique Booléenne

- Architecture des ordinateurs

Logique & Architecture

Arithmétique Binaire & Logique Booléenne

Sommaire

- **Arithmétique Binaire**

- Logique Booléenne

Arithmétique Binaire ?

Menu du jour

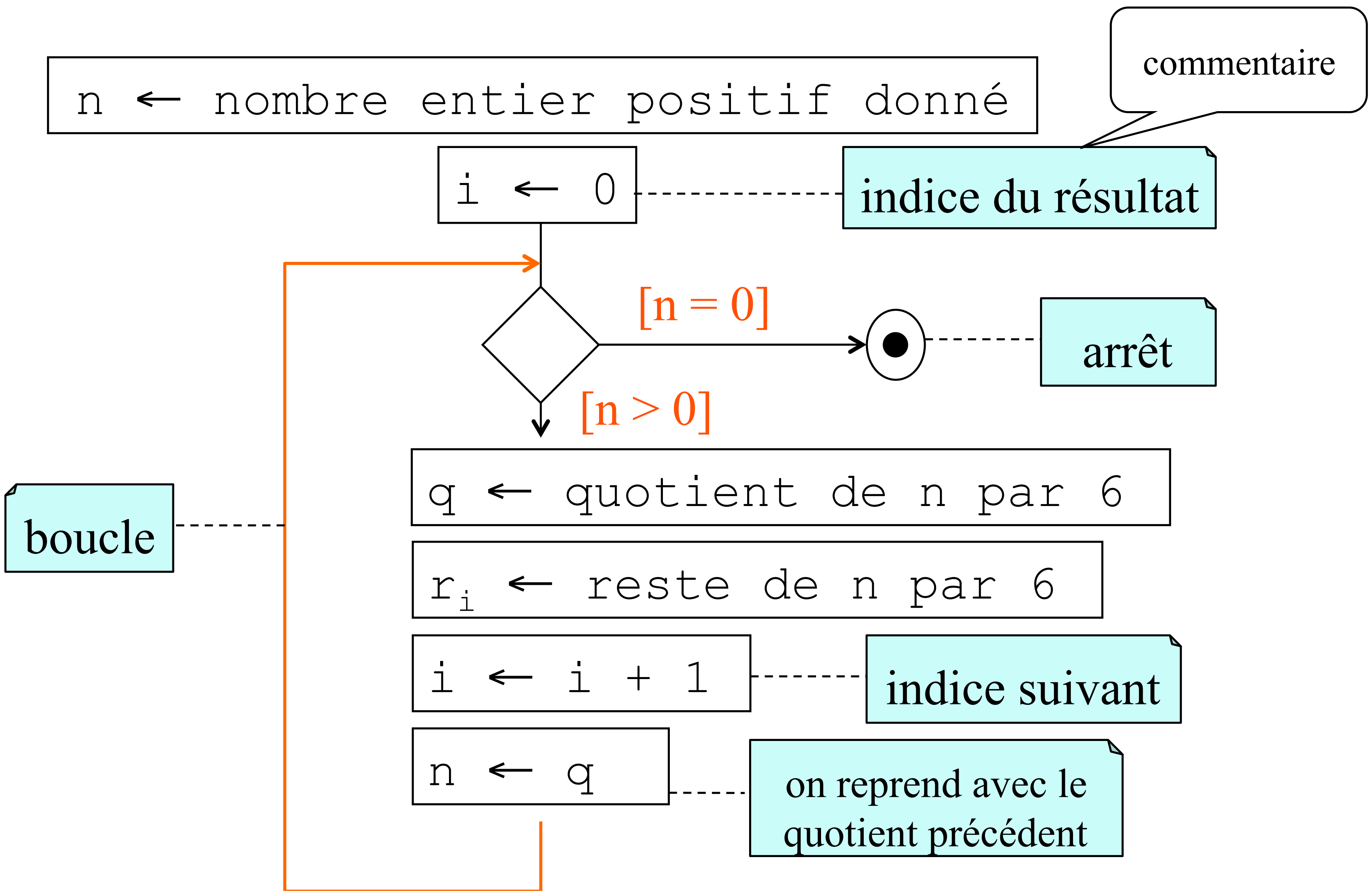
- Introduction au Binaire
- Calcul Binaire
- Lire le Binaire

Le binaire ?

Le binaire est la représentation des nombres en Base 2

rappel de l’épisode précédent ...

Changement de Base



Base 6

$n = 250$

$q0 = 41 \quad r0 = 4$

$q1 = 6 \quad r1 = 5$

$q2 = 1 \quad r2 = 0$

$q3 = 0 \quad r3 = 1$

$250 = 1*6^3 + 0*6^2 + 5*6^1 + 4*6^0$

en suivant ce **Principe** …

Base 10 à base 2

$n = 250$

$q_0 = 125$ $r_0 = 0$

$q_1 = 62$ $r_1 = 1$

$q_2 = 31$ $r_2 = 0$

$q_3 = 15$ $r_3 = 1$

Base 10 à base 2

$q_3 = 15$

$q_4 = 7$ $\quad r_4 = 1$

$q_5 = 3$ $\quad r_5 = 1$

$q_6 = 1$ $\quad r_6 = 1$

$q_7 = 0$ $\quad r_7 = 1$

$250 = 1*2^7 + 1*2^6 + 1*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0$

Base 2

$$250 = 1111\ 1010$$

$$250 = 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^1$$

Exercice

Convertissez en base 2:

55

34

Tout **nombre entier** s’exprime sous forme d’**une somme de puissances de 2 …**

Mais,

pourquoi le binaire?

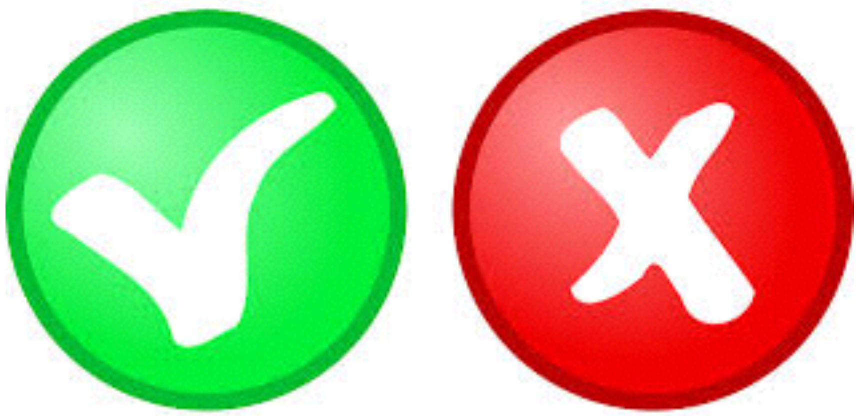
Plusieurs raisons

- les outils binaires sont **simple et facile à construire**
- facilité de représentation et sans ambiguïté
- copies **sans perte** possible
- Méthode de calcul existantes (voir partie 2)

Comprendre le

Binaire

Une raison de l’utilisation est **la facilité de représentation**



Pour un humain,
on peut retranscrire par

vrai ou faux

Pour un **programme** par **0** ou **1**

Et pour le **hardware**, par **l'absence** ou **non** de courant…

De plus le fait que seul

deux

possibilités

existes **réduit** le

risque de confusion ...

Générer des nombres Binaires

Génération de nombre binaire à 4 chiffres

/	2^3	2^2	2^1	2^0
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

PÉRIODE DE LONGUEUR 16

PÉRIODE DE LONGUEUR 8

PÉRIODE DE LONGUEUR 4

PÉRIODE DE LONGUEUR 2

Petit mémo ...

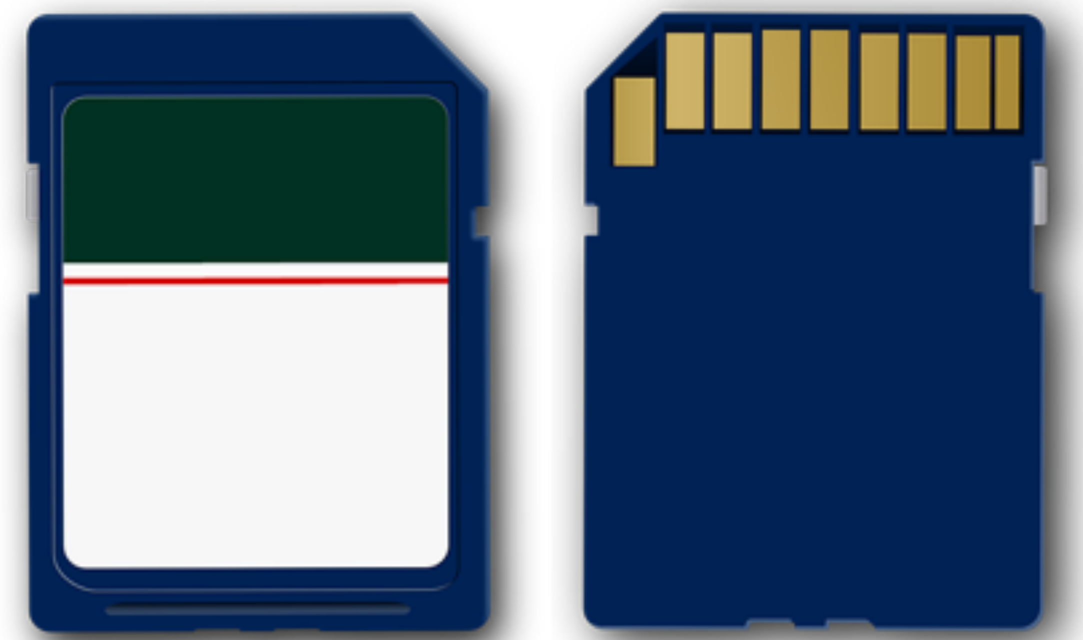
Les puissances de

PUISSANCE	VALEUR
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024

Unité informatique

1 bit = unité de mesure (0 ou 1)

$= 2^1 = 2$ valeurs



1 octet(o) est composé 8 bits

$= 2^8 = 256$ valeurs

1 ko = 1000 octets

$= 1000 * 2^8 = 256\,000$ valeurs

et,

si on calculait en binaire

Menu du jour

- Introduction au Binaire
- Calcul Binaire
- Lire le Binaire

L'addition

En binaire :

1 + 1 =

L'addition

En binaire :

1 + 1 = 0

L'addition

En binaire :

1 + 1 = 10

On retrouve le **problème** du **compteur !**

L’addition

La table d’addition:

+	0	1
0	0	1
1	1	0

REPORT À LA COLONNE SUIVANTE

L’addition

Exemple

$$
\begin{array}{rcr}
90 & \longrightarrow & 1\,0\,1\,1\,0\,1\,0 \\
103 & \longrightarrow & 1\,1\,0\,0\,1\,1\,1 \\
\hline
 & & 1
\end{array}
$$

L'addition

Exemple

90 → 1 0 1 1 0 1 0

103 → 1 1 0 0 1 1 1

report 1

0 1

L'addition

Exemple

90	→	1 0 1 1 0 1 0
103	→	1 1 0 0 1 1 1
report		1 1 1 1 1
		1 1 0 0 0 0 0 1

L’addition

Exemple

90 → 1 0 1 1 0 1 0

103 → 1 1 0 0 1 1 1

1 1 1 1 1

1 1 0 0 0 0 0 1

128 64 32 16 8 4 2 1

Exercice

Convertissez puis Additionnez en binaire :
41 + 17

La soustraction

En binaire :

10 - 1 = 1

La soustraction

principe de l'emprunt simple:

$$\begin{array}{rr} & \overset{2}{} \\ 1 & 0 \\ - & 1 \\ \hline & 1 \end{array}$$

La soustraction

principe de **l'emprunt** en **cascade:**

Exemple

193 → 1 1 0 0 0 0 0 1

90 → 1 0 1 1 0 1 0

1

La soustraction

principe de **l'emprunt** en **cascade:**

Exemple

PROBLÈME
UN 0 APRÈS

193 → 1 1 0 0 0 0 0 1

90 → 1 0 1 1 0 1 0

1

La soustraction

principe de l'emprunt en cascade:

Exemple

ON REMONTE JUSQU'AU PREMIER 1

193 → 1 1 0 0 0 0 0 1

90 → 1 0 1 1 0 1 0

1

La soustraction

principe de **l'emprunt** en **cascade:**

Exemple

ON REMONTE JUSQU'AU PREMIER 1

~~2~~1 ~~2~~1 ~~2~~1 ~~2~~1 2

193 → 1 1 0 0 0 0 0 1

90 → 1 0 1 1 0 1 0

1 1

La soustraction

principe de l'emprunt en cascade:

Exemple

ON REMONTE JUSQU'AU PREMIER 1

$$
\begin{array}{lr}
 & \cancel{2}1\ \ \cancel{2}1\ \ \cancel{2}1\ \ \cancel{2}1\ \ 2 \\
193 \rightarrow & 1\,\cancel{1}\,0\,0\,0\,0\,0\,1 \\
90 \rightarrow & 1\,0\,1\,1\,0\,1\,0 \\
\hline
 & 1\,0\,0\,1\,1\,1
\end{array}
$$

La soustraction

principe de l'emprunt en cascade:

Exemple

$$
\begin{array}{lcr}
 & & 2 \\
193 & \rightarrow & \cancel{1}\,\cancel{1}\,0\,0\,0\,0\,0\,1 \\
90 & \rightarrow & 1\,0\,1\,1\,0\,1\,0 \\
\hline
 & & 1\,1\,0\,0\,1\,1\,1
\end{array}
$$

ON REMONTE JUSQU'AU PREMIER 1

Exercice

Convertissez puis soustrayez en binaire:

97 - 63

La multiplication

La table de multiplication:

*	0	1
0	0	0
1	0	1

PAS DE TABLE D'ADDITION

multiplier par 1 est **équivalent** à **recopier le nombre**

La Multiplication par 2

45 ← 1 0 1 1 0 1

$= 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0$

$45 * 2 = 2 * (1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0)$

$= 1 * 2^6 + 0 * 2^5 + 1 * 2^4 + 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + \mathbf{0 * 2^0}$

90 ← 1 0 1 1 0 1 0

multiplier par 2 est **équivalent** à **décaler vers la gauche d'une position**

La Multiplication par 2^n

90 ← 1 0 1 1 0 1 0

180 ← 1 0 1 1 0 1 0 0

multiplier par 4 est **équivalent** à **décaler vers la gauche de 2 positions**

La Multiplication par 2^n

En général:

multiplier par 2^n est équivalent à décaler vers la gauche de n positions

De même:

diviser par 2^n est équivalent à décaler vers la droite de n positions

La multiplication Binaire

En 3 étapes:

1. recopier des nombres
2. décaler vers la gauche
3. additionner des nombres

La MULTIPLICATION BINAIRE

Exemple

multiplicande	15	→	1 1 1 1
multiplicateur	3	→	1 $\boxed{1}$
			1 1 1 1

recopier...

La MULTIPLICATION BINAIRE

Exemple

multiplicande	15	→	1 1 1 1
multiplicateur	3	→	$\boxed{1}$ 1

```
   1 1 1 1
 1 1 1 1
```

décaler à gauche et recopier…

La MULTIPLICATION BINAIRE

Exemple

multiplicande 15 → 1 1 1 1

multiplicateur 3 → 1 $\boxed{1}$

```
      1 1 1 1
    1 1 1 1
  1 1 1 1
-------------
  1 0 1 1 0 1
```

45 ← 1 0 1 1 0 1

additionner

Exercice

Convertissez puis multiplier:

24 * 5

La Division entière Binaire

Fonctionnement **similaire** à une **division** en **base 10**

dividende	17 →	1 0 0 0 1	1 1	←	**diviseur**

La Division entière Binaire

Fonctionnement **similaire** à une **division** en **base 10**

dividende 17 → 1 0 0 0 1 | 1 1 ← 3 diviseur

1 * 11 .... 1 1 | 1

1

La Division entière Binaire

Fonctionnement **similaire** à une **division** en **base 10**

dividende 17 →	$\boxed{1\,0\,0\,0}\,1$	1 1 ← 3	diviseur
1 * 11	1 1	1 0 1	quotient
	1 0	↓	
0 * 11	0	5	
	1 0 1		
1 * 11	1 1		
reste	1 0 →	2	

Exercice

Convertissez puis diviser:

18 /5

et,

les nombres à virgules?

Nous avons vu les puissances de 2 …

Mais il existe également les

puissances de 2 négatives

Puissance de 2 négatives

$$2^{-x} = \frac{1}{2^x}$$

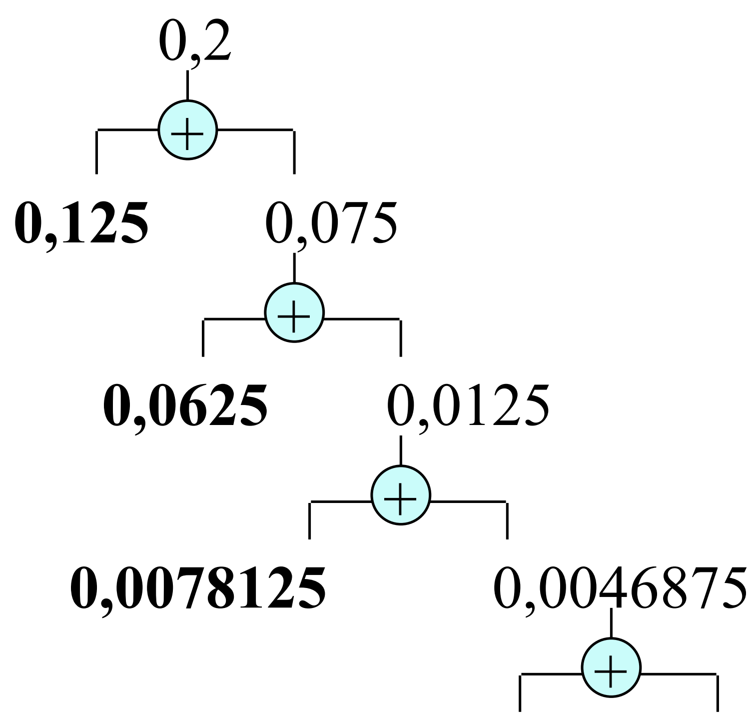
$$2^{0} = 1 = 1$$
$$2^{-1} = 1/2 = 0,5$$
$$2^{-2} = 1/4 = 0,25$$
$$2^{-3} = 1/8 = 0,125$$
$$2^{-4} = 1/16 = 0,0625$$
$$2^{-5} = 1/32 = 0,03125$$

Par conséquent **tout nombre entre 0 et 1** **peut être approché** par **une somme** de **puissance négatives de 2**

Approche par somme

Exemple

RÉSULTAT:
$0,2 = 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-7} + \dots$



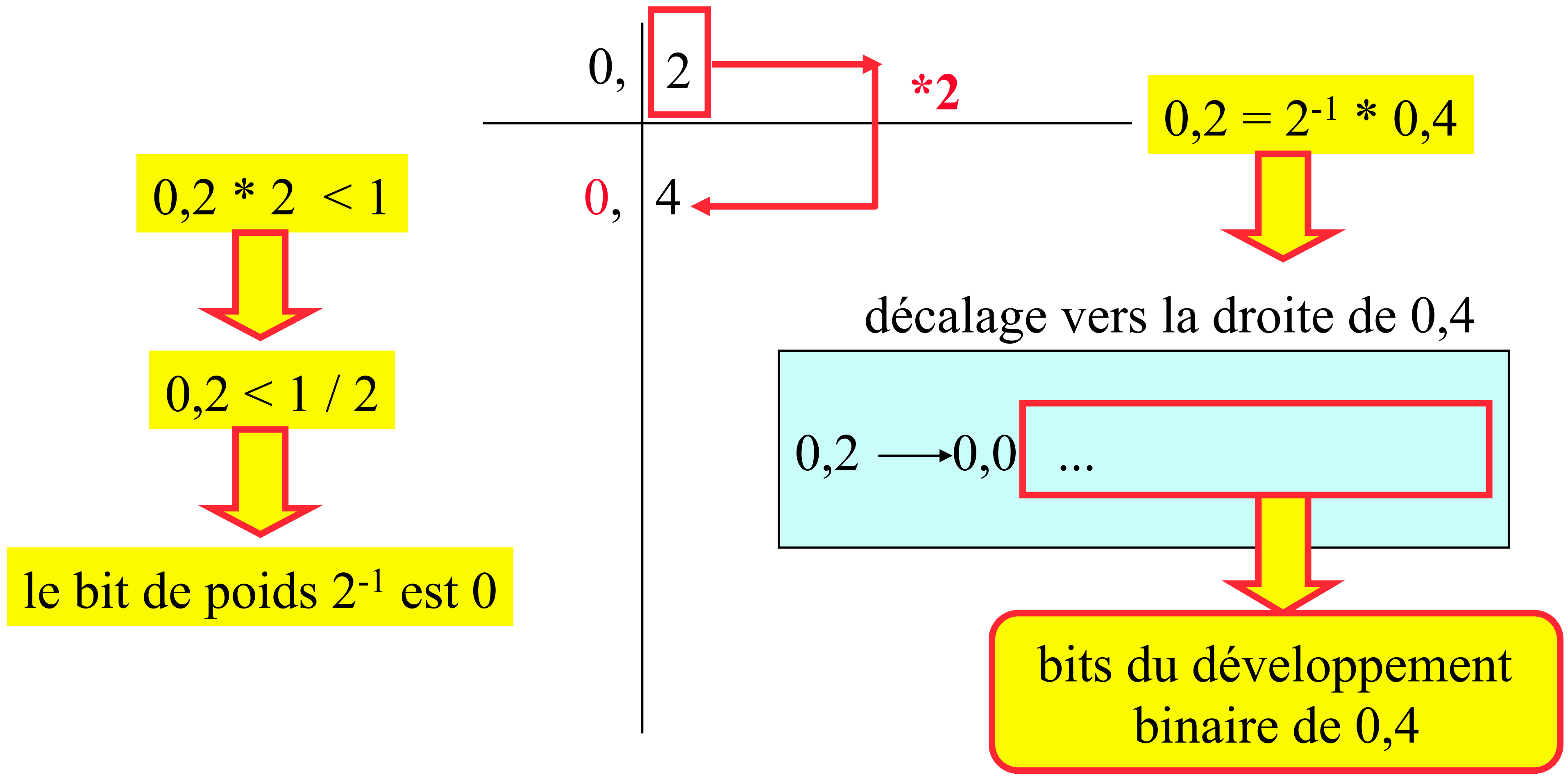
2^{0}		2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}	2^{-7}	?
0	,	0	0	1	1	0	0	1	?

0,0011001…

Mais,

Comment s'arrêter ?

Méthode de la multiplication par 2



Méthode de la multiplication par 2

0,4 * 2 < 1

0,4 < 1 / 2

le bit de poids 2^{-1} de 0,4 est 0

0,	2
0,	4
0,	8

*2

$0,4 = 2^{-1} * 0,8$

décalage vers la droite de 0,8

0,2 ⟶ 0,00 ...

bits du développement binaire de 0,8

Méthode de la multiplication par 2

$0,8 = 2^{-1} * 1,6$

$0,8 = 2^{-1} + 2^{-1} * 0,6$

décalage vers la droite de 0,6

0,	2
0,	4
0,	$\boxed{8}$
1,	6

*2

$0,8 * 2 > 1$

$0,8 > 1 / 2$

le bit de poids 2^{-1} de 0,8 est 1

$0,2 \longrightarrow 0,001$ $\boxed{\quad\ldots\quad}$

bits du développement binaire de 0,6

Méthode de la multiplication par 2

$0,6 * 2 > 1$

$0,6 > 1 / 2$

le bit de poids 2^{-1} de 0,6 est 1

Attention !

multiplier 0,6 par 2

et non pas 1,6

0,	2
0,	4
0,	8
1,	$\boxed{6}$
1,	2

***2**

$0,6 = 2^{-1} * 1,2$

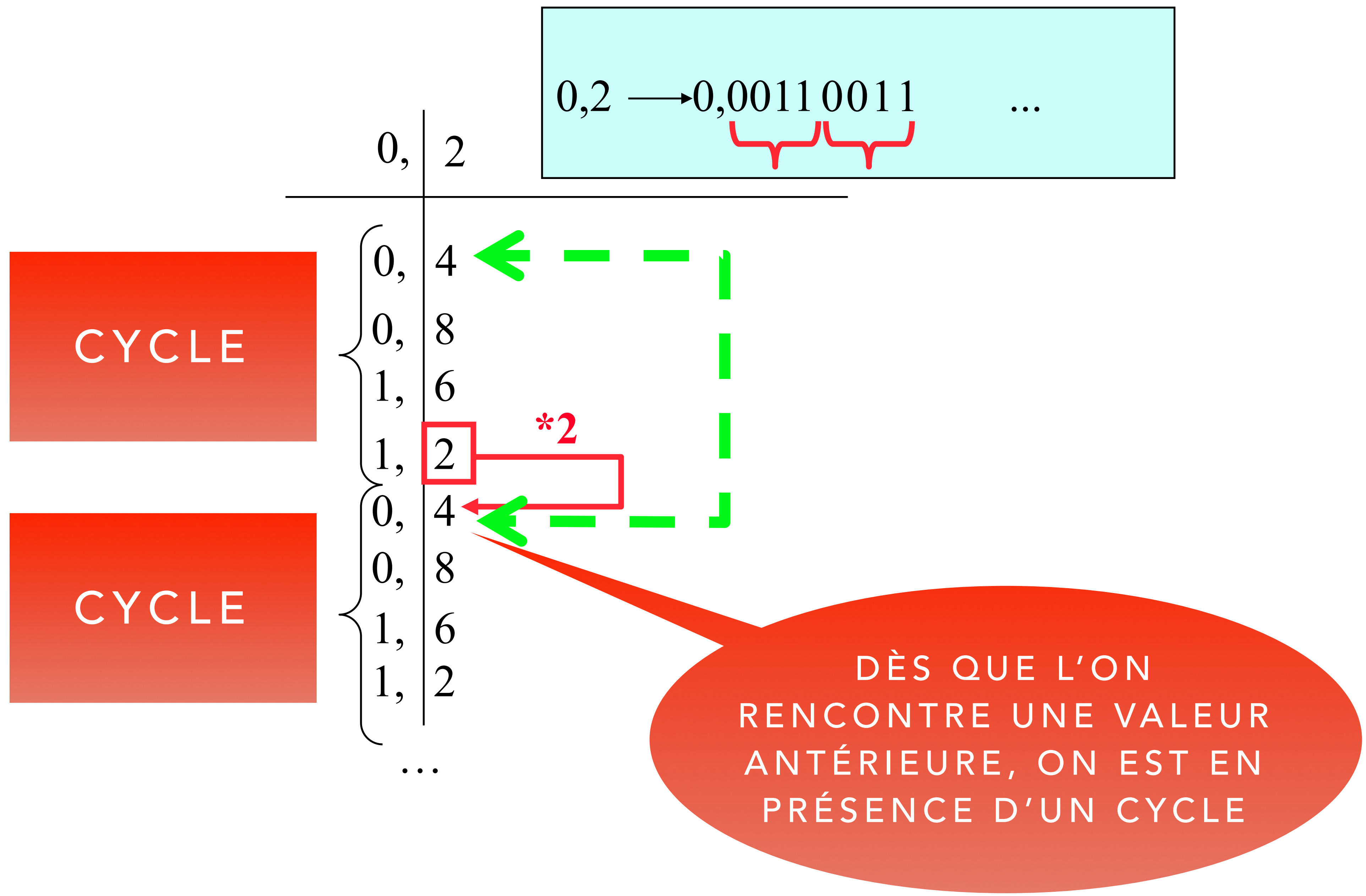
$0,6 = 2^{-1} + 2^{-1} * 0,2$

décalage vers la droite de 0,2

$0,2 \longrightarrow 0,0011\ \boxed{\ldots}$

bits du développement binaire de 0,2

Méthode de la multiplication par 2



conversion en binaire de 0,2

0	,	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	...

↓

ou **bien** ...

$$0,\overline{0011}$$

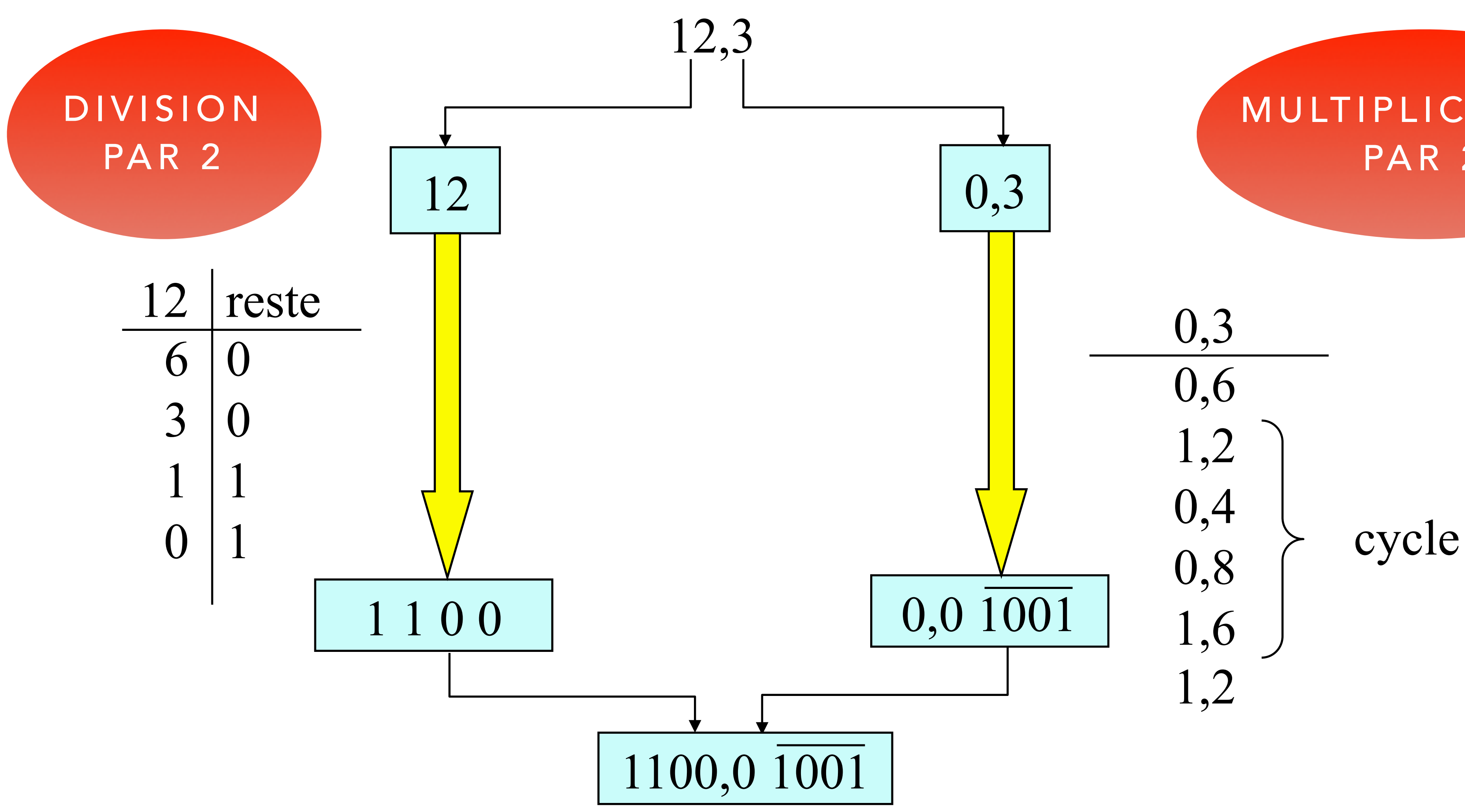
INDIQUE LA RÉPÉTITION DE CETTE PARTIE

$$0,0\overline{011}$$

Au final, pour **tout nombre réel**, il **existe** une

représentation binaire

Méthode de la multiplication par 2



Exercice

Représentez en base 2

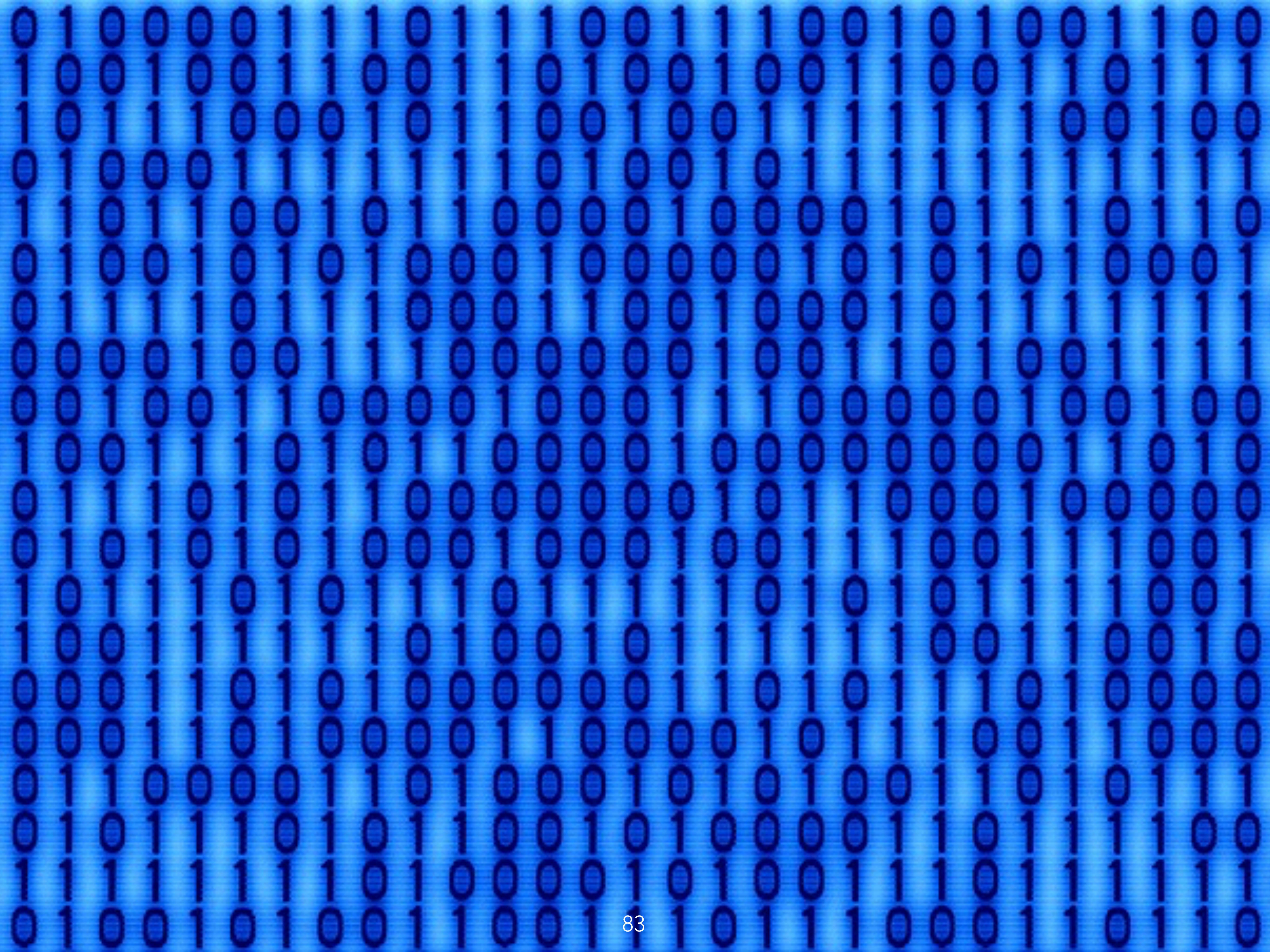
14,1

17,6

Et,

si on lisait le

binaire ...



Pouvez vous lire et retenir :

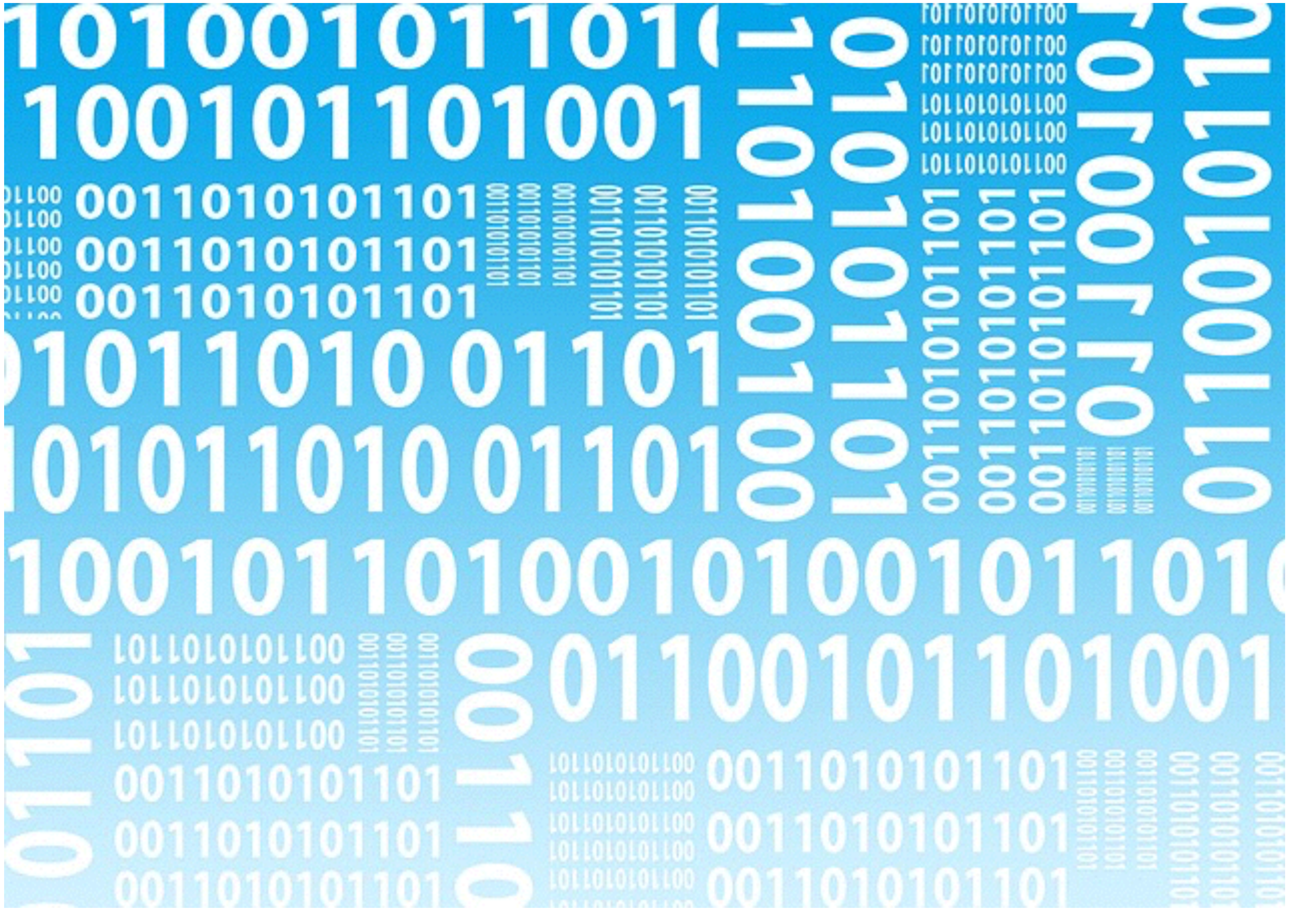
101011100100101001011

Menu du jour

- Introduction au Binaire

- Calcul Binaire

- Lire le Binaire



Mais,

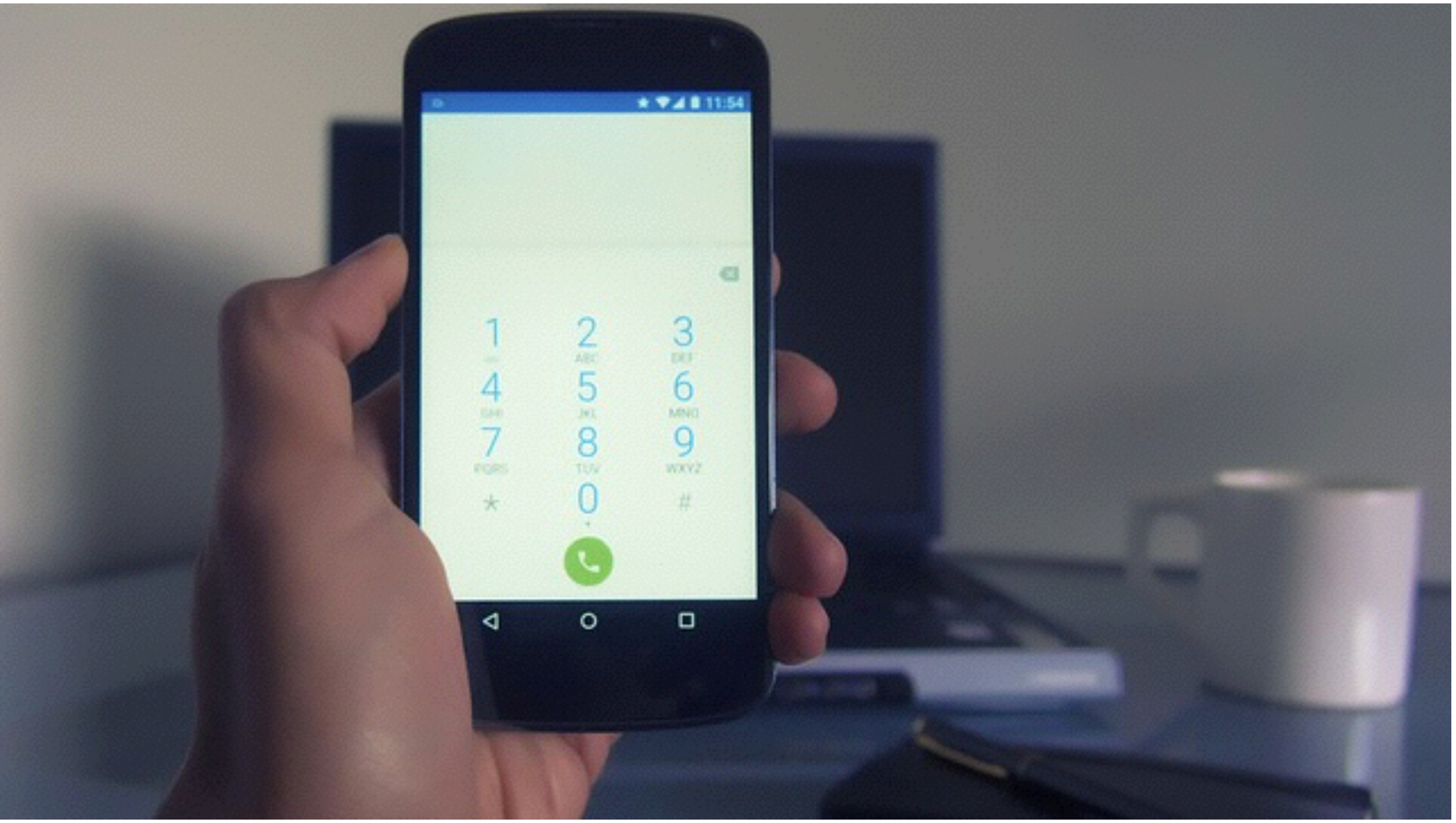
cette situation est

elle **nouvelle**?

En effet, dans **la vie**

comment retenir …

Un numéro de téléphone



Un grand nombre

1234567890123456789

Un numéro de compte bancaire

Réponse …

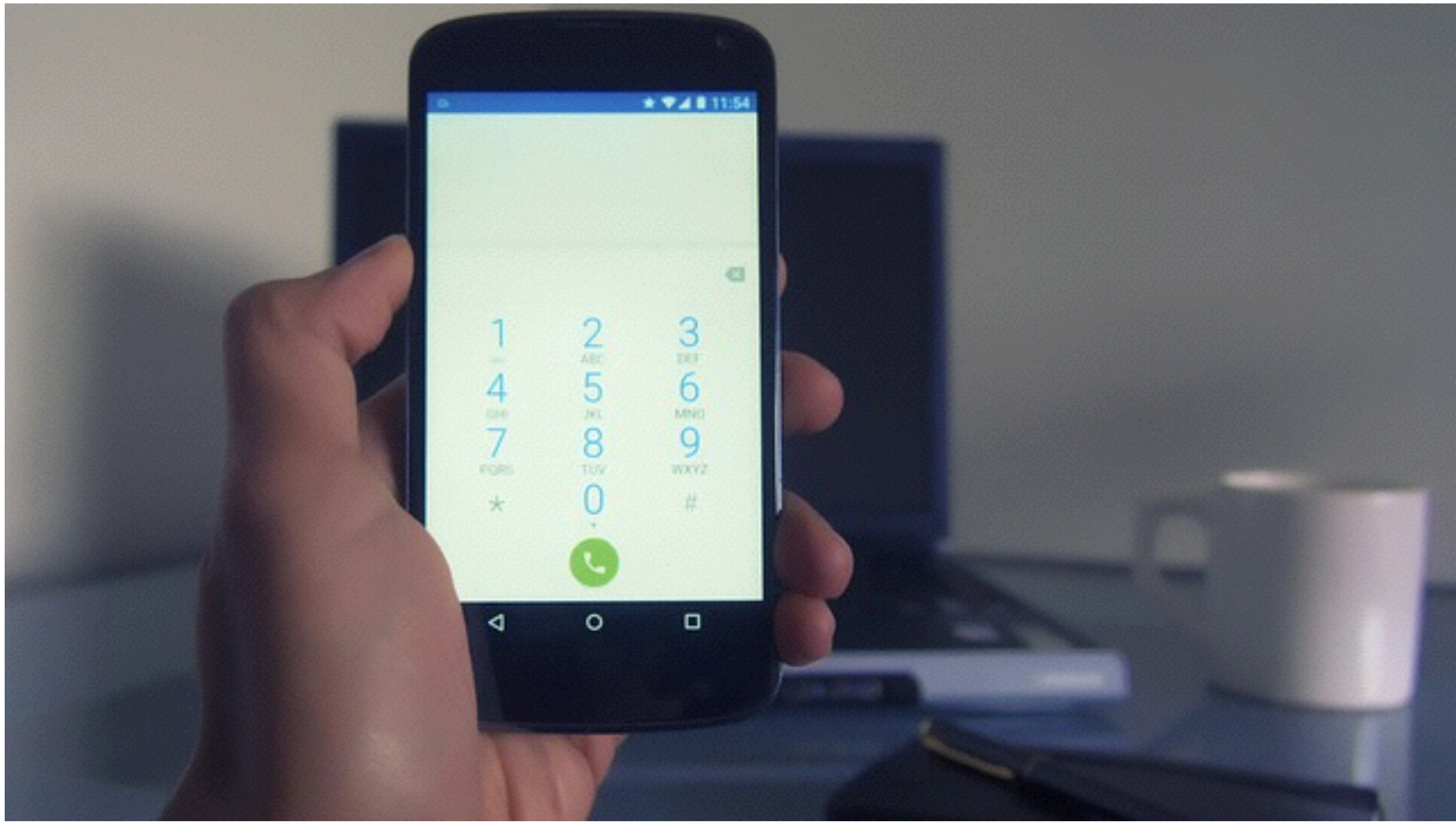
à l'aide de

réorganisation !

Un numéro de téléphone

4766446224 → 47 66 44 - 62 24

0123456789 → 01 23 45 67 89



Un grand nombre

90123456789

90 123 456 789

GROUPE DE 3 CHIFFRES

Un numéro de compte bancaire

LU520019100065035000

GROUPE DE 4 CARACTÈRES

LU52 0019 1000 6503 5000

Mais,

Comment l'appliquer au binaire?

Réponse …

répartir en **groupes** de **3, 4, 6 ou 8 bits** et prévoir un **symbole** pour **chaque configuration** de groupe

Groupe de 3 bits

CODAGE DIT OCTAL

$2^3 = 8$

BIT	DECIMAL	SYMBOLE
000	0	0
001	1	1
010	2	2
011	3	3
100	4	4
101	5	5
110	6	6
111	7	7

correspond à une conversion en base 8

Codage peut utilisé

Groupe de 4 bits

CODAGE DIT HEXADECIMAL
6 10

$2^4 = 16$

Ce **codage** est **très utilisé**

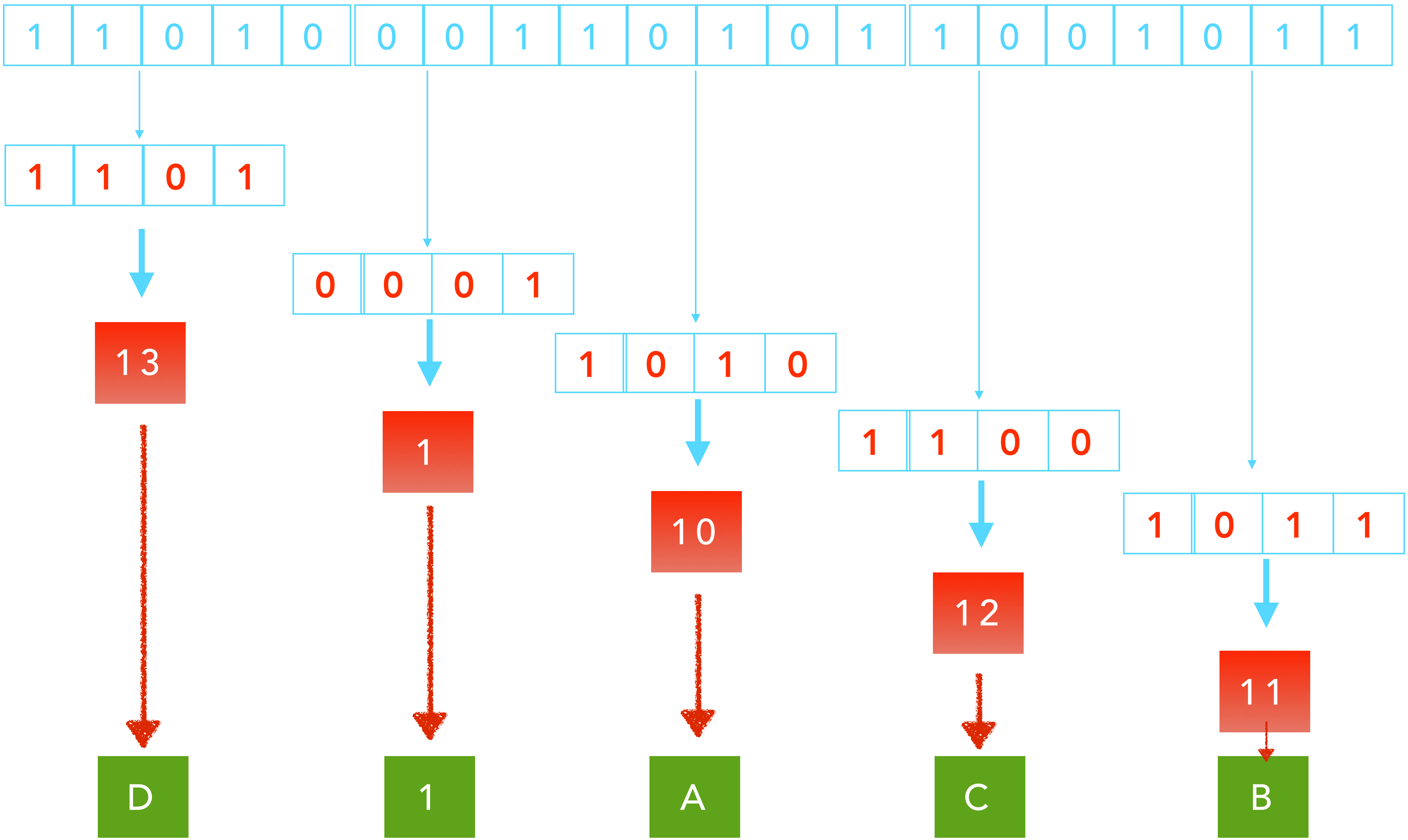
Applications:

- adresses de mémoire
- code machine
- codage de couleurs

Groupe de 4 bits

BIT	DECIMAL	SYMBOLE
0000	0	0
0001	1	1
0010	2	2
0011	3	3
0100	4	4
0101	5	5
0110	6	6
0111	7	7
1000	8	8
1001	9	9
1010	10	A
1011	11	B
1100	12	C
1101	13	D
1110	14	E
1111	15	F

Groupe de 4 bits



Groupe de 4 bits

1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1

D 1 A C B

notation mathématique $d1acb_{16}$

notation informatique 0xD1ACB

CE QUI SUIT EST EN HÉXADÉCIMAL

Groupe de 4 bits

Exemple

RSA Public Key: (1024 bit)

Modulus (1024 bit):
00:d3:a4:50:6e:c8:ff:56:6b:e6:cf:5d:b6:ea:0c:
68:75:47:a2:aa:c2:da:84:25:fc:a8:f4:47:51:da:
85:b5:20:74:94:86:1e:0f:75:c9:e9:08:61:f5:06:
6d:30:6e:15:19:02:e9:52:c0:62:db:4d:99:9e:e2:
6a:0c:44:38:cd:fe:be:e3:64:09:70:c5:fe:b1:6b:
29:b6:2f:49:c8:3b:d4:27:04:25:10:97:2f:e7:90:
6d:c0:28:42:99:d7:4c:43:de:c3:f5:21:6d:54:9f:
5d:c3:58:e1:c0:e4:d9:5b:b0:b8:dc:b4:7b:df:36:
3a:c2:b5:66:22:12:d6:87:0d
Exponent: 65537 (0x10001)

Groupe de 6 bits

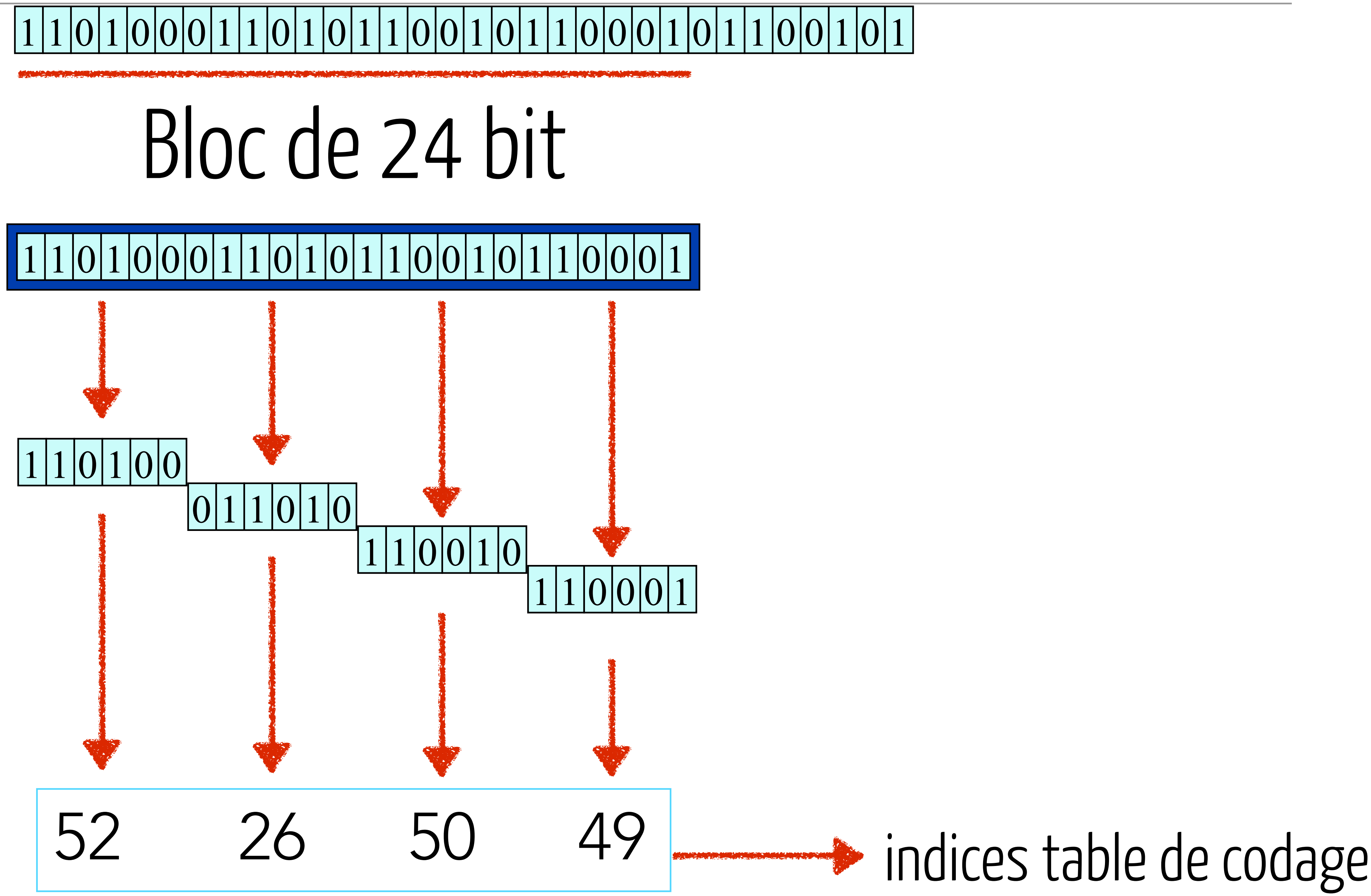
CODAGE DIT BASE 64

$2^6 = 64$

Ce **codage** est **très utilisé** pour la **transmission de message**

Protocole MIME:
Multipurpose Internet Mail Extension

Groupe de 6 bits : buffer



Groupe de 6 bits

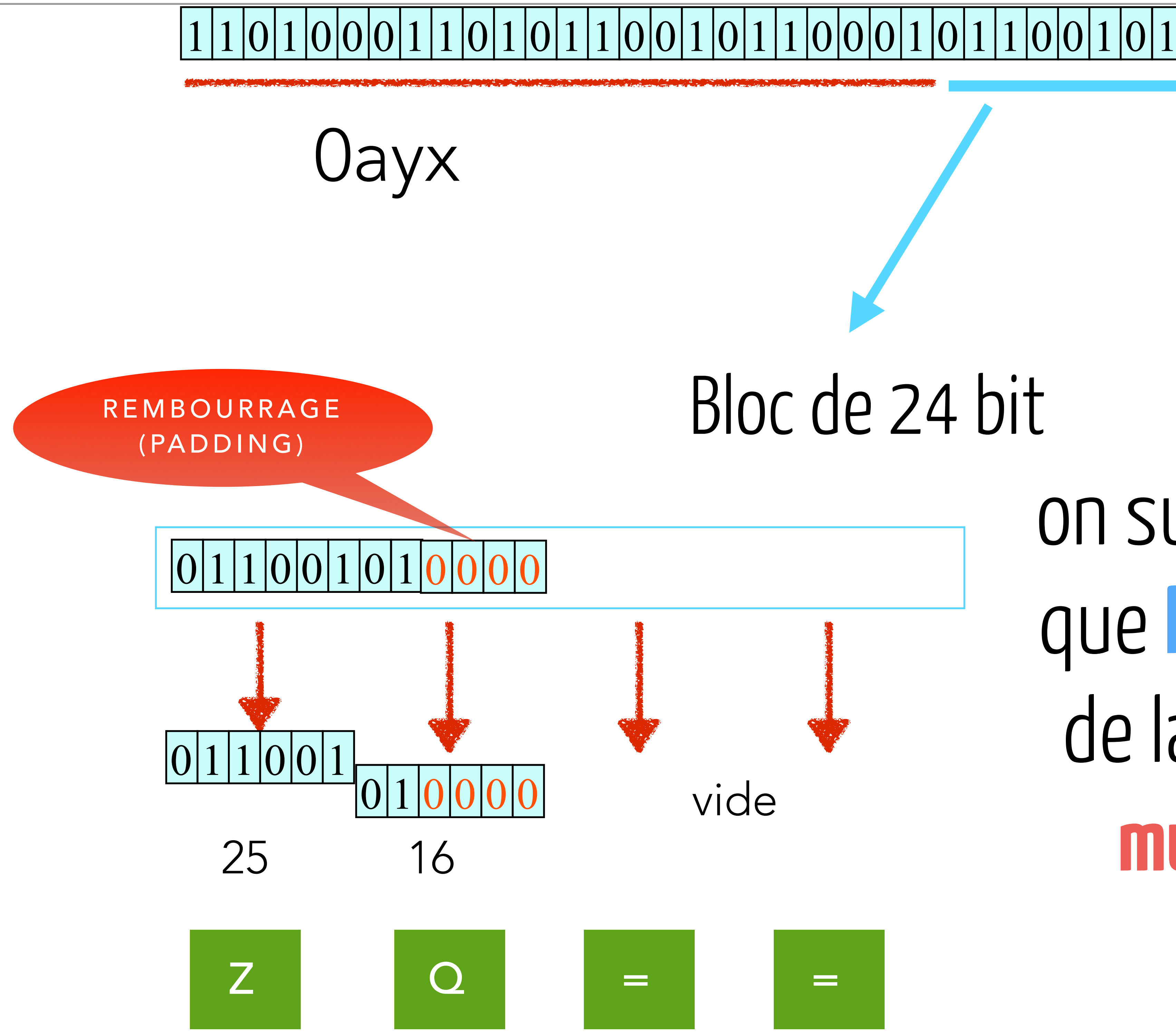
DECIMAL	SYMBOLE
0	A
1	B
2	C
3	D
4	E
5	F
6	G
7	H
8	I
9	J
10	K
11	L
12	M
13	N
14	O
15	P
16	Q
17	R
18	S
19	T
20	U
21	V
22	W
23	X
24	Y
25	Z
26	a
27	b
28	c
29	d
30	e
31	f
32	g
33	h
34	i
35	j
36	k
37	l
38	m
39	n
40	o
41	p
42	q
43	r
44	s
45	t
46	u
47	v
48	w
49	x
50	y
51	z
52	0
53	1
54	2
55	3
56	4
57	5
58	6
59	7
60	8
61	9
62	+
63	/

52 26 50 49

0 a y x

OUTPUT DU BLOC

Groupe de 6 bits : dernier bloc



on suppose toujours que **la longueur totale** de la chaine soit **un multiple de 8 bit**

Groupe de 6 bits : Synthèse

1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1

0 a y x Z Q = =

Blocs de 4 symboles

Groupe de 8 bits

CORRESPOND À UN OCTET

le **regroupement par 8 bits** est **utilisé** pour les **adresses internet IPv4** qui seront vus dans la partie réseau du cours

Que retenir ?

- conversion base 2
- opérations basiques en binaire
- différentes façons de représenter le Binaire


C'EST TOUT POUR AUJOURD'HUI