Algorytmy optymalizacyjne inspirowane przez naturę: mrówki i problem TSP

Michał Wojtal

29 czerwca 2016

System nerwowy pojedynczej mrówki jest prymitywny. Istnieją gatunki mrówek, której nie mają zmysłu wzroku. Przy tym, mrówki są zdolne do bardzo skompliowanych interakcji między sobą. Do komunikacji mrówki wykorzystują sygnały chemiczne - feromony.

Taki mechnizm komunikacji nazywany jest stygmerią.

Mrówki komunikują się poprzez zmianę środwiska.

Biorąc pod uwagę mechanizm komunikacji, można powiedzieć, że pamięć mrówek jako gatunku jest obiektywna i posiada stałą lokalizację.

Niektóre problemy rozwiązywane kolektywnie przez mrówki są bardzo złożone - wielokrotnie przekraczają zdolności pojedynczej mrówki.

Przykład - znalezienie ścieżki od gniazda do jedzenia (i z powrotem).

Okazuje się, że rozwiązanie, które kolektywnie generują mrówki jest często optymalne - ścieżka jest najkrótsza.

Wiele zagadnień optymalizacji można sprowadzić do problemu znalezienia najkrótszej ścieżki w grafie.



Rysunek: Ścieżka mrówek 1



Rysunek: Ścieżka mrówek 2

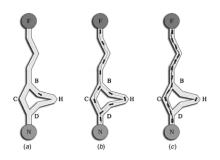


Rysunek: Ścieżka mrówek 3

Eksperymenty

Na początku lat 90-tych zostały przeprowadzone przez Deneubourga i innych, dwa eksperymenty badające kolektywną komunikację mrówek - formowanie przez mrówki ścieżek i podążanie nimi.

Eksperymenty



Rysunek: Eksperymenty z mostkiem

Eksperymenty - wnioski

- 1. W budowie ścieżki przez mrówki mamy do czynienia z dodatnim sprzężeniem zwrotnym.
- 2. Przez zbyt silne dodatnie sprzężenie zwrotne wybrane rozwiązanie może być nieoptymalne

Model agenta (1)

Agent porusza się losowo z prawdopodobieństwem ruchu w danym kierunku zależnym od kosztu tego ruchu i ilości feromonu na danej krawędzi.

Agent zostawia ślad w postaci pewnej ilości feromonu na swojej ścieżce.

Skoro chcemy aby bardziej interesujące były 'tanie' ścieżki - ilość zostawianego feromonu powinna zależeć od kosztu ścieżki.

Dla dużych sieci potrzebuje także warunku stop dla agenta.

Model agenta (2)

Dla agenta znajdującego się w wierzchołku x, prawdopodobieństwo wyboru krawędzie xy wyraża się wzorem:

$$p_{xy} = \frac{(\tau_{xy}^{\alpha})(\eta_{xy}^{\beta})}{\sum_{z \in osigalne_{x}} (\tau_{xz}^{\alpha})(\eta_{xz}^{\beta})},$$

gdzie:

 au_{xy} - ilość feromonu na krawędzi xy,

 η_{xy} - atrakcyjność krawędzi - przyjmuje $1/dist_{xy}$. Ponadto $\alpha \geqslant 0$ oraz $\beta \geqslant 1$.

Model agenta (3) - ślad agenta

Ślad jaki zostawia na swojej ścieżce agent dany jest wzorem:

$$\Delta au_{xy} = rac{Q}{L},$$

gdzie Q - pewna stała, L - atrakcyjność wybranego rozwiązania - przyjmuję koszt

Komunikacja między agentami

Po znalezieniu przez każdego agenta rozwiązania ilość feromonu na danej krawędzi zmienia się wedle reguły:

$$\tau_{\mathsf{x}\mathsf{y}} \leftarrow (1-\rho)\tau_{\mathsf{x}\mathsf{y}} + \sum_{k} \Delta \tau_{\mathsf{x}\mathsf{y}}^{k},$$

gdzie k przebiega zbiór agentów a ρ jest czynnikiem parowania.

Ant Colony Optimization - algorytm - Doriego 1991

Algorytm

- 1. wygeneruj rozwiazania dla wszystkich agentów
- 2. uaktualnij rozkład feromonów
- 3. jeżeli spełnino warunki stopu podaj rozwiązanie
- 4. wróć do 1.

Zalety i wady ACO

Zalety tej klasy algorytmów:

- 1. Naturalna współbieżna implementacja
- 2. Dodatnie sprzężenie zwrotne przyspiesza zbieżność do dobrych rozwiązań
- 3. Łatwo adaptuje się do zmiennych warunków np. zmiany odległości

Zalety i wady ACO

Algorytm jest trudny w analizie np. dlatego, że dokonujemy wielu wyborów nie zawsze niezależnych - rozkład prawdopodobieństwa zmienia się z każdą iteracją.

Nie ma znanych ograniczeń czasu zbieżności algorytmu.

Zastosowania

Dziękuję za uwagę!