53 Para el caso de una onda plana monocromática en el vacío:

a) Escribir el potencial vector $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t)$ y el potencial escalar $\phi(\boldsymbol{r},t)$ en la medida de Lorenz,

b) Derivar expresiones explícitas para los campos eléctrico $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$ y magnético $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)$.

c) Calcular el vector de Poynting.

d) Mostrar que $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) \perp \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)$ y que ambos campos son perpendiculares a la dirección de propagación de la onda (ondas transversales).

e) Obtener el tensor de tensiones de Maxwell.

54 Desde cada lado de un plano completamente absorbente situado en $z = 0$ inciden dos ondas electromagnéticas. La que ocupa el semiespacio $z < 0$ está caracterizada por el potencial vector $\mathbf{A}_1(\mathbf{r},t) = \mathbf{a}_1 \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t + \alpha_1)$ con $\mathbf{k}_1 = k_1\hat{\mathbf{z}}$. La que ocupa el semiespacio $z > 0$ está caracterizada por el potencial vector $\mathbf{A}_2(\mathbf{r},t) = \mathbf{a}_2 \cos(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t + \alpha_2)$ con $\mathbf{k}_2 = -k_2\hat{\mathbf{z}}$.

Determinar qué relación deben cumplir los parámetros que definen los potenciales para que se anule el promedio temporal de la fuerza ejercida sobre la superficie.

55 Considerar un campo electromagnético $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$ que es superposición de dos ondas planas desfasadas que se propagan en la dirección $\hat{\boldsymbol{z}}$. Comparar el promedio temporal del vector de Poynting $\boldsymbol{S}$ con la suma de los promedios temporales correspondientes a las dos ondas componentes para los dos casos siguientes (E_1 y E_2 reales):

a) Ondas ortogonales:
$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = E_1\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz-\omega t+\theta_1)}\hat{\boldsymbol{x}} + E_2\,\mathrm{e}^{i(kz-\omega t+\theta_2)}\hat{\boldsymbol{y}}$$

b) Ondas paralelas:
$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = E_1\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz-\omega t+\theta_1)}\hat{\boldsymbol{x}} + E_2\,\mathrm{e}^{i(kz-\omega t+\theta_2)}\hat{\boldsymbol{x}}$$

Caracterizar la polarización de los campos electromagnéticos enumerados anteriormente y calcular la densidad de energía transportada por la onda en cada caso.

56 Un plano infinito uniformemente cargado, inicialmente en reposo, se pone en movimiento en $t = 0$ con una velocidad constante $\boldsymbol{v}$ paralela al mismo.

a) Calcular el campo electromagnético en todo el espacio para $t > 0$. Discutir el resultado.

b) A una distancia d del plano, se coloca una pequeña espira cuadrada plana cuya normal es paralela al plano y perpendicular a $\boldsymbol{v}$. Calcular la fuerza electromotriz inducida en la espira y graficar cualitativamente su dependencia temporal.

57 Una partícula cargada se mueve sobre una trayectoria $\boldsymbol{r}_0(t)$. Utilizar la ecuación para el tiempo retardado
$$t_{ret} = t - \frac{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0(t')|}{c}$$
para discutir si señales emitidas desde dos puntos sobre la trayectoria pueden llegar simultáneamente a un punto de observación dado.

58 Utilizar los campos de Liénard-Wiechert para calcular los generados por una partícula cargada que se mueve a velocidad constante $\mathbf{v}$.

59 Utilizar los campos de Liénard-Wiechert para calcular el promedio temporal de la potencia radiada por unidad de ángulo sólido en las siguientes situaciones:

a) Una partícula cargada no relativista se mueve lo largo del eje z de tal manera que su posición instantánea es $z(t) = a\cos(\omega t)$.

b) Una partícula cargada no relativista se mueve en un círculo de radio R sobre el plano x-y con frecuencia angular constante ω.

Graficar la distribución angular de la radiación en cada caso.

$\boxed{60}$ Se tiene una antena formada por dos conductores lineales orientados a lo largo del eje z (uno entre $z = 0$ y $z = d$ y el otro entre $z = 0$ y $z = -d$) con una pequeña separación entre ambos (en $z = 0$). Por esta antena se induce una corriente oscilante del tipo

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}) = I_0 \sin\left(\frac{\pi}{d} f(z)\right) \delta(x)\delta(y)\hat{\boldsymbol{z}}\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}.$$

Considerar los casos $f(z) = |z|$ y $f(z) = z$ y calcular:

a) El potencial vector $\boldsymbol{A}$ y los campos $\boldsymbol{E}$ y $\boldsymbol{B}$ en la zona de radiación, usando la aproximación para campos distantes.

b) La potencia media radiada en función del ángulo de observación. Comparar con la expresión general de radiación dipolar. ¿Qué forma tienen los lóbulos de radiación?

c) La densidad de carga en la antena e interpretar los resultados del punto anterior.