Scattering impulsivo

Consideremos el problema de una partícula de carga q que, durante el transcurso de un proceso de colisión, sufre una variación en la velocidad. Para estudiar el proceso radiativo, podemos considerar que el cambio de velocidad ocurre abruptamente en un dado instante de tiempo, en el cual la partícula cambia su velocidad de $\mathbf{v}_1$ a $\mathbf{v}_2$. De esta manera, tendremos una descripción que será realista sólo para las bajas frecuencias, mientras las altas frecuencias estarán vinculadas al detalle de la dinámica durante el proceso de desviación de la partícula, que no tendremos en cuenta aquí.

Podemos entonces escribir la densidad de carga como:

$$\rho(\mathbf{r},t) = \begin{cases} q\delta(\mathbf{r}-\mathbf{v}_1 t) & \text{si} \quad 0 < t \\ q\delta(\mathbf{r}-\mathbf{v}_2 t) & \text{si} \quad 0 > t \end{cases} \tag{1}$$

y la corriente:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = \begin{cases} q\mathbf{v}_1\delta(\mathbf{r}-\mathbf{v}_1 t) & \text{si} \quad 0 < t \\ q\mathbf{v}_2\delta(\mathbf{r}-\mathbf{v}_2 t) & \text{si} \quad 0 > t \end{cases} \tag{2}$$

Dado que la radiación ocurre en un instante y región infinitesimal del espacio, es válida la siguiente aproximación para encontrar las expresiones de campo lejano:

$$|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| = \sqrt{r^2 - 2\mathbf{r}.\mathbf{r}' + r'^2} = r - \frac{\mathbf{r}}{r}.\mathbf{r}' + O\left(1/r\right), \tag{3}$$

con la cual calcularemos $\psi(\mathbf{r},\omega)$ y $\mathbf{A}(\mathbf{r},\omega)$.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, encuentre las componentes en frecuencia $\mathbf{j}(\mathbf{r},\omega)$ y $\rho(\mathbf{r},\omega)$.

Halle los campos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$, y el espectro en frecuencias y ángulo sólido $\frac{d^2E}{d\omega d\Omega}$ de la energía radiada y el espectro en frecuencias $\frac{dE}{d\omega}$. Discuta la dependencia en ω de la última expresión.