27 Encontrar el potencial en el interior de un cubo, si se sabe que el potencial en cada una de sus caras es una constante (diferente para cada cara).

28 Considere un par de placas conductoras paralelas infinitas conectadas a tierra y un hilo uniformemente cargado ubicado entre las placas y paralelo a las mismas. Calcule el potencial en todo el espacio y la densidad de carga en cada una de las placas. Determine la carga total en cada placa en función de la carga por unidad de longitud del hilo.

29

a) Considere el plano xy con una densidad superficial de carga de la forma $\sigma(x, y) = \sigma_o \cos(ax + by)$ y encuentre el potencial electrostático en todo el espacio.

b) Halle el potencial electrostático en todo el espacio si los tres planos coordenados xy, xz, yz tienen distribución superficial del carga $\sigma_1(x, y) = \sigma_o \sin(a_1 x) \sin(b_1 y)$, $\sigma_2(x, z) = \sigma_o \sin(a_2 x) \sin(b_2 z)$, y $\sigma_3(y, z) = \sigma_o \sin(a_3 y) \sin(b_3 z)$, respectivamente, donde se satisfacen las condiciones:

$$\sqrt{a_1^2 + b_1^2} = \sqrt{a_2^2 + b_2^2} = \sqrt{a_3^2 + b_3^2} = \lambda$$

30

a) Resuelva mediante separación de variables el problema electrostático de una carga puntual q entre dos cáscaras metálicas, esféricas y concéntricas, conectadas a tierra.

b) Halle la densidad de carga inducida sobre cada esfera y la carga total inducida sobre cada una de ellas.

c) Resuelva el problema en el caso en que el potencial de las esferas se eleva a V_1 y V_2, respectivamente. Use el principio de superposición.

d) Halle el potencial si se ubica la carga:

1) dentro de la esfera interior;
2) fuera de la esfera exterior;

cuando ambas esferas están aisladas y descargadas.

Comentarios y sugerencias:

- (a) Para determinar el potencial en la zona entre las dos esferas por separación de variables puede plantearse el problema de dos formas:

i) resolver directamente la ec. de Poisson, considerando la solución particular (potencial producido por la carga puntual) desarrollada en autofunciones adecuadas a la geometría a del problema, más una solución gral. de la ec. de Laplace;

ii)* dividir la región en dos zonas, en cuya frontera común queda ubicada la carga puntual. Aquí en cada región se tiene la ec. de Laplace y la carga aparece como condición de contorno.

Notar que con i) obtendrá un sistema de ecuaciones algebraico con la mitad de incógnitas que en el segundo caso.

Halle el límite para el radio de la esfera exterior tendiendo a infinito y compare con resultados previos.

- (c) ¿ Cómo se resolvería el problema de una carga puntual entre dos cáscaras esféricas conductoras aisladas y con carga total Q_1 y Q_2, respectivamente?

31 Obtenga el potencial electrostático en todo el espacio del problema 24 de la práctica anterior mediante el *método de separación de variables.*

32 Dos placas conductoras de extensión infinita en la dirección z forman un ángulo α, como muestra la figura, se conectan a una diferencia de potencial v. Los planos no llegan a tocarse, y la extensión de los electrodos va de $r = a$ a $r = b$. La distancia $b - a$ es mucho mayor que la máxima separación entre las placas, de manera que se pueden despreciar los efectos de borde.
Calcule la capacitancia por unidad de longitud.