69 Una onda incide normalmente sobre la superficie de separación entre dos dieléctricos. Mostrar que el coeficiente de reflexión R (cociente entre la potencia media reflejada y la incidente) vale

$$R = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}\,, \tag{1}$$

donde n es el índice de refracción relativo de los medios.

70 Una placa dieléctrica de superficies paralelas, índice de refracción n_2 y espesor d se encuentra dentro de un medio infinito de índice de refracción n_1. Una onda plana linealmente polarizada y monocromática, de longitud de onda λ y amplitud E_0, incide normalmente sobre una de las superficies planas de dicha placa. Suponer que $\mu_1 = \mu_2 = 1$.

a) Escribir las condiciones de borde para los campos eléctrico y magnético en las superficies paralelas de la placa.
b) Calcular los coeficientes de transmisión T y reflexión R de la placa.
c) ¿Cuál debe ser la relación entre la longitud de onda y el espesor de la placa para que no haya onda reflejada?

71 Considerar un medio dieléctrico homogéneo con índice de refracción $n(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$.

a) Mostrar que la solución general para ondas planas en una dimensión pueden escribirse como

$$u(x,t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\omega\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\left[A(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k(\omega)x} + B(\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k(\omega)x}\right]\,,$$

donde $u(x,t)$ es una componente de $\boldsymbol{E}$ o $\boldsymbol{B}$ y $k(\omega) = n(\omega)\omega/c$.
b) Considerar un paquete gaussiano, $A(\omega) = A_0\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\tau^2(\omega-\omega_0)^2}$, el cual describe una superposición de ondas de frecuencias cercanas a ω_0. Evaluar $u(0,t)$ (con $B(\omega) = 0$) y describir el comportamiento en función del tiempo. ¿Qué ancho 'temporal' tiene el paquete?
c) Mostrar que el paquete se propaga con velocidad $v_g = d\omega/dk$ (velocidad de grupo). ¿Cómo evoluciona el paquete en el tiempo? *Ayuda*: Antes de hacer la integral en ω, expandir $k(\omega)$ hasta el orden lineal alrededor de $\omega = \omega_0$.

72 Considerar un medio anisotrópico con tensor de susceptibilidad dieléctrica $\chi_{ij} = \chi\,\delta_{i3}\,\delta_{j3}$, donde el eje de simetría corresponde a la dirección $\hat{\boldsymbol{z}}$. La magnetización es nula.

a) Encontrar la ecuación de ondas para el campo $\boldsymbol{E}$ en este medio.
b) Encontrar el índice de refracción del medio para una onda plana linealmente polarizada que se propaga en dirección $\hat{\boldsymbol{x}}$ y cuya polarización se encuentra en la dirección: i) $\hat{\boldsymbol{z}}$; ii) $\hat{\boldsymbol{y}}$. Comparar las velocidades de fase obtenidas en ambos casos.
c) Si una onda circularmente polarizada que se propaga en el vacío en dirección $\hat{\boldsymbol{x}}$ incide normalmente en el medio estudiado. ¿Cómo varía la polarización de la onda a medida que se transmite por el medio?

73 Una onda electromagnética linealmente polarizada, de frecuencia ω en el vacío, incide normalmente sobre la superficie plana de un medio de conductividad electrica σ y constante dieléctrica ε (permeabilidad magnética $\mu = 1$).

a) Obtener la amplitud y la fase de la onda reflejada relativas a las de la onda incidente.

b) Analizar el caso límite de un 'buen' conductor y mostrar que el coeficiente de reflexión es

$$R \simeq 1 - \frac{2\omega}{c}\Lambda \,,$$

donde Λ es la distancia característica de penetración de los campos.