45 Un solenoide infinito de radio a y n vueltas por unidad de longitud es recorrido por una corriente dependiente del tiempo: $I(t) = I_o \sin(\omega t)$. Obtenga los campos eléctrico y magnético en todo el espacio, resolviendo las ecuaciones de Maxwell a primer orden en $\frac{\omega a}{c}$ ($\ll 1$). Calcule la variación del vector de Poynting a través de su contorno, y la potencia entregada por la batería

46 Utilizar el tensor de Maxwell para obtener la fuerza por unidad de longitud entre dos cables rectilíneos paralelos e infinitos por los que circulan corrientes eléctricas de igual módulo.

47 Considerar una esfera conductora descargada en presencia de un campo eléctrico que, lejos de la esfera, es constante y uniforme. Obtener la fuerza que tiende a separar ambas mitades de la esfera.

48 Por un solenoide muy largo de radio R y n vueltas por unidad de longitud circula una corriente I. En el eje del solenoide hay un hilo con densidad de carga uniforme $\lambda = Q/L$. Coaxial con el solenoide hay una cáscara radio $b > R \ll L$ y carga total $-Q$ (también distribuída de manera uniforme).

a) Calcular el momento angular total asociado al campo electromagnético.

b) Cuando la corriente en el solenoide se reduce gradualmente, la cáscara cilíndrica comienza a rotar. Calcular el momento angular que esta adquiere.

49 Se tiene una espira muy pequeña, por la que circula una corriente I, a distancia d de una carga puntual q. El impulso lineal del sistema $\mathbf{P} = \mathbf{P_{em}} + \mathbf{P_{mec}}$ incluye una contribución electromagnética $\mathbf{P_{em}}$ y otra mecánica $\mathbf{P_{mec}}$.

a) Calcular el impulso lineal total asociado a los campos electromagnéticos $\mathbf{P_{em}}$.

b) Dado que el sistema está en reposo y por lo tanto $\mathbf{P} = 0$, tiene que haber una contribución mecánica que anule la electromagnética. Discutir

50 Considere un campo eléctrico de la forma:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) \;=\; f(x_3 - ct)\hat{\mathbf{e}}_1 \;+\; g(x_3 - ct)\hat{\mathbf{e}}_2$$

Encuentre el campo magnético de manera que se satisfagan las ecuaciones de Maxwell.

51 Los potenciales escalar y vector correspondientes a cierto sistema son:

$$\phi(\mathbf{x}, t) \;=\; 0 \quad , \qquad \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) \;=\; -\,qct\,\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_0}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|^3}$$

donde q tiene dimensiones de carga eléctrica, y $\mathbf{x}_0$ un vector constante.

a) Obtenga los campos eléctrico y magnético.

b) ¿Cuáles son las densidades de carga y corriente?

52 Sean los potenciales $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t)$ y $\phi(\boldsymbol{r}, t)$ las soluciones de las ecuaciones de Maxwell para una distribución de carga y corrientes dada ($\rho(\boldsymbol{r}, t)$ y $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}, t)$, respectivamente).

a) Mostrar que la transformación $\boldsymbol{A}'(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}, t) + \boldsymbol{\nabla}\Lambda(\boldsymbol{r}, t)$ y $\phi'(\boldsymbol{r}, t) = \phi(\boldsymbol{r}, t) - \frac{1}{c}\partial_t\Lambda(\boldsymbol{r}, t)$, donde $\Lambda(\boldsymbol{r}, t)$ es una función escalar arbitraria, da lugar a los mismos campos $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$ y $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t)$.

b) Encontrar la ecuación que debe satisfacer $\Lambda(\boldsymbol{r}, t)$ para que los nuevos potenciales satisfagan la condición de Lorenz, si los anteriores no la satisfacían.

c) La condición de Lorenz, ¿determina de manera unívoca a los potenciales?