

# INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

## 22.05 ANÁLISIS DE SEÑALES Y SISTEMAS DIGITALES

---

### GUÍA FIR

---

*Grupo 2:*

Matías LARROQUE  
Leg. 56597

Tomás Agustín GONZÁLEZ ORLANDO  
Leg. 57090

Lucero Guadalupe FERNANDEZ  
Leg. 57485

Manuel MOLLÓN  
Leg. 58023

Ezequiel VIJANDE  
Leg. 58057

*Profesor:*

Daniel JACOBY  
Carlos BELAUSTEGUI GOITIA  
Rodrigo Iñaki IRIBARREN

Entregado: 28 de Junio de 2019

# 1 FILTROS PASAALTOS

Se simularon los siguientes filtros pasaaltos con sus respectivas ventanas en MATLAB.

$f_s(\text{Hz})$	$f_p(\text{Hz})$	$f_a(\text{Hz})$	$A_p(\text{dB})$	$A_a(\text{dB})$	Ventana
44.1k	1k	2k	2	20	Rectangular
44.1k	1k	2k	2	40	Hamming
44.1k	1k	2k	1	40	Blackman
44.1k	2.4k	3.6k	2	40	Kaiser
44.1k	1k	2k	2	60	Kaiser

Tabla 1: Plantillas de filtros pasaaltos realizados.

## 1.1 VENTANA RECTANGULAR

La ventana rectangular está definida por:

$$\omega(n+1) = 1 \quad 0 < n < N-1 \quad (1)$$

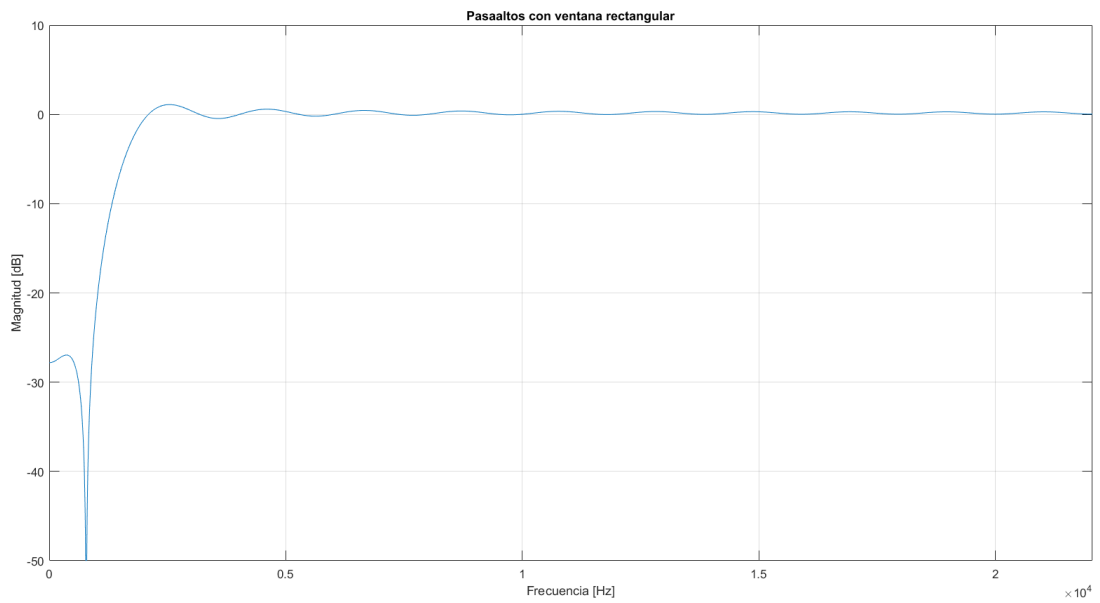


Figura 1: Respuesta en frecuencia del pasaaltos con ventana rectangular.

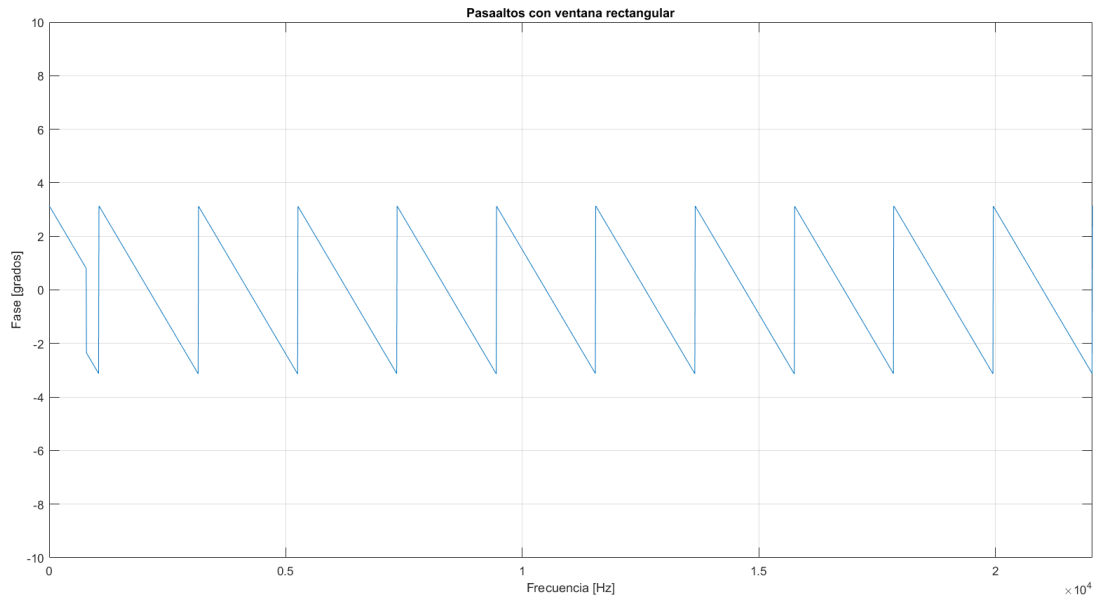


Figura 2: Fase del pasaaltos con ventana rectangular.

## 1.2 VENTANA DE HAMMING

La ventana de Hamming está definida por:

$$\omega(n+1) = 0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) \quad 0 < n < N-1 \quad (2)$$

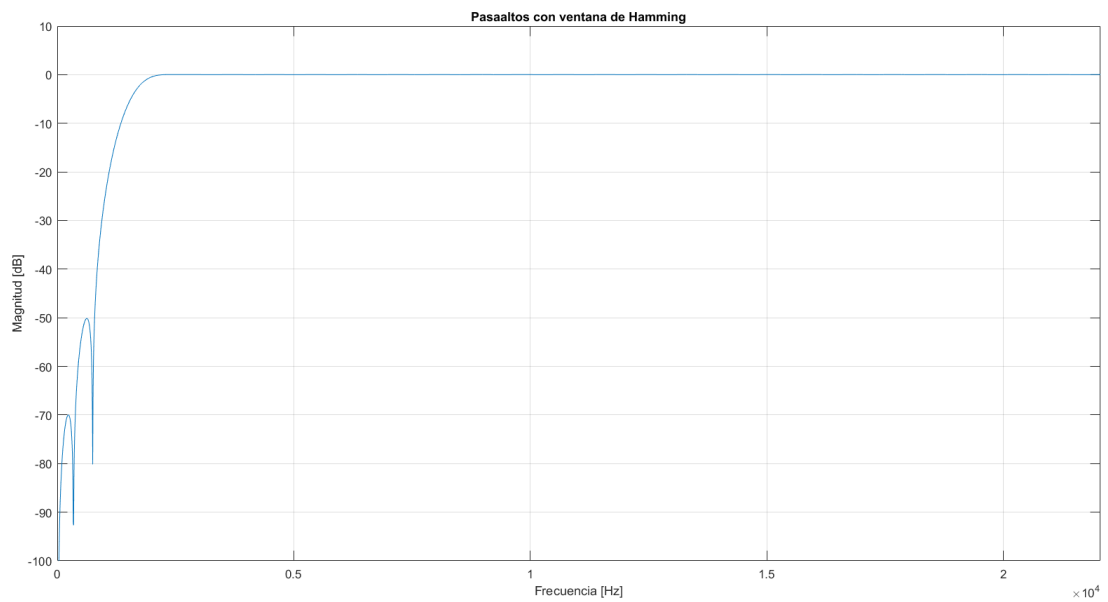


Figura 3: Respuesta en frecuencia del pasaaltos con ventana de Hamming.

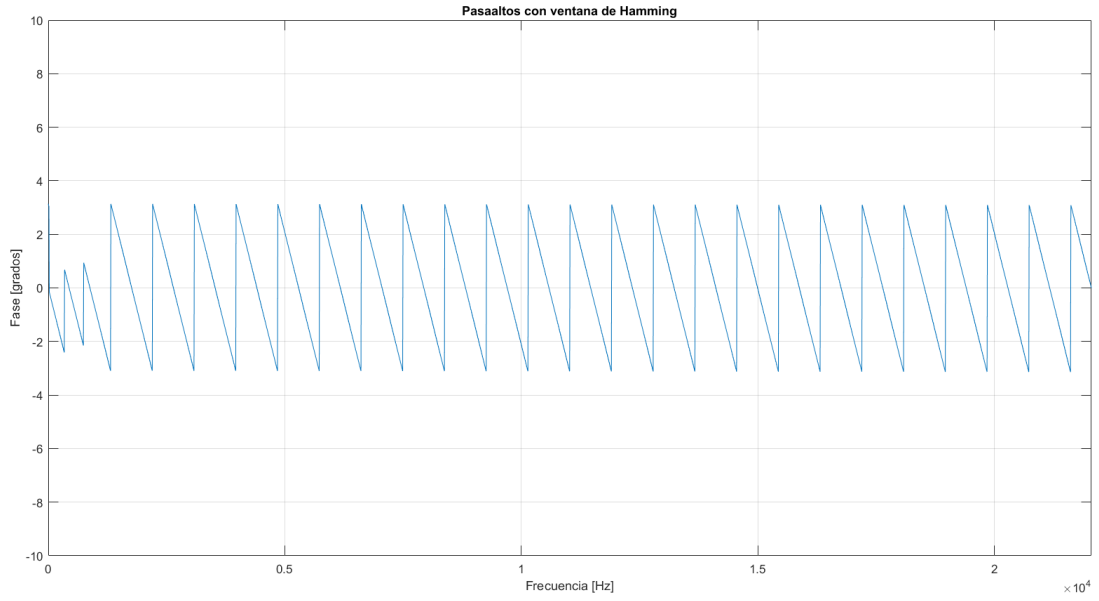


Figura 4: Fase del pasaaltos con ventana de Hamming.

### 1.3 VENTANA DE BLACKMAN

La ventana de Blackman está definida por:

$$\omega(n+1) = 0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) \quad 0 < n < N-1 \quad (3)$$

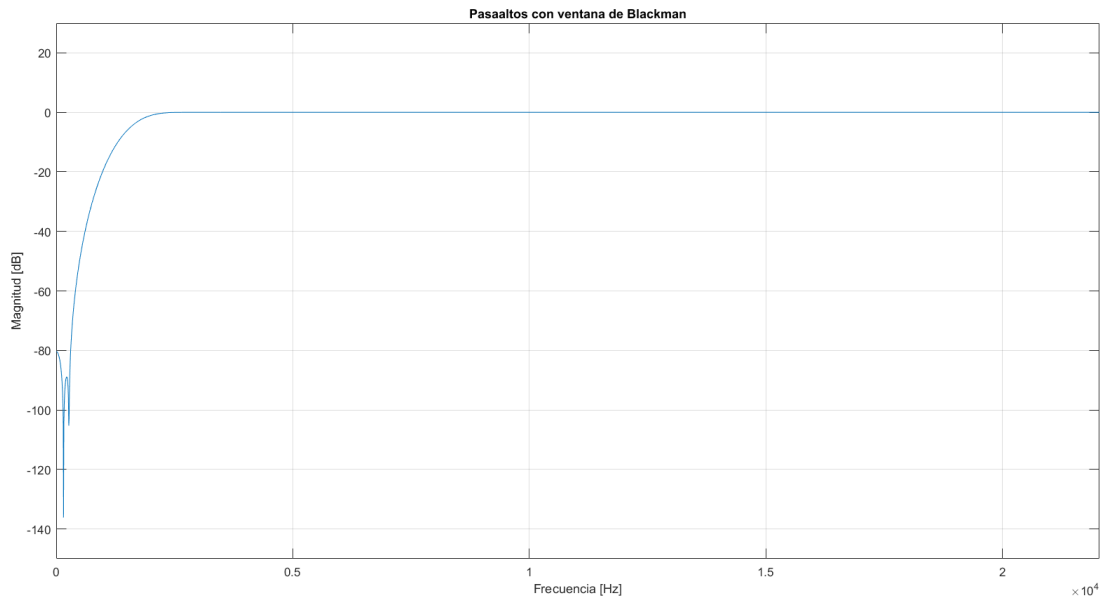


Figura 5: Respuesta en frecuencia del pasaaltos con ventana de Blackman.

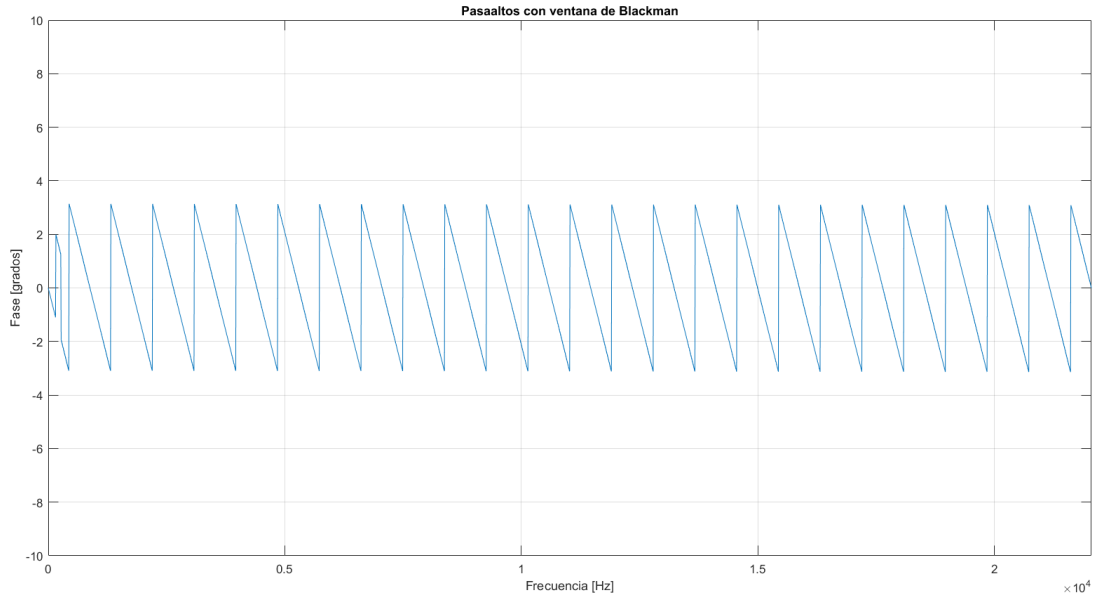


Figura 6: Fase del pasaaltos con ventana de Blackman.

#### 1.4 VENTANA DE KAISER

La ventana de Kaiser está definida por:

$$\omega(n+1) = \frac{I_0 \left( \pi \alpha \sqrt{1 - \left( \frac{2n}{N-1} - 1 \right)^2} \right)}{I_0(\pi \alpha)} \quad 0 < n < N-1 \quad (4)$$

Con  $I_0$  la función de Bessel modificada de primer tipo de orden cero,  $\alpha$  es un número real que determina la forma de la ventana, la relación entre el ancho del lóbulo principal y la amplitud de los laterales. El ancho del principal está dado por  $2\sqrt{1 + \alpha^2}$ .

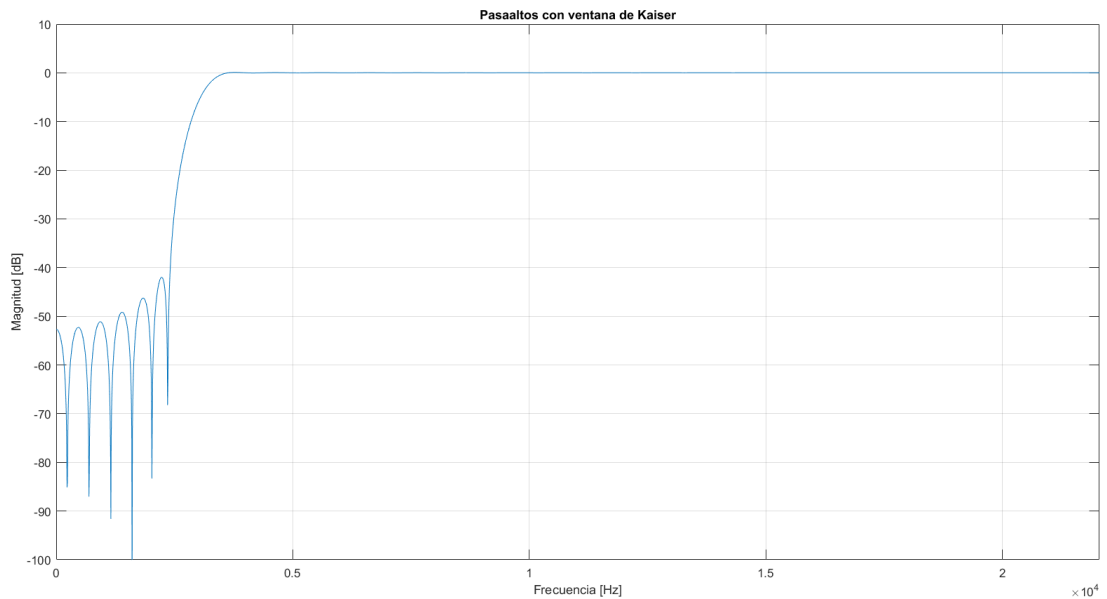


Figura 7: Respuesta en frecuencia del pasaaltos con ventana de Kaiser para  $Aa = 40dB$ .

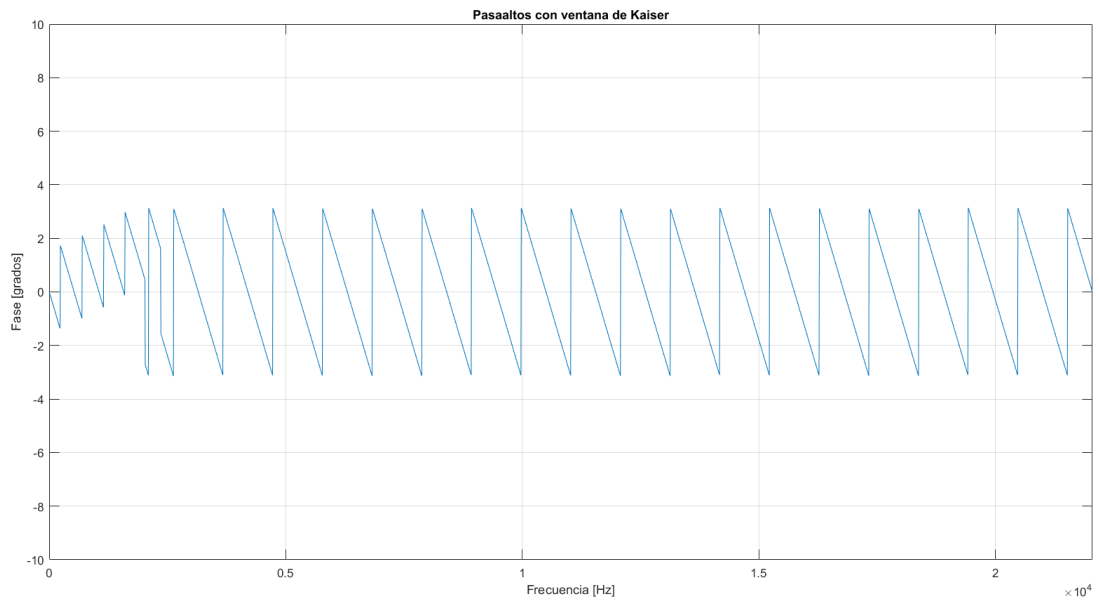


Figura 8: Fase del pasaaltos con ventana de Kaiser para  $Aa = 40dB$ .

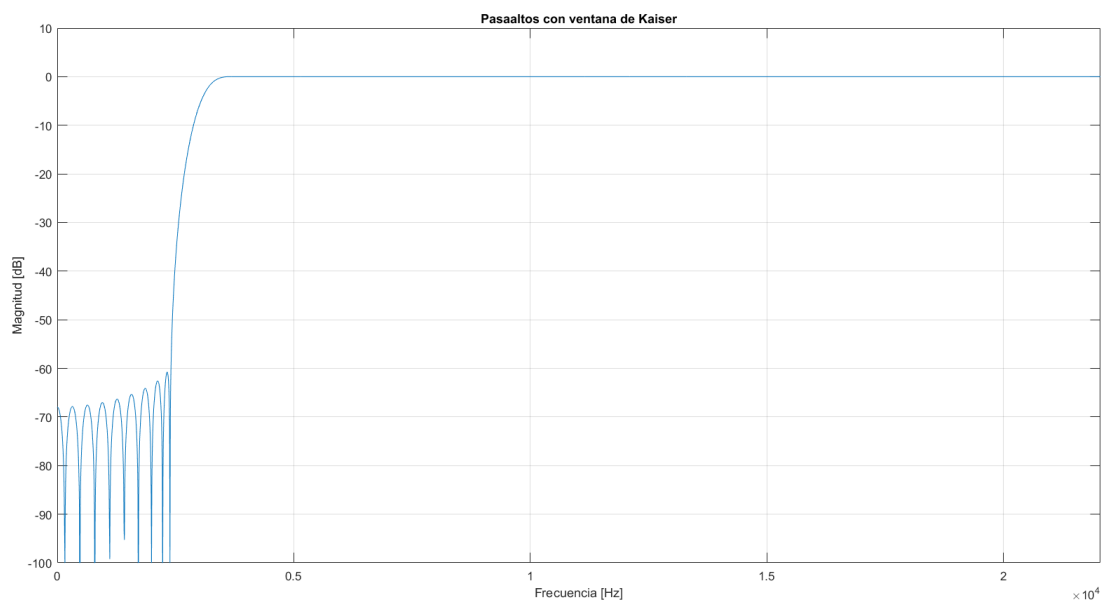


Figura 9: Respuesta en frecuencia del pasaaltos con ventana de Kaiser para  $Aa = 60dB$ .

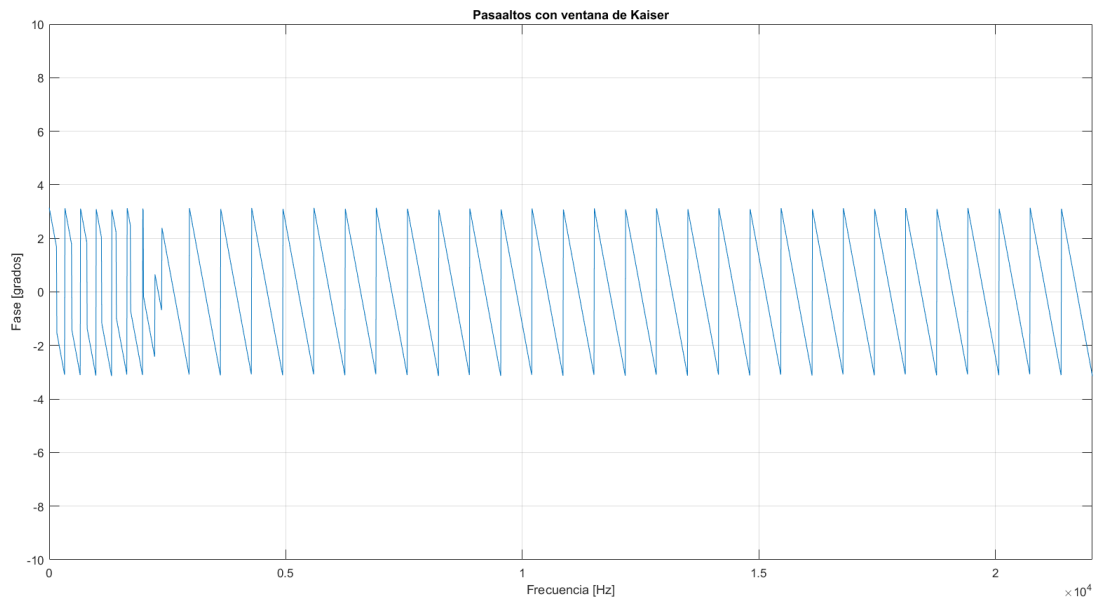


Figura 10: Fase del pasaaltos con ventana de Kaiser para  $Aa = 60dB$ .

## 1.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para poder apreciar mejor los resultados se graficaron los bodes de las ventanas superpuestas, que se muestran a continuación:

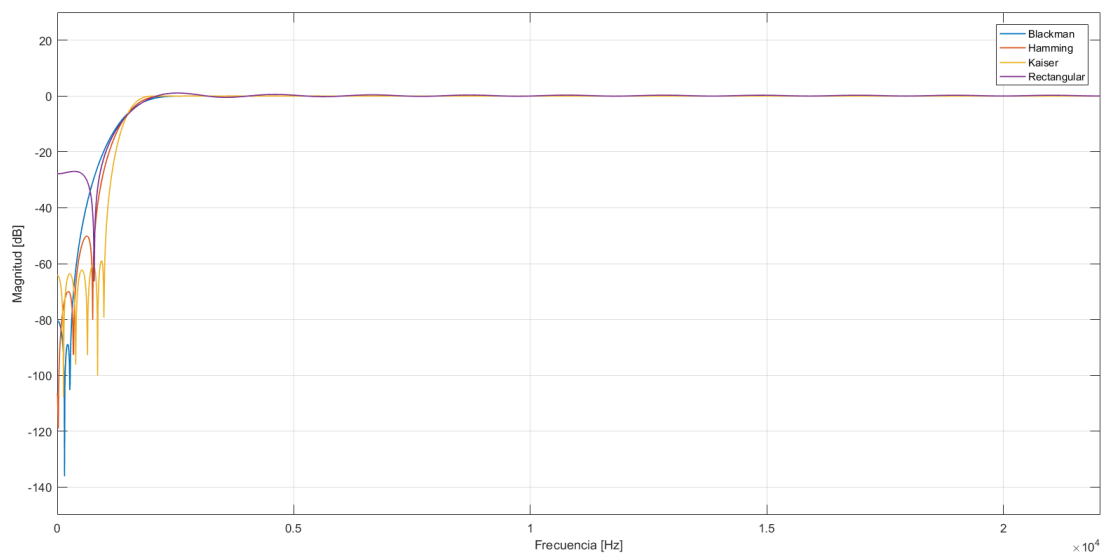


Figura 11: Respuesta en frecuencia del pasaaltos con ventana rectangular, Hamming, Blackman y Kaiser.

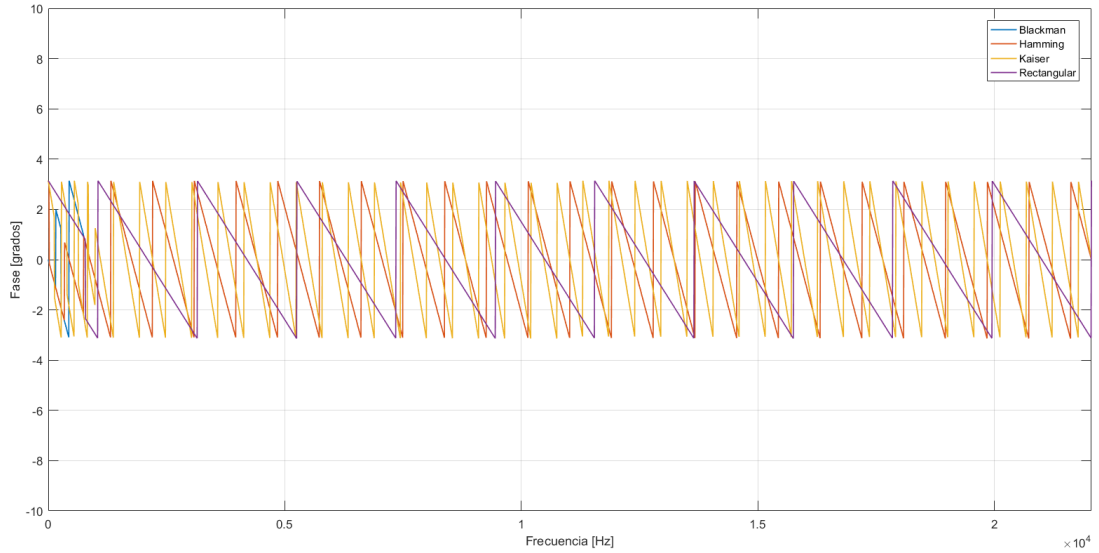


Figura 12: Fase del pasafiltros con ventana rectangular, Hamming, Blackman y Kaiser.

En principio se puede observar que se consigue una mayor atenuación en los lóbulos laterales con la ventana de Blackman ( $80dB$ ), frente a las otras ventanas propuestas. En particular, con la ventana rectangular es donde se consigue la menor atenuación. Por otro lado, la ventana de Kaiser permite obtener el  $N$  óptimo para el caso, aprovechando el parámetro  $\alpha$  que permite variar, en forma continua, el ripple desde los valores de la ventana rectangular, hasta los de Blackman. A mayor  $\alpha$ , mayor  $A_a$ , y mayor el ancho de la banda de transición. Una vez elegido el  $\alpha$  que satisfaga las atenuaciones deseadas, se ajusta el  $N$  para satisfacer el ancho de la banda de transición pedido.

En cuanto a las fases planteadas, la rectangular es la que tiene menor ancho del lóbulo central, por lo que los ceros de transmisión aparecen primero en ella. La de Blackman es la de menor selectividad y mayor ancho de lóbulo central, sucediendo a la inversa que la rectangular. En cada una de ellas, luego de cada cero hay un cambio de signo (salto en  $\pi$ ).

## 2 FILTRO PASABANDA CON VENTANA DE KAISER

Se simuló la siguiente plantilla con la ventana de Kaiser.

$f_s(Hz)$	$f_a^-(Hz)$	$f_p^-(Hz)$	$f_p^+(Hz)$	$f_a^+(Hz)$	$A_p(dB)$	$A_a(dB)$	Ventana
44.1k	2k	2.8k	4k	4.6k	3	40	Kaiser

Tabla 2: Plantilla del filtro pasabanda.



## 2.1 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

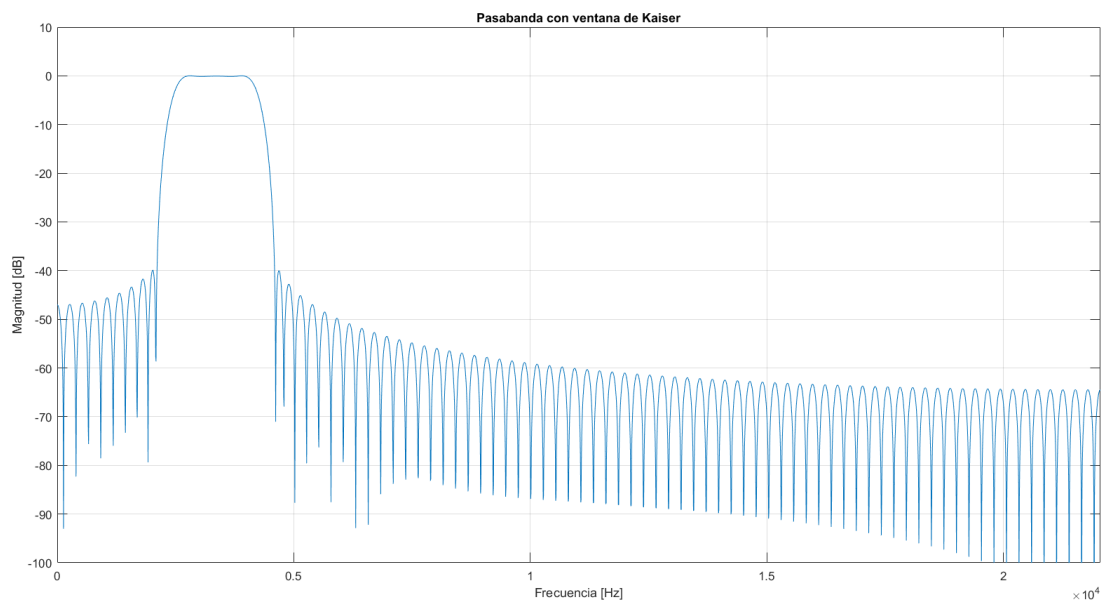


Figura 13: Respuesta en frecuencia del pasabanda con ventana de Kaiser.

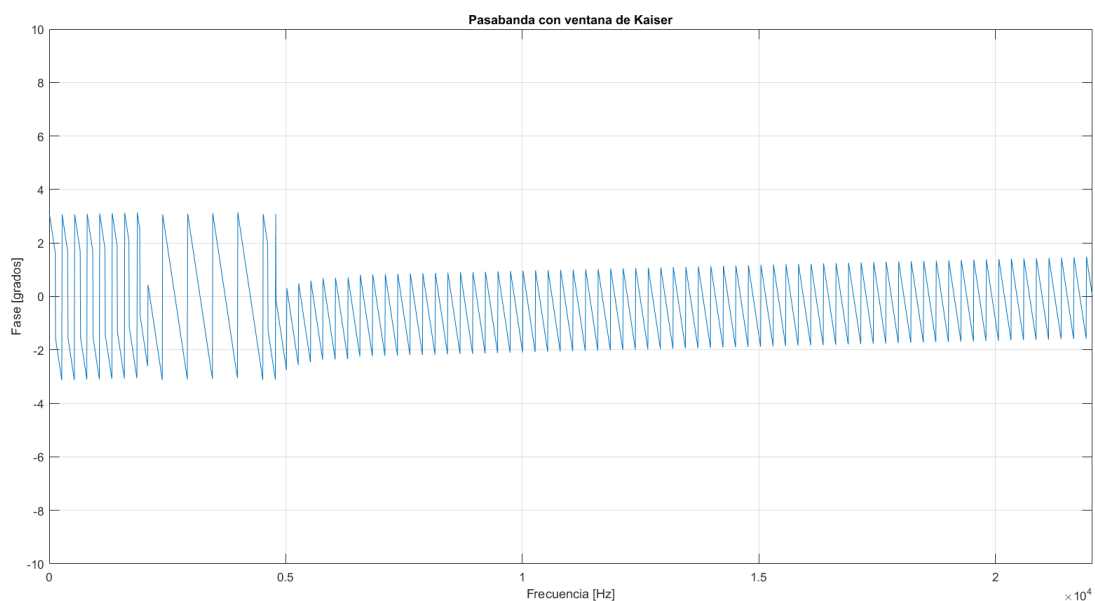


Figura 14: Fase del pasabanda con ventana de Kaiser.

Se puede observar que el filtro cumple plantilla de forma satisfactoria. Además se ve la máxima concentración de energía en el lóbulo principal, ya que los laterales se encuentran atenuados. Lo interesante de la aplicación de esta ventana es que se consigue un manejo muy detallado (a través del parámetro  $\alpha$ ) de la relación entre el ancho del lóbulo principal y la amplitud de los laterales.

## 3 FILTROS CON VENTANA DE KAISER Y MEDICIÓN EN DSP

Se simulaban las siguientes plantillas con la ventana de Kaiser y se corrió el software en el DSP.

$f_s(Hz)$	$f_a^-(Hz)$	$f_p^-(Hz)$	$f_p^+(Hz)$	$f_a^+(Hz)$	$A_p(dB)$	$A_a(dB)$	Ventana
48k	2k	2.2k	3k	3.2k	1	40	Kaiser

Tabla 3: Plantilla del filtro pasabanda.

$f_s(Hz)$	$f_p(Hz)$	$f_a(Hz)$	$A_p(dB)$	$A_a(dB)$	Ventana
48k	2k	2.2k	1	40	Kaiser

Tabla 4: Plantilla del filtro pasabajos.

$f_s(Hz)$	$f_a(Hz)$	$f_p(Hz)$	$A_p(dB)$	$A_a(dB)$	Ventana
48k	2k	2.2k	1	40	Kaiser

Tabla 5: Plantilla del filtro pasaaltos.

### 3.1 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

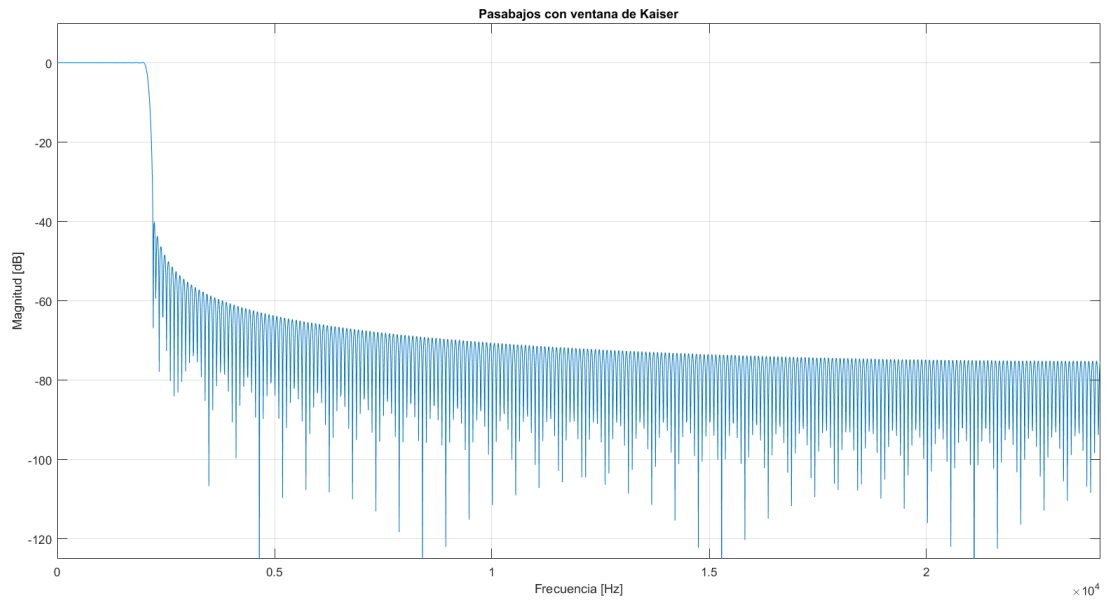


Figura 15: Respuesta en frecuencia del pasabajos con ventana de Kaiser.

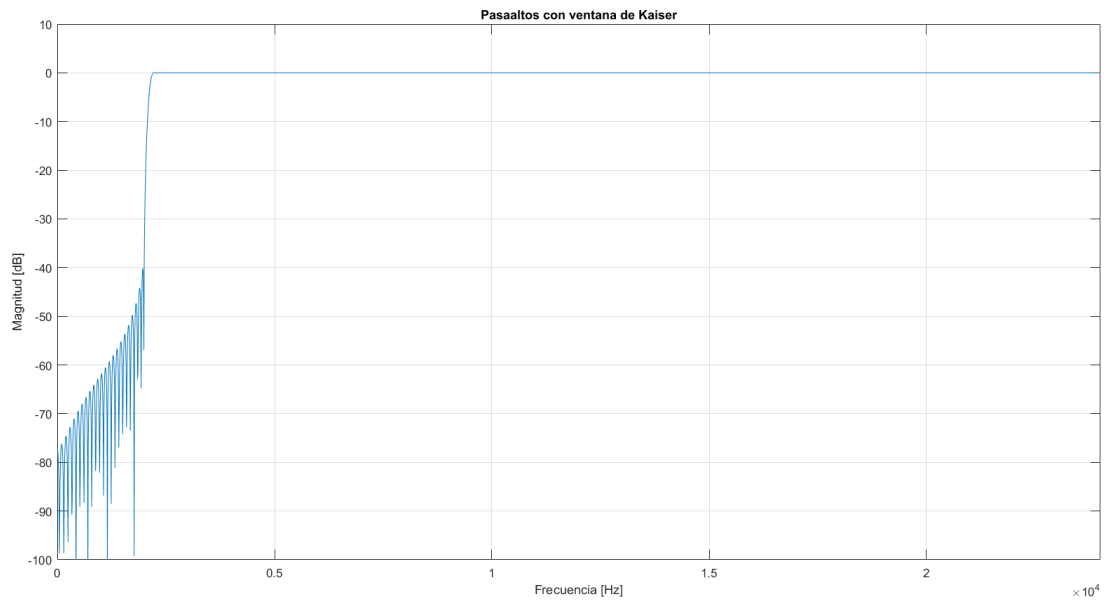


Figura 16: Respuesta en frecuencia del pasaaltos con ventana de Kaiser.

### 3.2 SIMULACIÓN PASABANDA Y MEDICIÓN EN DSP.

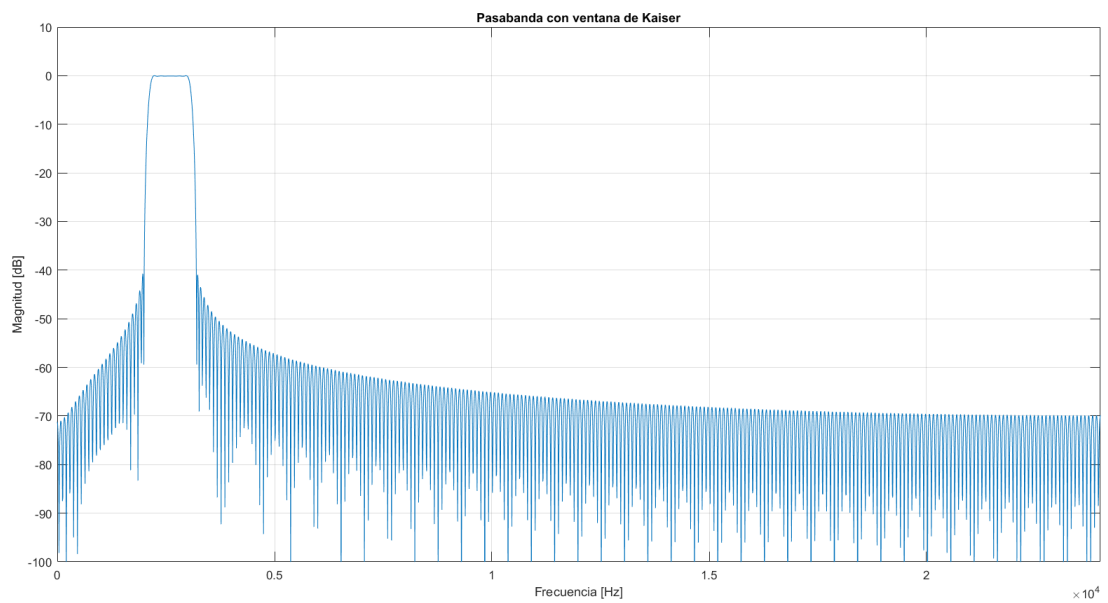


Figura 17: Respuesta en frecuencia del pasabanda con ventana de Kaiser.

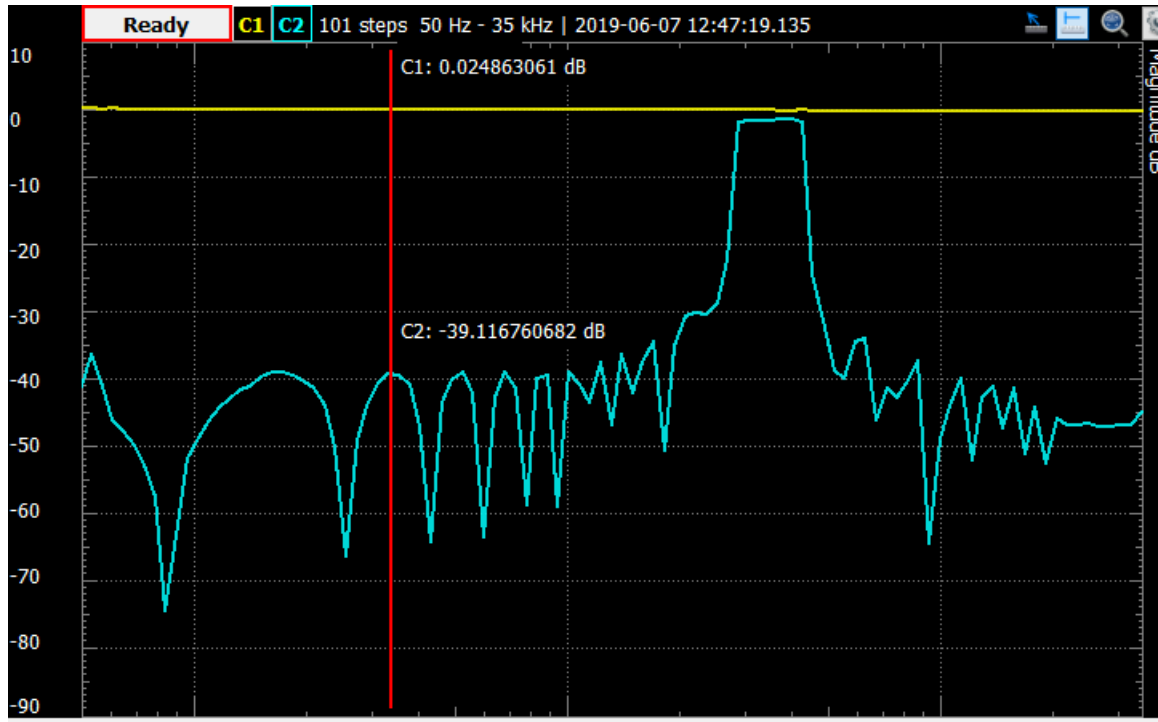


Figura 18: Medición del pasabanda en el DSP.

Se puede observar que tanto en el caso del pasabajos como del pasaaltos y pasabanda la simulación cumple plantilla. Por otro lado, se simuló en el Procesador de señales DSP56303 y se obtuvieron los resultados mostrados en la figura 18; con la diferencia mayor siendo la atenuación que se observa en la medición debida al atenuador presente en el procesador.

#### 4 FILTRO EQUIRRIPPLE PARKS-MCCLELLAN

Los filtros FIR con el método de ventanas y con muestreo en frecuencia tienen la desventaja de no tener un control preciso sobre las frecuencias críticas ( $f_p$  y  $f_a$ ). El método MiniMax o de Parks-McClellan es un método iterativo para encontrar el filtro FIR óptimo con aproximación Chebyshev. El objetivo del algoritmo es minimizar el error en las bandas de paso y de atenuación usando esta aproximación. Se obtiene de esta forma un filtro con ripple parejo en cada banda, característico de Chebyshev.

Entonces la respuesta en frecuencia es igual a:

$$H_o(e^{j\omega}) = P(\omega) \cdot Q(\omega) \quad (5)$$

con  $P(\omega) = \sum_{k=0}^L \alpha(k) \cos(\omega k)$  y  $L = \frac{N-1}{2}$  para TIPOS I y II y  $L = \frac{N}{2} - 1$  para TIPOS III y IV.

Si  $H_d(\omega)$  es la respuesta deseada del filtro,  $W(\omega)$  podría ser una función que pondera el error de la aproximación y  $E(\omega)$  el error de la aproximación. De esta forma:

$$E(\omega) = W(\omega)[H_d(\omega) - P(\omega) \cdot Q(\omega)] \quad (6)$$

Lo que se busca en el algoritmo son los coeficientes  $\alpha(k)$  que minimicen  $E(\omega)$ , es decir, el error, en toda la banda donde se aproxima  $H_d(\omega)$  por  $H_o(e^{j\omega})$ . Se pueden conseguir así, filtros multibanda con distinto ripple en cada banda de interés.

El resultado se observa en la siguiente figura.

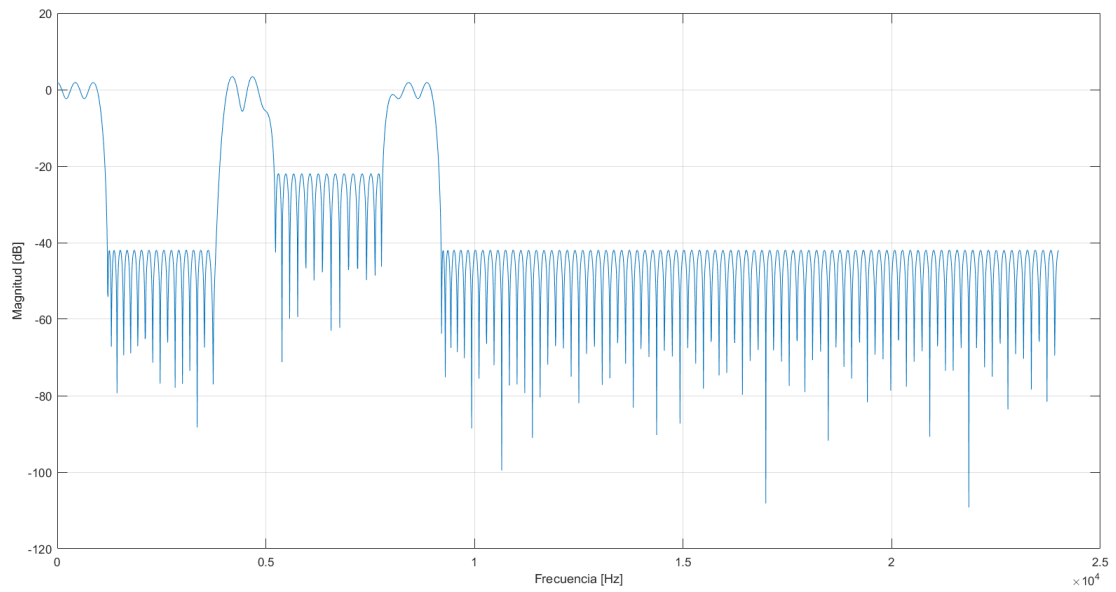


Figura 19: Respuesta en frecuencia del filtro equiripple.

A diferencia del método con ventanas, al aumentar el  $N$ , las mejoras en el ripple se presentaban sólo en zonas sin discontinuidades, en cambio, con el método actual, al aumentar el orden, o la cantidad de muestras  $N$ , hay mejoras en toda la banda.