Universität Konstanz
Lehrstuhl für Praktische Informatik
Dr. S. Cornelsen / C. Pich

Entwurf und Analyse von Algorithmen
WS 2006/2007

1. Übungsblatt

Ausgabe: 27.10.2006 **Abgabe:** 03.11.2006, 12 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: Komplexitätsklassen — 6 Punkte

Ordnen Sie die folgenden Funktionen aufsteigend nach ihrem asymptotischen Wachstum, d.h. falls in Ihrer Anordnung $g(n)$ direkt auf $f(n)$ folgt, gilt $f(n) \in \mathcal{O}(g(n))$:

$$10^n, n^{\frac{1}{3}}, n^n, \log_2 n, 2^{\sqrt{\log_2 n}}.$$

Begründen Sie alle Ihre Entscheidungen genau gemäß der Definitionen der $\mathcal{O}$-Notation.

Aufgabe 2: Beweistechniken — 4 Punkte

Zeigen Sie $T(n) = 2 \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + \sqrt{n} \in \mathcal{O}(n)$ mit

(a) dem Master-Theorem,

(b) der Substitutionsmethode.

Aufgabe 3: Eingabegrößen — 6 Punkte

Es seien sechs Algorithmen mit folgenden exakten Laufzeiten (Zahl von Einzeloperationen mit jeweils konstanter Laufzeit) in Abhängigkeit von der Eingabegröße n gegeben:

$$n^2, n^3, 10^5 n^2, n \log_2 n, 2^n, 2^{2^n}.$$

(a) Um wieviel langsamer wird jeder Algorithmus, wenn n um 1 vergrößert bzw. wenn n verdoppelt wird?

(b) Angenommen, ein Rechner kann 10^{10} Einzeloperationen pro Sekunde ausführen. Geben Sie für jeden Algorithmus die größtmögliche Eingabegröße n an, so dass die Ausführung auf diesem Rechner innerhalb einer Sekunde bzw. innerhalb einer Stunde beendet ist.

[bitte wenden]

Aufgabe 4: Schwellwert **4 Punkte**

Geben Sie das größte $a \in \mathbb{N}$ an, so dass ein Algorithmus mit der Laufzeit

$$T_B(n) = a \cdot T_B\left(\frac{n}{9}\right) + n^2$$

asymptotisch schneller ist als ein Algorithmus mit der Laufzeit

$$T_A(n) = 26 \cdot T_A\left(\frac{n}{3}\right) + n^2.$$