

5. Übungsblatt

Ausgabe: 24.11.2006 **Abgabe:** 01.12.2006, 12 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 15: MST

6 Punkte

Sei $G = (V, E)$ ein Graph mit einer Kantengewichtsfunktion $c : E \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ und $|V| = n$.

- (a) Für je zwei Knoten u und v ist ein Weg von u nach v gesucht, so dass das maximale Kantengewicht, das auf diesem Weg auftritt, möglichst klein ist. Zeigen Sie, dass man dieses Problem durch das Bestimmen eines MST in G lösen kann.
- (b) Ein kürzester Weg zwischen u und v in G ist ein Weg $u = w_0, \dots, w_k = v$ in G , der $\sum_{i=1}^k c(\{w_{i-1}, w_i\})$ minimiert. Zeigen oder widerlegen Sie: Ist T ein MST für G , so ist der Weg von u nach v in T ein kürzester Weg von u nach v in G .

Aufgabe 16: Unabhängige Mengen

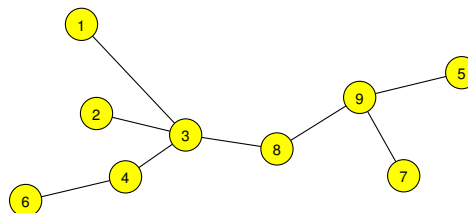
4 Punkte

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Knotenmenge $U \subseteq V$ heißt *unabhängige Menge*, wenn es keine Kante zwischen zwei Knoten darin gibt, also $u, v \in U \Rightarrow \{u, v\} \notin E$. Findet der kanonische Greedy-Algorithmus immer eine größte unabhängige Menge? Beweisen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 17: Prüfer-Codes

6 Punkte

- (a) Bestimmen Sie für folgenden Baum den Prüfercode:



- (b) Konstruieren Sie aus dem Prüfercode $(4, 9, 4, 6, 6, 5, 1)$ den entsprechenden Baum.

[Bitte wenden]

Aufgabe 18: TSP**4 Punkte**

Beim *Symmetrischen Traveling-Salesman-Problem* sucht man die kürzeste Rundreise durch n Städte (also einen Kreis, der jede Stadt genau einmal enthält), deren nicht-negative Distanzen durch eine symmetrische $n \times n$ -Matrix $D = (d_{ij})$ gegeben sind. Zeigen Sie, dass ein minimaler Spannbaum auf dem von D induzierten vollständigen Graphen eine untere Schranke für die minimale Länge einer Rundreise bildet.