Puissances active et réactive

Corrigé Exercice 3

La puissance apparente est : $S_i = U_i \cdot I_i$ (i = 1,2.) (1)

La puissance réactive est : $Q_i = \pm\sqrt{S_i^2 - P_i^2}$ (i = 1,2.) (2)

avec P_i étant la puissance active (donnée du problème)

$Q_i > 0$: circuit inductif : $\underline{Z}_i = \frac{U_i}{I_i} \cdot e^{+ j \operatorname{acos}\left(\frac{P_i}{S_i}\right)}$

$Q_i < 0$: circuit capacitif : $\underline{Z}_i = \frac{U_i}{I_i} \cdot e^{- j \operatorname{acos}\left(\frac{P_i}{S_i}\right)}$

*** Pour les systèmes en parallèle :**

$S_p = U_p \cdot I_p$ (3) avec : $U_p = U_1 = U_2$ (donnée)

$I_p = |\underline{I}_p|$

$$\underline{I}_p = \underline{U}_p \cdot \left(\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2}\right) = \underline{U}_p \cdot \frac{1}{\underline{Z}_p} \qquad (4)$$

$\underline{Z}_i$: impédance du système i (i = 1,2.)

Alors, suivant la nature des systèmes (capacitif(s) ou inductif(s)) :

$$\frac{1}{\underline{Z}_p} = \frac{I_1}{U_1}\left[\frac{P_1}{S_1} \underset{\substack{\uparrow}}{\pm} j \cdot \sin\left(\operatorname{acos}\frac{P_1}{S_1}\right)\right] + \frac{I_2}{U_2}\left[\frac{P_2}{S_2} \underset{\substack{\uparrow}}{\pm} j \cdot \sin\left(\operatorname{acos}\frac{P_2}{S_2}\right)\right] \qquad (5)$$

Désignons par ***A*** et ***B*** les signes variables

On a les combinaisons suivantes :

					A	***B***
$\underline{Z}_1$	capacitive	et	$\underline{Z}_2$	capacitive	+	+
$\underline{Z}_1$	capacitive	et	$\underline{Z}_2$	inductive	+	-
$\underline{Z}_1$	inductive	et	$\underline{Z}_2$	capacitive	-	+
$\underline{Z}_1$	inductive	et	$\underline{Z}_2$	inductive	-	-

D'où :

$$\frac{1}{Z_p^2} = \left[\frac{I_1}{U_1} \cdot \frac{P_1}{S_1} + \frac{I_2}{U_2} \cdot \frac{P_2}{S_2}\right]^2 + \left[\frac{I_1}{U_1} \cdot \sin\left(\operatorname{acos}\frac{P_1}{S_1}\right) \pm \frac{I_2}{U_2} \cdot \sin\left(\operatorname{acos}\frac{P_2}{S_2}\right)\right]^2 \qquad (6)$$

- signe + même nature réactive
- signe - nature réactive différente

*** Pour les systèmes en série :**

$S_S = U_S \cdot I_S$ (7) avec : $U_S = U$ (donnée)

$$I_s = \left| \underline{I}_s \right|$$

$$I_s = U \cdot \frac{1}{\left| \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \right|} = \frac{U}{\left| \underline{Z}_s \right|} \qquad (8)$$

$$\left| \underline{Z}_s \right| = Z_s$$

$$Z_s^2 = \left[\frac{U_1}{I_1} \cdot \frac{P_1}{S_1} + \frac{U_2}{I_2} \cdot \frac{P_2}{S_2} \right]^2 + \left[\frac{U_1}{I_1} \cdot \sin\left(\operatorname{acos} \frac{P_1}{S_1} \right) \pm \frac{U_2}{I_2} \cdot \sin\left(\operatorname{acos} \frac{P_2}{S_2} \right) \right]^2 \quad (9)$$

- signe + même nature réactive
- signe - nature réactive différente

Application numérique :

On a :

$P_1 = 1{,}3$ kW	$P_2 = 1{,}7$ kW
$U_1 = 220$ V	$U_2 = 220$ V
$I_1 = 8$ A	$I_2 = 10$ A

$Us = 220$ V

Avec (1) et (2) , on trouve :

$S_1 = 1.76$ kVA $S_2 = 2.2$ kVA

$Q_1 = \pm 1.18$ kvar $Q_2 = \pm 1.39$ kvar

* Pour les systèmes en parallèle : par (3) , (4) et (6) :

$Z_{p1} = 12.22\ \Omega$ même nature réactive

$Z_{p2} = 16.09\ \Omega$ nature réactive différente

d'où : $S_{p1} = 3.96$ kVA même nature réactive

$S_{p2} = 3.01$ kVA nature réactive différente

* Pour les systèmes en série : par (7) , (8) et (9) :

$Z_{s1} = 49.45\ \Omega$ même nature réactive

$Z_{s2} = 37.56\ \Omega$ nature réactive différente

d'où : $S_{s1} = 978.7$ VA même nature réactive

$S_{s2} = 1.28$ kVA nature réactive différente