

Exercice 1 : langages vers expressions régulières Considérons l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Pour chacun des langages suivants sur Σ , donner une expression régulière qui le dénote.

1. L'ensemble des mots qui commencent par a et finissent par b .
2. L'ensemble des mots qui contiennent au moins trois occurrences du symbole a .
3. L'ensemble des mots qui contiennent au moins trois occurrences consécutives du symbole a .
4. L'ensemble des mots qui contiennent un nombre de a multiple de 3.
5. L'ensemble des mots qui ne contiennent pas le facteur $a \cdot a$.
6. L'ensemble des mots qui commencent et finissent par le même symbole.

Exercice 2 : Simplification d'expressions régulières Simplifier les expressions régulières suivantes.

1. $\varepsilon + ab + abab(ab)^*$
2. $b^*(ab^*a)^*b^* + b^*ab^*(ab^*a)^*b^*$
3. $bb(a^*b^*)^* + ba(a + b^*)^*$

Exercice 3 : Équivalence d'expressions régulières Donner une preuve ou un contre-exemple.

1. $\varepsilon + aa^* = a^*$
2. $(a + b)^* = a^* + b^*$
3. $(ab + a)^*a = a(ba + a)^*$
4. $(ab + a)^*ab = (aa^*b)^*$

Exercice 4 : Langages réguliers ou non Prouver si les langages suivants sont réguliers ou non.

1. $\{a^i b^j c^{i+j} \mid i, j \in \mathbb{N}\}$
2. $\{a^n a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
3. $\{w \cdot w \cdot w \mid w \in \{a, b\}^*\}$
4. $(aa)^* \cap \{a^n \mid n \text{ est un nombre premier}\}$
5. $(aa)^* \cap \{a^n \mid n \text{ est un carré}\}$

Exercice 5 : Correct ou incorrect ? Pour chacune des propositions suivantes, dire si elle est correcte ou non. Si elle est correcte, donner une preuve. Si elle est incorrecte, donner un contre-exemple.

1. Si A et B sont réguliers, alors $A \cup B$ est régulier.
2. Si $A \cup B$ et A ne sont pas réguliers alors B n'est pas régulier.
3. Si $A \cup B$ n'est pas régulier et A est régulier alors B n'est pas régulier.
4. Si A est régulier et B est non-régulier, alors $A \cup B$ est non-régulier.
5. Si A et B ne sont pas réguliers, alors $A \cup B$ n'est pas régulier.