
Exercice 1 : Expression régulière vers automates Construisez un automate pour les expressions régulières suivantes :

- $L_1 = abb^*a^*$
- $L_2 = a^*b^*$
- $L_3 = ((a + b)^2)^*$
- $L_4 = b^*(ab^*)^*a$

Exercice 2 : Opérations sur les automates Construisez des automates déterministes complets pour les langages suivants

- $L_5 = L_1 \cdot L_2$
- $L_6 = L_5^*$
- $L_7 = L_6 \cap L_3$
- $L_8 = \overline{L_7}$

Exercice 3 : Récipients Nous considérons la situation où nous disposons d'une arrivée d'eau (supposée infinie) et deux récipients de 3 et 5 litres. Nous souhaitons utiliser un automate nous permettant de décrire (et trouver) comment obtenir précisément 4 litres dans le récipient de 5 litres. Il est uniquement possible de réaliser les actions suivantes :

- compléter le contenu de n'importe quel récipient jusqu'à sa contenance maximale (assurant ainsi que la quantité d'eau dans le récipient est égale à sa contenance) ;
- transvaser le contenu d'un récipient dans un autre.

Ces deux dernières opérations sont les seules permettant d'avoir une mesure précise de quantité d'eau dans les réservoirs.

1. Pour représenter ce problème avec un automate. Que représenterait chaque état de l'automate ?
2. Quels états seraient initiaux ? Finaux ?
3. Quel alphabet utiliseriez vous ?
4. Donnez deux exemples représentatifs de transition de l'automate.
5. Supposons que cet automate ait été généré. Comment résoudre le problème initial ?

Exercice 4 : Shuffle On fixe l'alphabet fini $\Sigma = \{a, b\}$. Étant donné deux mots $w_1 = a_1a_2 \dots a_n$ et $w_2 = b_1b_2 \dots b_n$ (avec pour tout i $a_i, b_i \in \Sigma$), on définit le shuffle de w_1 et w_2 par $w_1 \bowtie w_2 = a_1b_1a_2b_2 \dots a_nb_n$.

- Est-ce que \bowtie est un opérateur commutatif ?
- Calculez $abbab \bowtie abaab$.
- On étend \bowtie aux langages : $L_1 \bowtie L_2 = \{w_1 \bowtie w_2 | w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, |w_1| = |w_2|\}$.

Décrivez une méthode pour construire l'automate reconnaissant $L_1 \bowtie L_2$ à partir des automates reconnaissant L_1 et L_2 .