

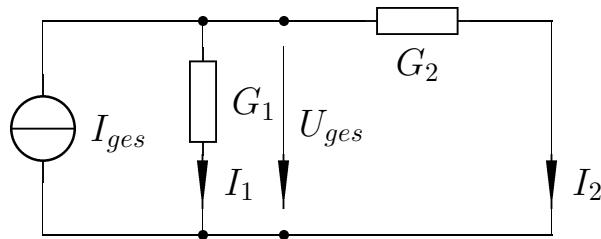
Stromteiler / Ersatzstromquelle

zahlenpresse.de

12. Dezember 2012

1 Unbelasteter Stromteiler

Der Gesamtstrom I_{ges} fließt gemäß der Knotenregel über den beiden Leitwerten G_1 und G_2 ab. Es gilt also $I_{ges} = I_1 + I_2$. Es soll nun der über G_2 laufende Strom I_2 in Abhängigkeit der Dimensionierung von G_1 und G_2 betrachtet werden.

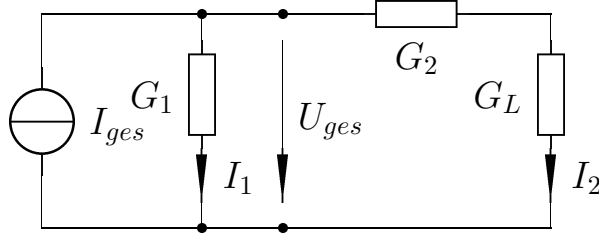


$$I_{ges} = U_{ges} \cdot G_{ges} = U_{ges} \cdot (G_1 + G_2)$$

Da an G_1 und G_2 die gleiche Spannung U_{ges} liegt, kann U_{ges} hier noch wahlweise durch $U_{ges} = \frac{I_1}{G_1}$ oder $U_{ges} = \frac{I_2}{G_2}$ ersetzt werden. Da wir den Strom I_2 bestimmen wollen kommt nur letztere Substitution in Frage.

$$I_{ges} = \frac{I_2}{G_2} \cdot (G_1 + G_2) \quad \Leftrightarrow \quad I_2 = I_{ges} \cdot \frac{G_2}{G_1 + G_2}$$

2 Belasteter Stromteiler



$$I_{ges} = U_{ges} \cdot G_{ges} = (U_2 + U_L) \cdot (G_1 + G_2, G_L)$$

Der Leitwert aus der Reihenschaltung (G_2, G_L) soll später berechnet werden. Hier werden erstmal $U_2 = \frac{I_2}{G_2}$ und $U_L = \frac{I_L}{G_L}$ eingesetzt. Beachtet werden sollte dabei, dass aufgrund der Reihenschaltung von G_2 und G_L durch beide Leitwerte der gleiche Strom geht $I_2 = I_L$.

$$I_{ges} = \left(\frac{I_2}{G_2} + \frac{I_L}{G_L} \right) \cdot (G_1 + G_2, G_L) \quad \Leftrightarrow \quad I_{ges} = \left(\frac{I_L}{G_2} + \frac{I_L}{G_L} \right) \cdot (G_1 + G_2, G_L)$$

$$I_{ges} = I_L \cdot \left(\frac{1}{G_2} + \frac{1}{G_L} \right) \cdot (G_1 + G_2, G_L)$$

Nach dem Erweitern der Brüche und Umformen nach I_L ergibt sich dann:

$$I_{ges} = I_L \cdot \left(\frac{G_L}{G_2 \cdot G_L} + \frac{G_2}{G_2 \cdot G_L} \right) \cdot (G_1 + G_2, G_L)$$

$$I_{ges} = I_L \cdot \frac{G_2 + G_L}{G_2 \cdot G_L} \cdot (G_1 + G_2, G_L) \quad \Leftrightarrow \quad I_L = \frac{I_{ges} \cdot G_2 \cdot G_L}{(G_2 + G_L) \cdot (G_1 + G_2, G_L)}$$

Jetzt soll der Leitwert $G_{2L} = (G_2, G_L)$ aus den in Reihe liegenden Leitwerten errechnet werden und in letztere Gleichung eingesetzt werden.

$$\frac{1}{G_{2L}} = \frac{1}{G_2} + \frac{1}{G_L} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{G_{2L}} = \frac{G_L}{G_2 \cdot G_L} + \frac{G_2}{G_2 \cdot G_L}$$

$$\frac{1}{G_{2L}} = \frac{G_2 + G_L}{G_2 \cdot G_L} \quad \Leftrightarrow \quad G_{2L} = \frac{G_2 \cdot G_L}{G_2 + G_L} = (G_2, G_L)$$

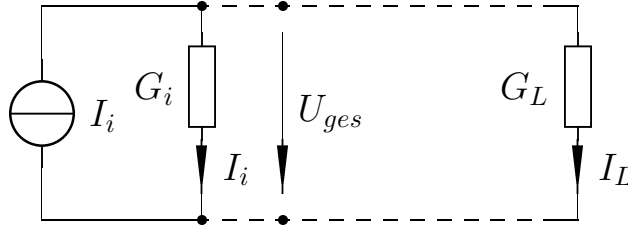
$$I_L = I_{ges} \cdot \frac{G_2 \cdot G_L}{(G_2 + G_L) \cdot \left(G_1 + \frac{G_2 \cdot G_L}{G_2 + G_L} \right)}$$

$$I_L = I_{ges} \cdot \frac{G_2 \cdot G_L \cdot (G_2 + G_L)}{(G_2 + G_L) \cdot (G_1 \cdot (G_2 + G_L) + G_2 \cdot G_L)}$$

$$I_L = I_{ges} \cdot \frac{G_2 \cdot G_L}{G_1 \cdot G_2 + G_1 \cdot G_L + G_2 \cdot G_L}$$

3 Ersatzstromquelle

Ziel der Ersatzstromquelle ist es, ausgehend vom unbelasteten Stromteiler eine neue Stromquelle I_i mit bekanntem Innenleitwert G_i zu definieren. Vergleichsweise kann hier eine Stromquelle herangezogen werden von der zunächst auch einmal nur der Ausgangsstrom bekannt ist. Der Innenleitwert kann zwar nachgemessen werden, wie dieser sich aber zusammensetzt ist für den äußeren Betrachter nicht erfassbar. Erst an diese neue Stromquelle wird in Analogie zum belasteten Stromteiler die Last G_L gemäß der folgenden Schaltung angeschlossen:



Für die Konstruktion der ESQ wird der Stromteiler unbelastet betrachtet. Dafür wurde bereits der folgende formale Zusammenhang aufgestellt:

$$I_i = I_2 = I_{ges} \cdot \frac{G_2}{G_1 + G_2}$$

Im nächsten Schritt muss der Innenleitwert G_i ermittelt werden. Dieser ergibt sich aus dem Leitwert im Stromkreis des unbelasteten Stromteilers, wobei die Stromquelle I_{ges} in Leerlauf gebracht wird. Der Innenleitwert kommt dann aus den in Reihe liegenden Leitwerten G_1 und G_2 zu stande.

$$G_i = \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2}$$

Damit sind bereits alle Größen bekannt. Möchte man jetzt den Stromfluss durch G_L bestimmen, so hat man einen neuen Stromteiler bestehend aus G_i und G_L zu berechnen.

$$I_L = I_i \cdot \frac{G_L}{G_i + G_L}$$

Um die Richtigkeit dieser Gleichung zu proben genügt es I_i und G_i , wie oben aufschreiben einzusetzen. Damit finden wir die gleiche Formel, wie beim belasteten Stromteiler:

$$I_L = I_{ges} \cdot \frac{G_2 \cdot G_L}{G_1 \cdot G_2 + G_1 \cdot G_L + G_2 \cdot G_L}$$

Das Modell der Ersatzstromquelle ist gerade bei der Berechnung von größeren Netzwerken sehr hilfreich.