

Практикум из рачунарских алата  
*испит*

Име, презиме и број индекса: \_\_\_\_\_

1. Коришћењем Пајтонове библиотеке SymPy симболички израчунати и упростити следеће изразе:

(a)  $\int \log_a x \, dx, a > 0$

\_\_\_\_\_ решење \_\_\_\_\_

```
1 from sympy import *
2 a = Symbol('a', positive=True)
3 x = Symbol('x')
4 pprint(integrate(log(x, a), x).simplify())
```

(b)  $\int x^2 \cos(x) \, dx$

\_\_\_\_\_ решење \_\_\_\_\_

```
1 integrate(x**2 * cos(x)).simplify()
```

(c)  $\int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} \, dx$

\_\_\_\_\_ решење \_\_\_\_\_

```
1 integrate(sqrt(x) * exp(-x), (x, 0, oo)).simplify()
```

(d)  $\int_0^{\infty} \frac{\sin(x)}{x} \, dx$

\_\_\_\_\_ решење \_\_\_\_\_

```
1 integrate(sin(x) / x, (x, 0, oo)).simplify()
```

(e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{x^3}$

\_\_\_\_\_ решење \_\_\_\_\_

```
1 limit((sin(x) - x) / x**3, x, 0).simplify()
```

(f)  $\frac{d^n \operatorname{sinc}\left(\frac{K\omega}{2}\right)}{d\omega^n}, n = 0, 1, 2$

\_\_\_\_\_ решење \_\_\_\_\_

```
1 K, w = symbols('K w')
2 f = sinc(K * w / 2)
3 for n in [0, 1, 2]:
4     pprint(f.diff(w, n).simplify())
```

(g)  $\frac{d^4 \left( \frac{\cos^2(x^2)}{1+x} \right)}{d\omega^4}$

\_\_\_\_\_ решење \_\_\_\_\_

```
1 (cos(x**2)**2 / (1 + x)).diff(x, 4).simplify()
```

2. Нека је  $f(x) = 2x^2 + 4x + 8$  и  $g(x) = x + 5$ . Коришћењем Пајтонове библиотеке SymPy симболички

(a) одредити све корене полинома  $f(x^2)$  и  $x \cdot f(g(x)) + 3$ .

\_\_\_\_\_ решење \_\_\_\_\_

```
1 f, g = 2*x**2 + 4*x + 8, x + 5
2 solve(f.subs(x, x**2))
3 solve(x*f.subs(x, g) + 3)
```

(b) решити систем једначина

$$\begin{aligned}f(x) &= 0 \\ g(x+y) &= 3\end{aligned}$$

решење

```
1 y = Symbol('y')
2 solve([f, g.subs(x, x+y) - 3])
```

3. Нека је  $f(x) = \sin^2(x^2 + 2x + 3) \cdot \cos(x - 1)$ . Коришћењем Пајтонове библиотеке **Matplotlib** приказати функције  $f(x)$  и  $f(\sqrt{x})$  за  $x \in [0, 10]$ .

решење

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 f = lambda x: np.sin(x**2 + 2*x + 3)**2 * np.cos(x - 1)
5
6 x = np.linspace(0, 10, 1000)
7 _, ax = plt.subplots(nrows=2)
8 ax[0].plot(x, f(x))
9 ax[1].plot(x, f(np.sqrt(x)))
10 plt.show()
```

4. Коришћењем Пајтонових библиотека **NumPy** и/или **SciPy**:

(a) израчунати  $\int_0^{\pi} \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 2)^2} dx$ .

решење

```
1 from scipy.integrate import quad
2 quad(lambda x: (x**2 + 1) / (x**3 + 3*x + 2)**2, 0, np.pi)[0]
```

(b) решити систем линеарних једначина

$$\begin{aligned}x + 3y - 4z &= 0 \\ 3 + \sqrt{3}y - 5z &= 0 \\ 2x - 8y + z &= 0\end{aligned}$$

решење

```
1 np.linalg.solve([[1, 3, -4], [0, np.sqrt(3), -5], [2, -8, 1]], [0, -3, 0])
```

(c) решити систем нелинеарних једначина

$$\begin{aligned}\cos(x \cdot \sin(y)) &= -1 \\ \sin(xy - y) &= \sin(5)\end{aligned}$$

решење

```
1 from scipy.optimize import fsolve
2 def func(a):
3     return [np.cos(a[0]*np.sin(a[1])) + 1,
4             np.sin(a[0]*a[1] - a[1]) - np.sin(5)]
5
6 x, y = fsolve(func, [0, 0])
```