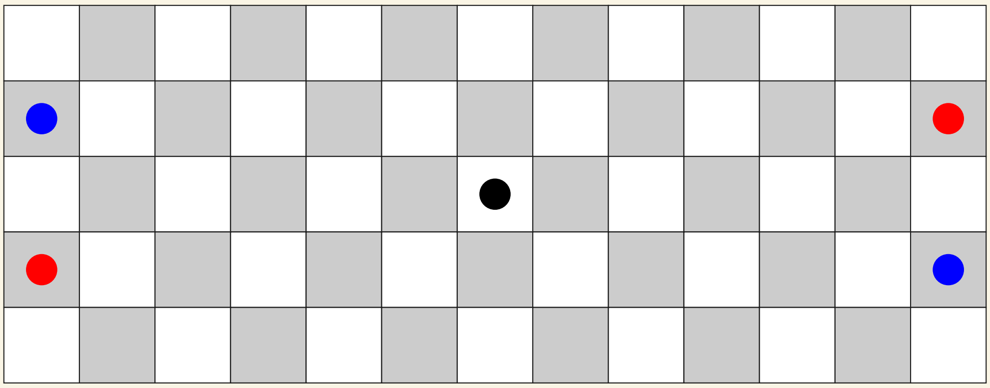
Relatório Espaços Métricos

Carlos Daniel

2025-03-31

1 Perpeve

Nesse jogo temos um tabuleiro 5×8 onde quem chegava no círculo preto tinha direito a pegar um papel da caixa de surpresas.



Vamos considerar o tabuleiro como sendo o nosso espaço S. Existem dois tipos de jogadores que vivem no mesmo espaço. Os jogadores de um lado, podem se mover apenas duas casas em uma das direções ($\uparrow \downarrow \leftarrow \rightarrow$). Enquanto que o outro lado se moviam apenas duas casas nas direções ($\nwarrow \nearrow \swarrow \searrow$). Uma regra interessante nesse jogo é que se o jogador chegasse na parede e ele tivesse mais uma casa para andar, ele iria refletir seu movimento; e caso ele encontrasse um jogador, ele interromperia o movimento.

Podemos imaginar o movimento desses jogadores como sendo a métrica usada para calcular distâncias. Em vez de darmos regras de movimentos, que tal apenas a regra: um jogador só pode andar dentro da bola fechada de raio r de sua métrica? Para isso, vamos definir as métricas:

$$M_1(x, y) = \begin{cases} ; & x = y \\ ||\text{x - y}||_\infty; & x - y \in \{(\pm r, \pm r)\} \\ r + 1; & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$M_2(x, y) = \begin{cases} 0; & x = y \\ ||\text{x - y}||_\infty; & x - y \in \{(\pm r, 0), (0, \pm r)\} \\ r + 1; & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Perceba que para $r = 2$, a bola fechada geraria os movimentos dos jogadores. Mas percebi que na realidade está errado, essa métrica ficou circular e não consegui pensar em um meio de resolver, não ainda ao menos. Mas acho que é assim possível definir uma métrica onde fixo uma distância $d(x, y) = 2$ e falo que os jogadores só podem andar esas distância. Ademais, gostei bastante da atividade

2 Jogo da Memória

Nesse jogo vimos como era a relação entre a métrica e os pontos que tem uma distância fixa r no espaço, como por exemplo, a euclidiana gerando um círculo que conhecemos usualmente, e o binário gerando o $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$. Inicialmente eu achei que estavam gerando bolas, mas depois percebi que o intuito era representar pontos que estão a uma mesma distância.

3 Complete as lacunas

Nesse jogo ficou em ordem: Note que $a \leq |a|, \forall a \in \mathbb{R}$. De modo similar, $b \leq |b|, \forall b \in \mathbb{R}$. Assim, somando ambas, temos que $a+b \leq |a|+|b|$. Por outro lado $-a \leq |a|$ e $-b \leq |b|$. Assim, $-a-b \leq |a|+|b|$ implicando que $-(|a|+|b|) \leq a+b$, portanto $-(|a|+|b|) \leq a+b \leq |a|+|b|$

4 Chat

Eu consegui compreender quando vi a comapração de $d_1 e d_\infty$ e $d_2 e d_\infty$, mas não cheguei a pensar em um método razoável para comparar com $d_1 e d_2$ antes do tempo estabelecido. Passei mais tempo tentando entender como o GPT fez algumas implicações do nada. Então nem passou pela minha cabeça em tentar usar a desigualdade de Cauchy-Scharwz