

Lista de Exercícios Matéria Condensada

Carlos Daniel M. S. Simões

2025-04-06

1. Como é possível determinar a massa efetiva dos semicondutores com o experimento de ressonância ciclotron? Discuta partindo da equação do movimento de Drude o que é a ressonância ciclotron, e a geometria/consequência experimental.

Nós temos que a força de Lorentz é dada por:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1)$$

Considerando que o campo elétrico, E seja igual a 0, e usando a definição de força chegamos na expressão (estou negligenciando o termo de amortecimento que aparece na equação de drude, pois ele não irá alterar a frequência final, apenas o pico):

$$m^* \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2)$$

Supondo que temos um campo magnético uniforme na direção \hat{z} , ou seja: $\mathbf{B} = B\hat{z}$, podemos dizer então que $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ é dado por:

$$(v_x, v_y, 0) \times (0, 0, B) = (v_y B, -v_x B, 0)$$

Indicando que temos uma rotação no plano xy. Podemos separar as equações diferenciais de acordo com suas componentes, ficamos então com:

$$\begin{cases} m^* \frac{dv_x}{dt} = q(v_y B) \\ m^* \frac{dv_y}{dt} = -q(v_x B) \end{cases}$$

Podemos derivar a primeira equação diferencial mais uma vez, obtendo então:

$$m^* \frac{d^2 v_x}{dt^2} = qB \frac{dv_y}{dt}$$

Porém, sabemos que $\frac{dv_y}{dt} = -\frac{qB}{m^*} v_x$. Substituindo obtemos no final que:

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} = -\left(\frac{qB}{m^*}\right)^2 v_x \quad (3)$$

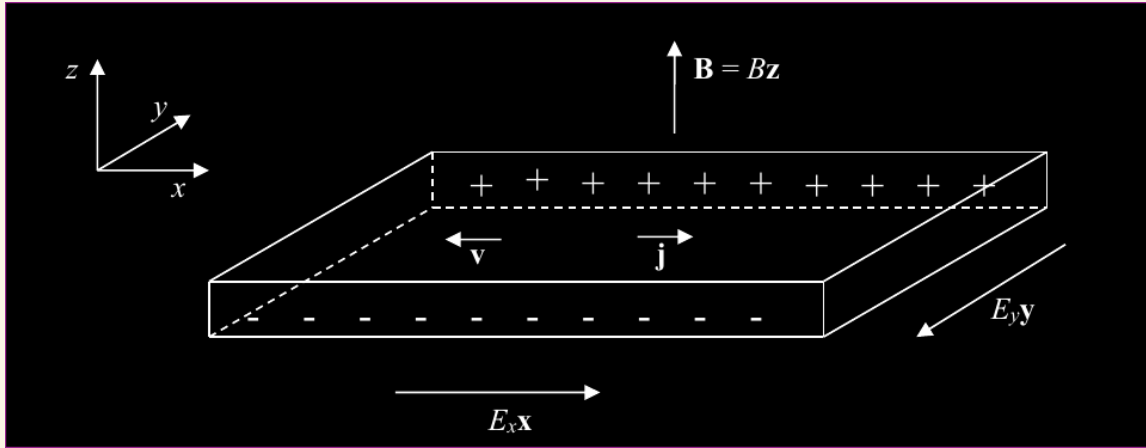
A forma dessa equação diferencial é a mesma do oscilador harmônico que já resolvemos em aula, sendo assim, podemos definir uma frequência (que parece ser uma convenção nos livros) *ciclotron*:

$$\omega^2 = \left(\frac{qB}{m^*}\right)^2 \Rightarrow \omega = \frac{|q|B}{m^*} \quad (4)$$

No experimento de ressonância ciclotron, a intenção é aplicar um campo eletromagnético com uma frequência ω até que ela chegue na frequência ciclotron, pois ao terem a mesma frequência,

elas entram em ressonância e absorção de energia do elétron é máxima. Nós não sabemos a frequência ciclotron, nem a massa efetiva, porém sabemos que se variarmos a frequência do campo eletromagnético que estamos emitindo, em um dado momento teremos um pico no gráfico $E \times \omega$, e é justamente esse pico que corresponde à frequência ciclotron. Dessa forma, sabendo a frequência, a carga do elétron e o campo magnético, podemos calcular a massa efetiva dos semicondutores.

2. Como é possível determinar a concentração de portadores dos semicondutores usando medidas Hall? Discuta partindo da equação do movimento de Drude a consequência experimental da geometria Hall.



A geometria do experimento Hall parte do pressuposto que temos dois campos sendo aplicados em nossa amostra, um campo elétrico sendo aplicado na direção $+x$, $E_x \hat{x}$ e um campo magnético sendo aplicado perpendicularmente, direção z , $\mathbf{B} = B\hat{z}$. O campo elétrico $E_x \hat{x}$ faz com que tenhamos uma corrente elétrica nesse sentido, j . Como temos um campo magnético sendo aplicado da direção z , ocorre uma deflexão dos elétrons por conta da força de Lorentz. Sendo assim, cargas negativas começam a acumular de um lado da amostra. Essa diferença de cargas na parede faz com que surja um campo elétrico na direção $-E_y \hat{y}$, sendo assim, surge uma corrente elétrica, que seria a corrente de Hall.

Analisando esse experimento no regime estacionário, ou seja, quando $\frac{dv_y}{dt} = 0$, temos então que na direção y :

$$0 = q(E_y + v_x B) \Rightarrow E_y = -v_x B \quad (5)$$

Onde o E_y é justamente o nosso campo Hall. Sabemos que a densidade da corrente é $j = nqv_x$. Substituindo v_x no campo de Hall, obtemos:

$$E_y = -\frac{j_x}{nq} B \quad (6)$$

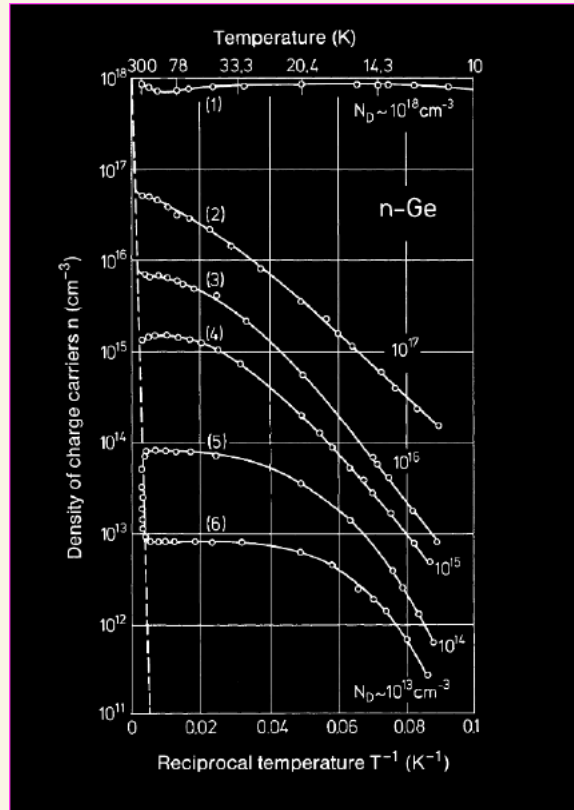
E o coeficiente Hall é definido como:

$$R_H = \frac{E_y}{j_x B} = -\frac{1}{nq} \quad (7)$$

Em um experimento Hall, conseguimos medir E_y e nós já conhecemos a j_x e B , afinal, eles são aplicados de maneira controlada. Sendo assim, podemos calcular o coeficiente Hall e usar a expressão que relaciona ele com a densidade dos portadores de carga:

$$R_H = -\frac{1}{nq} \Rightarrow n = -\frac{1}{R_H q} \quad (8)$$

3. Interprete e explique a dependência da temperatura na densidade de portadores de carga para o Ge dopado tipo-n com diferentes contrações de dopantes N_d , figura abaixo.



A primeira coisa que eu notei ao observar a imagem, é que no caso do nosso semiconductor puro, intrínseco, a densidade de portadores de elétrons só começa a ser relevante a partir de altas temperatura. Supondo que a função que descreve a densidade dos portadores de elétrons seja contínua, e a "tendência" da função seja a mesma, é possível perceber que a

densidade dos portadores de elétrons do semicondutor intrínseco para baixas temperaturas fica praticamente perto de zero, sendo negligenciável se comparado com sua versão dopada. Dessa forma, o nosso semicondutor à baixas temperaturas age basicamente como um isolante. Ao introduzirmos uma dopagem tipo-n no nosso Ge, temos mais elétrons disponíveis. Analisando o impacto das diferentes concentrações de dopantes e temperatura na densidade dos portadores de cargas, é possível notar-se algumas coisas. Primeiro, há que parecem haver três "regimes" que determinam a densidade dos portadores de carga. Em baixas temperaturas, temos que $n \ll N_d$, e para baixas concentrações de N_D , o crescimento de n com a temperatura parece ocorrer de maneira logarítmica, até que chegamos à situação onde $n = N_D$. Nessa situação a variação de temperatura não afeta muito n , até que chegamos no regime de altas temperaturas e $n > N_D$. Nesse caso, podemos presumir que a temperatura foi o suficiente para ionizar os átomos, fazendo com que mais elétrons vão para a banda de condução, deixando buracos na banda de valência. É interessante notar que o aumento de concentração de dopantes faz com que o comportamento da função no gráfico $n \times K$ seja cada vez mais linear. Porém, quando chegamos em uma concentração tão alta de dopante, $N_D = 10^{18}$, praticamente a densidade de portadores de cargas é uma constante. Eu pressuponho que isso ocorre pelo fato da quantidade de elementos dopantes serem extremamente maiores do que a quantidade de átomos de Germânio.

4.