



# Table of Contents

1. [Capítulo 1 Ángulos, Líneas Paralelas, Paralelogramos \[Page 1\]](#)
  1. [Proposición 1.1 CONSTRUYENDO UN TRIÁNGULO EQUILÁTERO. \[Page 1\]](#)
    1. [Ejercicio 1 \[Page 1\]](#)
      1. [Solución \[Page 1\]](#)
    2. [Ejercicio 2 \[Page 2\]](#)
      1. [Solución \[Page 2\]](#)
    3. [Ejercicio 3 \[Page 2\]](#)
      1. [Solución \[Page 2\]](#)
    4. [Ejercicio 4 \[Page 2\]](#)
      1. [Solución \[Page 2\]](#)
    5. [Ejercicio 5 \[Page 3\]](#)
      1. [Solución \[Page 3\]](#)
  2. [Capítulo 1 Angulos, Lineas Paralelas, Paralelogramos \[Page 4\]](#)
    1. [Proposición 1.1 CONSTRUYENDO UN TRIÁNGULO EQUILATERO. \[Page 4\]](#)
      1. [Ejercicio 1 \[Page 4\]](#)
        1. [Solución \[Page 4\]](#)

## Capítulo 1 Ángulos, Líneas Paralelas, Paralelogramos

### *Proposición 1.1* CONSTRUYENDO UN TRIÁNGULO EQUILÁTERO.

Proposición 1

Proposición 1

#### Ejercicio 1

Si los segmentos  $\overline{AF}$  y  $\overline{BF}$  son contruidos, demuestra que la figura  $\boxdot ACBF$  es un rombo.

#### Solución

Proposition 1.1,#1

Proposition 1.1,#1

Puesto que A es el centro del círculo  $\bigcirc A$ , se deduce que  $\overline{AF} = \overline{AB}$   $\text{\$ [Def. 1.33]\$}$ . Puesto que B es el centro del círculo  $\bigcirc B$ ,  $\overline{BF} = \overline{AB}$   $\text{\$ [Def. 1.33]\$}$ . Puesto que  $\overline{AF} = \overline{BF} = \overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ , se deduce que  $\boxdot ACBF$  es un rombo.

## Ejercicio 2

Si  $\overline{CF}$  es construido y  $\overline{AB}$  es extendido a las circunferencias de los círculos (en los puntos  $D$  y  $E$ ), demuestra que los triángulos  $\triangle CDF$  y  $\triangle CEF$  son equiláteros.

### Solución

Proposition 1.1,#2

Proposition 1.1,#2

## Ejercicio 3

Si  $\overline{CA}$  y  $\overline{CB}$  son extendidos hasta intersectar  $GG$  y  $HH$ , demuestra que los puntos  $GG$ ,  $FF$ ,  $HH$  son colineales y que el triángulo  $\triangle GCH$  es equilátero.

### Solución

Proposition 1.1,#3

Proposition 1.1,#3

Por [1.1, 1],  $\triangle ABF$  es equilátero. Por [1.32. Cor 6],  $\angle CAB = \angle BAF = \frac{2}{3}R = \angle CBA = \angle ABF$ . Puesto que  $\angle CAG = 2R = \angle CBH$ , se deduce que  $\angle GAF = \frac{2}{3}R = \angle FBH$ . Considera  $\triangle GAF$  and  $\triangle FBH$ . Debido a que  $A$  es el centro del círculo  $\bigcirc A$ ,  $\overline{AG} = \overline{AF}$  [Def. 1.33]. Debido a que  $B$  es el centro del círculo  $\bigcirc B$ ,  $\overline{BF} = \overline{BH}$  [Def. 1.33]. Puesto que  $\overline{AG} = \overline{AF}$  y  $\overline{BF} = \overline{BH}$ , se deduce que  $\triangle GAF$  y  $\triangle FBH$  son isosceles. Puesto que  $\angle GAF = \frac{2}{3}R = \angle FBH$ , se deduce que  $\angle AGF = \angle AFG = \frac{2}{3}R = \angle BFH = \angle BHF$ . Por [1.5, Cor 1],  $\triangle GAF$  y  $\triangle FBH$  son equiláteros. Puesto que  $\angle AFG + \angle AFB + \angle BFH = 2R$ , Se deduce que  $GG$ ,  $FF$  and  $HH$  son colineales. Considera  $\triangle GCH$ . Puesto que  $\overline{CG} = \overline{GH} = \overline{HC} = 2\overline{AB}$ , Se deduce que  $\triangle GCH$  es equilátero.

## Ejercicio 4

Construye  $\overline{CF}$  y demuestra que  $\overline{CF}^2 = 3 \cdot \overline{AB}^2$ .

### Solución

Proposition 1.1,#4

Proposition 1.1,#4

Considera  $\triangle CGF$  y  $\triangle CFH$ . Puesto que  $\overline{CG} = \overline{CH}$ , se deduce que  $\triangle CGF \cong \triangle CFH$ . De tal modo,  $\angle CFG = \angle CFH$  y  $\triangle CGF \cong \triangle CFH$  son triángulos rectángulos. Por [1.47],

$$\overline{CF}^2 = \overline{CH}^2 - \overline{FH}^2$$
 De este modo,
 
$$\overline{CF}^2 = \overline{CH}^2 - \overline{FH}^2 \iff \left(2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{FH} + \overline{AB}^2\right) - \overline{FH}^2 = 4 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{FH} + \overline{AB}^2 - \overline{FH}^2 \iff 3 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{FH} = \overline{AB}^2$$

## Ejercicio 5

Construye un círculo en el espacio  $\triangle ABC$  delimitado por el segmento  $\overline{AB}$  y las circunferencias parciales de los dos círculos.

### Solución

Proposition 1.1, #5

Proposition 1.1, #5

Considera los puntos medios  $I$ ,  $J$  y  $K$  de  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{CA}$  respectivamente. Construye  $\triangle IJK$ . Después, construye los bisectores  $\overline{CI}$ ,  $\overline{AJ}$  y  $\overline{BK}$  de  $\triangle IJK$ , con los vértices  $I$ ,  $J$  y  $K$  respectivamente. Considera el circuncentro  $O$  de  $\triangle IJK$ . Por 1.11, #5,  $\overline{OI} = \overline{OJ} = \overline{OK}$ . Construye  $\odot O$  con radio  $\overline{OI} = \overline{OJ} = \overline{OK}$ . Considera  $\triangle AOI$  y  $\triangle IOB$ . Puesto que  $\overline{AI} = \overline{IB}$ ,  $\angle AIO = 1R = \angle OIB$  y  $\overline{OI}$  es el lado en común, por 1.4,  $\triangle AOI \cong \triangle IOB$ . Análogamente para  $\triangle BOJ \cong \triangle JOC \cong \triangle COK \cong \triangle KOA \cong \triangle AOI \cong \triangle IOB$ . Considera  $\triangle AOI$ . Puesto que  $\angle AIO = 1R$ , por 1.17, Cor 1,  $\angle IAO < 1R$ . Por 1.19,  $\overline{OI} < \overline{AO}$ . Por un punto arbitrario  $P$  en  $\overline{AI}$ ,  $\overline{OI} < \overline{PO}$ . Análogamente para  $\triangle BOJ \cong \triangle JOC \cong \triangle COK \cong \triangle KOA \cong \triangle AOI \cong \triangle IOB$ . Por lo tanto,  $\odot O$  está dentro de  $\triangle ABC$ .

# Capítulo 1 Angulos, Lineas Paralelas, Paralelogramos

## *Proposición 1.1* CONSTRUYENDO UN TRIÁNGULO EQUILATERO.

Proposición 1

Proposición 1

### Ejercicio 1

Si los segmentos  $\overline{AF}$  y  $\overline{BF}$  son contruidos, demuestra que la figura  $\boxdot ACBF$  es un rombo.

### Solución

Puesto que A es el centro del círculo  $\text{\Circle A}$ , se deduce que  $\overline{AF} = \overline{AB}$  [Def. 1.33]. Puesto que B es el centro del círculo  $\text{\Circle B}$ ,  $\overline{BF} = \overline{AB}$  [Def. 1.33]. Puesto que  $\overline{AF} = \overline{BF} = \overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ , se deduce que  $\boxdot ACBF$  es un rombo.

Este es otro ejemplo de parrafo