

Mini-progetto

Decomposizione CUR su matrici sparse: un'implementazione

Elena Caruso

2022/2023

Indice della presentazione

- 1. Obiettivi che si vogliono raggiungere
- 2. Metodi utilizzati
- 3. Esperimenti
- 4. Conclusioni

Nel nostro Progetto ci siamo occupate di approfondire ed implementare su python la decomposizione CUR.

Data una matrice A_{mxn} si ha che:

$$A_{CUR} = C_{mxk} U_{kxk} R_{kxn}$$

- k è un numero fissato
- Le matrici C e R sono costituite da k colonne e k righe scelte casualmente da A e riscalate
- Per fare in modo che l'approssimazione sia migliore possibile le righe e le colonne vengono scelte con probabilità diverse che dipendono dalla norma di Frobenius

- La CUR non è molto nota, appare per la prima volta in un articolo di Penrose (1956), mentre studi più recenti ne propongono alcuni algoritmi per il calcolo come Drineas et.al. (2006)
- La CUR è utile quando si hanno matrici molto grandi e sparse perchè preserva la struttura originale della matrice di partenza e ciò permette di memorizzare più facilmente le matrici fattorizzanti e di essere computazionalmente più efficiente.
- Alcuni contesti in cui è stata applicata in modo efficace sono la bioinformatica, i sistemi di raccomandazione e la compressione di immagini

Gli aspetti che abbiamo approfondito riguardano l'efficienza e l'efficacia della CUR

- al variare della quantità di dati
- al variare del parametro k

"There is a theory that guarantees convergence to M as r gets larger, but typically you have to make r so large to get, say within 1% that the method becomes impractical. Nevertheless, a decomposition with a relatively small value of r has a good probability of being a useful and accurate decomposition."

(Leskovec et alt.,"Mining of Massive Datasets", 2010)

Abbiamo confrontato la CUR con la SVD che sappiamo essere la migliore decomposizione a rango basso in merito a:

- Accuratezza dell'approssimazione
- Tempo impiegato
- Spazio occupato

1) Accuratezza

L'accuratezza è stata valutata calcolando la norma di Frobenius per la CUR e per la SVD

$$||A - \hat{A}||_F = \sqrt[2]{\sum_{i,j} (a_{ij} - \hat{a}_{ij})^2}$$

E ne è stato studiato il comportamento

- Al variare del parametro k in un intervallo di valori che va da 50 a 450, mantenendo costante la quantità di dati pari a 2000 film
- Al variare della quantità di dati da 500 a 3150 mantenendo costante k

1) Tempo e spazio

Per questa valutazione abbiamo

- Scelto diversi valori del parametro k da 50 a 950 mantenendo costante la dimensione dei dati pari a 8000 film (circa 45000000 entrate)
- Selezionato diverse quantità di dati tra 500 a 3150 film mantenendo costante il valore di k

Metodi e Metodologia utilizzati

Metodi utilizzati

- 1. Strumenti utilizzati (librerie e device)
- 2. Algoritmi principali:
 - a. Algoritmo di archiviazione dei dati
 - b. Implementazione di CUR
 - Calcolare l'accuratezza dell'approssimazione del metodo CUR
 - d. Metodi in breve per calcolare la SVD
- Metodologia generale utilizzata per effettuare gli esperimenti

1.

Strumenti utilizzati

- Per la creazione di dataset:
 - o Sqlite3

[https://www.sqlite.org/index.html]

- Per calcoli della SVD:
 - o numpy

[https://numpy.org]

o scipy.sparse.linalg

[https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/sparse.linalg.html]

- Per la gestione di matrici sparse:
 - o scipy.sparse.coo_matrix
 [https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.sparse.coo_matrix.html]
- Per valutazioni del tempo e dello spazio occupato:
 - o psutil

[https://psutil.readthedocs.io/en/latest/]

o codetiming

[https://pypi.org/project/codetiming/]

1.

Strumenti per la sperimentazione

Device utilizzati.

Per la parte sperimentale sono stati usati computer con caratteristiche differenti:

Sistema Operativo	Processore	RAM
Windows 11	11th Gen Intel(R) Core(TM) i7	16 GB
Windows 10	Intel(R) Core(TM) i5	8 GB

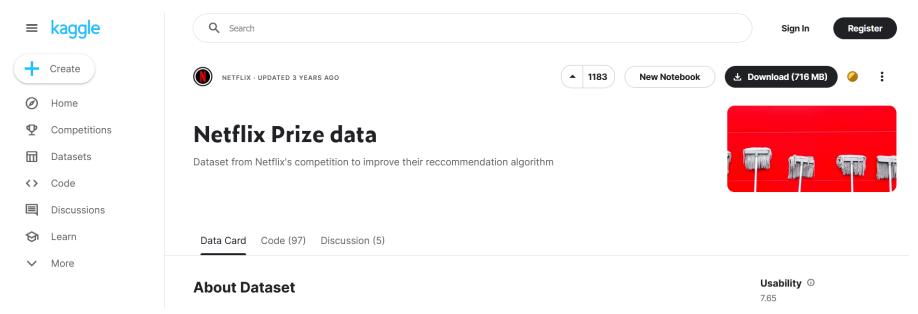
2. a.

Dataset

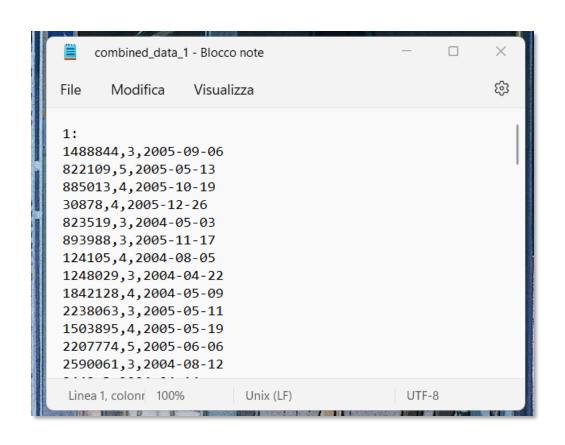
Il dataset che utilizziamo è il dataset *Netflix Prize Data*, è costituito da:

- Circa cento milioni di valutazioni espresse su una scala da 1 a 5
- di 480.189 utenti
- su 17.770 film.

I dati in totale hanno una mole di **2GB** e sono suddivisi in chunk da 500MB.



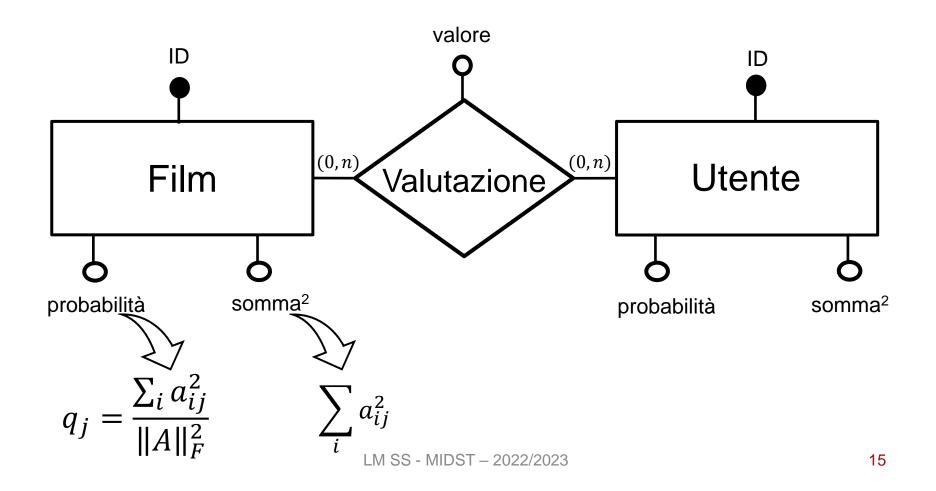
2. a. Dataset



I dati sono divisi in 4 file
 .txt

2. a.

Schema SQL



2. a.

Archiviazione dei dati

- 1. Viene letto il file riga per riga e i dati vengono inseriti nella tabella valutazione con record di tipo (film,utente,valutazione).
- 2. Vengono create e riempite le tabelle utente e film.
- 3. Vengono creati i dizionari che servono a dare nuovi indici agli utenti e ai film, in modo tale da poter costruire tutte le matrici in formato coo matrix.

```
indiceU{id utente: nuovo indice}
indiceF{id film: nuovo indice}
```

dizionarioUte{id utente: probabilità}
ust dizionarioFilm{id film: probabilità}

2. b.

Calcolare C, U e R

- 1. E' necessario scegliere gli k film e utenti.
- 2. Poi si calcolano le tre matrici separatamente.
- □ Il metodo trovato per calcolare C,U e R ha ordine di complessità pari a $o(kn + k^3)$, dove n è il numero di entrate e k è il numero di film e utenti **scelti**.
- Il codice rende possibile decidere di avere le matrici sia in formato di coo_matrix sia in una tabella SQL.

2. b. La scelta

dizionarioUte{id utente: probabilità}
dizionarioFilm{id film: probabilità}

2. b.

Calcolo di C

```
#Dando il numero k di elementi necessari, il dizionario riferito a film e il vettore dei k film scelti,
#viene calcolata la matrice C in SOL, se svd è True viene ritornata C anche in matrice.
def calcC(k,curs,con,dizionarioFilm,kfilm,svd=False):
    curs.execute("CREATE TABLE IF NOT EXISTS c(utentel INT, filmI INT, val REAL)")
    #il valore di valutazione viene diviso per sqrt(dizionarioFilm.qet(kfilm[i])*k)
    for i in range(k):
            curs.execute('''INSERT INTO c SELECT indice, ?, CAST(val AS REAL)/? FROM indiceU
                            NATURAL JOIN (SELECT val, utente FROM valutazione WHERE film=?) ' 1
                            i, math.sqrt(dizionarioFilm.qet(kfilm[i])*k),int(kfilm[i])))
   curs.execute("CREATE INDEX cI ON c (utenteI, filmI)")
    con.commit()
   print("Calcolata C, è contenuta nella tabella sgl c.")
   if svd:
       indUteC=[]
       indFilmC=[]
       valC=[]
        curs.execute("SELECT * FROM c")
        cc=curs.fetchall()
        for c in cc:
                indUteC.append(c[0])
                indFilmC.append(c[1])
                valC.append(float(c[2]))
        C=coo matrix((valC, (indUteC, indFilmC)), shape=(mm, k))
        return C
```

2. b.

L'algoritmo

```
#Funzione che a partire dai dizionari Utente e Film calcola la CUR per il k dato.
#Ritorna il tempo trascorso
def calcolaCUR(k,curs,con,dizionarioUte,dizionarioFilm):

    t = Timer(name="class")
    t.start()
    kutenti,kfilm=sceltak(k,dizionarioUte,dizionarioFilm)
    calcC(k,curs,con,dizionarioFilm,kfilm)
    calcR(k,curs,con,dizionarioUte,kutenti)
    calcU(k,curs,con,kutenti,kfilm)
    fine=t.stop()

return fine
```

2. c.

Calcolo dell'accuratezza di CUR

- Una delle principali difficoltà del progetto è stata calcolare l'accuratezza per la CUR in modo tale da valutare anche casi con matrici molto grandi.
- Per valutare l'accuratezza usiamo la norma di Frobenius:

$$||A - CUR||_F = \sqrt[2]{\sum_{i,j} (a_{ij} - CUR_{ij})^2},$$

è necessario moltiplicare le tre matrici C, U e R.

Dopo vari tentativi, usando sia metodi su SQL che su Python, abbiamo deciso di calcolare il prodotto con un metodo del tipo dividi et impera.

2. c.

Calcolo dell'accuratezza di CUR

La moltiplicazione di C,U e R, diventa

$$\begin{pmatrix} CUR_1 & CUR_2 \\ CUR_3 & CUR_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U_1 & U_2 \\ U_3 & U_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} R_1 & R_2 \\ R_3 & R_4 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} C_1U_1R_1 + C_2U_3R_1 + C_1U_2R_3 + C_2U_4R_3 & C_1U_1R_2 + C_2U_3R_2 + C_1U_2R_4 + C_2U_4R_4 \\ C_3U_1R_1 + C_4U_3R_1 + C_3U_2R_3 + C_4U_4R_3 & C_3U_1R_2 + C_4U_3R_2 + C_3U_2R_4 + C_4U_4R_4 \end{pmatrix},$$

Per calcolare la distanza viene utilizzata, la norma di Frobenius:

$$||A - X||_F = \sqrt[2]{\sum_{i,j} (a_{ij} - x_{ij})^2},$$

che viene calcolata per ogni quadrante della matrice per poi sommarla insieme, si ottiene quindi:

$$\|A - CUR\|_F \le \|A_1 - CUR_1\|_F + \|A_2 - CUR_2\|_F + \|A_3 - CUR_3\|_F + \|A_4 - CUR_4\|_F \ .$$

Nel codice per calcolare la norma di Frobenius useremo il comando:

2. c.

Calcolo dell'accuratezza di CUR

```
def prodottoCURpy(curs, A1, A2, A3, A4, k, uMAX, fMAX):
     k=int(k)
     C1, C2=trovaC1C2 (curs, k, uMAX)
     U1, U2, U3, U4=trovaU1 4(curs, k)
     R1, R3=trovaR1R3 (curs, k, fMAX)
     #Calcoliamo CUR1 e la distanza di frob relativa
     \texttt{CUR1} = \texttt{coo matrix}(\texttt{C1.dot}(\texttt{U1}).\texttt{dot}(\texttt{R1}) + \texttt{C2.dot}(\texttt{U3}).\texttt{dot}(\texttt{R1}) + \texttt{C1.dot}(\texttt{U2}).\texttt{dot}(\texttt{R3}) + \texttt{C2.dot}(\texttt{U4}).\texttt{dot}(\texttt{R3}))
     diff=norm(CUR1-A1,'fro')
     del CUR1
     #Calcoliamo CUR2 e la distanza di frob relativa
     R2,R4=trovaR2R4(curs,k,fMAX)
      \text{CUR2} = \text{coo matrix} (\text{C1.dot}(\text{U1}).\text{dot}(\text{R2}) + \text{C2.dot}(\text{U3}).\text{dot}(\text{R2}) + \text{C1.dot}(\text{U2}).\text{dot}(\text{R4}) + \text{C2.dot}(\text{U4}).\text{dot}(\text{R4}) ) 
     del C1,C2
     diff=diff+norm(CUR2-A2,'fro')
     del CUR2
     #Calcoliamo CUR3 e la distanza di frob relativa
     C3, C4=trovaC3C4 (curs, k, uMAX)
     CUR3 = coo matrix(C3.dot(U1).dot(R1) + C4.dot(U3).dot(R1) + C3.dot(U2).dot(R3) + C4.dot(U4).dot(R3))
     del R1,R3
     diff=diff+norm(CUR3-A3,'fro')
     del CUR3
     #Calcoliamo CUR4 e la distanza di frob relativa
     CUR4 = coo matrix(C3.dot(U1).dot(R2) + C4.dot(U3).dot(R2) + C3.dot(U2).dot(R4) + C4.dot(U4).dot(R4))
     del C3, C4, R2, R4
     diff=diff+norm(A4-CUR4,'fro')
     del CUR4
     print("Fatto il prodotto.")
     return diff
```

2. d.

Strumenti per la SVD

Per effettuare la SVD decidiamo di usare due funzioni già implementate:

```
o numpy.linalg.svd()
o scipy.sparse.linalg.svds()
```

- La prima calcola la SVD per matrici dense, la seconda per matrici sparse.
- E' necessario implementare un nuovo metodo per leggere il file in modo tale da avere la matrice A in memoria centrale.

3. Metodologia utilizzata

- Per arrivare agli obiettivi richiesti abbiamo deciso di effettuare per ognuno dei tre punti due diversi esperimenti:
 - Uno doveva valutare l'accuratezza
 - 2. Il secondo doveva valutare il tempo e lo spazio.
- Il motivo è dato dal fatto che il calcolo dell'accuratezza comporta moltiplicare matrici molto grandi, per cui serve del tempo e molto spazio.
- Questo avrebbe rallentato il processo e non ci avrebbe dato modo di utilizzare tutti i dati possibili.

Risultati: CUR tempo e spazio

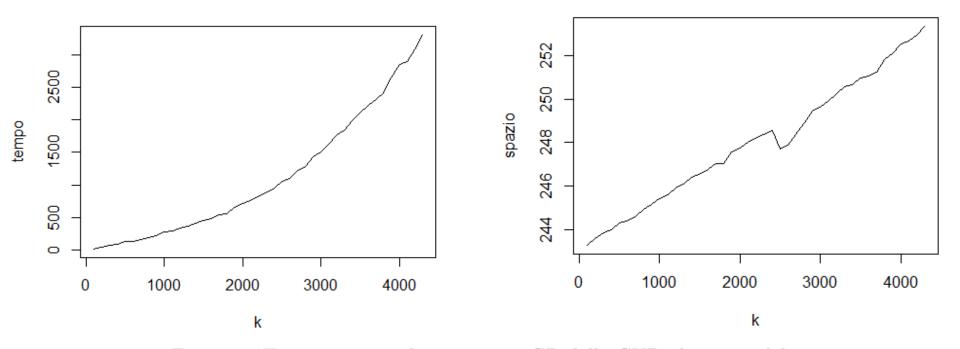


Figura 1: Tempo in secondi e spazio in GB della CUR al variare del parametro k tra 100 e 4300

Risultati: CUR accuratezza

Variazione dell'accuratezza di CUR all'aumentare di k

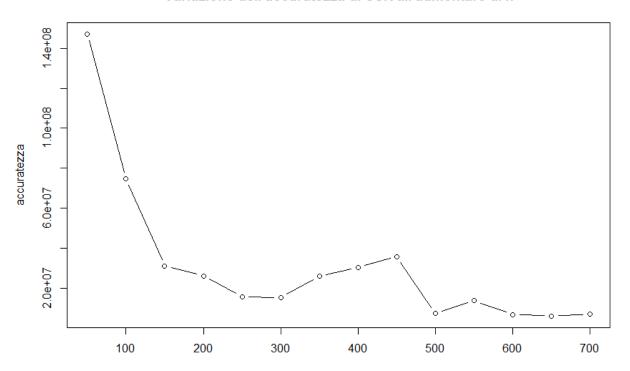


Figura 1: Accuratezza calcolata sulla approssimazione della CUR per la matrice A. Sono stati usati i dati di 9210 film

Risultati: spazio e tempo

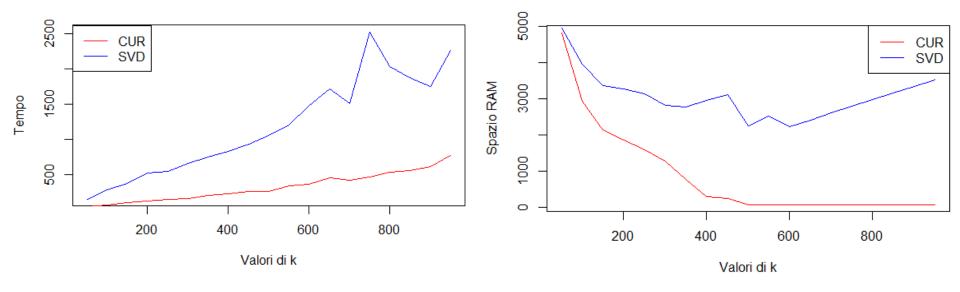


Figura 1: Variazioni del tempo e dello spazio di CUR e SVD al variare di k, mantenendo la dimensioone dei dati costante e pari a 8000 film (circa 45.000.000 valutazioni)

Risultati: spazio e tempo

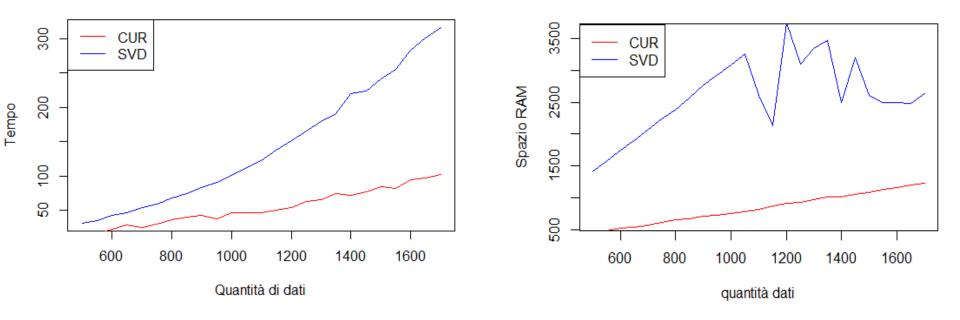


Figura 2: Variazioni del tempo e dello spazio di CUR e SVD al variare della quantità di dati mantenendo k costante, ogni 50 film aggiunti si hanno circa 267321 valutazioni in più

Risultati: accuratezza

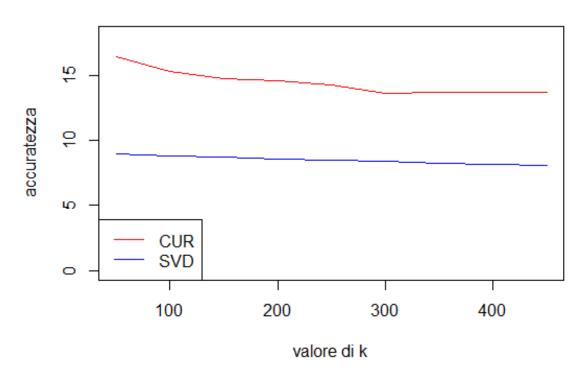


Figura 3: Accuratezza in scala logaritmica di CUR e SVD al variare di k mantenendo costante la quantità di dati pari a 2000

Risultati: accuratezza

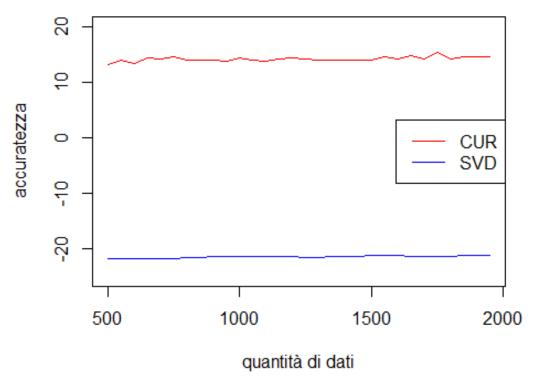


Figura 4: Accuratezza in scala logaritmica di CUR e SVD al variare di k mantenendo costante la quantità di dati pari a 2000

Conclusioni

- Cosa si è imparato?
 - A livello pratico:
 - Gestione di dati di grandi dimensioni
 - Usare linguaggi diversi in contemporanea
 - A livello teorico:
 - Imparato un nuovo metodo di decomposizione
 - Approfondito il metodo della SVD totale e troncata, approfondendo anche i limiti di tali metodi
- Difficoltà emerse?
 - Il calcolo dell'accuratezza:
 - La moltiplicazione di grandi matrici sparse, di difficile implementazione. E' stato il problema che ha preso più tempo in assoluto
 - Calcolo della norma di Frobenius

Conclusioni

Suggerimenti?

- Usare SQL è molto utile fino a quando si devono gestire dei dati, non lo è più quando si devono calcolare moltiplicazioni di matrici e differenze.
- Non aspettare le ultime fasi del codice per utilizzare tutto il dataset.

Sviluppi futuri?

- Calcolare l'accuratezza di CUR con tutti e 4 i file, per studiare al meglio come questa migliori all'aumentare di r
- Provare effettivamente ad utilizzare nella pratica la decomposizione CUR, per effettuare delle raccomandazioni
- Provare a far girare il codice su un computer più potente in modo tale di avere in meno tempo risultati migliori e su una quantità di dati maggiori
- In generale cercare di aumentare i dati utilizzati per tutti gli esperimenti fatti

Grazie per l'attenzione

Miscellanea codice

Lettura del file

```
#Apre file di nome fname e insersice i valori nel database di nome dbname
#Crea tabella valutazione(film, utente, val INT, PRIMARY KEY(film, utente)) e la riempie
def CreazioneValutazione(fname, dbname, cur):
    cur.execute("CREATE TABLE IF NOT EXISTS valutazione (film, utente, val INT, PRIMARY KEY(film, utente))")
    file=open(fname, mode='r')
    film=0
    utente=0
    val=0
    while lett:= file.readline():
        if ':' in lett:
             film= int(lett.replace(":\n",""))
         else:
             vect=lett.split(',')
             utente= int(vect[0])
             val=int(vect[1])
             cur.execute("insert into valutazione values (?, ?, ?)", (film, utente, val))
    print ("Completata la creazione della tabella sgl valutazione. Ultimo film inserito:", film)
    file.close()
```

Lettura del file

```
def CrValcontrol(fname, dbname, cur, MAXfilm, svdap=False):
    cur.execute("CREATE TABLE IF NOT EXISTS valutazione (film, utente, val INT, PRIMARY KEY(film, utente))")
    file=open(fname, mode='r')
    film=0
   utente=0
    val=0
    if svdap:
       filmA=[]
       valA=[]
        utenteA=[]
        while lett:= file.readline():
           if int(film)>int(MAXfilm):
                break
           if ':' in lett:
               film= int(lett.replace(":\n",""))
           else:
                filmA.append(film)
                vect=lett.split(',')
                utente= int(vect[0])
                val=float(vect[1])
                valA.append(val)
                utenteA.append(utente)
                cur.execute("insert into valutazione values (?, ?, ?)", (film, utente, val))
        print ("Completata la creazione della tabella sql valutazione. Ultimo film inserito:", film-1,". Limite inserito:", MAXfilm,".")
        file.close()
        return utenteA, filmA, valA
   while lett:= file.readline():
       if int(film)>int(MAXfilm):
           break
       if ':' in lett:
           film= int(lett.replace(":\n",""))
       else:
            vect=lett.split(',')
            utente= int(vect[0])
            cur.execute("insert into valutazione values (?, ?, ?)", (film, utente, val))
    print("Completata la creazione della tabella sql valutazione. Ultimo film inserito:", film-1,". Limite inserito:",MAXfilm,".")
    file.close()
```

Creazione del database e indicizzazione dei dati

Dizionari

```
def dizionari(curs,svdap=False):
    #inziate la tabelle su sql e i dizionari
    curs.execute("CREATE TABLE IF NOT EXISTS indiceU(utente,indice, PRIMARY KEY(utente))")
    curs.execute("CREATE TABLE IF NOT EXISTS indiceF(film,indice, PRIMARY KEY(film))")
   dizionarioUte={}
   dizionarioFilm={}
   if sydap:
        dizionarioUteInd={}
   #si riempiono il dizionario e la tabella relative ad utente
    curs.execute("SELECT utente, perc2 FROM utente")
   ute=curs.fetchall()
   indiceU=0
   if sydap:
        for u in ute:
            curs.execute("INSERT INTO indiceU values(?,?)",(u[0],indiceU))
            dizionarioUteInd[u[0]]=indiceU
            dizionarioUte[u[0]]=float(u[1])
            indiceU=indiceU+1
   else:
        for u in ute:
            curs.execute("INSERT INTO indiceU values(?,?)",(u[0],indiceU))
            dizionarioUte[u[0]]=float(u[1])
            indiceU=indiceU+1
    #si riempiono il dizionario e la tabella relative a film
    curs.execute("SELECT film, perc2 FROM film")
   indiceF=0
   fil=curs.fetchall()
   for f in fil:
        curs.execute("INSERT INTO indiceF values(?,?)",(f[0],indiceF))
       dizionarioFilm[f[0]]=float(f[1])
        indiceF=indiceF+l
   print("Effettuata la creazione dei dizionari.")
   if svdap:
        print("Effettuata anche la creazione del dizionario per l'indice degli utenti.")
        return dizionarioUte, dizionarioFilm, dizionarioUteInd
   return dizionarioUte, dizionarioFilm
```

1. La scelta

2. Calcolo di C

```
#Dando il numero k di elementi necessari, il dizionario riferito a film e il vettore dei k film scelti,
#viene calcolata la matrice C in SQL, se svd è True viene ritornata C anche in matrice.
def calcC(k,curs,con,dizionarioFilm,kfilm,svd=False):
    curs.execute("CREATE TABLE IF NOT EXISTS c(utentel INT, filmI INT, val REAL)")
    curs.execute("SELECT COUNT(DISTINCT utente) FROM valutazione")
    mm=curs.fetchone()[0]
    #per ogni film scelto viene prese la colonna corrispondente e
    #il valore di valutazione viene diviso per sqrt(dizionarioFilm.get(kfilm[i]) *k)
    for i in range(k):
            curs.execute('''INSERT INTO c SELECT indice, ?, CAST(val AS REAL)/? FROM indiceU
                            NATURAL JOIN (SELECT val, utente FROM valutazione WHERE film=?)''',
                            (i, math.sqrt(dizionarioFilm.qet(kfilm[i])*k),int(kfilm[i])))
    curs.execute("CREATE INDEX cI ON c (utenteI, filmI)")
    con.commit()
   print("Calcolata C, è contenuta nella tabella sol c.")
   if svd:
        indUteC=[]
        indFilmC=[]
        valC=[]
        curs.execute("SELECT * FROM c")
        cc=curs.fetchall()
        for c in cc:
                indUteC.append(c[0])
                indFilmC.append(c[1])
                valC.append(float(c[2]))
        C=coo matrix((valC, (indUteC, indFilmC)), shape=(mm, k))
        return C
```

2. Calcolo di R

```
#Dando il numero k di elementi necessari, il dizionario riferito a utenti e
#il vettore dei k utenti scelti, viene calcolata la matrice R in SOL,
#se syd è True viene ritornata C anche in matrice.
def calcR(k,curs,con,dizionarioUte,kutenti,svd=False):
    curs.execute("CREATE TABLE IF NOT EXISTS r(utentel INT, filmI INT, val REAL)")
    #per ogni utente scelto viene presa la colonna corrispondente e il valore di valutazione
    #viene diviso per sqrt(dizionarioUte.get(kutenti[i])*k)
   for i in range(k):
        curs.execute('''INSERT INTO r SELECT ?, indice, CAST(val AS REAL)/? FROM indiceF
                        NATURAL JOIN (SELECT val, film FROM valutazione WHERE utente=?)''',
                        (i,math.sqrt(dizionarioUte.get(kutenti[i])*k),int(kutenti[i])))
    curs.execute("CREATE INDEX rI ON r (utenteI, filmI)")
   print ("Calcolata R, è contenuta nella tabella sgl r.")
   if svd:
       indUteR=[]
       indFilmR=[]
       valR=[]
       curs.execute("SELECT * FROM r")
       rr=curs.fetchall()
       for r in rr:
            indUteR.append(r[0])
            indFilmR.append(r[1])
            valR.append(float(r[2]))
       curs.execute("SELECT COUNT(DISTINCT film) FROM valutazione")
       mm=curs.fetchone()[0]
       R=coo matrix((valR,(indUteR,indFilmR)),shape=(k,mm))
       return R
    con.commit()
```

2. Calcolo di U

```
#Dando il numero k, gli utenti e i film scelti viene calcolata la matrice U e viene inserita in SOL nella tabella u.
#se svd=True viene riportata la matrice U
def calcU(k,curs,con,kutenti,kfilm,svd=False):
    #Si costruisce la matrice W come matrice coo matrix.
   indUteW=[]
   indFilmW=[]
   valW=[]
   for i in range(k):
        for j in range(k):
            curs.execute("SELECT val FROM valutazione WHERE utente=? AND film=?", (int(kutenti[j]),int(kfilm[i])))
            cc=curs.fetchone()
            if cc!=None:
                indUteW.append(j)
                indFilmW.append(i)
                valW.append(float(cc[0]))
    W=coo matrix((valW,(indUteW,indFilmW)),shape=(k,k))
    #Si effettua la decomposizione SVD sulla matrice W
   X, sigma, Yt=svds (W, k=k-1, ncv=None, tol=0, which='LM', v0=None, maxiter=None,
                    return singular vectors=True, solver='arpack', random state=None, options=None)
    #Si calcola la psuedoinversa
    psSigma=np.linalg.pinv(np.diag(sigma))
    #Si calcola la matrice U
   del W
   U=coo matrix(X @ psSigma @ Yt)
   del X,psSigma,Yt
   if syd:
        print ("Calcolata U")
       return U
    #Caricata su SQL nella tabella u
    curs.execute("CREATE TABLE IF NOT EXISTS u(utenteI INT, filmI INT, val REAL, PRIMARY KEY(utenteI, filmI))")
    for i,j,v in zip(U.row, U.col, U.data):
        curs.execute("INSERT INTO u values(?,?,?)",(int(i),int(j),v))
    print ("Calcolata U")
    con.commit()
```



Obiettivo 1: Calcolo della CUR

```
def dividiA(curs):
    #Trova i valori mediani del numero di film e utenti
    curs.execute("SELECT max(indice) FROM indiceU")
    uMAX=int(curs.fetchone()[0])+1
    curs.execute("SELECT max(indice) FROM indiceF")
    fMAX=int(curs.fetchone()[0])+1
    #Troviamo A1
    indUteA1=[]
    indFilmA1=[]
    valA1=[]
    curs.execute('''SELECT indiceU.indice, indiceF.indice, valutazione.val FROM valutazione JOIN indiceU
                    ON valutazione.utente=indiceU.utente JOIN indiceF ON valutazione.film=indiceF.film
                    WHERE indiceU.indice<? and indiceF.indice<?"", (int(uMAX/2), int(fMAX/2)))
    cc=curs.fetchall()
    for c in cc:
        indUteA1.append(c[0])
        indFilmA1.append(c[1])
        valA1.append(float(c[2]))
    A1=coo matrix((valA1,(indUteA1,indFilmA1)),shape=(int(uMAX/2),int(fMAX/2)))
    del valA1, indUteA1, indFilmA1
    #Troviamo A2
    indUteA2=[]
    indFilmA2=[]
    valA2=[]
    curs.execute('''SELECT indiceU.indice, indiceF.indice, valutazione.val FROM valutazione JOIN indiceU
                    ON valutazione.utente=indiceU.utente JOIN indiceF ON valutazione.film=indiceF.film
                    WHERE indiceU.indice<? and indiceF.indice>?''', (int(uMAX/2),int(fMAX/2)-1))
    cc=curs.fetchall()
    for c in cc:
        indUteA2.append(c[0])
        indFilmA2.append(c[1]-int(fMAX/2))
        valA2.append(float(c[2]))
    A2=coo matrix((valA2,(indUteA2,indFilmA2)),shape=(int(uMAX/2),fMAX-int(fMAX/2)))
    del valA2, indUteA2, indFilmA2
```



Obiettivo 1: Calcolo della CUR

```
def trovaC1C2(curs,k,uMAX):
   indUteC1=[]
   indFilmC1=[]
   valC1=[]
   indUteC2=[]
   indFilmC2=[]
   valC2=[]
   #Trova C1
    curs.execute("SELECT * FROM c WHERE utenteI<? and filmI<?", (int(uMAX/2),int(k/2)))
   cc=curs.fetchall()
    for c in cc:
       indUteC1.append(c[0])
        indFilmC1.append(c[1])
        valC1.append(float(c[2]))
   C1=coo matrix((valC1,(indUteC1,indFilmC1)),shape=(int(uMAX/2),int(k/2)))
   del valC1,indUteC1,indFilmC1
    #Trova C2
    curs.execute("SELECT * FROM c WHERE utenteI<? and filmI>?", (int(uMAX/2), int(k/2)-1))
    cc=curs.fetchall()
    for c in cc:
        indUteC2.append(c[0])
        indFilmC2.append(c[1]-int(k/2))
        valC2.append(float(c[2]))
   C2=coo matrix((valC2, (indUteC2, indFilmC2)), shape=(int(uMAX/2), k-int(k/2)))
   del valC2,indUteC2,indFilmC2
    return C1,C2
```

Obiettivo 2: Lettura del file

```
*ApVal.py - C:\Users\elena\Desktop\ApVal.py (3.10.9)*
File Edit Format Run Options Window Help
#Funzione che crea la tabella valutazione fermandosi al film di numero MAXfilm
#se sydap=True allora ritorna anche i vettori filmA,utenteA e valA necessari per la SVD
def CrValcontrol(fname, dbname, cur, MAXfilm, svdap=False):
    cur.execute("CREATE TABLE IF NOT EXISTS valutazione (film, utente, val INT, PRIMARY KEY(film, utente))")
    file=open(fname, mode='r')
    film=0
   utente=0
    val=0
    if sydap:
       filmA=[]
       valA=[]
        utenteA=[]
        while lett:= file.readline():
           if int(film)>int(MAXfilm):
                break
           if ':' in lett:
               film= int(lett.replace(":\n",""))
           else:
                filmA.append(film)
                vect=lett.split(',')
                utente= int(vect[0])
                val=float(vect[1])
                valA.append(val)
                utenteA.append(utente)
                cur.execute("insert into valutazione values (?, ?, ?)", (film, utente, val))
        print ("Completata la creazione della tabella sql valutazione. Ultimo film inserito:", film-1,". Limite inserito:", MAXfilm,".")
        file.close()
        return utenteA, filmA, valA
    while lett:= file.readline():
        if int(film)>int(MAXfilm):
           break
       if ':' in lett :
           film= int(lett.replace(":\n",""))
            vect=lett.split(',')
           utente= int(vect[0])
           val=(vect[1])
            cur.execute("insert into valutazione values (?, ?, ?)", (film, utente, val))
    print ("Completata la creazione della tabella sql valutazione. Ultimo film inserito:", film-1,". Limite inserito:", MAXfilm,".")
    file.close()
                                                    LM SS - MIDST - 2022/2023
```

Obiettivo 2: Costruzione di A

```
if svdap:
   for u in ute:
       curs.execute("INSERT INTO indiceU values(?,?)", (u[0],indiceU))
       dizionarioUteInd[u[0]]=indiceU
       dizionarioUte[u[0]]=float(u[1])
       indiceU=indiceU+1
else:
                                     def costruisciA(utente, film, val, dizionarioUteInd):
                                         indUte=[]
                                         vaL=np.arrav(val)
                                          indFilm=np.array(film)
                                         print(len(vaL), len(indFilm))
                                          for u in utente:
                                              indUte.append(dizionarioUteInd.get(u))
                                          #Costruisce la matrice A come matrice sparsa
                                         AC=coo matrix((vaL,(indUte,indFilm)))
                                          return AC
```



$\begin{array}{c} \text{Obiettivo 2:} \\ \text{SVD totale } \mathbf{VS} \text{ cur} \end{array}$

```
def calcolaSVD(cur,AC,SVDvec=False):
    t = Timer(name="class")
    A=AC.todense()
    print("fatta A.")
    t.start()
    #Calcola la SVD
    X, sigma, Yt=np.linalg.svd(A, full matrices=False)
    fine=t.stop()
    SVD=coo matrix(X @ np.diag(sigma) @ Yt)
    spa=psutil.Process(os.qetpid()).memory info().rss//(1024.0**2)
    del X, sigma, Yt
    diff=norm(AC-SVD,'fro')
    if SVDvec:
                                                        def calcolaCURdist(A,k,curs,con,dizionarioUte,dizionarioFilm):
        return fine, X, sigma, Yt, diff, spa
    return fine, diff, spa
                                                            t = Timer(name="class")
                                                            t.start()
                                                            kutenti,kfilm=sceltak(k,dizionarioUte,dizionarioFilm)
                                                            C=calcC(k,curs,con,dizionarioFilm,kfilm,True)
                                                            R=calcR(k,curs,con,dizionarioUte,kutenti,True)
                                                            U=calcU(k,curs,con,kutenti,kfilm,True)
                                                            fine=t.stop()
                                                            con.commit()
                                                            CUR=coo matrix(C.dot(U).dot(R))
                                                            del C, U, R
                                                            distanza=norm(CUR-A, 'fro')
                                                            return fine, distanza
```



$\begin{array}{c} \text{Obiettivo 2:} \\ \text{SVD totale } \textbf{VS} \text{ CUR} \end{array}$

```
def calcolaSVD(cur,AC,SVDvec=False):
    t = Timer(name="class")
    A=AC.todense()
    print ("fatta A.")
    t.start()
    #Calcola la SVD
    X, sigma, Yt=np.linalg.svd(A, full matrices=False)
    fine=t.stop()
    spa=psutil.Process(os.getpid()).memory info().rss/(1024**2)
    if SVDvec:
        return fine, X, sigma, Yt, diff
    return fine, spa
                                       def calcolaCUR(k,curs,con,dizionarioUte,dizionarioFilm):
                                           t = Timer(name="class")
                                           t.start()
                                           kutenti, kfilm=sceltak(k, dizionarioUte, dizionarioFilm)
                                           calcC(k,curs,con,dizionarioFilm,kfilm)
                                           calcR(k,curs,con,dizionarioUte,kutenti)
                                           calcU(k,curs,con,kutenti,kfilm)
                                           fine=t.stop()
                                           spa=psutil.Process(os.getpid()).memory info().rss/(1024**2)
                                           return fine, spa
```



Obiettivo 2:

SVD parziale \overline{VS} CUR

 Per calcolare l'accuratezza viene usata la funzione

scipy.sparse.linalg.norm(),
che calcola la distanza di Frobenius
in questo modo:

```
\sqrt[2]{\sum_{i,j}(a_{ij}-x_{ij})^2}
```

```
def calcolaCURdist(A, k, curs, con, dizionarioUte, dizionarioFilm):
    t = Timer(name="class")
    t.start()
    kutenti, kfilm=sceltak(k, dizionarioUte, dizionarioFilm)

    C=calcC(k, curs, con, dizionarioFilm, kfilm, True)
    R=calcR(k, curs, con, dizionarioUte, kutenti, True)
    U=calcU(k, curs, con, kutenti, kfilm, True)
    fine=t.stop()

S

    con.commit()

CUR=coo_matrix(C.dot(U).dot(R))
    del C, U, R
    distanza=norm(CUR-A, 'fro')

return fine, distanza
```



$\begin{array}{c} \textbf{Obiettivo2:} \\ \textbf{SVD parziale } \textbf{VS} \textbf{CUR} \end{array}$

```
def calcolaSVDk(cur,A,k):
    t = Timer(name="class")
    t.start()
    #Calcola la SVD
    X, sigma, Yt=svds (A, k=k, ncv=None, tol=0, which='LM',
                    v0=None, maxiter=None, return singular vectors=True,
                    solver='arpack', random state=None, options=None)
    fine=t.stop()
    spa=psutil.Process(os.getpid()).memory info().rss/(1024**2)
    return fine, spa
                                      def calcolaCUR(k,curs,con,dizionarioUte,dizionarioFilm):
                                          t = Timer(name="class")
                                          t.start()
                                           kutenti, kfilm=sceltak(k, dizionarioUte, dizionarioFilm)
                                          calcC(k,curs,con,dizionarioFilm,kfilm)
                                           calcR(k,curs,con,dizionarioUte,kutenti)
                                          calcU(k,curs,con,kutenti,kfilm)
                                           fine=t.stop()
                                           spa=psutil.Process(os.getpid()).memory info().rss/(1024**2)
                                          return fine, spa
```



con.close()

Obiettivo 1: Calcolo della CUR

```
name ==' main ':
#Creazione Database
   dbname= 'Zdatabasedef.db'
   con = sqlite3.connect(dbname)
   curs = con.cursor()
   ApVal.CreazioneValutazione("combined data 1.txt", dbname, curs)
   ApVal.CreazioneValutazione("combined data 2.txt", dbname, curs)
   ApVal.FilmUtente(dbname, curs)
   con.commit()
#Creazione dei dizionari
   dizionarioUte, dizionarioFilm=curr.dizionari(curs)
#Apertura file, suddivido A
                                                                                          spDiscoGb
   fx = open("AccTempoTOT.txt", "w")
                                                   tempos acc
   t = Timer(name="class")
                                                   35.855490 38759758.505 244.20456
   tempok=0
   frobk=0
                                             100 61.723308 21931331.094 244.26503
   A1, A2, A3, A4, uMAX, fMAX=curr.dividiA(curs)
#Al variare di r calcolo la CUR e l'accuratezza
   for k in range (50, 10000000, 50):
       t.start()
       tempok=curr.calcolaCUR(k,curs,con,dizionarioUte,dizionarioFilm)
       frobk=curr.prodottoCURpy(curs,A1,A2,A3,A4,k,uMAX,fMAX)
       print(k,tempok,frobk,psutil.disk usage('/').used/(2**30),file=fx)
       fx.flush()
                                                              Utilizziamo i dati relativi a 9210
       curs.execute("DROP TABLE IF EXISTS cur")
       curr.dropCUR(curs)
                                                              film (~51.040.567 entrate).
       con.commit()
       curs.execute("VACUUM")
                                                               A è una matrice da
       print("Per fare", k, "vettori c'è voluto", t.stop())
   print("Fatto CUR")
                                                              480.189x9210.
   fx.close()
   con.commit()
```



Obiettivo 1: Calcolo della CUR

```
tempos
if name ==' main ':
                                                  400 96.08881490 244.0037078857422
#Creazione Database
    dbname= 'Zdatabasedef.db'
                                                  500 130.3511207 244.31463623046875
    con = sqlite3.connect(dbname)
    curs = con.cursor()
   ApVal.CreazioneValutazione("combined data 1.txt", dbname, curs)
   ApVal.CreazioneValutazione("combined data 2.txt", dbname, curs)
   ApVal.CreazioneValutazione("combined data 3.txt", dbname, curs)
   ApVal.CreazioneValutazione("combined data 4.txt", dbname, curs)
   ApVal.FilmUtente(dbname, curs)
   con.commit()
#Creazione dei dizionari
    dizionarioUte, dizionarioFilm=curr.dizionari(curs)
#Apertura file, suddivido A
    fx = open("AccTempoTOT.txt", "w")
   t = Timer(name="class")
    tempok=0
#Al variare di r calcolo la CUR e l'accuratezza
    for k in range (50, 10000000, 50):
       t.start()
       tempok=curr.calcolaCUR(k,curs,con,dizionarioUte,dizionarioFilm)
       print(k, tempok, psutil.disk usage('/').used/(2**30), file=fx)
       fx.flush()
       curr.dropCUR(curs)
       con.commit()
       curs.execute("VACUUM")
       print("Per fare", k, "vettori c'è voluto", t.stop())
   print("Fatto CUR")
    fx.close()
    con.commit()
    con.close()
```

Utilizziamo i dati relativi a tutti i film (~100.480.511 entrate). A è una matrice da 480.189x17.770.

SpRAMGb



name ==' main ':

#Creazione Database

fx.close() con.commit()

con.close()

Obiettivo 2: SVD totale VS CUR

```
dbname= 'FdatabasedefSVD.db'
    con = sqlite3.connect(dbname)
    curs = con.cursor()
#Apertura file
    fx = open("testSVD.txt", "w")
    tempokc=0
    frobkc=0
    tempoks=0
    frobks=0
    for t in range (500, 2000, 50):
        #Costruzione Database
        utenteA, filmA, valA=ApVal.CrValcontrol("combined data 1.txt", dbname, curs, t, True)
        ApVal.FilmUtente(dbname, curs)
        con.commit()
        dizionarioUte, dizionarioFilm, dizionarioUteInd=curr.dizionari(curs, True)
        A=ApVal.costruisciA(utenteA, filmA, valA, dizionarioUteInd)
        #Calcolo CUR
        tempokc, frobkc, spac=curr.calcolaCURdist(A, int(t/10), curs, con, dizionarioUte, dizionarioFilm)
        print("CUR", t, tempokc, frobkc, spac, file=fx)
        fx.flush()
        curs.execute("DROP TABLE IF EXISTS cur")
        curr.dropCUR(curs)
        con.commit()
        curs.execute("VACUUM")
        #Calcolo SVD
        tempoks, frobks, spas=svdii.calcolaSVD(curs, A)
        print("SVD", t, tempoks, frobks, spas, file=fx)
        #Svuoto il dataframe
        del A
        curs.execute("DROP TABLE IF EXISTS valutazione")
        curs.execute("DROP TABLE IF EXISTS indiceU")
        curs.execute("DROP TABLE IF EXISTS indiceF")
        curs.execute("DROP TABLE IF EXISTS utente")
        curs.execute("DROP TABLE IF EXISTS film")
        con.commit()
        curs.execute("VACUUM")
        print("Effettuato il test con",t,"film.")
```

```
Cos nfi tempos
                                      SpRAMMb
                       accur
    800 21.4833870999 1293539.26080
    800 52.9158998
                      3.62430326e-10 2406.0
```

Per ogni 50 film vengono aggiunte ~ 267.321 entrate. Rendendo A una matrice sempre più grande.





con.commit() con.close()

Obiettivo2:

SVD totale **VS** CUR

```
name ==' main ':
#Creazione Database
    dbname= 'FdatabasedefSVD.db'
   con = sqlite3.connect(dbname)
   curs = con.cursor()
#test di ottimizzazione CUR efficienza e efficac
    fx = open("iltestSVD.txt","w")
    for t in range (500,5000,50):
        #Creiamo il database con t film
       utenteA, filmA, valA=ApVal.CrValcontrol("C:\\Users\\Utente\\Desktop\\combined data 1.txt",
                                               dbname, curs, t, True)
        ApVal.FilmUtente(dbname,curs)
        con.commit()
        dizionarioUte, dizionarioFilm, dizionarioUteInd=curr.dizionari(curs, True)
        A=ApVal.costruisciA(utenteA, filmA, valA, dizionarioUteInd)
        #Calcoliamo la CUR
        tempokc, spac=curr.calcolaCUR(int(t/10), curs, con, dizionarioUte, dizionarioFilm)
        print("CUR",t,tempokc,spac,file=fx)
        fx.flush()
        curs.execute("DROP TABLE IF EXISTS cur")
        curr.dropCUR(curs)
        con.commit()
        curs.execute("VACUUM")
        #calcoliamo la SVD
        tempoks, spas=svdii.calcolaSVD(curs, A)
        print("SVD",t,tempoks,spas,file=fx)
        #Togliamo tutto
        curs.execute("DROP TABLE IF EXISTS valutazione")
        curs.execute("DROP TABLE IF EXISTS indiceU")
        curs.execute("DROP TABLE IF EXISTS indiceF")
        curs.execute("DROP TABLE IF EXISTS utente")
        curs.execute("DROP TABLE IF EXISTS film")
        con.commit()
        curs.execute("VACUUM")
       print("Effettuato il test con",t,"film.")
    fx.close()
```

```
Cos nfi tempos
                         SpRAMMb
CUR 600 42.4352330998518 523.375
SVD 600 66.7193646999076 1747.644
```

Lo lasciamo eseguire fino a quando la SVD non si blocca, viene riportato il codice init gesdd failed init.

Si blocca a 1700 film, quando A è una matrice 440.495x1.700 e ci sono 8.502.250 entrate.

fx.close() con.commit()

con.close()

Obiettivo 2: SVD parziale

VS CUR

```
name ==' main ':
#Creazione Database
   dbname= 'databasedefSVDk.db'
   con = sqlite3.connect(dbname)
   curs = con.cursor()
                                    Cos k
                                              tempos
   fx = open("test2SVD.txt","w")
   tempokc=0
                                    CUR 50 37.79248890001327 13506179.231393535
   frobkc=0
                                           50 14.28081110003404 7895.647753602244
   tempoks=0
   frobks=0
# Riempio il database
   utenteA, filmA, valA=ApVal.CrValcontrol("combined data 1.txt", dbname, curs, 2000, True)
   ApVal.FilmUtente(dbname,curs)
   con.commit()
   dizionarioUte, dizionarioFilm, dizionarioUteInd=curr.dizionari(curs, True)
# Calcolo A
   AC=ApVal.costruisciA(utenteA, filmA, valA, dizionarioUteInd)
   for k in range (50,500,50):
   # Calcolo la CUR
       tempokc, frobkc=curr.calcolaCURdist(AC, k, curs, con, dizionarioUte, dizionarioFilm)
       print("CUR", k, tempokc, frobkc, file=fx)
       fx.flush()
       curr.dropCUR(curs)
       con.commit()
       curs.execute("VACUUM")
   # Calcolo la SVD parziale
       tempoks, frobks=svdii.calcolaSVDk(curs, AC, k)
       print("SVD", k, tempoks, frobks, file=fx)
       fx.flush()
       con.commit()
       curs.execute("VACUUM")
       print("Effettuato il test per", k, ".")
```

In questo caso utilizziamo solo i dati relativi a 2.000 film (~10.317.269 entrate). A è una matrice da 449.098x2000.

acc



fx.close()
con.commit()

Obiettivo2:

SVD parziale \overline{VS} CUR

```
name ==' main ':
#Creazione Database
   dbname= 'CdatabasedefSVDk.db'
   con = sqlite3.connect(dbname)
   curs = con.cursor()
                                            Cos k tempos
                                                                                              Sprammb
   fx = open("test2SVD.txt","w")
                                             CUR 250 560.7524213001598 465.3828125
   tempokc=0
   frobkc=0
                                             SVD 250 392.0643120999448 1739.7890625
   tempoks=0
   frobks=0
# Riempio il database
   utenteA, filmA, valA=ApVal.CrValcontrol("C:\\Users\\Utente\\Desktop\\combined data 1.txt", dbname,
                                      curs, 5000, True)
   utenteA, filmA, valA=ApVal.CrValcontrol2("C:\\Users\\Utente\\Desktop\\combined data 2.txt", dbname,
                                       curs, 8000, filmA, valA, utenteA)
   ApVal.FilmUtente(dbname,curs)
   con.commit()
   dizionarioUte, dizionarioFilm, dizionarioUteInd=curr.dizionari(curs, True)
# Calcolo A
   AC=ApVal.costruisciA(utenteA, filmA, valA, dizionarioUteInd)
   for k in range (50, 1000, 50):
   # Calcolo la CUR
       tempokc, spac=curr.calcolaCURdist(AC, k, curs, con, dizionarioUte, dizionarioFilm)
       print("CUR", k, tempokc, spac, file=fx)
       fx.flush()
                                                                      In questo caso utilizziamo
       curr.dropCUR(curs)
       con.commit()
       curs.execute("VACUUM")
                                                                      solo i dati relativi a 8.000
   # Calcolo la SVD parziale
       tempoks, spas=svdii.calcolaSVDk(curs,AC,k)
                                                                      film (~45.000.000 entrate).
       print("SVD", k, tempoks, spas, file=fx)
       fx.flush()
                                                                       A è una matrice da
       con.commit()
       curs.execute("VACUUM")
       print("Effettuato il test per", k, ".")
                                                                      463.314x8000.
```

5