Seminario. Geometría básica

Elena Cantero Molina (Grupo A)

1 de Octubre de 2018

1. Dado el triángulo de la ilustración 25. Si a=5 y b=8, ¿Cuánto vale sin(A)?

Por el teorema de Pitágoras sabemos que la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos ($c^2 = a^2 + b^2$)

$c = \sqrt{25 + 64} = 9{,}43$

Entonces, como sabemos que $\text{sen}(A) = \frac{a}{c}$, sólo tenemos que calcular la división.

$\text{sen}(A) = \frac{5}{9{,}43} = 0{,}53$

2. Si la cámara de OpenGL está mirando en el origen hacia el sentido negativo del eje Z, ¿Cuánto tengo que girarla en el eje Y, por el camino más corto, para que mire hacia un objeto situado en el punto:

1. - (4,0,-2)?
2. - (-2,0,3)?
3. - (1,0,0)?
4. - (0.1,0,1)?

1-

$$\tan(A) = \frac{a}{b} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \tan^{-1}(2) = 63{,}44^{\text{o}}$$

2- Como sólo rotamos en el eje Y, sólo tendremos que calcular un ángulo entre la zon de X negativa y la de Z positiva, y sumarle noventa grados, por la posición de este punto. Y realizamos la misma operación que en el apartado anterior.

$$\tan(A) = \frac{3}{2} = 1{,}5 \Rightarrow \tan^{-1}(1{,}5) = 56{,}31^{o}$$

Giro = 90º + 56.31º = 146.31º

3- En este apartado, sólo tendríamos que girar 90º ya que el punto está en el eje X positivo.

4- En este apartado ocurre algo parecido que el segundo, pero en este caso tendremos que sumar 180º y el cateto contigo no es 0.1 sino 0.9 por estar en el eje X negativo el ángulo que queremos calcular

$$\tan(A) = \frac{0{,}9}{1} = 0{,}9 \Rightarrow \tan^{-1}(0{,}9) = 41{,}99^{o}$$

Giro = 180º + 41.99º = 221.99º

3. Escribe el código en C que calcule las posiciones de las marcas horarias y de minutos de la esfera de reloj de la Ilustración 21. Queremos que como parámetro la función tenga el diámetro de la esfera.

4. ¿ Es sin(-A) = -sin(A) ?

Si. Por definición sabemos que

$$\operatorname{sen}(A) = -\operatorname{sen}(-A)$$

entonces, restando en ambos lados nos quedaría

$$-\operatorname{sen}(A) = \operatorname{sen}(-A)$$

, que es lo mismo que nos pregunta el enunciado.

5. Dados $p \equiv (3,5,2)$ y $q \equiv (1,4,9)$. Calcular

1. - El vector R=p-q

2. - El vector S=q-p

3. - $|R|$

4. - El vector normalizado R

1- $R = (3-1, 5-4, 2-9) = (2, 1, -7)$
2- $S = (1-3, 4-5, 9-2) = (-2, -1, 7)$
3- $|R| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-7)^2} = 7{,}35$
4- $P = (\frac{2}{7{,}35}, \frac{1}{7{,}35}, \frac{-7}{7{,}35}) = (0{,}27, 0{,}14, -0{,}95)$

6. Calcula el valor de k sabiendo que el módulo del vector vector V= (k, 3) es 5.

$|V| = \sqrt{k^2 + 5^2} \Rightarrow 5 = \sqrt{k^2 + 5^2} \Rightarrow 25 = k^2 + 25 \Rightarrow k = 0$

7. Si vector V es un vector de componentes (3, 4), hallar un vector unitario de su misma dirección y sentido

Para ello sólo hay que normalizar el vector

$$|V| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$||V|| = (\frac{3}{5}, \frac{4}{5}) = (0{,}6, 0{,}8)$$

8. Calcular el vector $W = U + V$, si $U = (3, -5), V = (1, -1)$

$W = (3+1, -5-1) = (4, -6)$

9. Hallar k si el ángulo que forma U= (3, k) con V= (2, -1) vale:

1. 90º

2. 0º

3. -45º

1-
$$UV = |U||V|\cos\alpha \Rightarrow 3*2+k*(-1)=0 \Rightarrow k=6$$

2-
$$UV = |U||V|\cos\alpha \Rightarrow 6-k=\sqrt{9+k^2}*\sqrt{5}$$
$$\Rightarrow 0=4k^2+12k+9$$

k = sin solución

3-
$$UV = |U||V|\cos\alpha \Rightarrow 6-k=0{,}71\sqrt{9+k^2}*\sqrt{5}$$
$$\Rightarrow 0=2{,}55k^2+12k-4{,}05 \Rightarrow k=0{,}31, k=-5$$

10. Dados los vectores U=(2, k) y V= (3, -2), calcula k para que los vectores U y V sean:

- Perpendiculares

$$UV=0 \Rightarrow 2*3-2k=0 \Rightarrow k=3$$

- Paralelos

$$UV>0 \Rightarrow 2*3-2k=0 \Rightarrow k>3$$

- Formen un ángulo de 60º

$$UV = |U||V|\cos\alpha \Rightarrow 0=2{,}5k^2+24k-10$$
$$\Rightarrow k=0{,}4, k=-10$$

11. Hallar el ángulo que forman los vectores U=(1,1,-1) y V=(2,2,21).

$UV = |U||V|\cos\alpha \Rightarrow -17=\sqrt{3}\sqrt{449}\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha=-0{,}46$
$\alpha = 117{,}39º$

12. Investigue, en incluya en sus apuntes, cómo calcular el área de un triángulo cualquiera haciendo uso del producto vectorial.

$$Area = \frac{1}{2}|UV|$$