

MÉTODO SEGUIDO PARA LA RESOLUCIÓN DEL TRABAJO FINAL DE LA ASIGNATURA

Esta tarea se divide en 3 apartados: generación del mallado, solución estática y solución dinámica.

PARTE I: Mallado

En esta parte se pide generar los datos del mallado de la placa de poliuretano que posee un agujero central, cuyo contorno es de aluminio; guardar sus datos en un Excel con un formato especificado y representar la estructura generada.

a) Generar la malla de la placa

Para generar la malla, en primer lugar se ha utilizado la función *Poligono* para generar los 3 contornos de la pieza: el cuadrado exterior de lado 10, el agujero circular de diámetro 6 y el agujero circular de diámetro 5.6. Posteriormente se han generado dos mallas diferentes, una para los contornos cuadrado – agujero ext., que corresponde al poliuretano, y otro para los contornos agujero ext. – agujero int., que corresponde al material aluminio. Para ello se utiliza la función *Corona2D*. Finalmente se crea una malla tridimensional mediante la función *Paso2Da3D*, con una altura de 0.5 m, y se unen las dos mallas generadas mediante la función *UnirLadrillos*, obteniendo las matrices Nodos y Elem. Se ha decidido utilizar un mallado que consta de un total de 2400 nodos y 1680 elementos, a fin de disminuir el error en los resultados.

b) Asignar a cada nodo las fuerzas estáticas correspondientes y a cada elemento las propiedades del material.

Para guardar los datos en el Excel, en primer lugar se generan los datos no nulos: los datos del material (E, ρ , ν), la matriz de nodos fijos, y la fuerza estática $F=50\text{kN}$ en el nodo (+d/2,0,+H). La fuerza se asigna encontrando el nodo con esas coordenadas mediante la función *find*, y posteriormente añadiendo el valor de F en la posición indicada. Para guardar correctamente los datos de los materiales, se tiene en cuenta la forma en que se ha unido la malla. Los vectores E, ρ , ν , tienen una longitud igual al número de elementos totales, N_e . En los primeros nodos, que corresponden a la placa, se guardan los datos del poliuretano (longitud N_{e1}), y en los siguientes, los datos del aluminio (longitud N_{e2}) haciendo un total de $N_e=N_{e1}+N_{e2}$. Los datos de los materiales se han tomado de la función *Material*.

c) Asignar a cada nodo sus correspondientes condiciones de contorno.

La matriz Fijos se inicializa multiplicando por cero a la matriz Nodos, ya que tienen las mismas dimensiones. Los nodos fijos de la estructura son los de las caras laterales perpendiculares al plano XY, que tomarán valor 1, siendo el resto de no fijos los de valor 0. Los nodos contenidos en las caras laterales se buscan con la función *find* y se le asigna el valor 1 en la matriz Fijos en la posición encontrada con *find*.

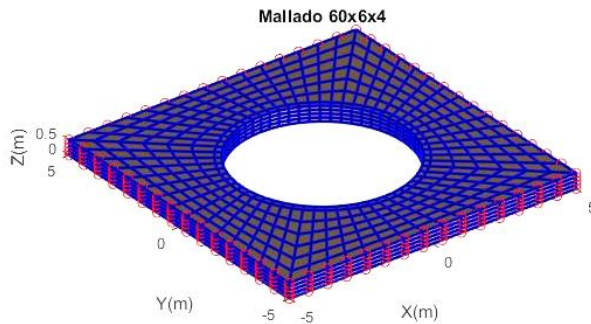
d) Guardar toda la información en un archivo EXCEL (denominado Tema13.xlsx) de acuerdo con el formato del archivo Plantilla.xlsx adjunto.

La escritura en el Excel “Tema13.xlsx”, se realiza leyendo el formato de una plantilla (plantilla.xlsx), mediante la sentencia: `dos(['copy Plantilla.xlsx ' arc_xls]);` y posteriormente escribiendo los datos mediante la función *xlswrite*. Los datos que no han sido inicializados, se rellenan con ceros: Condiciones iniciales, masa de los nodos y fuerzas dinámicas.

e) Representar gráficamente la malla

Se representa la estructura mediante la función [RepresentaLadrillos](#), así como los nodos fijos mediante círculos rojos. La figura se guarda bajo el título *Mallado-60-6-4.jpg*. Se añaden también las sentencias para representar sólo la malla de la placa, sólo la del agujero de aluminio, o las mallas en 2D de ambos; con un % para que no se ejecuten a no ser que se quiera.

Adicionalmente, se muestran por pantalla el número de Nodos y Elementos de la malla creada, y los tiempos tardados en escribir en el Excel y en representar la estructura. La salida por pantalla obtenida:



PARTE I: MALLADO

La malla usada tiene 2400 nodos
y 1680 elementos
1 archivo(s) copiado(s).
La escritura en el excel tarda
1.90 segundos
La representación gráfica tarda
51.22 segundos

PARTE II: Estática

En esta parte se realiza el ensamblado de las matrices elementales de masa y rigidez obtenidas con la rutina [Ladrillo8](#), para obtener la masa de la placa y los desplazamientos debidos la fuerza estática. El ensamblado se realiza con el código [LecturaEnsamblajeXLS_PlacaAgujero](#).

f) Determinar la masa M total de la placa y presentar en pantalla el resultado.

Para determinar la masa de la placa a partir del mallado realizado, se realiza lo especificado en la nota 1: se suma la diagonal de la matriz de masas M, y se divide entre 3, por haber tomado la masa de los elementos como concentradas en los nodos: $MasaPlaca = \text{sum}(\text{diag}(M)) / 3$; Se obtiene así una masa de 6166.8502 kg, que se muestra por pantalla. Por otro lado, la masa real de la placa, se calcula mediante los volúmenes y densidades de cada material:

$$MasaReal = (10 \cdot 10 - \pi \cdot D^2 / 4) \cdot 0.5 \cdot \rho_1 + \pi / 4 \cdot (D^2 - d^2) \cdot 0.5 \cdot \rho_2;$$

Obteniéndose un resultado de 6174,93 kg. El error cometido, en tanto por ciento, se calcula:

$$Error = \text{abs}((MasaReal - MasaPlaca) / MasaReal) \cdot 100;$$

Se obtiene un error del 0.1309 %, menor al 0.3% que pedía el enunciado. También se muestra por pantalla.

g) Determinar la deformada de la placa ante las solicitaciones estáticas. Dibujar dicha deformada con una amplificación adecuada.

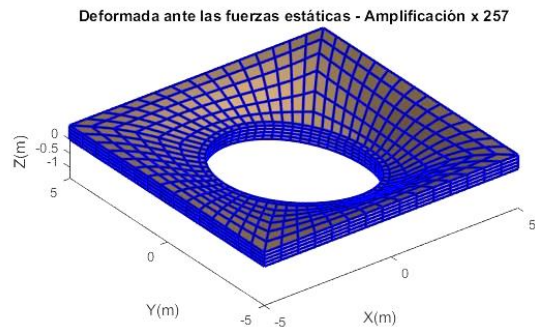
Los desplazamientos de la placa, q, se obtienen despejando de la expresión $F_0 = K \cdot q \rightarrow q = K^{-1} \cdot F_0$; donde K es la matriz de rigidez ensamblada y F_0 el vector de fuerzas estáticas ensamblado.

La deformada de la estructura ante la fuerza estática se representa mediante la sentencia: `RepresentaLadrillos(nodos, CarasExt, BarrasExt, NodosExt, q);`

Para que en la figura se mostrase la amplificación utilizada, que se calcula en la propia rutina, se han añadido las siguientes líneas de código a la función original:

```
if nargin>4
    title(sprintf('Deformada ante
las fuerzas estáticas -
Amplificación x %.0f',Amp));
end
```

Donde Amp es la amplificación que se calcula en la rutina. Este título solo se muestra cuando se incluye el vector de desplazamientos en la llamada. La figura se guarda bajo el título *Deformada_estática.fig*.



h) Determinar los desplazamientos según x,y,z del punto donde está aplicada la fuerza vertical descendente F y presentar en pantalla los resultados.

Para obtener los desplazamientos separados en x,y,z; se utiliza la función

```
[dx, dy, dz]=q2xyz(q);
```

Nuevamente, para obtener el índice en el que se encuentra el nodo donde se aplica la fuerza, se utiliza la función find. Una vez obtenido, se muestran los desplazamientos de ese índice en los vectores dx,dy,dz. Los desplazamientos se muestran por pantalla en milímetros, para ajustarse a su magnitud, y con su signo correspondiente (ver la salida por pantalla más abajo).

i) Determinar el máximo desplazamiento vertical de los puntos de la placa (y representar en pantalla el resultado)

Para encontrar el máximo desplazamiento vertical, se utiliza la sentencia

```
[dz_max, ii]=max(abs(dz));
```

Que obtiene el máximo (en valor absoluto) del vector dz, así como el índice en el que se encuentra el máximo. Se presenta por pantalla el desplazamiento en dicho índice, así como el nodo al que corresponde. A pesar de que la fuerza se aplica en un nodo del anillo de aluminio, el máximo desplazamiento vertical se da en un nodo cercano, en la parte del poliuretano.

La salida por pantalla de la parte estática es la siguiente:

PARTE II: ESTÁTICA

La masa de la placa es 6166.8502 kg

El error cometido es 0.1309%

Desplazamientos del nodo 2341: dx=+0.0510 mm, dy=-0.0006 mm, dz=-5.4740 mm

El máximo desplazamiento vertical: Nodo 841, dz=-5.5168 mm

PARTE III: Dinámica

En esta parte se calculan las 10 primeras frecuencias normales de vibración de la placa y se representan los modos normales de vibración para dichas frecuencias.

j) Determinar los diez primeros modos normales de vibración y sus correspondientes frecuencias de resonancia. El primer modo normal se considerará aquel que posea menor frecuencia.

Para hallar las frecuencias propias necesarias para representar los modos de vibración, es necesario resolver la ecuación diferencial homogénea: $Mq'' + Kq = 0$, cuya solución es $q = v \cos \omega t$, y su derivada $q' = -\omega v \sin \omega t$. Sustituyendo en la EDO, se puede obtener la expresión para ω : $\omega = \sqrt{A(M^{-1}K)} = \sqrt{A}$. Se trata de un problema de valores propios, que se resuelve mediante la función:

```
[V,D]=eigs(K,M, 10, 'SM');
```

Esta función devuelve en V la matriz de vectores propios, y en D una matriz diagonal que contiene los 10 primeros valores propios, los de menor frecuencia como se indica con el parámetro 'SM'. El vector de frecuencias 'w' será la raíz de la diagonal de D. Por último se ordenan las frecuencias en orden crecientes mediante la función `sort`, ordenando de igual manera los vectores propios de V, y las frecuencias se pasan a hertzios dividiendo w entre 2π .

k) Presentar en pantalla en modo texto las diez primeras frecuencias de resonancia con una cifra decimal (es decir, redondeando a 0,1 Hz).

Se crea un bucle de 1 hasta 10 que recorre el vector de frecuencias y las muestra por pantalla mediante el comando:

```
disp(sprintf('Frecuencia %.0f = %.1f Hz',i,f(i)));
```

Para redondear el resultado a un decimal como pide el enunciado, se pone en la sentencia de salida por pantalla `%.1f`, que indica que la salida del dato debe ser con un solo decimal, redondeando. La salida por pantalla resultante para el mallado utilizado es:

PARTE III: DINÁMICA

Las frecuencias de resonancia son:

```
Frecuencia 1 = 11.8 Hz
Frecuencia 2 = 17.0 Hz
Frecuencia 3 = 17.0 Hz
Frecuencia 4 = 36.4 Hz
Frecuencia 5 = 38.7 Hz
Frecuencia 6 = 43.0 Hz
Frecuencia 7 = 43.3 Hz
Frecuencia 8 = 43.3 Hz
Frecuencia 9 = 48.8 Hz
Frecuencia 10 = 53.2 Hz
```

l) Dibujar los modos normales de vibración 1, 4, 5, 6 y 10.

Para representar cada modo, se utiliza la función:

```
RepresentaLadrillosModo(Nodos,CarasExt,V(:,i), 'ModoNormal-1');
```

Dependiendo del modo que se quiera representar, se cambia el valor de i. El parámetro

`V(:,i)`, pasa a la función la columna i-ésima de la matriz de vectores propios V, que contiene los desplazamientos de la estructura cuando se somete a la frecuencia i. Pueden ser números complejos, en cuyo caso se expresa el desplazamiento como $\text{Amplitud} \cdot \exp(j \cdot \text{fase})$.

Se utiliza la sentencia para los modos pedidos, y se guardan los resultados en formato .gif, con el nombre `ModoNormal-i`.