

## Επιστημονικοί υπολογισμοί

### Εργασία 2

Ελένη Λιάρου

1115201900100

- Ο κώδικας για την υλοποίηση της εργασίας βρίσκεται σε 2 διαφορετικά main scripts, ένα για κάθε μέθοδο (main\_esor.m και main\_psd.m). Και τα δύο λειτουργούν με ακριβώς τον ίδιο τρόπο απλά χρησιμοποιούν διαφορετικές επαναληπτικές μεθόδους για την επίλυση του συστήματος. Στο αρχείο create\_random\_matrix.m δημιουργείται ένας τυχαίος πενταδιαγώνιος πίνακας(αυστηρά διαγώνιος υπερτερών) και στο create\_pentadiag\_matr.m ένας πενταδιαγώνιος της μορφής που αναφέρει η εκφώνηση. Το calculate\_r.m υπολογίζει την φασματική ακτίνα του επαναληπτικού πίνακα της μεθόδου ESOR και το calculate\_r\_psd.m της μεθόδου PSD.
- Όπως αναφέρεται και στην εκφώνηση έχω θεωρήσει tolerance  $e=0.0000005$ ,  $x_0=b$ ,  $x=(1,1,...,1)^T$ ,  $b=Ax$ (άρα το διάνυσμα  $b$  δεν το διαβάζω από την είσοδο), ενώ τα  $\omega$  και  $\tau$  παίρνουν τιμές από 0.1 μέχρι 1.9 με βήμα 0.1.
- Αν ο χρήστης θελήσει να εισάγει μόνος του τα στοιχεία θα πρέπει να δώσει στην γραμμή εντολών τον αριθμό 1, αν θέλει να δημιουργήσει κάποιον από τους πενταδιαγώνιους πίνακες που περιγράφονται στην εφαρμογή 1 θα πρέπει να δώσει στην γραμμή εντολής τον αριθμό 2, αν θέλει να διαβάσει τα στοιχεία του πίνακα από αρχείο δίνει τον αριθμό 3 και το όνομα του αρχείου πρέπει να το βάλει hardcoded από πριν(γραμμή 38 και στα 2 script), τέλος αν θέλει να δημιουργηθεί τυχαίος πίνακας πρέπει να δοθεί ο αριθμός 4, ο πίνακας που δημιουργείται είναι αυστηρά διαγώνιος υπερτερών.
- Τα στοιχεία που χρειάζονται για την δημιουργία ενός πίνακα είναι η διάσταση του  $n$ , και οι αριθμοί  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta(a,b,c,d$  αντίστοιχα). Σύμφωνα και με την εκφώνηση έχω θεωρήσει ότι  $k=-\alpha$ ,  $l=-\beta$ ,  $r=-\gamma$  και  $s=-\delta$ . Σε περίπτωση που διαβάζουμε από αρχείο θα πρέπει να είναι καθένα από αυτά σε ξεχωριστή γραμμή με την σειρά που τα ανέφερα. Η μεταβλητή  $e$  ισούται με τον αριθμό που θέλουμε για την κύρια διαγώνιο.
- case1i.txt: ενδεικτική εφαρμογή 1i, case1ii.txt ενδεικτική εφαρμογή 1ii.txt
- Αυθαίρετα επέλεξα maxiter=100
- Έχουν ακολουθηθεί πιστά οι αλγόριθμοι των διαφανειών. όπως αναφέραμε και στο μάθημα το πρώτο μισό της PSD είναι η ESOR.
- Αντί για  $n=1000$ ,  $10000$ ,  $100000$  χρησιμοποίηση  $n=10$ ,  $100$ ,  $1000$  επειδή για μεγαλύτερο  $n$  αργούσε πάρα πολύ το πρόγραμμα να εμφανίσει αποτέλεσμα.

- Ο χρόνος στα πινακάκια ισούται με χρόνο που κάνει ο αλγόριθμος για να προσεγγίσει με την επιθυμητή ακρίβεια την λύση του συστήματος για  $\tau$ ,  $\omega$  που δίνουν την μικρότερη φασματική ακτίνα.
- Για να μην αργούν να εμφανίζονται τα αποτελέσματα έχω σχολιάσει τις γραμμές κώδικα που εκτυπώνουν τον πίνακα A, το διάνυσμα b, την λύση x, την ένδειξη ότι βρέθηκαν καλύτερα  $\tau$ ,  $\omega$  στο διπλό for loop, αν θέλετε να εμφανιστούν μπορεί απλά να αφαιρέσετε το σύμβολο του σχόλιου.
- Εάν δίπλα από τον αριθμό επαναλήψεων υπάρχει (\*), σημαίνει ότι η μέθοδος χρειάζεται περισσότερες από 100 επαναλήψεις για να προσεγγίσει την λύση.
- Ως  $\tau$ ,  $\omega$  έχουν επιλεγεί αυτά που δίνουν την μικρότερη φασματική ακτίνα, για αυτό μπορεί να υπάρχουν περιπτώσεις που ο αριθμός επαναλήψεων της μεθόδου δεν είναι ελάχιστος.
- Οι επαναληπτικοί πίνακες των μεθόδων είναι αυτοί που αναφέρονται στις διαφάνειες.

### Πίνακες για την μέθοδο ESOR

- Εφαρμογή 1i

n	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	βέλτιστο $\tau$	βέλτιστο $\omega$	Φασματική ακτίνα	itcount	χρόνος
5	0.1	0.2	0.3	0.4	1.0	1.0	0.033966158739825	7	1.650370056460000e+05

- Εφαρμογή 1ii

n	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	βέλτιστο $\tau$	βέλτιστο $\omega$	Φασματική ακτίνα	itcount	χρόνος
10	0.4	0.3	0.2	0.1	1.0	1.0	0.056178730539550	8	1.651093577130000e+05

- Εφαρμογή 2

n	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	Βέλτιστο $\tau$	Βέλτιστο $\omega$	Φασματική ακτίνα	itcount	χρόνος
10	0.1	0.2	0.3	0.4	1.0	1.0	0.048451170308402	9	1.651794922950000e+05
10	0.4	0.3	0.2	0.1	1.0	1.0	0.056178730539550	8	1.652143293120000e+05
10	1.2	0.9	0.6	0.3	1.1	1.2	0.200958029088318	11	1.652645863690000e+05
100	0.1	0.2	0.3	0.4	1.0	1.0	0.056583692345902	11	1.653283039760000e+05
100	0.4	0.3	0.2	0.1	1.0	1.0	0.065106014514673	8	1.654266484650000e+05
100	1.2	0.9	0.6	0.3	1.1	1.2	0.217907250179902	11	1.654868126420000e+05

<b>1000</b>	0.1	0.2	0.3	0.4	1.0	1.2	0.125438439738533	10	1.660325367800000e+05
<b>1000</b>	0.4	0.3	0.2	0.1	1.0	1.0	0.071916238804490	8	1.663976646120000e+05
<b>1000</b>	1.2	0.9	0.6	0.3	1.1	1.2	0.237779242833843	11	1.666994861020000e+05

• Εφαρμογή 3

n	α	β	γ	δ	Βέλτιστο τ	Βέλτιστο ω	Φασματική ακτίνα	itcount	χρόνος
<b>10</b>	- 0.26	- 0.82	- 0.82	0.74	1.0	1.0	0.049173987581033	10	1.697072024680000e+05
<b>10</b>	- 0.92	- 0.92	0.44	-0.1	1.0	1.0	0.041193069365444	7	1.698305434170000e+05
<b>10</b>	-0.6	0.02	- 0.94	- 0.92	1.0	1.1	0.078377003291702	8	1.698987946800000e+05
<b>100</b>	- 0.92	- 0.58	0.16	- 0.84	1.0	1.0	0.041549694302470	8	1.700029966070000e+05
<b>100</b>	- 0.36	- 0.86	0.92	-0.7	1.0	1.0	0.117222819926449	13	1.701245050190000e+05
<b>100</b>	0.66	- 0.32	- 0.48	0.22	1.0	1.0	0.062349987239845	8	1.702445584340000e+05
<b>1000</b>	- 0.26	- 0.82	- 0.82	0.74	1.0	0.8	0.146766660963127	11	7.506664761690000e+05
<b>1000</b>	- 0.92	- 0.92	0.44	-0.1	1.0	1.0	0.044602949019704	7	7.513379535970000e+05
<b>1000</b>	-0.6	0.02	- 0.94	- 0.92	1.0	1.1	0.147909859662481	12	7.518757540710000e+05

Πίνακες για την μέθοδο PSD

• Εφαρμογή 1i

n	α	β	γ	δ	βέλτιστο τ	βέλτιστο ω	Φασματική ακτίνα	itcount	χρόνος
<b>5</b>	0.1	0.2	0.3	0.4	1.7	0.7	0.038156185110991	51	1.670490624860000e+05

• Εφαρμογή 1ii

n	α	β	γ	δ	βέλτιστο τ	βέλτιστο ω	Φασματική ακτίνα	itcount	χρόνος
<b>10</b>	0.4	0.3	0.2	0.1	1.7	0.7	0.038156185110991	52	1.671325810030000e+05

- Εφαρμογή 2

η	α	β	γ	δ	Βέλτιστο τ	Βέλτιστο ω	Φασματική ακτίνα	itcount	χρόνος
10	0.1	0.2	0.3	0.4	1.7	0.7	0.049910086603085	51	1.672477421790000e+05
10	0.4	0.3	0.2	0.1	1.7	0.7	0.051571131185728	52	1.673837934350000e+05
10	1.2	0.9	0.6	0.3	1.9	0.8	0.239994381052242	100(*)	1.674376518270000e+05
100	0.1	0.2	0.3	0.4	1.7	0.7	0.056702334099445	51	1.675130139260000e+05
100	0.4	0.3	0.2	0.1	1.7	0.7	0.058418639126850	52	1.675615708890000e+05
100	1.2	0.9	0.6	0.3	1.9	0.9	0.298699317066452	100(*)	1.676256940390000e+05
1000	0.1	0.2	0.3	0.4	1.7	0.7	0.108396807955439	51	1.681747297600000e+05
1000	0.4	0.3	0.2	0.1	1.7	0.7	0.058741514860268	52	1.686126657080000e+05
1000	1.2	0.9	0.6	0.3	1.9	0.9	0.300356498382334	100(*)	1.695915006510000e+05

- Εφαρμογή 3

η	α	β	γ	δ	Βέλτιστο τ	Βέλτιστο ω	Φασματική ακτίνα	itcount	χρόνος
10	0.8	0.9	0.94	0.44	1.8	0.7	0.104249670690214	100(*)	1.703679930650000e+05
10	0.94	-0.9	- 0.38	0.36	1.7	0.7	0.066455560351861	61	1.704796396360000e+05
10	0.62	-0.6	0.24	- 0.54	1.6	0.6	0.089033474781965	43	1.705588611740000e+05
100	-0.5	- 0.42	0.1	-0.3	1.7	0.7	0.063552815105826	57	1.706330615230000e+05
100	0.76	0.68	- 0.36	- 0.32	1.6	0.6	0.068232419164075	47	1.707556200080000e+05
100	0.56	- 0.18	- 0.92	0.32	1.6	0.6	0.125577731734459	56	1.708454739880000e+05
1000	- 0.92	- 0.58	0.16	- 0.84	1.7	0.7	0.079782088083463	61	7.524299248730000e+05
1000	- 0.36	- 0.86	0.92	-0.7	1.6	0.7	0.130520137110586	46	7.530108232660000e+05
1000	0.66	- 0.32	- 0.48	0.22	1.7	0.7	0.058258008389742	56	7.534912375400000e+05