



Γραφική με Υπολογιστές 2024

Εργασία #2: Μετασχηματισμοί και Προβολές

Σούρλη Ελένη

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	2
Κλάση Μετασχηματισμών.....	3
Μέθοδος __init__	3
Μέθοδος rotate.....	3
Μέθοδος translate	3
Μέθοδος transform_pts	3
Συνάρτηση αλλαγής συστήματος συντεταγμένων	4
Συνάρτηση προσανατολισμού κάμερας.....	4
Συνάρτηση προοπτικής προβολής με pinhole κάμερα.....	4
Συνάρτηση απεικόνισης	5
Συνάρτηση φωτογράφισης.....	5
Περιγραφή λειτουργίας.....	6
Αποτέλεσμα αρχικού αντικειμένου	7
Αποτέλεσμα μετά από περιστροφή	7
Αποτέλεσμα μετά από μετατόπιση κατά t_0	8
Αποτέλεσμα μετά από μετατόπιση κατά t_1	8

Κλάση Μετασχηματισμών

Υλοποιείται η κλάση Transform για την δημιουργία ενός πίνακα με affine μετασχηματισμό, ο οποίος αρχικοποιείται με I_4 . Αποτελείται από αντικείμενα τα οποία αντιπροσωπεύουν affine μετασχηματισμούς. Απαρτίζεται από τέσσερις διαφορετικές μεθόδους(συναρτήσεις).

Μέθοδος `__init__`

Η μέθοδος αυτή είναι υπεύθυνη για την αρχικοποίηση του πίνακα, ο οποίος αντιπροσωπεύει τον affine μετασχηματισμό. Δέχεται σαν όρισμα τον πίνακα που θα μετασχηματιστεί.

Μέθοδος `rotate`

Η μέθοδος αυτή είναι υπεύθυνη για την περιστροφή του πίνακα δεξιόστροφα κατά γωνία theta σε rads περί άξονα με κατεύθυνση που δίνεται από το μοναδιαίο διάνυσμα u. Ελέγχεται ότι το διάνυσμα μετατόπισης είναι διάνυσμα τριών στοιχείων. Κατασκευάζεται ο πίνακας περιστροφής R. Έπειτα, ενημερώνεται καταλληλά ο πίνακας μετασχηματισμού. Η συγκεκριμένη συνάρτηση δεν επιστρέφει κάποια τιμή. Δέχεται σαν όρισμα τον πίνακα που θα μετασχηματιστεί, τη γωνία theta και το διάνυσμα u για την κατεύθυνση περιστροφής.

Μέθοδος `translate`

Η μέθοδος αυτή είναι υπεύθυνη για την μετατόπιση του πίνακα κατά διάνυσμα t. Ελέγχεται ότι το διάνυσμα μετατόπισης είναι διάνυσμα τριών στοιχείων και ενημερώνεται κατάλληλα ο πίνακας μετασχηματισμού. Δέχεται σαν όρισμα τον πίνακα που θα μετασχηματιστεί και το διάνυσμα t.

Μέθοδος `transform_pts`

Η μέθοδος αυτή είναι υπεύθυνη για τον μετασχηματισμό των 3D σημείων σύμφωνα με τον πίνακα μετασχηματισμού. Μετατρέπονται οι συντεταγμένες σε ομογενείς, προσθέτοντας μία γραμμή από 1 στο τέλος κάθε στήλης του πίνακα pts. Αυτό γίνεται για να προστεθεί η τρίτη συντεταγμένη για την αναπαράσταση των σημείων σε ομογενείς συντεταγμένες, όπου η τρίτη συντεταγμένη είναι πάντα 1. Τέλος, ενημερώνεται κατάλληλα ο πίνακας μετασχηματισμού. Δέχεται σαν ορίσματα τον πίνακα που θα μετασχηματιστεί και τα 3D σημεία.

Συνάρτηση αλλαγής συστήματος συντεταγμένων

Υλοποιείται η συνάρτηση `world2view` για τον μετασχηματισμό των σημείων εισόδου `pts` στο σύστημα συντεταγμένων της κάμερας. Δέχεται σαν ορίσματα τα σημεία `pts`, τον πίνακα `R` και το σημείο `c0`. Επιστρέφεται ένας πίνακας $3 \times N$ με τα σημεία `pts` μετασχηματισμένα ως προς το σύστημα συντεταγμένων της κάμερας.

Πιο συγκεκριμένα:

- $pts \in \mathbb{R}^{3 \times N}$ είναι ο $3 \times N$ πίνακας με τις συντεταγμένες των αρχικών σημείων ως προς ένα σύστημα συντεταγμένων.
- $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ είναι ο πίνακας περιστροφής το νέου συστήματος ως προς το αρχικό.
- $c0 \in \mathbb{R}^3$ το σημείο αναφοράς του νέου συστήματος συντεταγμένων ως προς το αρχικό.

Γίνεται αφαίρεση ανάμεσα στον ανάστροφο πίνακα των 3D συντεταγμένων και στο σημείο αναφοράς του νέου συστήματος συντεταγμένων. Τέλος, επιστρέφεται ο νέος ενημερωμένος πίνακας σύμφωνα με τον πίνακα περιστροφής και το αποτέλεσμα της αφαίρεσης.

Συνάρτηση προσανατολισμού κάμερας

Υλοποιείται η συνάρτηση `lookat` στην οποία υπολογίζονται και επιστρέφονται οι παράμετροι που χρειάζονται για το μετασχηματισμό σημείων από το WCS στο σύστημα συντεταγμένων της κάμερας. Κατασκευάζονται τα διανύσματα που απαρτίζουν τον πίνακα περιστροφής και το διάνυσμα μετατόπισης σύμφωνα με αυτά. Τέλος, επιστρέφονται ο πίνακας περιστροφής $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, και το διάνυσμα μετατόπισης $t \in \mathbb{R}^3$. Δέχεται σαν ορίσματα τα `eye`, `up` και `target`.

Πιο συγκεκριμένα:

- $eye \in \mathbb{R}^3$ είναι το σημείο του κέντρου της κάμερας.
- $up \in \mathbb{R}^3$ είναι το μοναδιαίο `up` διάνυσμα της κάμερας.
- $target \in \mathbb{R}^3$ είναι το σημείο στόχος.

Συνάρτηση προοπτικής προβολής με pinhole κάμερα

Υλοποιείται η συνάρτηση `perspective_project` στην οποία παράγονται οι προοπτικές προβολές και το βάθος των σημείων εισόδου `pts`. Μετασχηματίζονται τα σημεία εισόδου στις συντεταγμένες της κάμερας και υπολογίζεται το βάθος. Έπειτα, δημιουργούνται οι προοπτικές μεταβλητές (κατά τον άξονα x και κατά τον άξονα y).

Τέλος, επιστρέφεται tuple με τις 2D συντεταγμένες των σημείων εισόδου στο πέτασμα της κάμερας και το διάνυσμα βάθους depth. Δέχεται σαν ορίσματα τα σημεία εισόδου, το focal, το R και το t.

Πιο συγκεκριμένα:

- $\text{pts} \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{N}$ είναι ο πίνακας των σημείων εισόδου.
- focal είναι η απόσταση του πετάσματος της κάμερας από το κέντρο (μετρημένη στις μονάδες

που χρησιμοποιεί το σύστημα συντεταγμένων της κάμερας).

- $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ είναι ο πίνακας περιστροφής προς το σύστημα συντεταγμένων της κάμερας.
- $t \in \mathbb{R}^3$ είναι το διάνυσμα μετατόπισης προς το σύστημα συντεταγμένων της κάμερας.

Συνάρτηση απεικόνισης

Υλοποιείται η συνάρτηση rasterize στην οποία απεικονίζονται οι συντεταγμένες των σημείων από το σύστημα συντεταγμένων του πετάσματος της κάμερας, με πέτασμα $\text{plane}_h \times \text{plane}_w$, σε ακέραιες θέσεις (pixels) της εικόνας διάστασης $\text{res}_h \times \text{res}_w$. Αρχικά, υπολογίζονται το ύψος και το πλάτος σύμφωνα με τις διαστάσεις της εικόνας και του ορθογωνίου από το οποίο περνά το κέντρο της κάμερας, το ratio και το offset. Τέλος, δημιουργείται ο πίνακας συντεταγμένων. Επιστρέφεται ο πίνακας συντεταγμένων. Δέχεται σαν ορίσματα τις 2D συντεταγμένες και τις διαστάσεις της εικόνας και του ορθογωνίου.

Συνάρτηση φωτογράφισης

Υλοποιείται η συνάρτηση render_object στην οποία φωτογραφίζεται μία 3D σκηνή ενός αντικειμένου από μία κάμερα. Υπολογίζεται ο πίνακας περιστροφής και το διάνυσμα μετατόπισης με τη συνάρτηση προσανατολισμού κάμερας. Γίνεται προοπτική προβολή για τον υπολογισμό των 2D συντεταγμένων και απεικονίζονται οι κορυφές. Τέλος, καλείται η συνάρτηση χρωματισμού (έχει υλοποιηθεί στην 1^η εργασία) render_img. Δέχεται σαν ορίσματα τις 3D συντεταγμένες, τα χρώματα των κορυφών, τις κορυφές του τριγώνου, τις διαστάσεις της κάμερας, το στόχο της και το κέντρο της.

Πιο συγκεκριμένα:

- $v_pos \in \mathbb{R}^{N \times 3}$ είναι οι τρισδιάστατες συντ/νες των σημείων του αντικειμένου.
- $v_clr \in \mathbb{R}^{N \times 3}$ είναι ο πίνακας με τα χρώματα των κορυφών.
- t_pos_idx είναι ο πίνακας που περιέχει δείκτες σε σημεία του πίνακα v_pos που αποτελούν τις κορυφές των τριγώνων. Ο πίνακας είναι διάστασης $F \times 3$. Η i -οστή γραμμή του πίνακα, δηλώνει τις τρεις κορυφές που σχηματίζουν το τρίγωνο (με αναφορά σε κορυφές του πίνακα v_pos και η αρίθμησή του ξεκινάει από το 0).
- $plane_h$ και $plane_w$ είναι το ύψος και το πλάτος του πετάσματος της κάμερας.
- res_h και res_w είναι το ύψος και το πλάτος του καμβά σε pixel.
- $focal$ είναι η απόσταση του πετάσματος από το κέντρο της κάμερας.
- eye είναι το κέντρο της κάμερας ως προς το WCS.
- up είναι το up διάνυσμα της κάμερας.
- $target$ είναι το σημείο στόχος της κάμερας

Περιγραφή λειτουργίας

Προκειμένου να εμφανιστούν τα ζητούμενα αποτελέσματα ακολουθείται η ακόλουθη διαδικασία. Φορτώνονται τα δεδομένα από το δοσμένο αρχείο `hw2.npy`. Αντιστοιχίζονται και εξάγονται οι απαραίτητες μεταβλητές με τα καθορισμένα ονόματα. Χρωματίζεται και εμφανίζεται το αρχικό αντικείμενο χωρίς να έχει υποστεί κάποια μεταβολή. Έπειτα, γίνεται περιστροφή του αντικειμένου κατά γωνία θ_0 και μετασχηματίζεται σύμφωνα με το v_pos . Χρωματίζεται το αντικείμενο και εμφανίζεται το ενημερωμένο αντικείμενο. Γίνεται μετατόπιση κατά t_0 και μετασχηματίζεται κατά v_pos0 . Χρωματίζεται το αντικείμενο και εμφανίζεται το μετατοπισμένο αντικείμενο. Τέλος, γίνεται μετατόπιση κατά t_1 και μετασχηματίζεται κατά v_pos1 . Χρωματίζεται το αντικείμενο και εμφανίζεται το νέο μετατοπισμένο αντικείμενο.

Αποτέλεσμα αρχικού αντικειμένου



Αποτέλεσμα μετά από περιστροφή

Γίνεται περιστροφή κατά γωνία ' $\theta_0 = 0.5235987755982988$ rads



Αποτέλεσμα μετά από μετατόπιση κατά t_0

Γίνεται μετατόπιση κατά $t_0 = [1., 0., 0.]$



Αποτέλεσμα μετά από μετατόπιση κατά t_1

Γίνεται μετατόπιση κατά $t_1 = [0., 0., -1.]$

