1η Εργασία
Τεχνικές Βελτιστοποίησης

ELENI SOURLI

Το παρόν αρχείο αποτελεί ηλεκτρονική αναφορά της 1ης εργασίας που ανατέθηκε στο μάθημα "Τεχνικές Βελτιστοποίησης¨. Στόχος της είναι η ελαχιστοποίηση μίας δοσμένης κυρτής συνάρτησης με την υλοποίηση αλγορίθμων εύρεσης ελαχίστου στο Matlab. Οι ζητούμενες μέθοδοι αναζήτησης είναι οι εξής:

- Μέθοδος της Διχοτόμου
- Μέθοδος του Χρυσού Τομέα
- Μέθοδος Fibonacci
- Μέθοδος της Διχοτόμου με χρήση παραγώγου

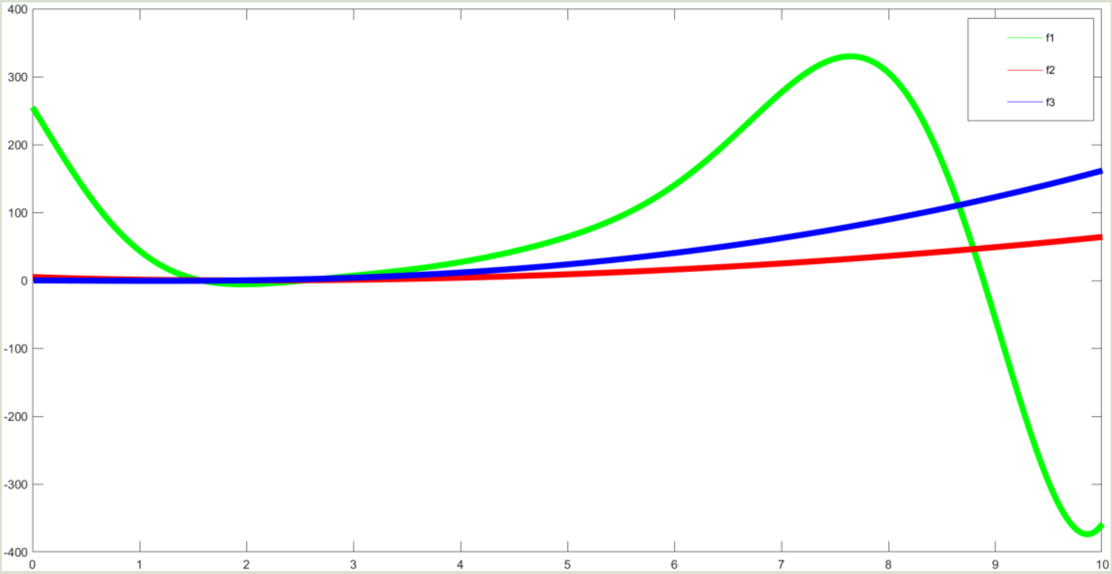
Η μελέτη θα πραγματοποιηθεί στις συναρτήσεις:

- $f1(x) = (x-1)^3 + (x-4)^2 \cdot \cos(x)$
- $f2(x) = e^{-2x} + (x-2)^2$
- $f3(x) = x^2 \cdot \ln(0.5x) + \sin(0.2x)^2$

Σε όλες τις περιπτώσεις θα καταλήγουμε σε ένα διάστημα $[\alpha_\kappa, b_\kappa]$ με προδιαγεγραμμένη ακρίβεια $l > 0$.

Το παραδοτέο αρχείο είναι στη μορφή zip και αποτελείται από την ηλεκτρονική αναφορά και τα αρχεία που απαρτίζουν το project στο Matlab.Το script main.m είναι το αρχείο στο οποίο καλούνται οι συναρτήσεις που εκτελούν το κάθε ένα από τα τέσσερα θέματα.Τα scripts bisectionmetod.m ,goldensectionmethod.m ,fibonaccimethod ,derivativemethod.m αποτελούν την υλοποίηση των ζητουμένων αλγορίθμων. Στο script fibonaccisequence ορίζεται η ακολουθία Fibonacci. Τα scripts problem1 ,problem2, problem3, problem4 παρουσιάζουν την εκτέλεση των τεσσάρων θεμάτων και εμφανίζουν τα απαιτούμενα γραφήματα. Τέλος ,υπάρχουν τα αρχεία που περιέχουν τις συναρτήσεις και τις παραγώγους τους(f1,f2,f3,derivativef1, derivativef2, derivativef3) .

Κοινό γράφημα συναρτήσεων:

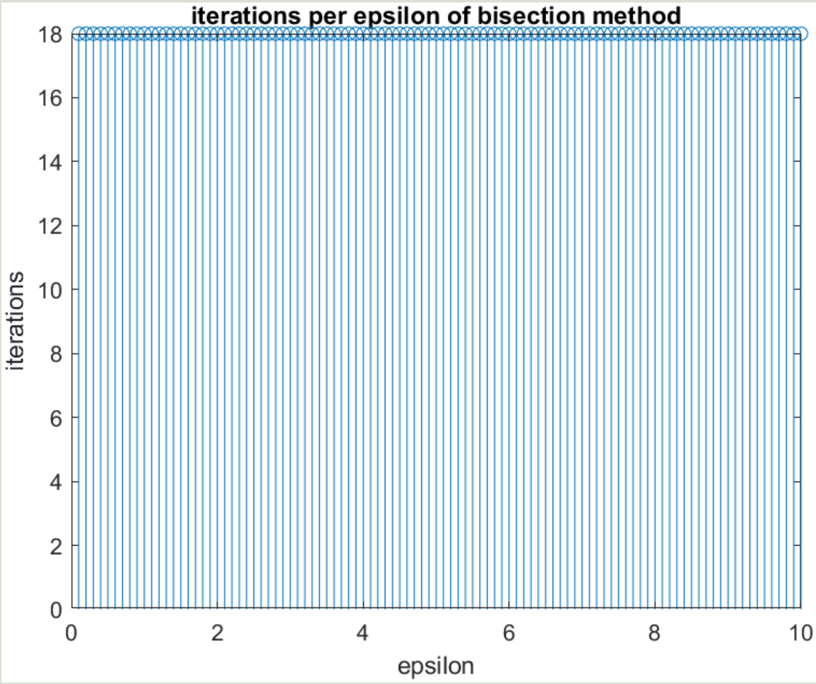


Θέμα 1

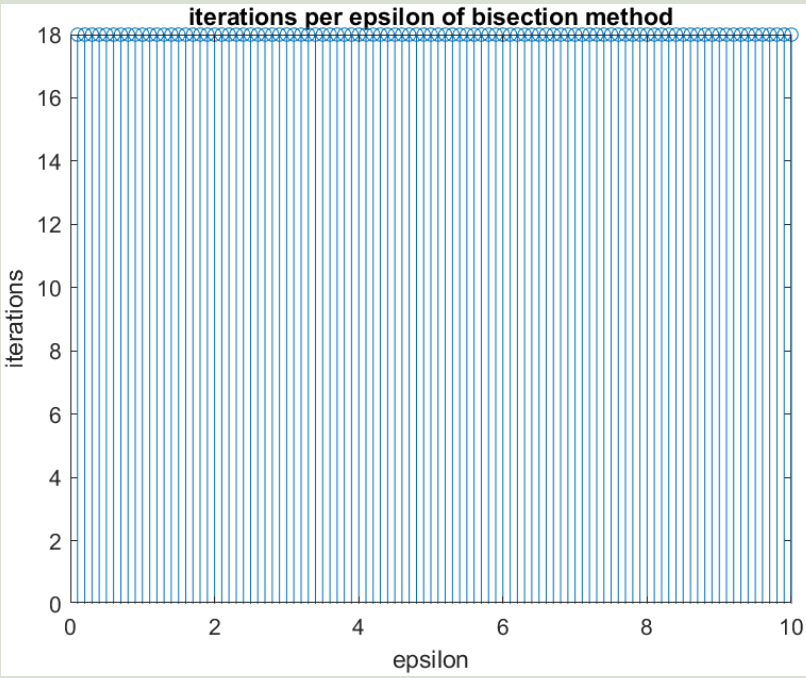
Καλούμαστε να υλοποιήσουμε τη μέθοδο της διχοτόμου και να την εφαρμόσουμε στις συναρτήσεις. Κρατώντας σταθερό το τελικό εύρος αναζήτησης l = 0.01 επιλέγουμε για το ε τις τιμές από 0.00001 έως 0.01. Στις γραφικές ο οριζόντιος άξονας αφορά τις τιμές του ε πολλαπλασιασμένες επί 10000 για ευκολία στην αναπαράσταση .

Παρατηρούμε ότι η επιλογή του ε δεν επηρεάζει τον αριθμό των φορών του καλούμε τη συνάρτηση.

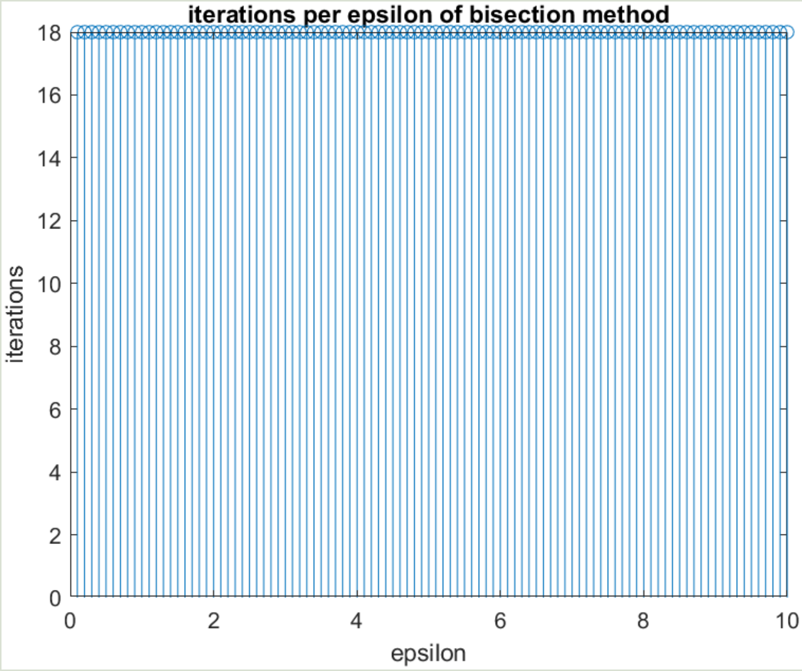
Συνάρτηση 1:



Συνάρτηση2:

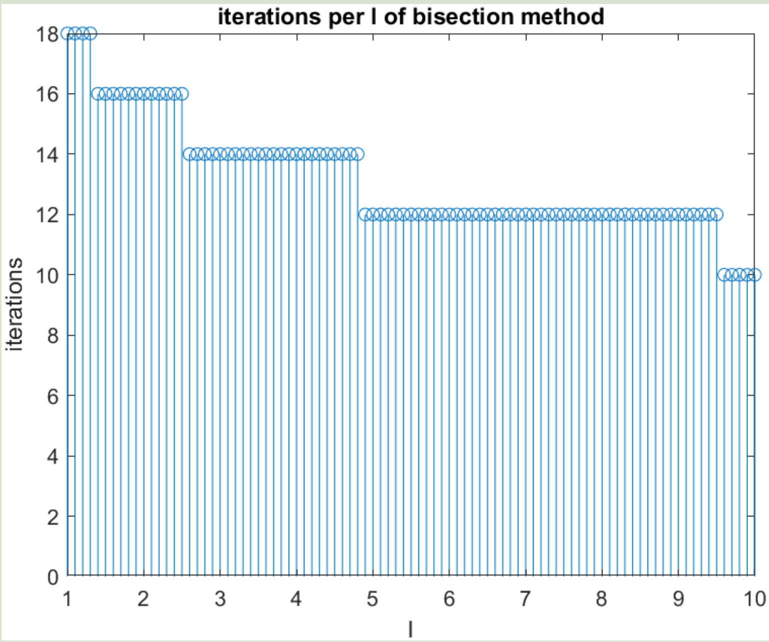


Συνάρτηση 3:

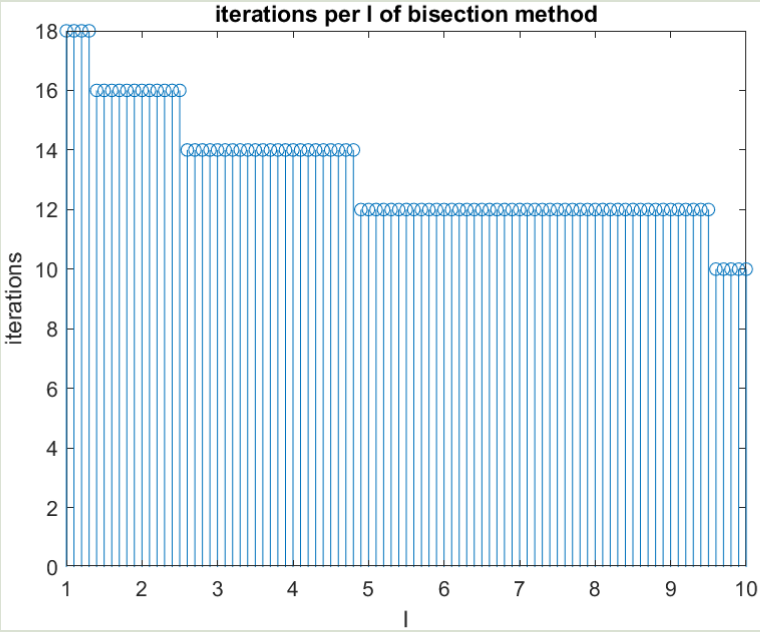


Έπειτα για σταθερό ε=0.001 επιλέγουμε για το l τις τιμές από 0.01 έως 0.1. Στις γραφικές ο οριζόντιος άξονας αφορά τις τιμές του l πολλαπλασιασμένες επί 100 για ευκολία στην αναπαράσταση .

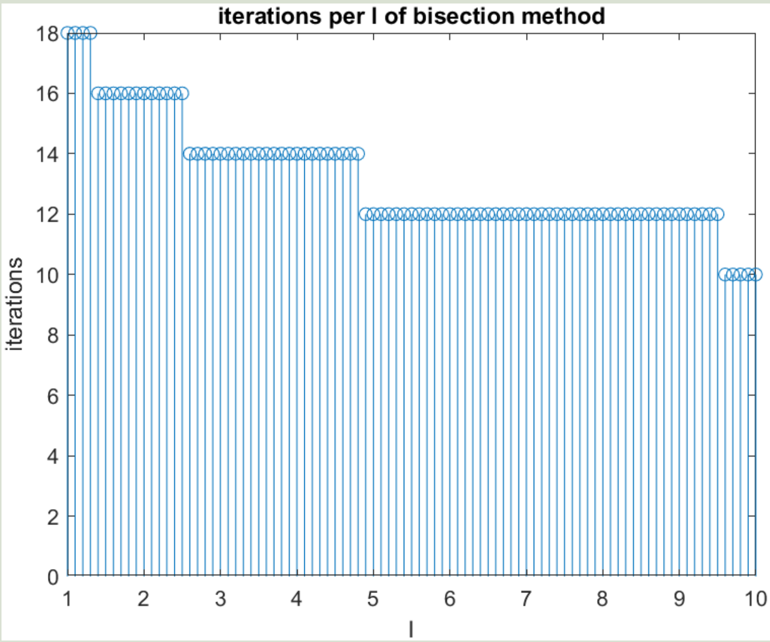
Συνάρτηση 1:



Συνάρτηση 2:

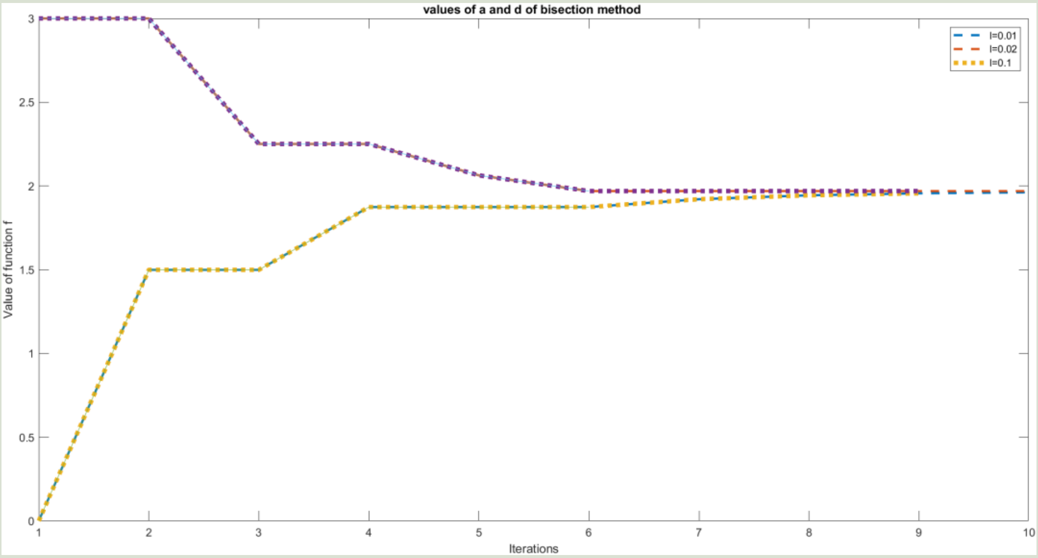


Συνάρτηση 3:

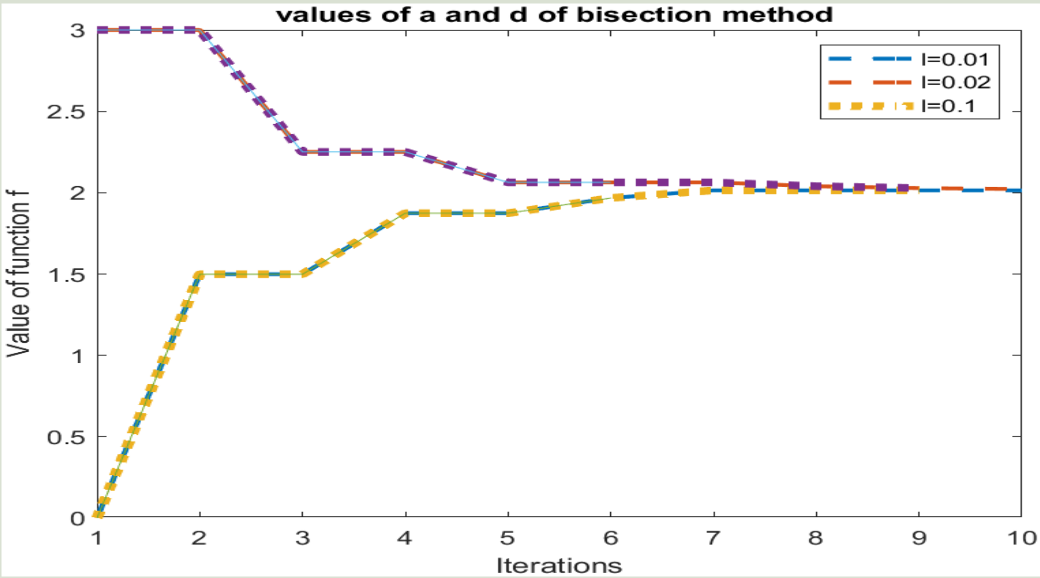


Στη συνέχεια για διάφορες τιμές του l αποτυπώνονται σε γράφημα τα ζεύγη $[\alpha_{\kappa}, b_{\kappa}]$ σε συνάρτηση με το κ, Οι τιμές του l που επιλέχθηκαν είναι 0.01, 0.02 ,0.1.Παρατηρείται πως για μεγαλύτερες τιμές του l ο αλγόριθμος τερματίζεται ταχύτερα.

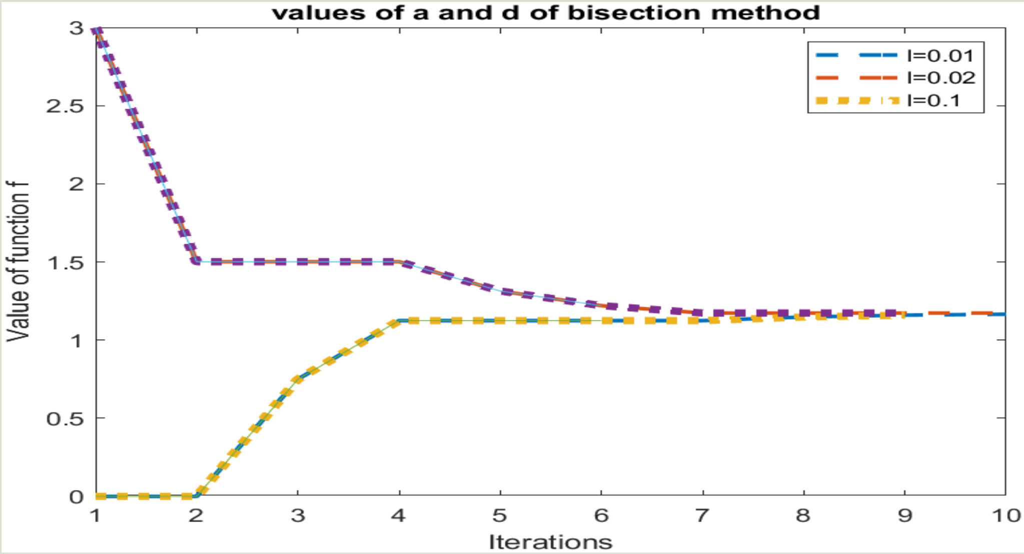
Συνάρτηση 1:



Συνάρτηση 2:



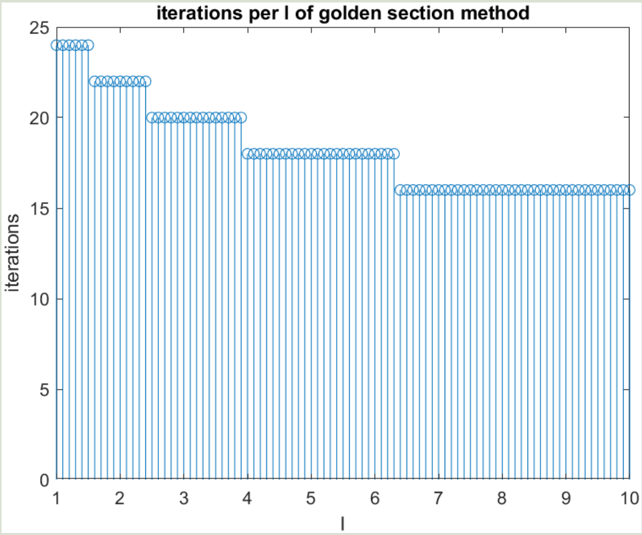
Συνάρτηση 3:


values of a and d of bisection method
Value of function f
Iterations
l=0.01
l=0.02
l=0.1
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

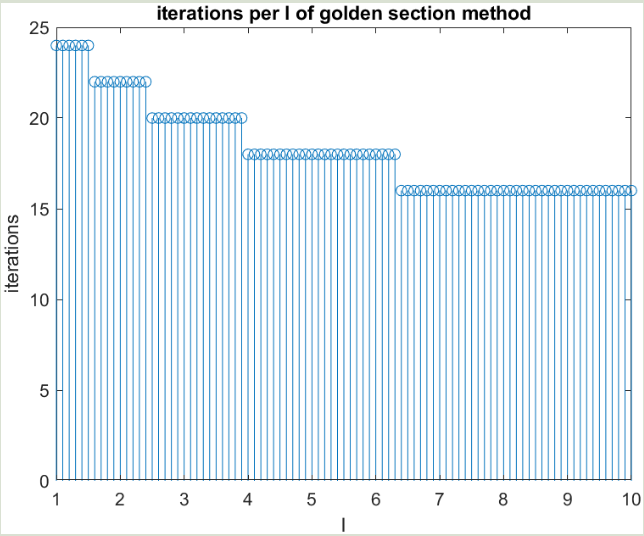
Θέμα 2

Καλούμαστε να υλοποιήσουμε τη μέθοδο του χρυσού τομέα και να την εφαρμόσουμε στις συναρτήσεις. Μελετάμε τη συμπεριφορά των συναρτήσεων μεταβάλλοντας το l και επιλέγοντας τιμές από έως . Στις γραφικές ο οριζόντιος άξονας αφορά τις τιμές του l πολλαπλασιασμένες επί 100 για ευκολία στην αναπαράσταση .

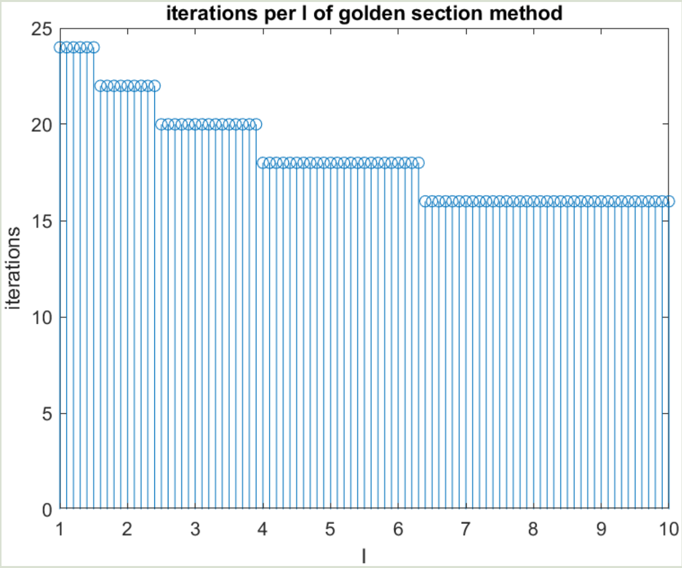
Συνάρτηση 1:



Συνάρτηση 2:

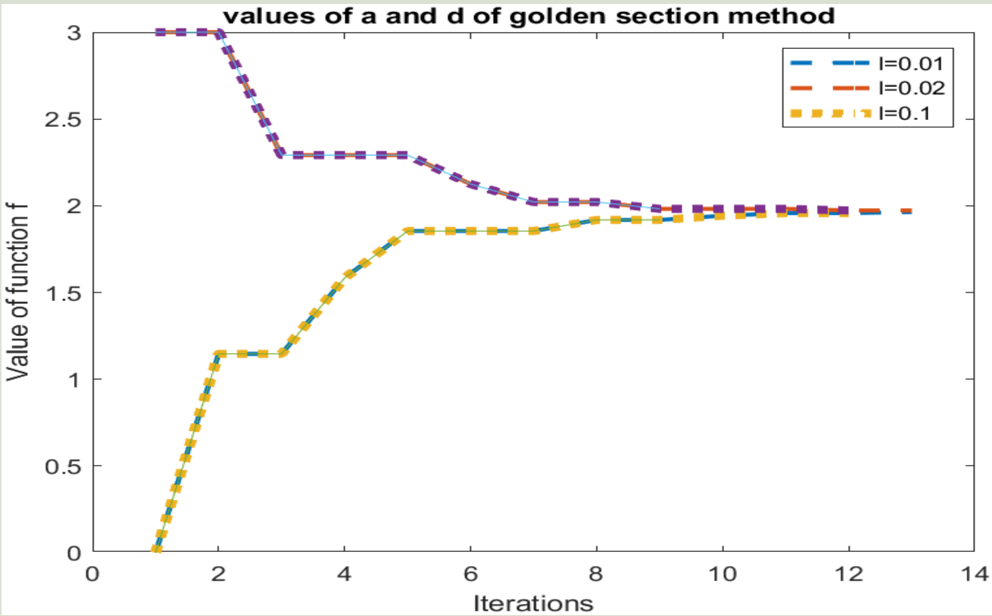


Συνάρτηση 3:

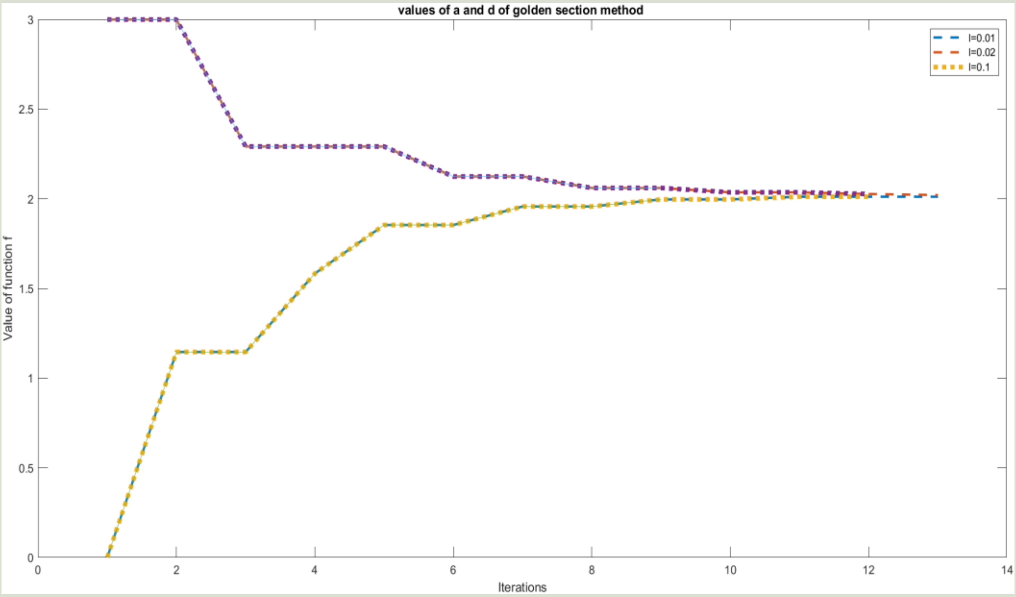


Στη συνέχεια για διάφορες τιμές του l αποτυπώνονται σε γράφημα τα ζεύγη $[\alpha_\kappa, b_\kappa]$ σε συνάρτηση με το κ, Οι τιμές του l που επιλέχθηκαν είναι 0.01, 0.02 ,0.1.

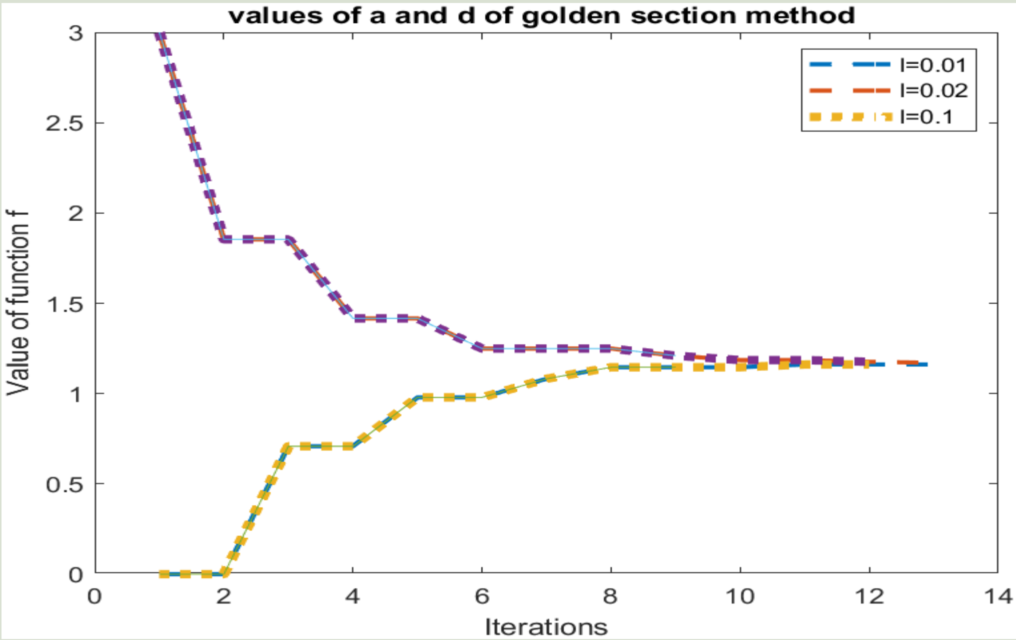
Συνάρτηση 1:



Συνάρτηση 2:



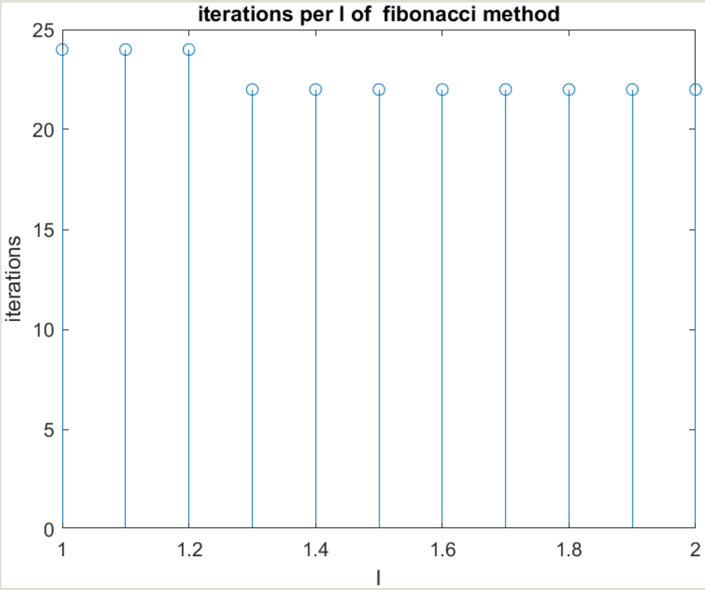
Συνάρτηση 3:



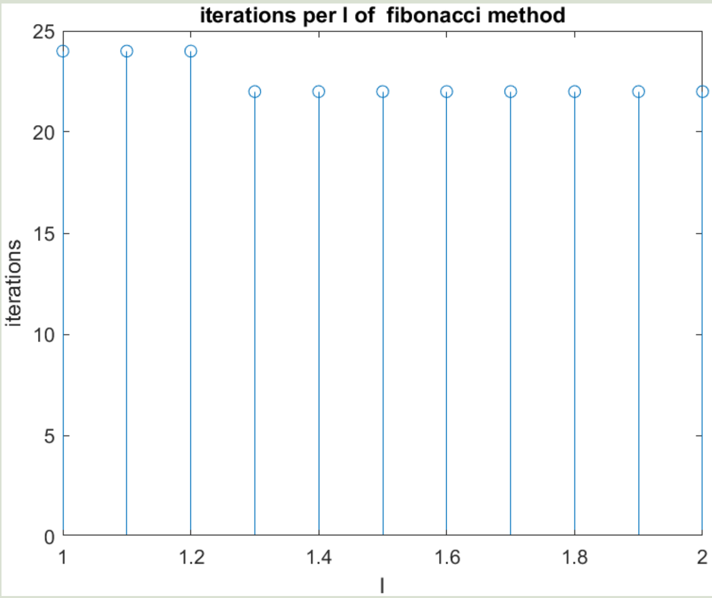
Θέμα 3

Καλούμαστε να υλοποιήσουμε τη μέθοδο Fibonacci και να την εφαρμόσουμε στις συναρτήσεις. Μελετάμε τη συμπεριφορά των συναρτήσεων μεταβάλλοντας το l και επιλέγοντας τιμές από 0.01 έως 0.02 . Στις γραφικές ο οριζόντιος άξονας αφορά τις τιμές του l πολλαπλασιασμένες επί 100 για ευκολία στην αναπαράσταση .

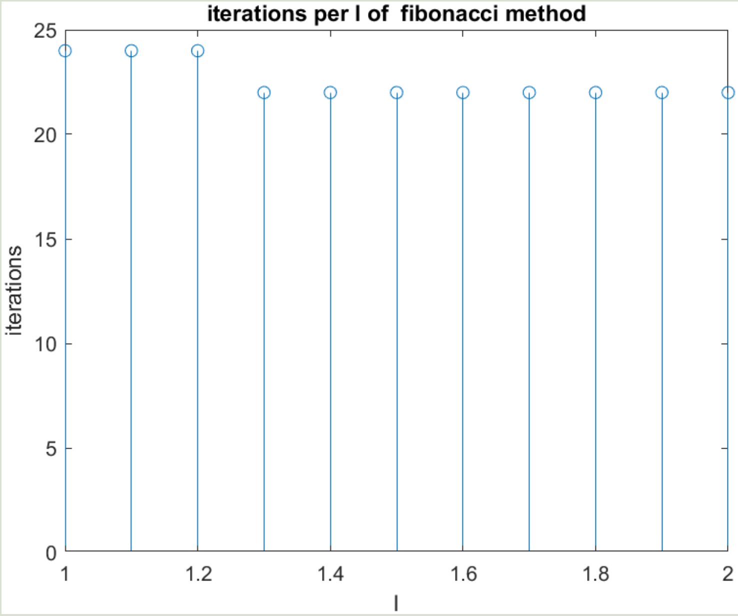
Συνάρτηση 1:



Συνάρτηση 2:

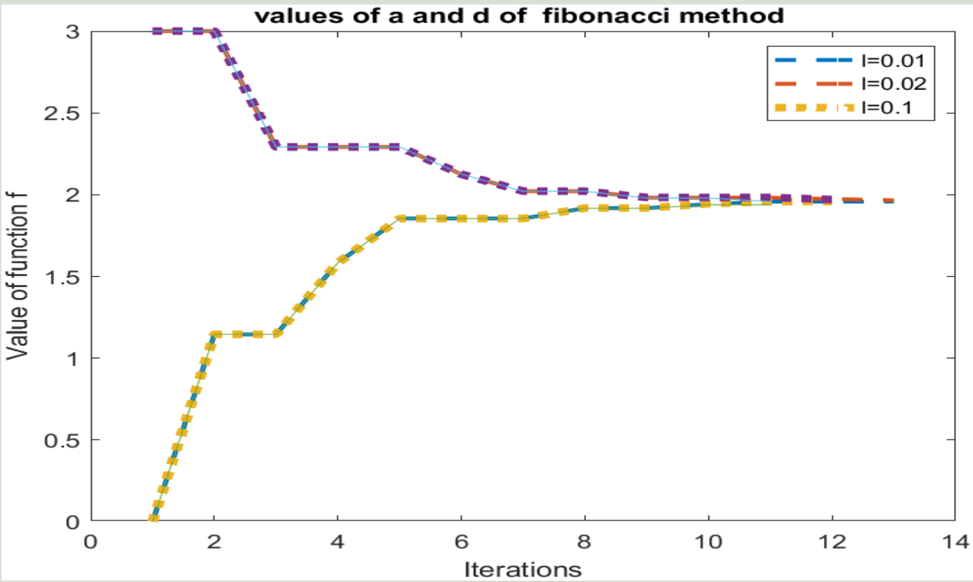


Συνάρτηση 3:

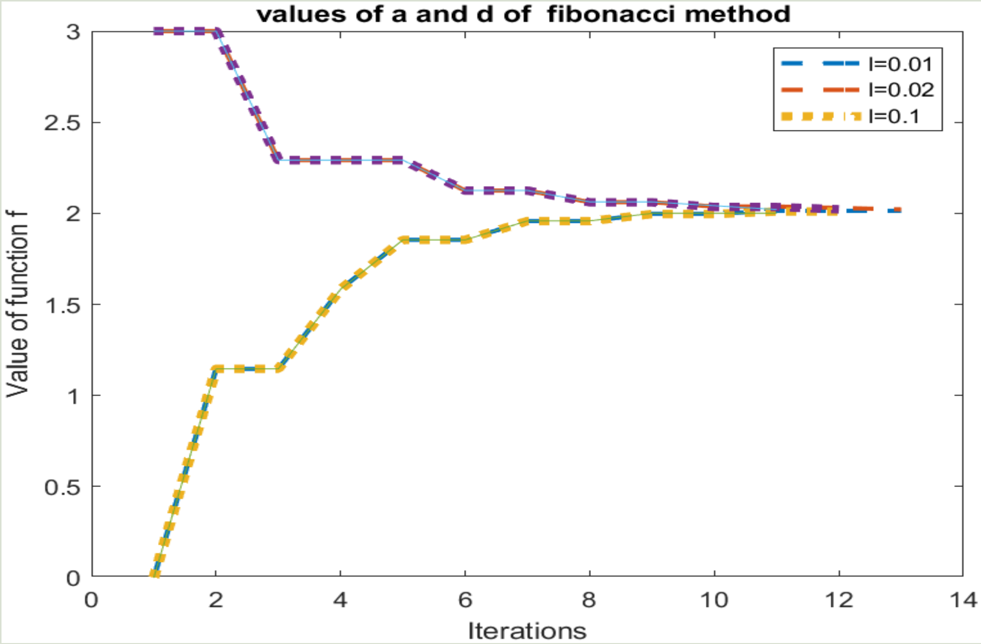


Στη συνέχεια για διάφορες τιμές του l αποτυπώνονται σε γράφημα τα ζεύγη $[\alpha_{\kappa},b_{\kappa}]$ σε συνάρτηση με το κ, Οι τιμές του l που επιλέχθηκαν είναι 0.01, 0.02 ,0.1.

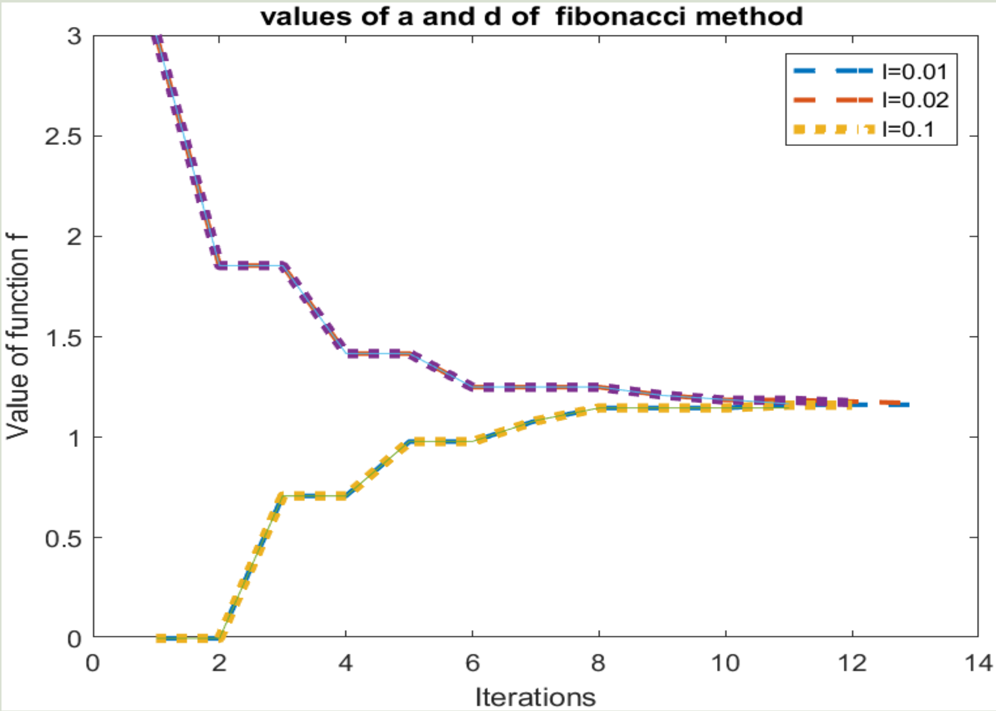
Συνάρτηση 1:



Συνάρτηση 2:



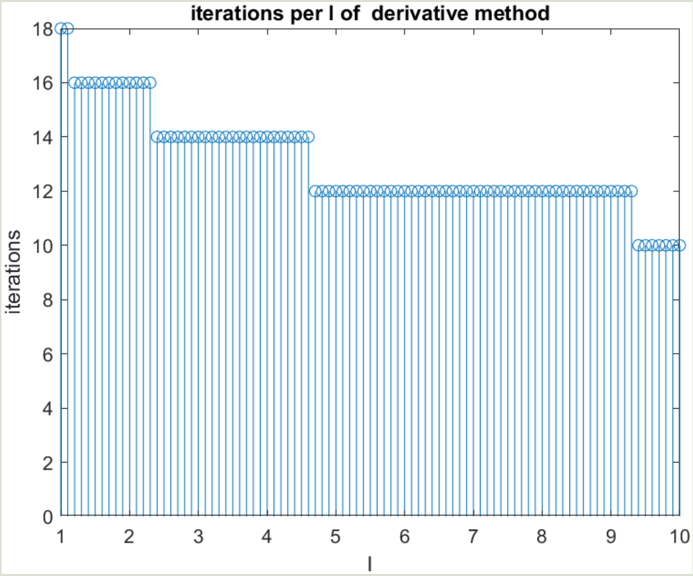
Συνάρτηση 3:



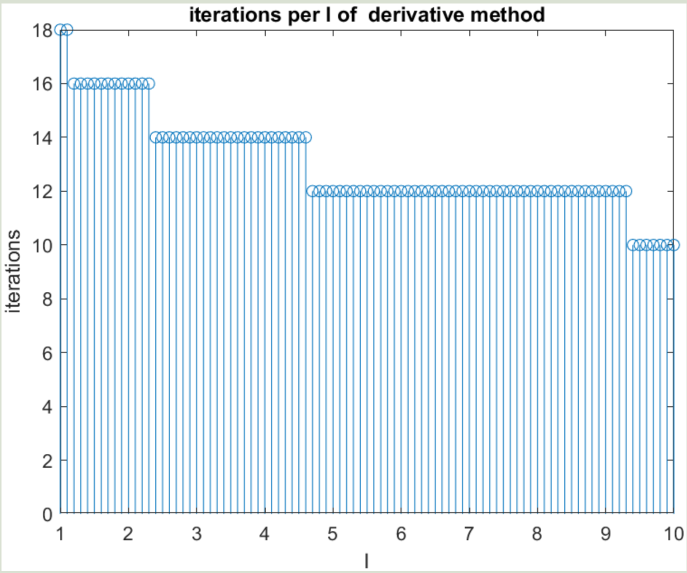
Θέμα 4

Καλούμαστε να υλοποιήσουμε τη μέθοδο της διχοτόμου με χρήση παραγώγων και να την εφαρμόσουμε στις συναρτήσεις. Μελετάμε τη συμπεριφορά των συναρτήσεων μεταβάλλοντας το l και επιλέγοντας τιμές από 0.01 έως 0.1 . Στις γραφικές ο οριζόντιος άξονας αφορά τις τιμές του l πολλαπλασιασμένες επί 100 για ευκολία στην αναπαράσταση .

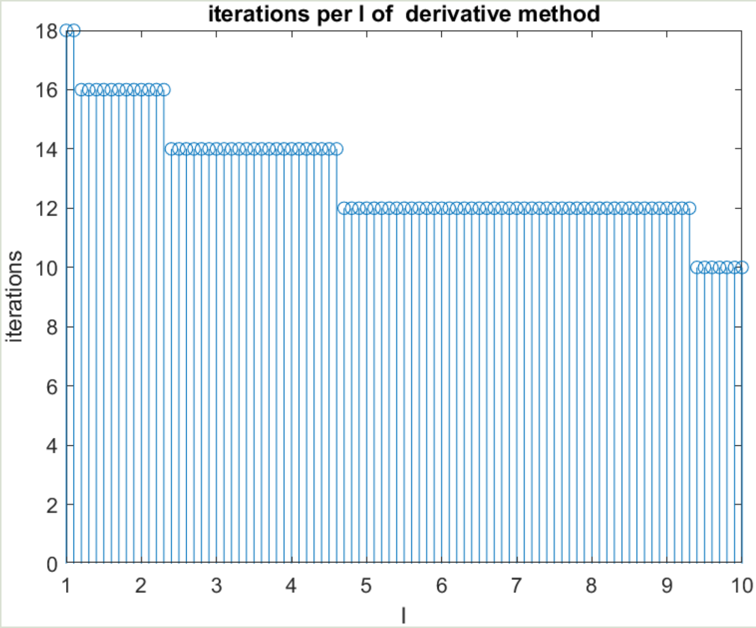
Συνάρτηση 1:



Συνάρτηση 2:

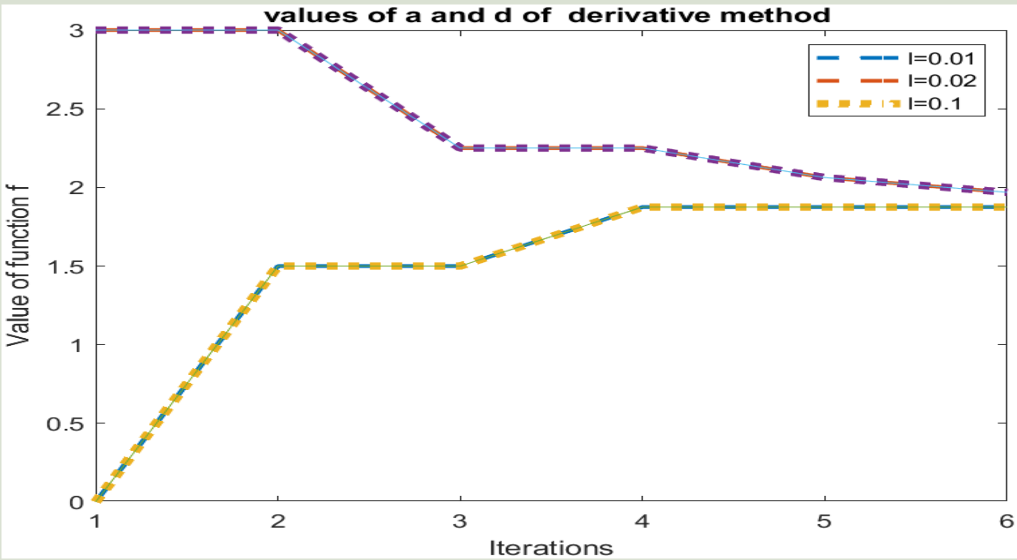


Συνάρτηση 3:

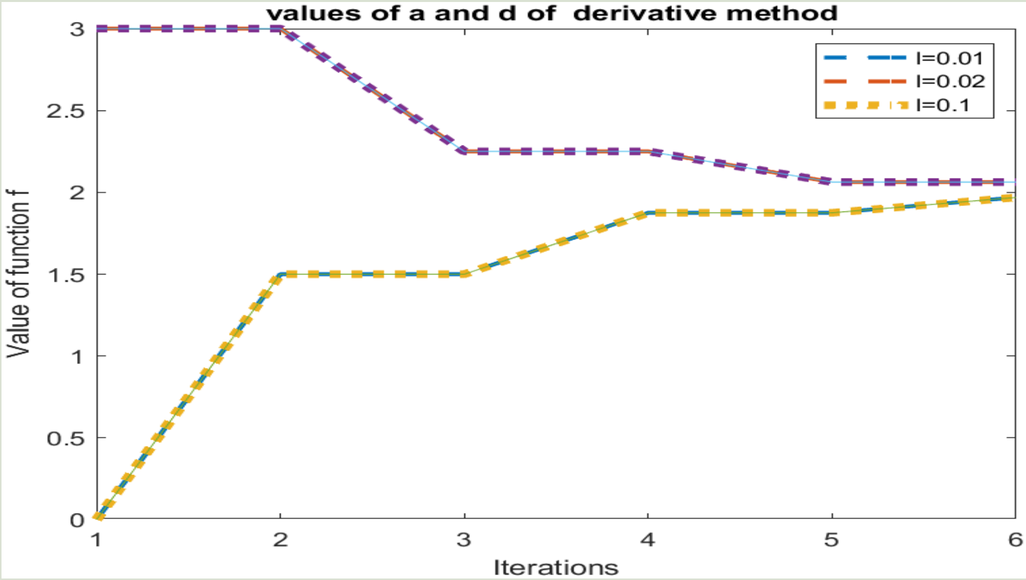


Στη συνέχεια για διάφορες τιμές του l αποτυπώνονται σε γράφημα τα ζεύγη $[\alpha_\kappa, b_\kappa]$ σε συνάρτηση με το κ, Οι τιμές του l που επιλέχθηκαν είναι 0.01, 0.02 ,0.1.

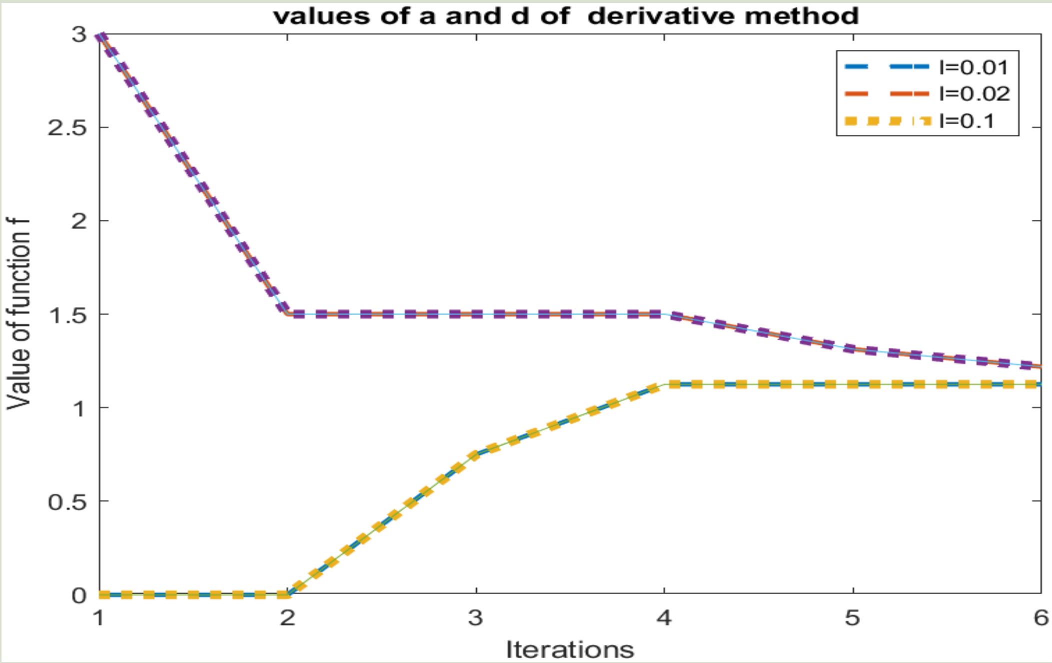
Συνάρτηση 1:



Συνάρτηση 2:



Συνάρτηση 3:



Συμπεράσματα

Στις μεθόδους του Χρυσού Τομέα και Fibonacci η συνάρτηση καλείται μία φορά σε κάθε επανάληψη προκειμένου να υπολογιστεί μία τιμή. Αντιθέτως, η μέθοδος της διχοτόμου καλεί τη συνάρτηση δύο φορές σε κάθε επανάληψη.
Ταχύτερη μέθοδος παρατηρείται η μέθοδος της διχοτόμου με χρήση παραγώγου καθώς απαιτεί τις λιγότερες επαναλήψεις. Η μέθοδος της διχοτόμου αποτελεί την χειρότερη επιλογή διότι έχει την πιο αργή επίδοση και απαιτεί μεγάλο αριθμό κλίσεων για να επιφέρει το επιθυμητό αποτέλεσμα.
Η μεταβολή του ε στη μέθοδο της διχοτόμου δεν προκάλεσε καμία αλλαγή .
Από τη θεωρία της παραγράφου 5.1 του βιβλίου γνωρίζουμε ότι πιο αποτελεσματική είναι η μέθοδος Fibonacci ακολουθούμενη από τη μέθοδος του Χρυσού Τομέα και την μέθοδο της διχοτόμου. Σημειώνεται ότι για μεγάλο n ο όρος $1IF\dot{n}$ τείνει ασυμπτωτικά στο $(0{,}6{,}18)^{(n-1)}$. Συνεπώς, η μέθοδος του Χρυσού Τομέα και η μέθοδος του Fibonacci είναι σχεδόν ταυτόσημες .

Στη συνέχεια παρουσιάζονται πίνακες με τα άκρα των διαστημάτων για τιμές του l που επιλέχθηκαν για ευκολότερη σύγκριση και κατανόηση των αποτελεσμάτων .

- **Μέθοδος της διχοτόμου**

	0.01	0.02	0.1
f1(x)	[1.9616 1.9694]	[1.9557 1.9694]	[1.8738 1.9694]
f2(x)	[2.0143 2.0221]	[2.0143 2.0280]	[1.9674 2.0631]
f3(x)	[1.1652 1.1731]	[1.1594 1.1731]	[1.1242 1.2199]

- **Μέθοδος του Χρυσού Τομέα**

	0.01	0.02	0.1
f1(x)	[1.9632 1.9725]	[1.9575 1.9725]	[1.9180 1.9818]
f2(x)	[2.0120 2.0213]	[2.0120 2.0271]	[1.9969 2.0608]
f3(x)	[1.1609 1.1702]	[1.1609 1.1760]	[1.1459 1.2097]

- **Μέθοδος Fibonacci**

	0.01	0.02	0.1
f1(x)	[1.9576 1.9655]	[1.9581 1.9705]	[1.8529 1.9412]
f2(x)	[2.0133 2.0212]	[2.0096 2.0220]	[1.9422 2.0299]
f3(x)	[1.1618 1.1698]	[1.1598 1.1722]	[1.0598 1.1476]

- **Μέθοδος της διχοτόμου με χρήση παραγώγων**

	0.01	0.02	0.1
f1(x)	[1.9219 1.9277]	[1.9219 1.9336]	[1.8750 1.9688]
f2(x)	[2.0156 2.0215]	[2.0156 2.0273]	[1.9688 2.0625]
f3(x)	[1.1660 1.1719]	[1.1602 1.1719]	[1.1250 1.2188]

Τα συμπεράσματα στα οποία οδηγηθήκαμε μέσω των γραφημάτων είναι ευδιάκριτα και μέσω των πινάκων. Φαίνεται ότι τα διαστήματα είναι μικρότερα στον δεύτερο και τρίτο πίνακα και ακόμη μικρότερα στον τελευταίο . Το μικρότερο διάστημα δηλώνει μεγαλύτερη ακρίβεια στο τελικό αποτέλεσμα . Για μικρότερες τιμές του l απαιτούνται περισσότερες επαναλήψεις και έτσι επιτυγχάνεται μεγαλύτερη ακρίβεια .