



3η Εργασία Τεχνικές Βελτιστοποίησης

ELENI SOURLI

Το παρόν αρχείο αποτελεί ηλεκτρονική αναφορά της 3^{ης} εργασίας που ανατέθηκε στο μάθημα "Τεχνικές Βελτιστοποίησης". Στόχος της είναι η ελαχιστοποίηση μίας δοσμένης συνάρτησης πολλών μεταβλητών .

Οι ζητούμενες μέθοδοι είναι οι εξής:

- Μέθοδος Μέγιστης Καθόδου (Steepest Descent)
- Μέθοδος Μέγιστης Καθόδου με Προβολή

Η μελέτη θα πραγματοποιηθεί στη συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{1}{3} \cdot x_1^2 + 3 \cdot x_2^2, \quad x = [x_1 \ x_2]^T$$

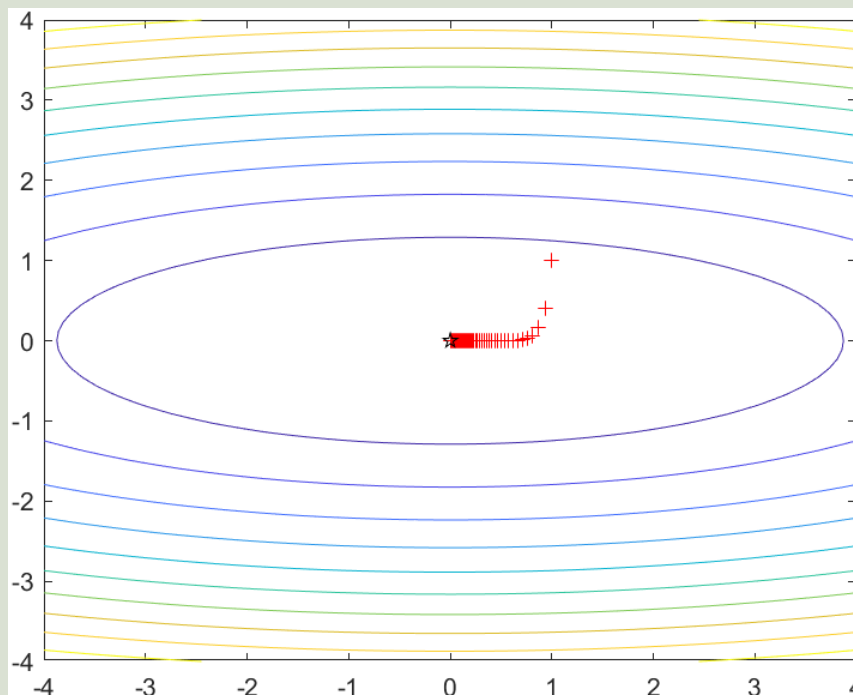
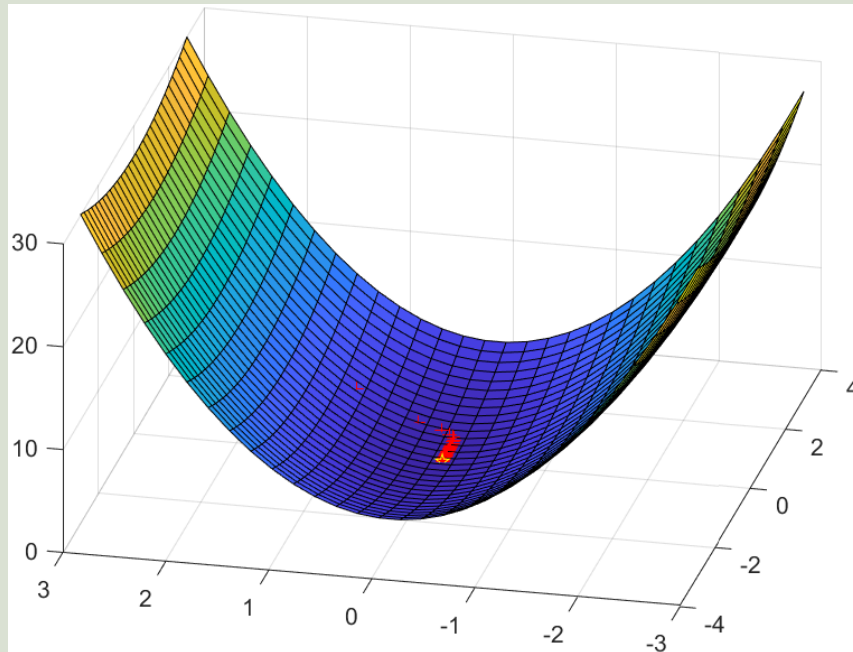
Το παραδοτέο αρχείο είναι στη μορφή zip και αποτελείται από την ηλεκτρονική αναφορά και τα αρχεία που απαρτίζουν το project στο Matlab. Το script `main.m` είναι το αρχείο στο οποίο καλούνται οι συναρτήσεις που εκτελούν το κάθε ένα από τα τέσσερα θέματα. Τα scripts `SteepestDescentMethod2.m`, `SteepestDescentMethodProjection.m` αποτελούν την υλοποίηση του αλγορίθμου της μέγιστης καθόδου και της μέγιστης Καθόδου με Προβολή. Η συνάρτηση `SteepestDescentMethod2.m` είναι η συνάρτηση που είχε υλοποιηθεί στη 2^η εργασία με τις απαραίτητες τροποποιήσεις. Υπολογίζονται η κλίση μέσω της `gradient2`. Τα scripts `problem31`, `problem32`, `problem33`, `problem34` παρουσιάζουν την εκτέλεση των τεσσάρων θεμάτων και εμφανίζουν τα απαιτούμενα γραφήματα. Τέλος, υπάρχουν τα αρχεία που περιέχουν τη συνάρτηση και τις παραγώγους της (`f`, `derivative2fx`, `derivative2fy`).

Θέμα 1

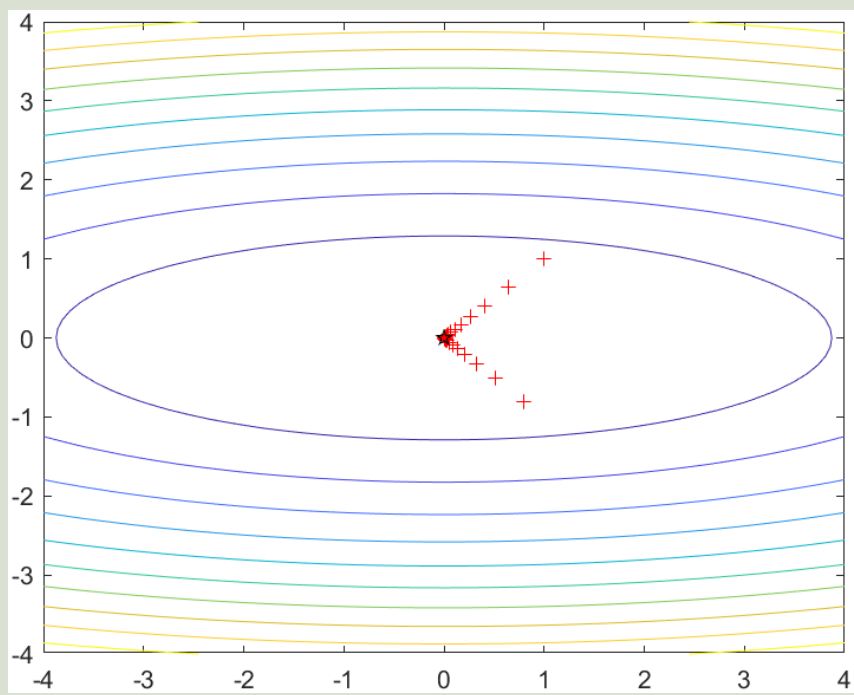
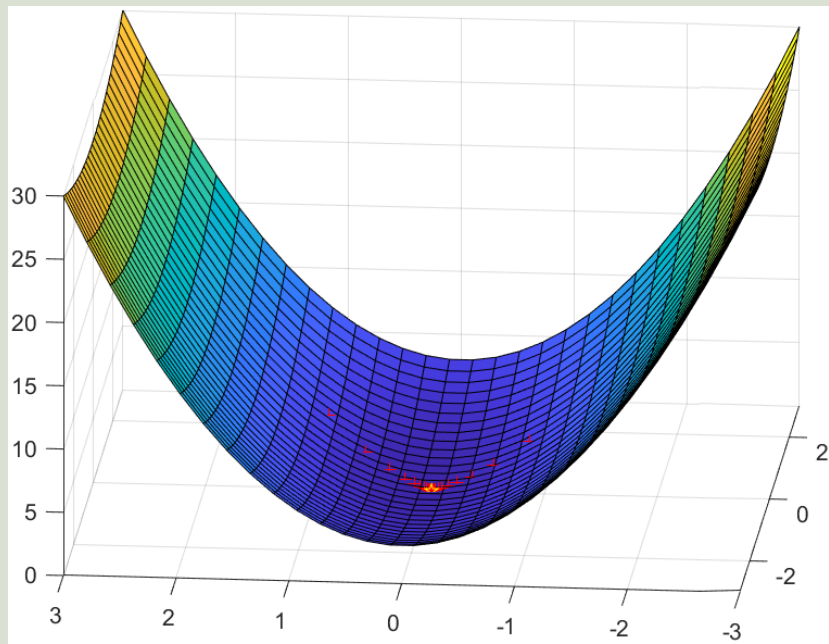
Καλούμαστε να υλοποιήσουμε τη μέθοδο Μέγιστης Καθόδου και να την εφαρμόσουμε στη συνάρτηση. Χρησιμοποιούνται ως αρχικό σημείο (x_0, y_0) το $(1,1)$. Το βήμα γ_k θα επιλεγεί :

- i) $\gamma_k = 0.1$, ii) $\gamma_k = 0.3$, iii) $\gamma_k = 3$, iv) $\gamma_k = 5$ και η ακρίβεια $\varepsilon = 0.001$

i) $\gamma_k = 0.1$:



ii) $\gamma_k = 0.3$:



- iii) $\gamma_k = 3$:
Η συγκεκριμένη τιμή του γ_k δεν οδηγεί στο επιθυμητό αποτέλεσμα διότι είναι αρκετά μεγάλη . Ο αλγόριθμος απειρίζεται διότι τα όρια είναι πολύ μεγάλα.
- iv) $\gamma_k = 5$:
Η συγκεκριμένη τιμή του γ_k δεν οδηγεί στο επιθυμητό αποτέλεσμα διότι είναι αρκετά μεγάλη . Ο αλγόριθμος απειρίζεται διότι τα όρια είναι πολύ μεγάλα.

Ο αλγόριθμος καθίσταται χρήσιμος μόνο για τις δυο πρώτες τιμές του γ_k δηλαδή 0.1 , 0.3. Παρατηρείται ότι οδηγείται σε τιμές κοντά στο αποτέλεσμα με μεγαλύτερη ακρίβεια από τις πρώτες κιόλας επαναλήψεις για την τιμή 0.1 . Στην πρώτη περίπτωση τερματίζει μετά από 96 φορές ενώ στη δεύτερη μετά από 41 φορές . Συνεπώς, για μεγαλύτερη ακρίβεια επιθυμούμε όσο το δυνατόν μικρότερο γ_k . Στην 1^η περίπτωση ο αλγόριθμος είναι πιο αργός .

Θέμα 2

Καλούμαστε να υλοποιήσουμε τη μέθοδο Μέγιστης Καθόδου με προβολή και να την εφαρμόσουμε στη συνάρτηση. Χρησιμοποιείται ως σημείο εκκίνησης (x_0, y_0) το $(5, -5)$. Το βήμα γ_k επιλέγεται 0,5 και το s_k επιλέγεται 5. Η ακρίβεια ϵ είναι 0,01.

Επισημαίνεται ότι για τα x_1, x_2 ισχύουν οι περιορισμοί :

- $-10 \leq x_1 \leq 5$
- $-8 \leq x_2 \leq 12$

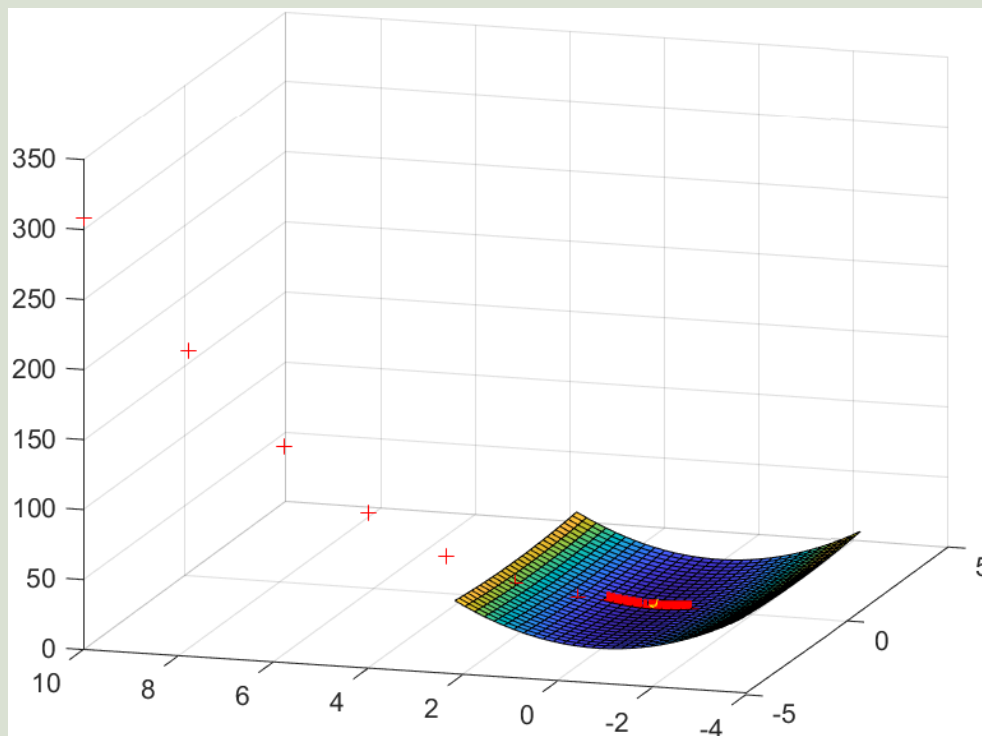
Ο αλγόριθμος δεν κατάφερε να οδηγηθεί σε κάποιο αποτέλεσμα και τερματίστηκε χειροκίνητα. Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι η μέθοδος δεν συγκλίνει για τη συγκεκριμένη περίπτωση με τις συγκεκριμένες παραμέτρους . Ο αλγόριθμος ταλαντώνεται γύρω από την επιθυμητή τιμή χωρίς να φτάνει σε αυτή. Η ταλάντωση δημιουργείται γιατί εμφανίζονται σημεία γύρω από το ελάχιστο στα οποία εναλλάσσεται ο αλγόριθμος σε κάθε επανάληψη . Μια λύση που προτείνεται είναι η αλλαγή του γ_k κάθε φορά που δεν παρατηρείται αλλαγή . Οι μικρότερες τιμές για το γ_k θα οδηγούσαν τον αλγόριθμο σε μεγαλύτερη ακρίβεια και πιθανών σε σύγκλιση .

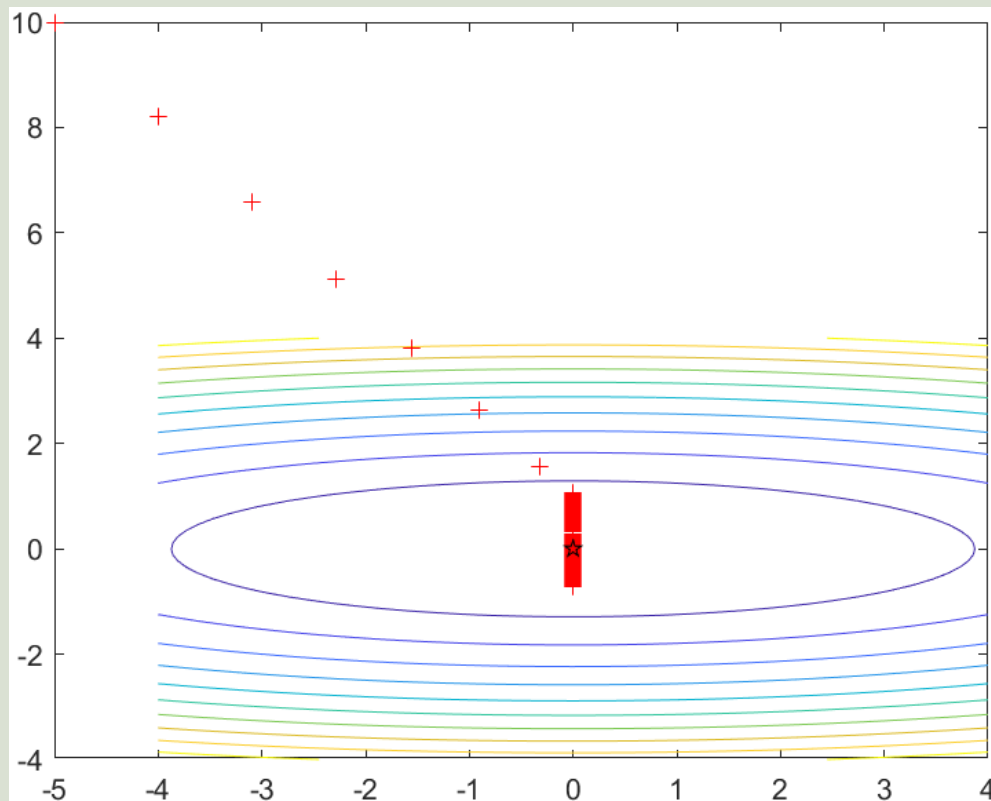
Θέμα 3

Καλούμαστε να υλοποιήσουμε τη μέθοδο Μέγιστης Καθόδου με προβολή και να την εφαρμόσουμε στη συνάρτηση. Χρησιμοποιείται ως σημείο εκκίνησης (x_0, y_0) το $(-5, 10)$. Το βήμα γ_k επιλέγεται 0,1 και το s_k επιλέγεται 15. Η ακρίβεια ϵ είναι 0,01.

Επισημαίνεται ότι για τα x_1, x_2 ισχύουν οι περιορισμοί :

- $-10 \leq x_1 \leq 5$
- $-8 \leq x_2 \leq 12$





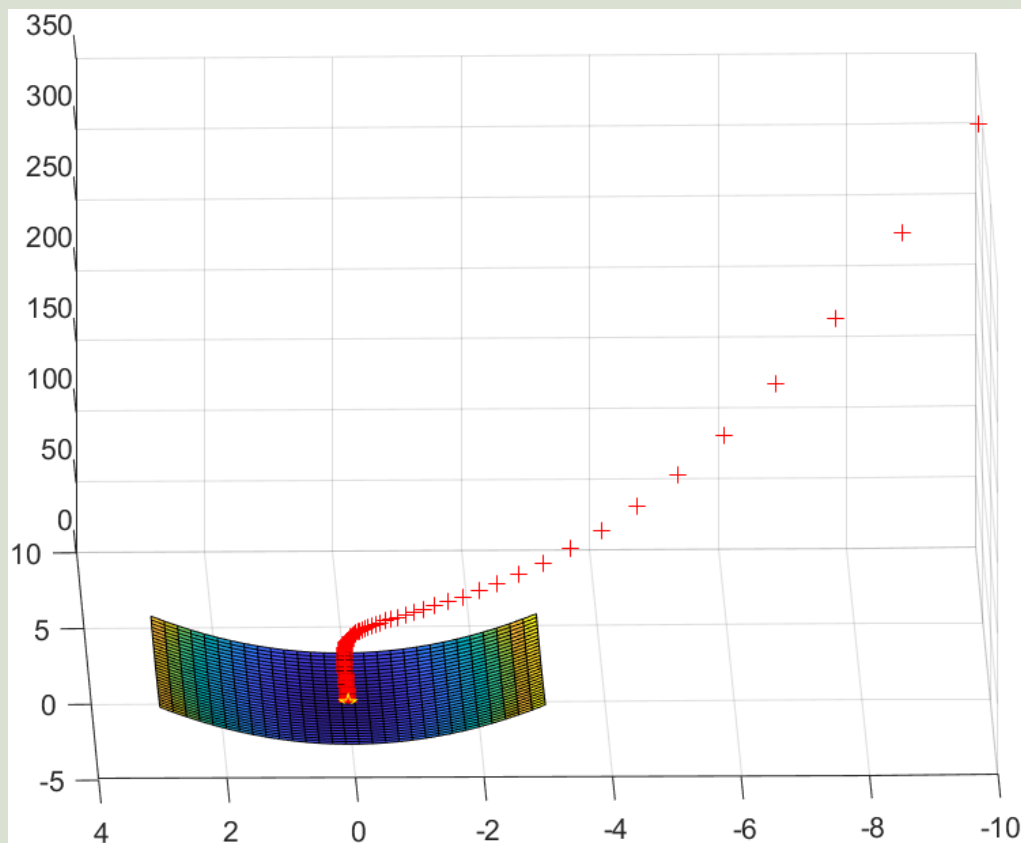
Ο αλγόριθμος οδηγείται στο επιθυμητό αποτέλεσμα μετά από 1216 επαναλήψεις. Στις πρώτες επαναλήψεις φαίνεται ότι τα σημεία απέχουν αρκετά από το επιθυμητό. Στη συνέχεια παρατηρείται ότι τα σημεία πλησιάζουν κοντά στο ελάχιστο.

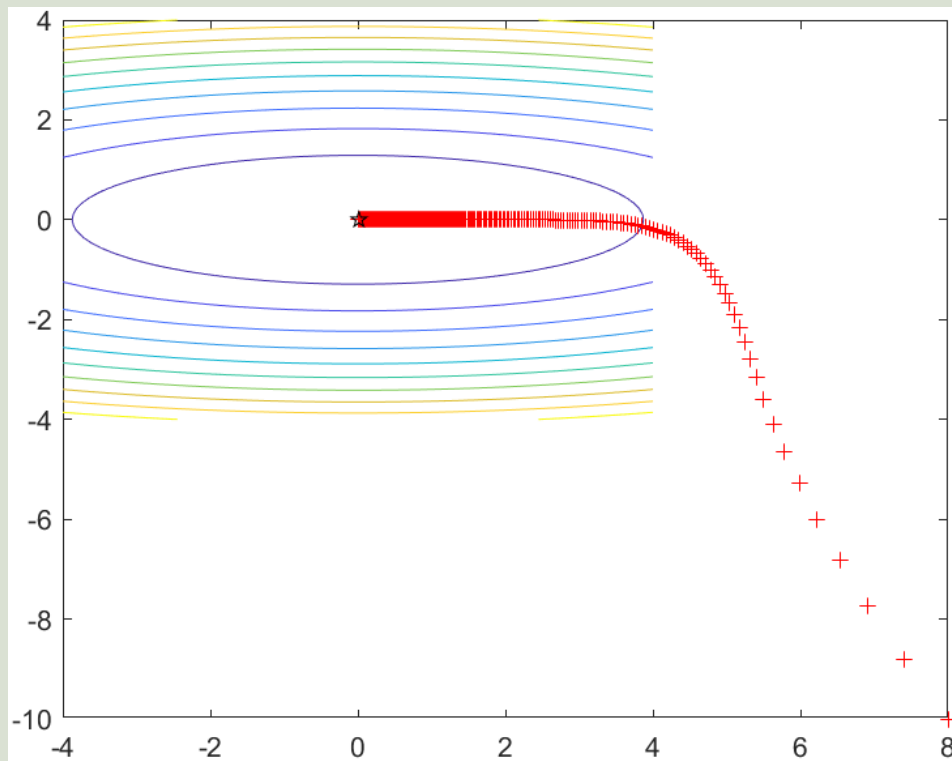
Θέμα 4

Καλούμαστε να υλοποιήσουμε τη μέθοδο Μέγιστης Καθόδου με προβολή και να την εφαρμόσουμε στη συνάρτηση. Χρησιμοποιείται ως σημείο εκκίνησης (x_0, y_0) το $(8, -10)$. Το βήμα γ_k επιλέγεται 0,2 και το s_k επιλέγεται 0,1. Η ακρίβεια ϵ είναι 0,01.

Επισημαίνεται ότι για τα x_1, x_2 ισχύουν οι περιορισμοί :

- $-10 \leq x_1 \leq 5$
- $-8 \leq x_2 \leq 12$





Ο αλγόριθμος οδηγείται στο επιθυμητό αποτέλεσμα μετά από 449 επαναλήψεις. Στις πρώτες επαναλήψεις φαίνεται ότι τα σημεία απέχουν αρκετά από το επιθυμητό.

Συμπεραίνεται ότι οι λιγότερες επαναλήψεις εκτελούνται στο 4^ο θέμα καθώς οδηγούμαστε στο αποτέλεσμα μετά από 449 φορές. Συνεπώς, μεγαλύτερη ταχύτητα σύγκλισης παρατηρήσαμε όταν λάβαμε τόσο για το sk όσο και για το γ μικρές τιμές .

