UNIVERSIDAD TECNOLOGICA NACIONAL
Facultad Regional Bahía Blanca

CONJUNTOS

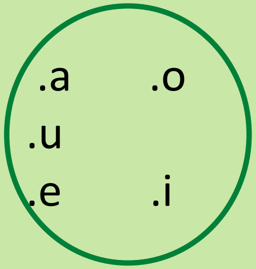
Curso de Nivelación de Matemática

Tecnicatura Universitaria en Programación

Prof: Padilla, Maria Jose
Senra Paula

La noción de conjuntos es uno de los conceptos matemáticos que no se definen, pero que pueden interpretarse como ejemplos, como el conjunto de las vocales o el conjunto de los números.

Una manera de indicar que se reúnen objetos relacionados entre sí es trazando una curva cerrada que los agrupa.



El gráfico utilizado se llama **Diagrama de Venn**

De esta manera, los conjuntos sirven para agrupar objetos que generalmente poseen las mismas características o propiedades.

Ejemplos:

- El conjunto de los números naturales mayores que 2 y menores que 7.
- El conjunto de las rectas que pasan por un punto P definido en un plano.
- El conjunto formado por los elementos: a, b, María, manzana.
- El conjunto de las vocales

ELEMENTOS DE UN CONJUNTO

Cada objeto de un conjunto recibe el nombre de **elemento.**

Dado un conjunto A y x es un **elemento** de A, decimos que ***x pertenece a A*** y lo notamos de la siguiente manera:

$$\mathbf{x} \in \mathbf{A}$$

Si el elemento ***x* no pertenece** a A, lo notamos:

$$\mathbf{x} \notin \mathbf{A}$$

Notaremos a los conjuntos con letras mayúsculas

DESCRIPCIÓN DEL CONJUNTO

Podemos describir un conjunto de dos maneras.

Por extensión: Enumerando o nombrando todos los elementos del conjunto.

A={a ,e , i , o , u}

Por comprensión: Describimos los elementos mencionando alguna propiedad en común.

A={x | x es una vocal}

Se lee, x tal que x es una vocal

Un conjunto está BIEN DEFINIDO cuando se puede decidir, sin duda, si un elemento pertenece o no a ese conjunto.

CONJUNTOS PARTICULARES

***Conjunto vacío:** Es un conjunto que no contiene elementos.

- Notemos al conjunto vacío por *comprensión*:

$$\emptyset = \{x \mid x \text{ es entero y } 1 < x < 2\}$$

- Notemos al conjunto vacío por *extensión*:

$$\emptyset = \{\ \}$$

***Conjunto universal:** Conjunto referencial que contiene todos los elementos bajo consideración. En otras palabras, es el conjunto al cual pertenecen TODOS los elementos del tema que se trata.

Lo notamos: $\mathcal{U}$

***Conjunto unitario :** Es un conjunto que contiene UNO y SOLO UN elemento . Por ejemplo:

D= { x | x es un número par y primo }

Ejercicio:¿Cuál es el único elemento del conjunto? Definirlo por extensión

En el conjunto I = { 1, 3 , 5 , 7 …}, los puntos suspensivos indican que no hay un "último" elemento pues siempre es posible escribir uno más. A este tipo de conjunto, que tiene infinitos elementos se los llama **conjuntos infinitos**. En caso contrario, que podamos enumerar o contar la cantidad de elementos, se los llama **conjuntos finitos.**

Observaciones: **1.** Los elementos de un conjunto finito pueden escribirse en cualquier orden. Por ejemplo: P= { x| x es una letra de la palabra pera } , P = { p, e, r, a } o P { p,r, a, e }
2. En un conjunto no tiene sentido que aparezcan elementos repetidos.

<u>CARDINAL</u>

Sea A un conjunto que contiene 'n' elementos distintos

y 'n' un número *entero no negativo*, entonces A es un

conjunto finito y 'n' es su cardinal al cual expresamos:

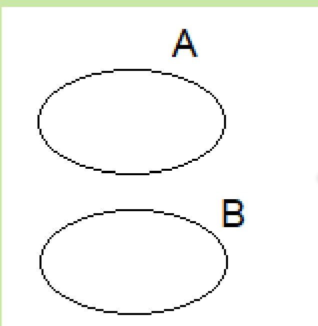
$$|A|$$

Obs.: $|\emptyset| = 0$

SITUACIONES ENTRE DOS CONJUNTOS

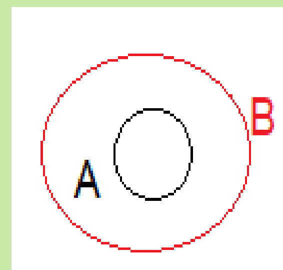
Dados dos conjuntos A y B pueden presentarse las siguientes situaciones :

a)



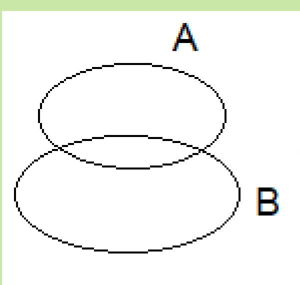
No tienen ningún elemento en común

c)



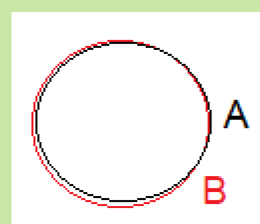
Todos los elementos de uno de los conjuntos pertenecen también al otro conjunto

b)



Tienen algún o algunos elementos en común y otros no

d)



Tienen TODOS los elemento en común, son iguales

a) Los conjuntos A y B se denominan **disjuntos**.

b) Los elementos A y B se **intersecan.**

c) A está **incluido** en B.

d) A y B son **iguales**.

RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

Igualdad

Dos conjuntos son iguales si y sólo si tienen los mismos elementos. (inciso d) anterior)

Por ejemplo: **A={1;2;3} B ={2;1;3}**

A=B

Inclusión

Un conjunto A está incluido en otro conjunto B si y sólo si todos los elementos de A están también en B. Además se dice que A es un subconjunto de B y se verifica que

Si $x \in A \Rightarrow x \in B$, cualquiera sea x. Si sucede esto, podemos decir que $A \subseteq B$. (Ejemplo c))

PROPIEDADES DE LA INCLUSIÓN

- **Reflexiva:** Todo conjunto A está incluido en sí mismo

$$A \subseteq A$$

- **Antisimétrica:**

$$A \subseteq B \text{ y } B \subseteq A \Rightarrow A = B$$

- **Transitiva:**

$$A \subseteq B \text{ y } B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$$

Gráficamente…

DE LO VISTO, PODEMOS DEDUCIR…

- El conjunto vacío, $\emptyset$,es subconjunto de todos los conjuntos.

$$\emptyset \subseteq \mathbf{A}$$

- Como todo conjunto A es subconjunto de U, entonces:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{U}$$

- Por lo anterior, podemos decir que:

$$\emptyset \subseteq \mathbf{A} \subseteq \mathbf{U}$$

Observar que hablamos de $\in$ **cuando hacemos mención a que UN ELEMENTO de un conjunto determinado PERTENECE A UN CONJUNTO** y, hablamos de $\subseteq$ cuando **un conjunto está contenido en otro.**

OPERACIONES CON CONJUNTOS

Una operación es una ley o regla que aplicada a un par de conjuntos da como resultado un nuevo conjunto.

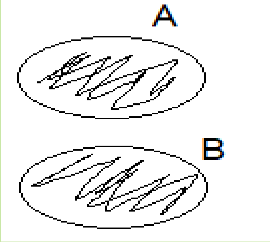
Dados dos conjuntos estos pueden combinarse de diferentes maneras.

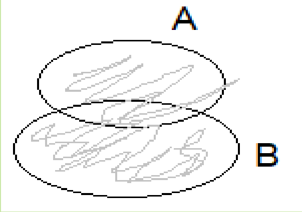
- **UNIÓN**

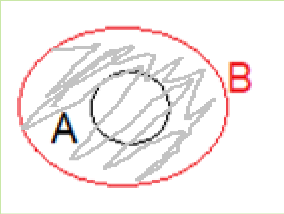
Sean A y B dos conjuntos, la **UNIÓN** de A y B que notamos **A** ∪ **B**, es el conjunto que contiene elementos de A **o** de B o de ambos. Lo notamos:

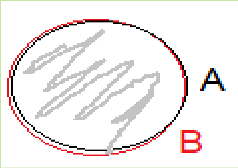
$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}$.

Posibles situaciones: (el rayado indica el resultado de la operación)









¿Cuáles son los resultados de las dos últimas uniones?

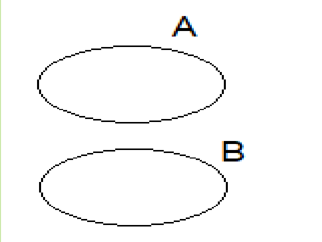
Ejemplo: Sea A={1;2;3} y B={1;2;3;4;5} ⇒ A ∪ B= {1;2;3;4;5}

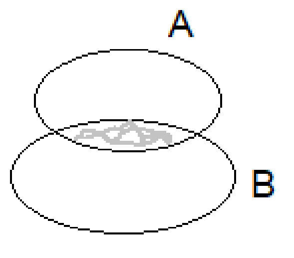
- **INTERSECCIÓN**

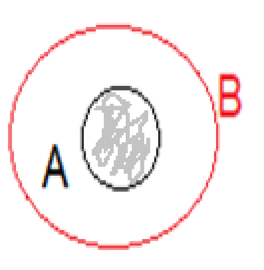
Sean A y B dos conjuntos, la **INTERSECCIÓN** de A y B, notamos **A ∩ B**, es el conjunto que contiene elementos de A **y** de B.

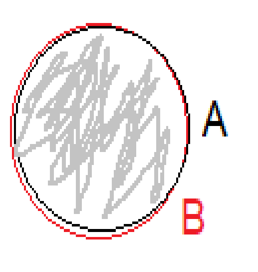
$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \land (x \in B)\}$$

Posibles situaciones: (el rayado indica el resultado de la operación)









¿Cuál es el resultado de la primer intersección? ¿y de las dos últimas?

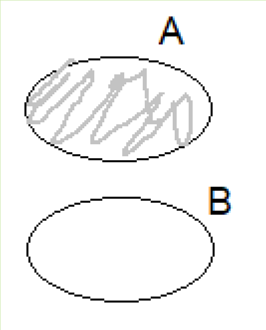
Ejemplo: Sea A={1;2;3} y B={1;2;3;4;5} $\Rightarrow$ A ∩ B= {1;2;3}

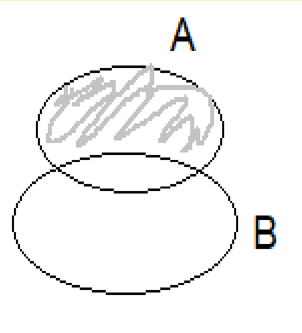
- **DIFERENCIA**

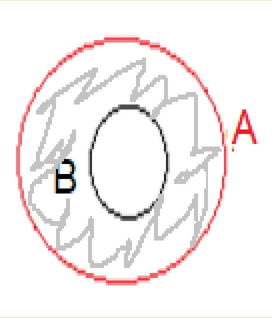
Sean A y B dos conjuntos, la **DIFERENCIA** entre A y B que notamos **A - B**, es el conjunto que contiene los elementos de A que no están en B .

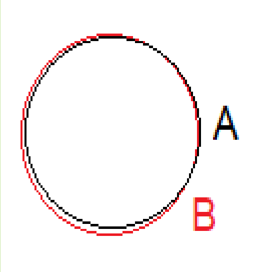
$$A - B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\}$$

Posibles situaciones: (el rayado indica el resultado de la operación)









Cuál es el resultado de la primer diferencia? ¿y de la última?

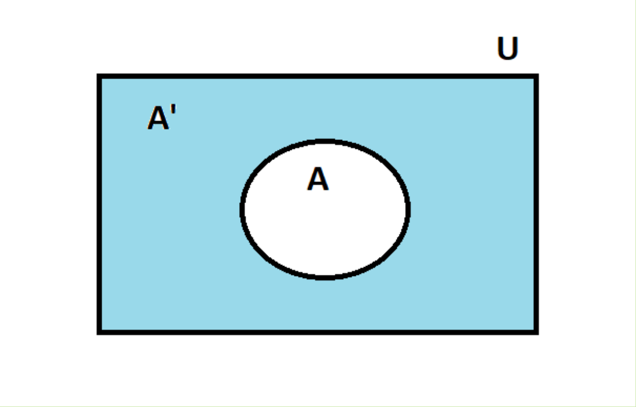
- **Ejemplo:** Sea A={1;2;3} y B={1;2;3;4;5} ⇒ A - B= {}, B-A={4;5}

- **COMPLEMENTO**

Sea A un conjunto, el **COMPLEMENTO** de A que notamos A' , es el conjunto que contiene todos elementos que no pertenecen a A. Es decir, es la diferencia entre el conjunto $\mathcal{U}$niversal y el conjunto A.

$$A' = \{x \mid (x \in \mathcal{U}) \wedge (x \notin A)\}$$

El rayado indica el resultado de la operación)



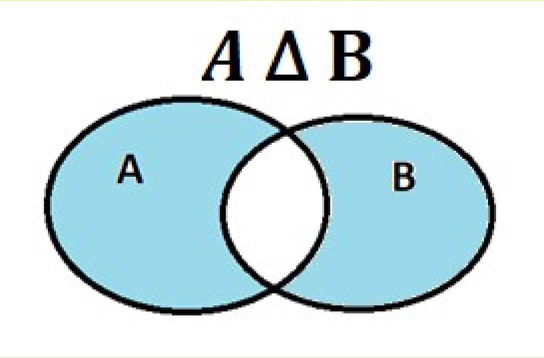
- **Ejemplo:** Sea U={1;2;3;4;5;6;7;8}; A={1;3;5;7} donde A ⊂ U

El **complemento de A** estará dado por: **A'={2;4;6;8}**

• DIFERENCIA SIMÉTRICA

Sean A y B dos conjuntos, la DIFERENCIA SIMÉTRICA entre A y B que notamos A Δ B, es el conjunto que contiene los elementos de A o B pero no de A y B .

$$A \,\Delta\, B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} = \{x \mid (x \in A \cup B) \wedge (x \notin A \cap B)\}$$



Son los elementos que están en la UNIÓN pero NO en la INTERSECCIÓN

• **Ejemplo:** Sea A={1;2;3;7} y B={1;2;3;4;5} ⇒ A Δ B= {7;4;5}

Obs.: $\underline{\vee}$ ***indica or excluyente.***

LEYES DEL ÁLGEBRA DE CONJUNTOS

LEYES DE IDEMPOTENCIA	
$A \cup A = A$	$A \cap A = A$
LEYES ASOCIATIVAS	
$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	$A \cap \; B \cap C \; = (A \cap B) \cap C$
LEYES CONMUTATIVAS	
$B \cup A = A \cup B$	$A \cap B = B \cap A$
LEYES DISTIRBUTIVAS	
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap \; B \cup C \; = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
LEYES DE IDENTIDAD	
$A \cup \emptyset = A \qquad A \cup U = U$	$A \cap \emptyset = \emptyset \qquad A \cap U = A$
LEYES DE INVOLUCIÒN	
$A'' = A$	
LEYES DE COMPLEMENTO	
$A \cup A' = U \qquad U' = \emptyset$	$A \cap A' = \emptyset \qquad \emptyset' = U$
LEYES DE MORGAN	
$(B \cup A)' = A' \cap B'$	$(B \cap A)' = A' \cup B'$

ANEXO

NOTACIÓN

$\in$, indica **pertenece**

$\notin$, indica **no pertenece**

$\forall$, $indica$ $\boldsymbol{para\ todo}$ … $(cuantificador\ universal)$

$\exists$, $indica$ $\boldsymbol{existe}$ … $(cantificador\ existencial)$

$\nexists$, $indica$ $\boldsymbol{no\ existe}$ …

$\neq$, indica distinto de o no es igual a

| se lee “tal que”

$\Rightarrow$ *se lee “Entonces”*