

# LABORATORIO DI CALCOLO 2 APPELLO DEL 16/09/2008

## COMPITO 1

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

MATR \_\_\_\_\_ FIRMA \_\_\_\_\_

Creare una cartella dal nome **cognome\_nome\_matricola** nella vostra home directory:

```
mkdir cognome_nome_matricola
```

Svolgere l'esercizio in tale cartella e, al termine dello svolgimento, copiare l'intera cartella in /home/comune/lab2\_sep08\_compito1 con i comandi:

```
cd
```

```
cp -r cognome_nome_matricola /home/comune/lab2_sep08_compito1
```

La cartella deve contenere tutto il necessario per compilare il programma ed eseguirlo dando i comandi:

```
make compito
```

```
./compito
```

e le eventuali macro di ROOT per la parte grafica.

Inserire inoltre nella cartella un file di testo `soluzione.txt` contenente le risposte alle domande nel testo, ed i grafici richiesti, in formato pdf.

Si consideri un punto materiale che si muove secondo l'equazione differenziale:

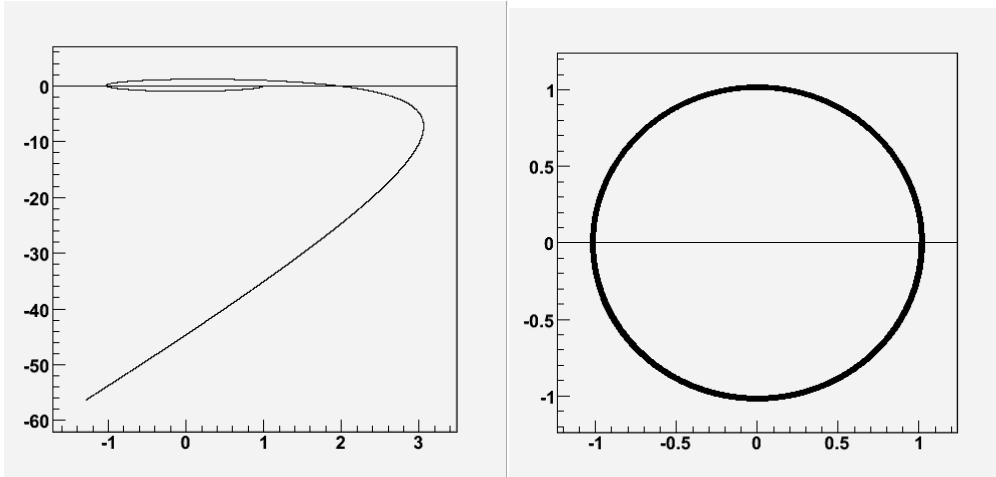
$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \\ v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ B(x, y)v_y \\ -B(x, y)v_x \end{pmatrix} \quad B(x, y) = (x^2 + y^2)^\alpha$$

Per le condizioni iniziali  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = 0$ ,  $v_{0x} = 0$ ,  $v_{0y} = -1$  la traiettoria è la circonferenza di raggio unitario centrata attorno all'origine, per ogni valore di  $\alpha$ , percorsa con periodo  $2\pi$ .

1. Con  $\alpha=0$ , integrare l'equazione differenziale con il metodo di Eulero, determinando il valore di passo per cui, dopo dieci rivoluzioni, il punto di passaggio per l'asse delle  $x$  positive non differisca da 1 per più del 10%.
2. Per lo stesso passo, calcolare l'errore nel caso si utilizzi il metodo di Runge-Kutta del quarto ordine utilizzato in laboratorio.
3. Con il passo e le condizioni iniziali di cui sopra, integrare con il metodo di Eulero per i valori di  $\alpha=\pm 1$  e fare un grafico della traiettoria. Per quale dei due valori di  $\alpha$  il risultato numerico è instabile, e per quale invece la soluzione numerica oscilla attorno alla soluzione corretta?
4. Con il metodo di Runge-Kutta, e condizione iniziale  $x_0 = 1.1$ , per gli stessi valori di  $\alpha$ , fare un grafico della traiettoria. Per quale dei due valori di  $\alpha$  la traiettoria diverge, e per quale invece la soluzione oscilla attorno all'origine.

## Soluzione

1. Il passo necessario per avere la risoluzione richiesta è 0.003
2. Con tale passo il metodo di Runge-Kutta ha una precisione dell'ordine di  $10^{-6}$
3. Per  $\alpha=-1$  la soluzione di riferimento è instabile e gli errori di integrazione del metodo di Eulero vengono rapidamente amplificati. Per  $\alpha=1$  invece la soluzione rimane stabile, attorno al valore corretto.



4. La stessa instabilità per  $\alpha=-1$  si ritrova variando le condizioni iniziali. Con  $\alpha=1$  invece il punto, muovendosi, oscilla intorno alla traiettoria circolare, rimanendo in una regione confinata dello spazio.

