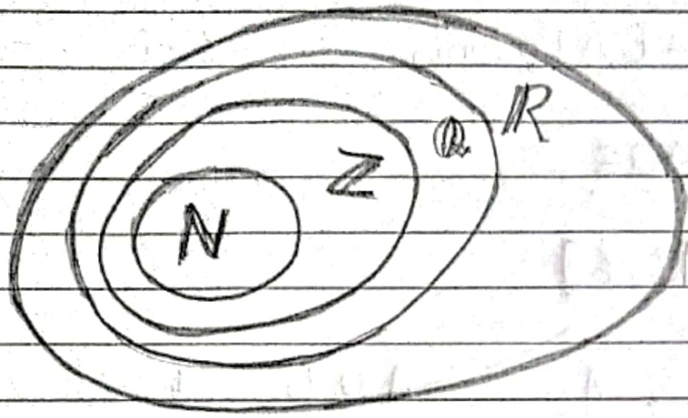
Prova - Matemática Básica

1\. a) Todos os conjuntos numéricos "abaixo" dos Reais



estão contidos no conjunto dos números reais. Logo, a afirmação "i" é **FALSA**

FALSO. O conjunto dos números inteiros é formado por todos os números que não são decimais.

$Z = \{\ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \ldots\}$ Faltou os nulos

O conjunto dos números inteiros contém os naturais

FALSA. É o contrário, o reais contém os outros conjuntos. O certo seria dizer: "Racionais está contido nos reais".

$Z = (2+i)\cdot(1+i)\cdot i \Rightarrow (2+2i+i+i^2)\cdot i$

Sabendo que $i^2 = -1$:

$$(2+2i+i+(-1))\cdot i \Rightarrow (2+3i-1)\cdot i \Rightarrow (3i+1)\cdot i$$

$$\Rightarrow 3i^2 + i \Rightarrow 3\cdot(-1) + i = \underline{-3+i}$$

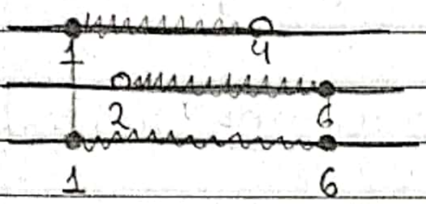
Na cálculo do conjugado em números complexos, trocamos o sinal da parte imaginária. A parte que estiver real ficará como está. Então

$-3+i \Rightarrow -3-i$. Portanto $\bar{z} = -3-i$

VERDADE

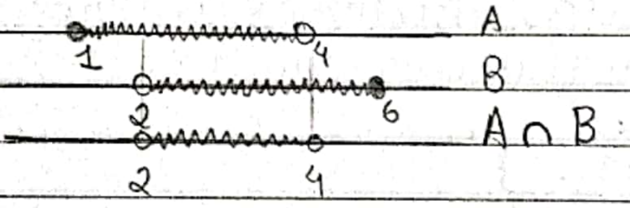
1b, $A = [1,4[$, $B =]2,6]$

i:



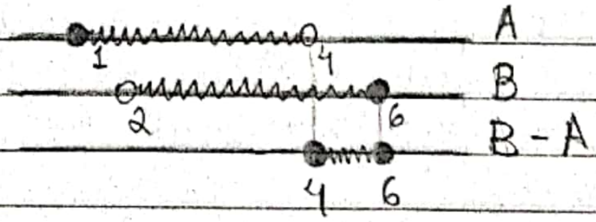
$A \cup B = [1, 6]$

ii:



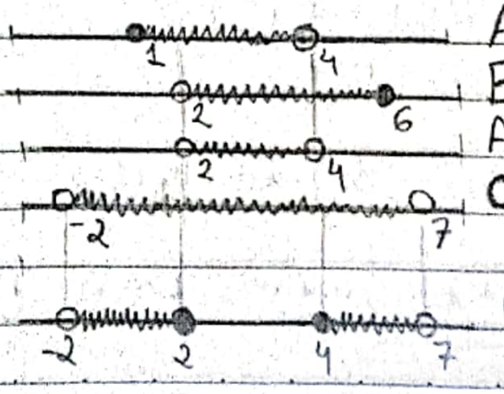
$A \cap B =]2, 4[$

iii:



$B - A = [4, 6]$

iv:



$C_C^{(A\cap B)} =]-2, 2]$ e $[4, 7[$

$C_C^{(A\cap B)} = C - (A \cap B)$

v: P(D) ⇒ D = {2,3,5}. Com $2^3 = 8$. Devo procurar por 8 partes.

$P(D) = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2,3\}, \{2,5\}, \{3,5\}, \{2,3,5\}\}$

2.a, Primeiro vou analisar quantos dias pares tem um mês:

31 dias ÷ 2 = 15,5. Como não existe meio par ou meio impar considero apenas $\boxed{15}$

Agora analiso o número de meses impares:

12 ÷ 2 = $\boxed{6}$. O fato de ser mês impar vai ajudar na etapa anterior pois o mês de fevereiro é par e tem números de dias "irregular".

Posteriormente, analiso o número de prováveis anos:

2003 - 1981 = $\boxed{22}$ anos, (se não contar com o ano de 1981 visto que o enunciado diz "após". Também não conta com 2004 pois o mesmo enunciado diz "antes". Como se deseja os pares fica 11

Por ultimo resta identificar o princípio da contagem a ser aplicado.

Anos Pares	tera	que tera
11	6 meses	15 dias

Portanto devemos aplicar o princípio multiplicativo.

$11 * 6 * 15 = \underline{990}$ possíveis datas.

2.b, CONTAGEM: não há repetições

Começam com A _ _ _ _ _ _ _ = $P_7 = 5040$
7 6 5 4 3 2 1

termina com _ _ _ _ _ _ _ M = $P_7 = 5040$

Porém entraram nessa conta anagramas que entram nas duas condições. É necessário retirá-los.

A _ _ _ _ _ _ M = $P_6 = 720$

$5040 + 5040 - 720 = 9360$ que, ou começa com A ou termina com M

2.e BRUMA ⇒ $P_5 = 5!$

U _ _ _ _ ⇒ $P_4 = 24$
R _ _ _ _ ⇒ $P_4 = 24$
M U R "b" _ ⇒ $P_1 =$ Pois o "b" pode permutar com o "A", e como estou fazendo por destrutiva, tenho que retirar a chance de vir o "b"

$24 + 24 = 48 + 1 = \underline{49}$

$5! = 120 - 49 = \underline{71}$

d) Para esta questão, podemos pensar da seguinte maneira:

verde	branco	preto	azul
V1, V5, V4 V3	b2, b1, b5	P3, P2, P1	A4, A3, A2

4 cores iguais. Nessa condição, o 1 o 2 e o 3 já se repetiram 3 vezes cada.

São necessárias 13 para cores e 11 para os números. Mas para garantir a condição do enunciado é necessário 13 pois atende aos 2 casos.

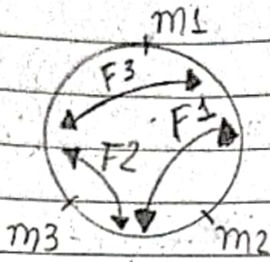
Porém se intenção for de ter bolas repetidas com mesmas cores e mesmos números teremos que fazer o estudo como se todos os elementos fossem diferentes:

Neste caso o raciocínio é o seguinte:

V1	V2	V3	V4	B1	B2	B3	B4	P1	P2	P3	P4	A1	A2	A3	A4
V5	V1	V2	V3	B5	B1	B2	B3	P5	P1	P2	P3	A5	A1	A2	A3
V4	V5	V1		B4	B5			P4	P5			A4	A5		

Foram necessários 41 tentativas para se obter a condição seguindo este último raciocínio.

e) 3 meninas João e Pedro



$PC_3 = 2!$

Para João e Pedro sobraram 3 espaços. Como as meninas estão fixas, sobram 3 espaços para os meninos. João e Pedro podem se permutar de três formas diferentes em F1, F2 ou F3

$PC_3 = 2!$ | $3 \cdot P_2 = 3 \cdot 2! = 6 \Rightarrow 2! \cdot 6 = 12$

f) IRACEMA ⇒ há repetição em "A"

Pode ser feito permutando as 7 letras e descontando as repetições.

$\underline{\ }\ \underline{\ }\ \underline{\ }\ \underline{\ }\ \underline{\ }\ \underline{\ }\ \underline{\ } = P_7 = 5040$

7 6 5 4 3 2 1

$\frac{5040}{2!} = 2520$

g) 1ª cx = Chocolate com avelã. (CA)
2ª cx = Chocolate com menta. (CM)
3ª cx = Chocolate com cereja. (CC)

$\Rightarrow CA + CM + CC = 8 \Rightarrow P_{10}^{8,2} = \frac{10!}{8!\,2!} \Rightarrow$

||| | || | |||| → 10 objetos

$P_{10}^{8,2} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{8!\,2!} = \frac{90}{2} = 45$

b) Mega Sena + 60. Sabemos que em um conjunto de 60 números metade é par e a outra é ímpar. Portanto teremos:

$C_{30,4}$ Para dezenas pares

$C_{30,2}$ Para dezenas ímpares

Como as proposições ocorrem uma dependendo da outra, teremos que multiplicar as duas.

$$C_{30,4} = \frac{30!}{4!(30-4)!} = \frac{30!}{4! \cdot 26!} = \frac{30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26!}{4! \cdot 26!} =$$

$$27405$$

$$C_{30,2} = \frac{30!}{2!(30-2)!} = \frac{30 \cdot 29 \cdot 28!}{2! \cdot 28!} = 435$$

$$27405 \cdot 435 = \underline{\underline{11.921.175}}$$