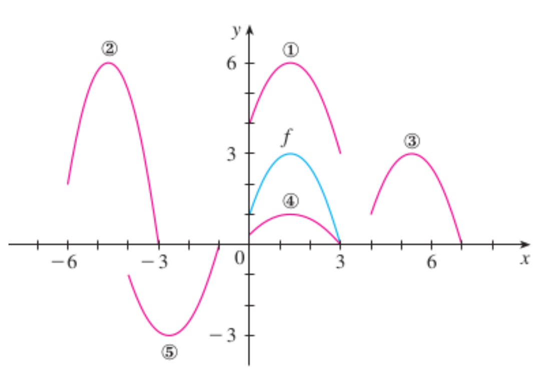
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS DE CRATEÚS
DISCIPLINA: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
DOCENTE: LAISE LIMA DE CARVALHO SOUSA

Lista II

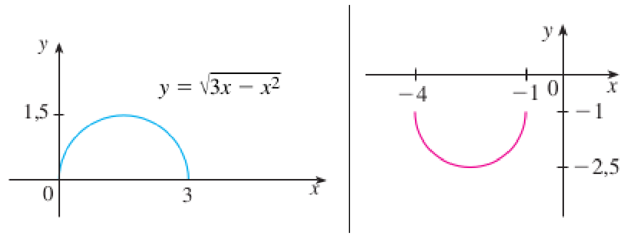
1. Suponha que seja dado o gráfico de $f$. Escreva as equações para os gráficos obtidos a partir do gráfico de $f$ da seguinte forma:
   a) Desloque 3 unidades para cima;
   b) Desloque 3 unidades para baixo;
   c) Desloque 3 unidades para direita;
   d) Desloque 3 unidades para esquerda;
   e) Reflita em torno do eixo $x$;
   f) Reflita em torno do eixo $y$;
   g) Expanda verticalmente por um fator de 3;
   h) Comprima verticalmente por um fator de 3.

2. Explique como obter, a partir do gráfico de $y = f(x)$, os gráficos a seguir:
   a) $y = f(x) + 8$;
   b) $y = -f(x) - 1$
   c) $y = f(x + 8)$
   d) $y = 8f\left(\frac{1}{8}x\right)$

3. Dado o gráfico de $y = f(x)$, associe cada equação com o seu gráfico. Justifique sua escolha.
   a) $y = f(x - 4)$
   b) $y = f(x) + 3$
   c) $y = \frac{1}{3}f(x)$
   d) $y = -f(x + 4)$
   e) $y = 2f(x + 6)$



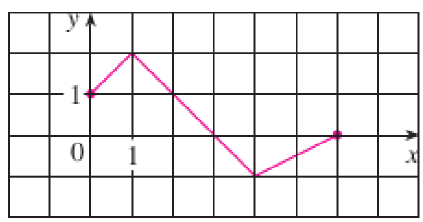
4. O gráfico de $y = \sqrt{3x - x^2}$ é dado. Use transformações para criar a função cujo o gráfico é mostrado.




5. Como estão relacionados o gráfico de $y = 2sen(x)$ e o gráfico de $y = sen(x)$?

6. É dado o gráfico de $f$. Esboce o gráfico das seguintes funções:

   a) $y = f(2x)$
   b) $y = f\left(\frac{1}{2}x\right)$
   c) $y = f(-x)$
   d) $y = -f(-x)$




7. Encontre $f+g$, $f-g$, $fg$ e $f/g$ e defina seus domínios:

   a) $f(x) = x^3 + 2x^2$; $g(x) = 3x^2 - 1$
   b) $f(x) = \sqrt{x+1}$; $g(x) = x - 2$
   c) $f(x) = \sqrt{x-2}$; $g(x) = \sqrt{x-3}$

8. Encontre as funções $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ e $g \circ g$ e seus domínios:

   a) $f(x) = x^2 - 1$; $g(x) = 2x + 1$
   b) $f(x) = 1 - 3x$; $g(x) = cos(x)$
   c) $f(x) = x^2 + 2$; $g(x) = x - 3$
   d) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$; $g(x) = \dfrac{x+1}{x+2}$

9. Encontre $f \circ g \circ h$:

   a) $f(x) = 3x - 2$; $g(x) = sen(x)$; $h(x) = x^2$
   b) $f(x) = \sqrt{x-3}$; $g(x) = x^2$; $h(x) = x^3 + 2$

10. Sejam as funções $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = x^2 - 3x - 4$. Determinar as leis que definem as funções $f \circ g$ e $g \circ f$, em seguida, estabelecer seus domínios.

11. Sejam as funções reais $f(x) = 3x - 5$ e $(f \circ g)(x) = x^2 - 3$. Determinar a lei da função $g$.

12. Sejam as funções reais $f$ e $g$ definidas por $f(x) = x^2 + 4x - 5$ e $g(x) = 2x - 3$.

   a) Determinar as leis que definem $f \circ g$ e $g \circ f$;

   b) Calcular $(f \circ g)(2)$ e $(g \circ f)(2)$;

   c) Determinar os valores o domínio da função $f \circ g$ que produzem imagem 16.

13. Sejam $f$ e $g$ funções reais definidas por $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 4, & \text{se } x \geq 1 \\ 3x + 4, & \text{se } x < 1 \end{cases}$ e $g(x) = x - 3$. Obter a lei que define $f \circ g$.

14. Sejam as funções reais $f$ e $g$ definidas por $f(x) = \begin{cases} 4x - 3, & \text{se } x \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2, & \text{se } x < 0 \end{cases}$ e $g(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{se } x > 2 \\ 1 - x^2, & \text{se } x \leq 2 \end{cases}$. Obter a lei que define $f \circ g$.

15. Expresse as funções na forma $f \circ g$:

   a) $F(x) = (2x + x^2)^4$

   b) $F(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}}$

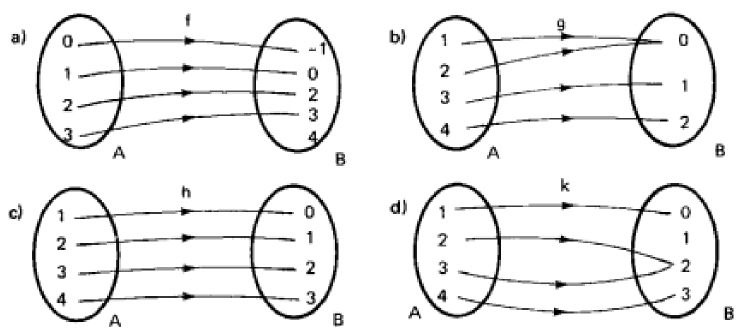
   c) $v(t) = sec(t^2)tg(t^2)$

16. Expresse a função na forma $f \circ g \circ h$:

   a) $R(x) = \sqrt{\sqrt{x} - 1}$

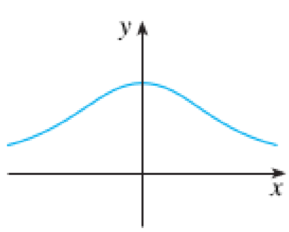
   b) $H(x) = sec^4(\sqrt{x})$

17. Indique qual das funções é injetora, sobrejetora ou bijetora.

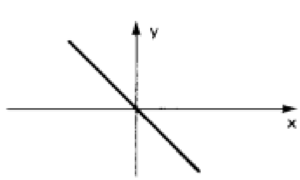


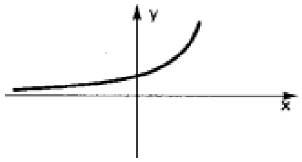

18. Para as funções em $\mathbb{R}$ abaixo representadas qual é injetora? e sobrejetora? e bijetora? Justifique.

a)

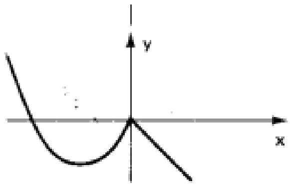



b)



c) 



d) 



19. Classifique as funções em injetora, sobrejetora, bijetora ou nem injetora e nem sobrejetora. Justifique.

    a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2x + 1$
    b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $g(x) = 1 - x^2$
    c) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ tal que $h(x) = |x - 1|$
    d) $m : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ tal que $m(x) = 3x + 2$
    e) $p : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}^*$ tal que $p(x) = \dfrac{1}{x}$
    f) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \begin{cases} x^2, \text{ se } x \geq 0 \\ x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$
    g) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $h(x) = \begin{cases} 3x - 2, \text{ se } x \geq 2 \\ x - 2, \text{ se } x < 2 \end{cases}$

20. Determine o valor de $b$ em $B = \{y \in \mathbb{R} | y \geq b\}$ de modo que a função $f$ de $\mathbb{R}$ em $B$ definida por $f(x) = x^2 - 4x + 6$ seja sobrejetora.

21. Dadas as funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, obter a lei de correspondência que define a função inversa:

    a) $f(x) = 2x + 3$
    b) $g(x) = \dfrac{4x - 1}{3}$
    c) $p(x) = (x - 1)^3 + 2$
    d) $q(x) = \sqrt[3]{x + 2}$

22. Obter a função inversa nas seguintes funções:

    a) $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ tal que $f(x) = x^2$
    b) $f : \mathbb{R}_- \to \mathbb{R}_+$ tal que $f(x) = x^2$
    c) $f : A \to \mathbb{R}_+$, onde $A = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 1\}$, tal que $f(x) = (x - 1)^2$
    d) $f : A \to \mathbb{R}_-$, onde $A = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 2\}$, tal que $f(x) = -(x - 2)^2$
    e) $f : \mathbb{R}_- \to B$, onde $B = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 1\}$, tal que $f(x) = x^2 + 1$
    f) $f : \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R} - \{1\}$ tal que $f(x) = \dfrac{x + 1}{x - 2}$
    g) $f : \mathbb{R} - \{3\} \to \mathbb{R} - \{-1\}$ tal que $f(x) = \dfrac{4 - x}{x - 3}$

23. A função $f$ de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2$ admite inversa? Justifique.

24. Seja a função bijetora de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{se } x \geq 0 \\ x - 1, & \text{se } x < 0 \end{cases}$. Determine $f^{-1}$.

25. Utilizando as propriedades de expoentes simplifique a expressão:

a) $\dfrac{4^{-3}}{2^{-8}}$

b) $8^{4/3}$

c) $b^8(2b)^4$

d) $\dfrac{x^{2n}x^{3n-1}}{x^{n+2}}$

e) $\dfrac{\sqrt{a\sqrt{b}}}{\sqrt[3]{ab}}$

26. Construa o gráfico cartesiano das seguintes funções:

a) $y = 3^x$

b) $y = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$

c) $y = 2^{2x-1}$

d) $y = 2^{|x|}$

e) $y = 3 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$

f) $y = 3.2^{x-1}$

27. Descreva como transformar o gráfico de $f$ no gráfico de $g$:

a) $f(x) = 2^x$; $g(x) = 2^{x-3}$

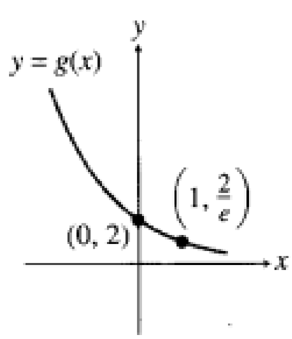
b) $f(x) = 4^x$; $g(x) = 4^{-x}$

c) $f(x) = 2^x$; $g(x) = 2^{5-x}$

d) $f(x) = e^x$; $g(x) = 3e^{2x} - 1$

e) $f(x) = e^x$; $g(x) = e^{-2x}$

28. Determine uma fórmula para a função exponencial $Ca^x$ cujo gráfico é demostrado na figura.




29. Resolva as seguintes equações exponenciais:

a) $8^x = \dfrac{1}{32}$

b) $(\sqrt[3]{2})^x = 8$

c) $8^x = 0,25$

d) $3^{x^2+2x} = 243$

e) $(\sqrt{2})^{3x-1} = (\sqrt[3]{16})^{2x-1}$

f) $(2^x)^{x-1} = 4$

g) $3^{2x-1}9^{3x+4} = 27^{x+1}$

h) $\sqrt{5^{x-2}}\sqrt[x]{25^{2x-5}} - \sqrt[2x]{5^{3x-2}} = 0$

i) $8^{3x} = \sqrt[3]{32^x} : 4^{x-1}$

j) $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 306$

k) $3.2^x - 5.2^{x+1} + 5.2^{x+3} - 2^{x+5} = 2$

l) $4^{x+1} - 9.2^x + 2 = 0$

m) $5^{2x} + 5^x + 6 = 0$

n) $10^{2x-1} - 11.10^{x-1} + 1 = 0$

o) $3^x - \dfrac{15}{3^{x-1}} + 3^{x-3} = \dfrac{23}{3^{x-2}}$

30. Resolva a equação exponencial $\dfrac{3^x + 3^{-x}}{3^x - 3^{-x}} = 2$.

31. Resolva a equação $4^x + 6^x = 2.9^x$.

32. Calcule os seguintes logaritmos:

a) $\log_{0,25} 32$

b) $\log_2 \dfrac{1}{8}$

c) $\log_8 4$

d) $\log_{\sqrt[3]{7}} 49$

e) $\log_{\sqrt[3]{5}} \sqrt[4]{5}$

33. Calcule:

a) $\text{antilog}_3 4$

b) $\text{antilog}_{16} \dfrac{1}{2}$

c) $\text{antilog}_3 - 2$

d) $8^{\log_4 5}$

e) $4^{\log_2 3}$

f) $3^{2-\log_3 6}$

g) $\text{antilog}_2(\log_2 3)$

34. O logaritmo de um número na base 16 é $\dfrac{2}{3}$. Calcule o logaritmo desse número na base $\dfrac{1}{4}$.

35. Desenvolva aplicando as propriedades dos logaritmos (a, b e c são reais positivos):

a) $\log_2 \left(\dfrac{2ab}{c}\right)$

b) $\log_3 \left(\dfrac{a^3b^2}{c^4}\right)$

c) $\log \left(\dfrac{a^3}{b^2\sqrt{c}}\right)$

d) $\log_2 \sqrt[3]{\dfrac{a}{b^2\sqrt{c}}}$

36. Desenvolva $\log_3 \left(\dfrac{a^2\sqrt{bc}}{\sqrt[5]{(a+b)^3}}\right)$ aplicando as propriedades dos logaritmos ($a > b > c > 0$).

37. Qual a expressão cujo desenvolvimento logaritmo é

$$1 + \log_2 a - \log_2 b - 2\log_2 c,$$

sendo $a$, $b$ e $c$ reais positivos?

38. Sabendo que $\log 2 = 0,3010$ determine o valor da expressão $\log \dfrac{125}{\sqrt[5]{2}}$.

39. Sabendo que $\log_{20} 2 = a$ e $\log_{20} 3 = b$, calcule $\log_6 5$.

40. Se $\log_{12} 27 = a$, calcule $\log_6 16$.

41. Calcule o valor de $\log_3 5 . \log_{25} 27$.

42. Simplifique $a^{\log_a b . \log_b c . \log_c d}$

43. Construa o gráfico das funções:

a) $f(x) = \log_{1/2} x$

b) $f(x) = \log x$

c) $f(x) = |\log_2 x|$

d) $f(x) = \log_2 |x|$

e) $f(x) = \log_2(x-1)$

f) $f(x) = 2 + \log_2 x$

44. Determine o domínio das funções:

a) $f(x) = \log_3(4x-3)^2$

b) $f(x) = \log_5 \left(\dfrac{x+1}{1-x}\right)$

c) $f(x) = \log_x(x^2+x-2)$

d) $f(x) = \log_{(3-x)}(x+2)$

45. Resolva as equações:

a) $3^x = \dfrac{1}{2}$

b) $3^{x^2} = 5$

c) $3^{2x+1} = 2$

d) $5^{x-1} = 3^{4-2x}$

e) $2^{x+1} - 2^x = 3^{x+2} - 3^x$

f) $3^{2x+1} - 3^{x+1} + 2 = 0$

g) $4^x - 5.2^x + 6 = 0$

46. Determine o período e a imagem e faça o gráfico de um período completo das funções dadas:

a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -sen(x)$

b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = |sen(x)|$

c) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = sen\left(\frac{x}{2}\right)$

d) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = sen(3x)$

e) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 1 + sen(x)$

f) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

g) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = cos\,(2x)$

h) $f(x) = tg\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

i) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 1 + cos\,(x)$

47. Em cada caso, para que valores de $m$ existe $x$ satisfazendo a igualdade?

a) $sen(x) = 2 - 5m$

b) $cotg(x) = \sqrt{2 - m}$

c) $sec(x) = 3m - 2$

48. Determine o domínio das seguintes funções reais:

a) $f(x) = tg\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

b) $f(x) = cotg\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

c) $f(x) = cossec\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

49. Sabendo que $sen(x) = \frac{4}{5}$ e $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, calcule as demais funções circulares de $x$.

50. Sabendo que $tg(x) = \frac{12}{5}$ e $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, calcule as demais funções circulares de $x$.

51. Calcule $cos(x)$, sabendo que $cotg(x) = \frac{2\sqrt{m}}{m-1}$, $m > 1$.

52. Sabendo que $cotg(x) = \frac{24}{7}$ e $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, calcule o valor da expressão $y = \frac{tg(x)cos(x)}{(1 + cos(x))(1 - cos(x))}$.

53. Calcule $m$ de modo a obter $sen(x) = 2m + 1$ e $cos(x) = 4m + 1$.

54. Determine $\alpha$ tal que:

a) $\alpha = arc\ cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

b) $\alpha = arc\ tg(1)$

55. Calcule:

a) $cos\left(arc\ sen\left(\frac{1}{3}\right)\right)$

b) $cos\left(arc\ sen\left(\frac{3}{5}\right)+arc\ sen\left(\frac{5}{13}\right)\right)$

c) $tg\left(arc\ cos\left(\frac{2}{5}\right)\right)$

d) $sen\left(arc\ cos\left(-\frac{3}{5}\right)\right)$

e) $tg\left(arc\ sen\left(\frac{3}{5}\right)-arc\ tg\left(\frac{5}{12}\right)\right)$