UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS DE CRATEÚS
DISCIPLINA: CÁLCULO FUNDAMENTAL I/CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
ALUNO:____

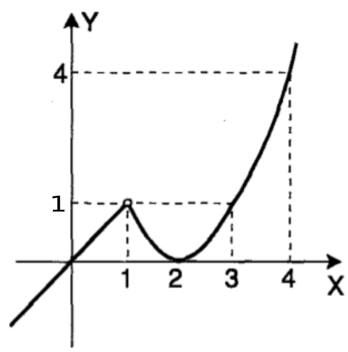
LISTA DE EXERCÍCIOS I

1. Explique com suas palavras o significado da equação

$$\lim_{x \to 2} f(x) = 5.$$

   É possível que a equação anterior seja verdadeira, mas $f(2) = 3$? Explique.

2. Seja $f(x)$ a função definida pelo gráfico:



   Intuitivamente, encontre se existir:

   a) $\lim_{x \to 2^+} f(x)$
   b) $\lim_{x \to 2^-} f(x)$
   c) $\lim_{x \to 1} f(x)$
   d) $\lim_{x \to +\infty} f(x)$
   e) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

3. Descrever analiticamente e graficamente uma função $y = g(x)$ tal que $\lim_{x \to 2} g(x) = 4$, mas $g(x)$ não é definida para $x = 2$.

4. Mostre que se g é uma função racional e a pertence ao domínio de g, então $\lim_{x \to a} g(x) = g(a)$.

5. Calcule os limites usando as propriedades de Limites:

   a) $\lim_{x \to -1} [(x+4)^3 (x+2)^{-1}]$
   b) $\lim_{x \to 2} \dfrac{x\sqrt{x} - \sqrt{2}}{3x - 4}$

c) $\lim\limits_{t\to -3} \dfrac{t^2-9}{2t^2+7t+3}$

d) $\lim\limits_{x\to -2} \sqrt[3]{\dfrac{x^3+2x^2-3x+2}{x^2+4x+3}}$

e) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-10x+4}{x^3-2x^2}$

f) $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{(x+h)^3-x^3}{h}$

g) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^4-x^3-x^2+5x+4}{x^3+4x^2+5x+2}$

h) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^2+(1-a)x-a}{x-a}$

i) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^n-1}{x-1}$

j) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^n-a^n}{x-a}$

k) $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\sqrt{1+t}-\sqrt{1-t}}{t}$

l) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{2x^2-3x+2}-2}{\sqrt{3x^2-5x-1}-1}$

m) $\lim\limits_{h\to -4} \dfrac{\sqrt{2(h^2-8)}+h}{h+4}$

n) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt[3]{1-x}}{1+\sqrt[3]{3x-1}}$

o) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{8-2x+x^2}-2}{x-x^2}$

p) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{5x+4}-3}{\sqrt[3]{x-2}+1}$

q) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$

r) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x\sqrt{x}-a\sqrt{a}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}$

s) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[m]{x}-1}{\sqrt[n]{x}-1}$

t) $\lim\limits_{x\to 0} x^4 cos\dfrac{2}{x}$

u) $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt{x^3+x^2}sen\dfrac{\pi}{x}$

6. Dado $|g(x)-2| \leq 3(x-1)^2$ para todo x, encontre $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$.

7. Seja $g(x) = \begin{cases} \dfrac{|x-3|}{x-3}, & x \neq 3 \\ 0, & x = 3 \end{cases}$

a) Determine, se existirem, $\lim\limits_{x\to 3^+} g(x)$, $\lim\limits_{x\to 3^-} g(x)$ e $\lim\limits_{x\to 3} g(x)$.

b) Esboce o gráfico de $g(x)$.

8. Seja $f(x) = \begin{cases} 1/x, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 2, & x = 1 \\ 2 - x, & x > 1 \end{cases}$

   a) Determine os limites indicados:

      i. $\lim_{x \to -1} f(x)$
      ii. $\lim_{x \to 0^-} f(x)$
      iii. $\lim_{x \to 2^-} f(x)$
      iv. $\lim_{x \to 0^+} f(x)$
      v. $\lim_{x \to 2^+} f(x)$
      vi. $\lim_{x \to 1} f(x)$
      vii. $\lim_{x \to 0} f(x)$
      viii. $\lim_{x \to 2} f(x)$

   b) Esboce o gráfico de $f(x)$.

9. Seja $f(x) = 2 + |5x - 1|$. Calcule se existir $\lim_{x \to 1/5^+} f(x)$, $\lim_{x \to 1/5^-} f(x)$ e $\lim_{x \to 1/5} f(x)$. Esboce o gráfico de $f(x)$.

10. Seja $f(x) = \dfrac{|3x^2 - 5x - 2|}{x - 2}$. Calcule se existir $\lim_{x \to 2^+} f(x)$, $\lim_{x \to 2^-} f(x)$ e $\lim_{x \to 2} f(x)$.

11. Seja $f(x) = \dfrac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{|x - 2|}$. Calcule se existir $\lim_{x \to 2^+} f(x)$, $\lim_{x \to 2^-} f(x)$ e $\lim_{x \to 2} f(x)$.

12. Dada a função f definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2}, & x < 2 \\ 3 - ax - x^2, & x \geq 2 \end{cases}$$

    determine $a \in \mathbb{R}$ para que exista $\lim_{x \to 2} f(x)$.

13. Calcule:

    a) $\lim_{x \to 0} \left(x^3 + \sqrt{x} + \dfrac{1}{x^2} \right)$

    b) $\lim_{x \to -1} \dfrac{5x + 2}{|x + 1|}$

    c) $\lim_{x \to 4^+} \dfrac{3 - x}{x^2 - 2x - 8}$

    d) $\lim_{x \to -2} \dfrac{2x^2 + 5x - 3}{|x + 2|}$

    e) $\lim_{x \to 2} \dfrac{3x - 4}{(x - 2)^2}$

    f) $\lim_{x \to 5/2^-} \dfrac{3x + 2}{5 - 2x}$

    g) $\lim_{x \to 2^+} \dfrac{2x^2 - 3x - 5}{(2 - x)^3}$

h) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{2-|x|}{2+x}$

i) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2+x+2}{x^2-2x-3}$

j) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$

k) $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x-2}$

l) $\lim\limits_{x\to 2^+} \left[\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{x-2}\right]$

m) $\lim\limits_{t\to -4^-} \left[\dfrac{2}{t^2+3t-4}-\dfrac{3}{t+4}\right]$

n) $\lim\limits_{x\to 2^-} \left[\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{3}{x^2-4}\right]$

o) $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x-1}{\sqrt{2x-x^2}-1}$

14. Se $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)-8}{x-1} = 10$, encontre $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.

15. Calcule os limites:

a) $\lim\limits_{x\to +\infty} (5x^2-4x+3)$

b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{4x-1}{3x^2+5x-2}$

c) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{(3x+2)^3}{2x(3x+1)(4x-1)}$

d) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{(x+4)^4-(x-4)^4}{(2x+3)^3}$

e) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x\sqrt{x}-1}{3x-1}$

f) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt[3]{\dfrac{3x^7-4x^5}{2x^7-1}}$

g) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(2-\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{x^2}\right)$

h) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x+1}$

i) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2x^2-3x-5}{\sqrt{x^4+1}}$

j) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x+\sqrt[3]{x}}{x^2+1}$

k) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x}{\sqrt[3]{x^3-1000}}$

l) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt[3]{x^2+1}}{x+1}$

m) $\lim\limits_{x\to +\infty} (\sqrt{3x^2+2x+1}-\sqrt{2}x)$

n) $\lim\limits_{x\to +\infty} (\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1})$

o) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x+4}-\sqrt{x-2})$

p) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sqrt[3]{x^3-5x^2-2}}{\sqrt[3]{x^3+1}}$

q) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3}}$

r) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2x+4}-x}{x-\sqrt{x^2-x+1}}$

s) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}\right)$

t) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{4x+1}}$

u) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{x}+3x-10}{x^3}$

16. Determine as assíntotas horizontais e verticais das seguintes funções:

a) $f(x)=\dfrac{4}{x-4}$

b) $f(x)=\dfrac{4}{x^2-3x+2}$

c) $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+x-12}}$

d) $f(x)=\dfrac{-2}{\sqrt{x-3}}$

e) $f(x)=e^x-1$

f) $f(x)=e^{\frac{1}{x}}$

g) $f(x)=\ln(x)$

h) $f(x)=tg(x)$

17. Encontre:

a) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{sen(9x)}{x}$

b) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{sen(3x)}{2x}$

c) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{sen(10x)}{sen(7x)}$

d) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tg(x)}{x}$

e) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tg(2x)}{3x}$

f) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-cos(x)}{x}$

g) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-sec(x)}{x^2}$

h) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tg(x)+sen(x)}{x}$

i) $\lim\limits_{x\to3}(x-3)cossec(\pi x)$

j) $\lim_{x \to -1} \dfrac{tg^3\left(\dfrac{x+1}{4}\right)}{(x+1)^3}$

k) $\lim_{x \to a} \dfrac{cos(x) - cos(a)}{x - a}$

l) $\lim_{x \to 0} \dfrac{tg(x) - sen(x)}{sen^2(x)}$

m) $\lim_{x \to 0} \dfrac{cos(2x) - cos(3x)}{x^2}$

n) $\lim_{x \to 0} \dfrac{sen(3x) - sen(2x)}{sen(x)}$

o) $\lim_{x \to 0} \dfrac{cos(x+a) - cos(a)}{x}$

p) $\lim_{x \to \pi} \dfrac{1 - sen\left(\dfrac{x}{2}\right)}{\pi - x}$

q) $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \dfrac{cos(2x)}{cos(x) - sen(x)}$

r) $\lim_{x \to 0} \dfrac{1 - cos^3(x)}{sen^2(x)}$

s) $\lim_{x \to 0} \dfrac{x - sen(2x)}{x + sen(3x)}$

t) $\lim_{x \to 0} xsen\left(\dfrac{1}{x}\right)$

u) $\lim_{x \to +\infty} xsen\left(\dfrac{1}{x}\right)$

v) $\lim_{x \to 0} cotg(2x)cotg\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$

18. Calcule:

a) $\lim_{x \to 3} \left(\dfrac{1}{e}\right)^x$

b) $\lim_{x \to -\infty} e^x$

c) $\lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{1}{4}\right)^x$

d) $\lim_{x \to -\infty} 2^x$

e) $\lim_{x \to +\infty} 3^x$

f) $\lim_{x \to -\infty} \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$

g) $\lim_{x \to -2} 10^{\dfrac{4x^2+6x-2}{3x+4}}$

h) $\lim_{x \to 4} \left(\dfrac{1}{e}\right)^{\dfrac{x^2-5x+4}{\sqrt{x}-2}}$

i) $\lim_{x \to +\infty} \log_{0,1} x$

j) $\lim_{x\to+\infty} \log_3 x$

k) $\lim_{x\to 0^+} \log_{\frac{1}{2}} x$

l) $\lim_{x\to -2} \log \dfrac{3-\sqrt{1-4x}}{\sqrt{6+x}-2}$

m) $\lim_{x\to-\infty} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x+2}$

n) $\lim_{x\to-\infty} \left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{3x}$

o) $\lim_{x\to+\infty} \left(1-\dfrac{3}{x}\right)^{2x}$

p) $\lim_{x\to-\infty} \left(\dfrac{x-3}{x+2}\right)^{x}$

q) $\lim_{x\to+\infty} \left(\dfrac{x^2+1}{x^2-3}\right)^{x^2}$

r) $\lim_{x\to-\infty} \left(\dfrac{3x+2}{3x-1}\right)^{2x}$

s) $\lim_{x\to 0} \dfrac{2^{3x}-1}{x}$

t) $\lim_{x\to 0} \dfrac{3^{2x}-1}{2^{5x}-1}$

u) $\lim_{x\to a} \dfrac{2^{x}-2^{a}}{x-a}$

19. Calcule os limites:

a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\log(1+3x)}{x}$

b) $\lim_{x\to \frac{3\pi}{2}} (1+cos(x))^{\frac{1}{cos(x)}}$

c) $\lim_{x\to 1} \dfrac{3^{\frac{x-1}{4}}-1}{sen[5(x-1)]}$

d) $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^{-ax}-e^{-bx}}{x}$

e) $\lim_{x\to 1} \dfrac{e^{x-1}-a^{x-1}}{x^2-1}$

20. Verifique se a função é contínua no ponto especificado:

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3+1}{x+1}, & \text{se } x \neq -1 \\ 1, & \text{se } x = -1 \end{cases}$ no ponto $x=-1$

b) $f(x) = \begin{cases} 2x^2-3x+2, & \text{se } x > 1 \\ 2, & \text{se } x = 1 \\ 2-x^2, & \text{se } x < 1 \end{cases}$ no ponto $x=1$

c) $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & \text{se } x \geq -2 \\ -2x, & \text{se } x < -2 \end{cases}$ no ponto $x=-2$

d) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1 - cos(x)}{sen(x)}, & \text{se } x \neq 0 \\ 1, & \text{se } x = 0 \end{cases}$ no ponto $x = 0$

e) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{|x-1|}, & \text{se } x \neq 1 \\ 1, & \text{se } x = 1 \end{cases}$ no ponto $x = 1$

f) $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 7}{x^2 + 1}$ no ponto $x = 2$

g) $f(x) = \dfrac{2}{3x^2 + x^3 - x - 3}$ no ponto $x = -3$

21. Determine a para que a função seja contínua no ponto especificado:

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}, & \text{se } x > 0 \\ 3x^2 - 4x + a, & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$ no ponto $x = 0$

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}, & \text{se } x \neq 2 \\ a, & \text{se } x = 2 \end{cases}$ no ponto $x = 2$

22. Use a definição de continuidade e propriedades de limites para mostrar que a função é contínua no intervalo dado:

a) $f(x) = \dfrac{2x+3}{x-2}$; $(2, +\infty)$

b) $f(x) = 2\sqrt{3-x}$; $(-\infty, 3]$

23. Determine, se existirem, os pontos onde as seguintes funções não são contínuas:

a) $f(x) = \dfrac{x}{(x-3)(x+7)}$

b) $f(x) = \sqrt{(x-3)(6-x)}$

c) $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x - 1}{x^2 - 6x + 10}$

d) $f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ 2 - x, & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ (x-2)^2, & \text{se } x > 2 \end{cases}$

24. Determine os pontos onde as seguintes funções são contínuas:

a) $f(x) = (x-5)^3(x^2+4)^5$

b) $f(x) = \dfrac{x^3 + 7}{x^2 - 4}$

c) $f(x) = \begin{cases} 3x - 1, & \text{se } x < 2 \\ 4 - x^2, & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-2}, & \text{se } x \leq 1 \\ \dfrac{1}{x}, & \text{se } x > 1 \end{cases}$

25. Calcule p de modo que a função $f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & \text{se } x \neq 0 \\ p^3 - 7, & \text{se } x = 0 \end{cases}$ seja contínua.

26. Use a continuidade para calcular os limites:

a) $\lim_{x \to \pi} sen(x + sen(x))$

b) $\lim_{x \to 2} arctg\left(\frac{x^2 - 4}{3x^2 - 6x}\right)$