



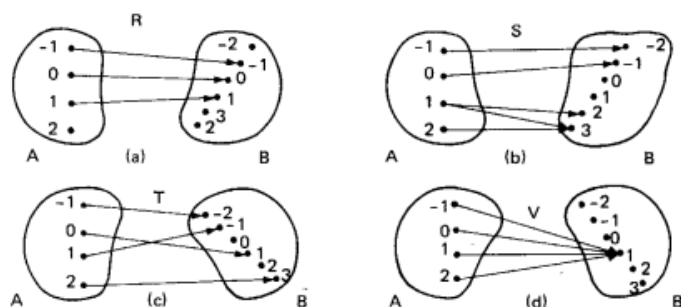
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS DE CRATEÚS

DISCIPLINA: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

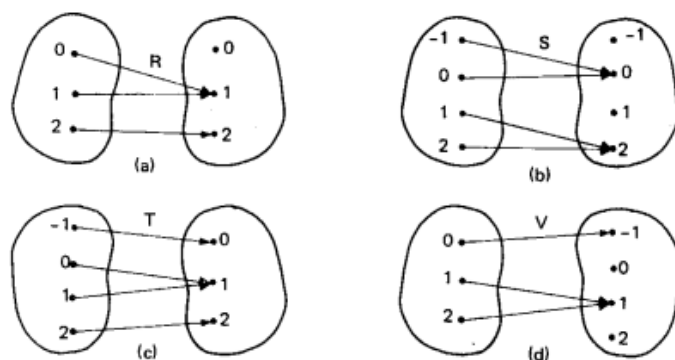
ALUNO: _____

LISTA DE EXERCÍCIOS I

1. Estabeleça se cada um dos esquemas das relações abaixo define ou não uma função de $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ em $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Justifique.



2. Quais dos esquemas abaixo definem uma função de $A = \{0, 1, 2\}$ em $B = \{-1, 0, 1, 2\}$?



3. Determine se a fórmula define y como uma função de x . Caso a resposta seja não, justifique.

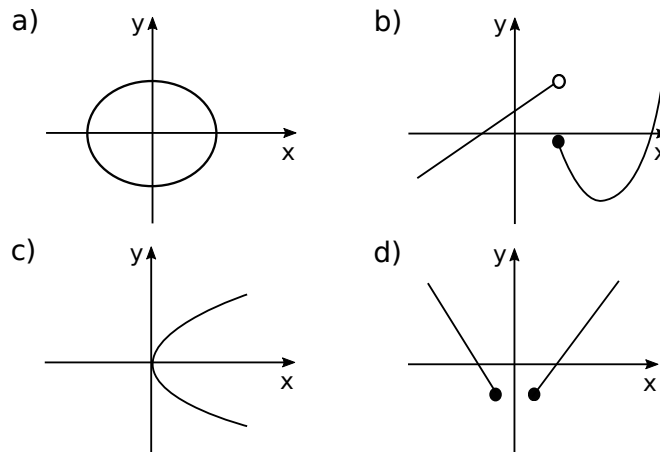
a) $x = 2y^2$

b) $y = 3x \pm 2$

c) $y = \sqrt{x-5}$

d) $x = 12 - y$

4. Determine se a curva é o gráfico de uma função de x .



5. Qual a notação matemática para as seguintes funções?

- a) f é função de \mathbb{R} em \mathbb{R} que associa cada número real ao seu quadrado menos 1.
- b) g é função de \mathbb{R} em \mathbb{R} que associa cada número real ao seu cubo.
- c) k é função de \mathbb{Z} em \mathbb{Q} que associa cada número inteiro à potência de base 2 desse número.
- d) h é função de \mathbb{R}^* em \mathbb{R} que associa cada número real ao seu inverso.

6. Seja $f(x) = 3x^2 - x + 2$. Ache:

- a) $f(2)$
- b) $f(-2)$
- c) $f(a+1)$
- d) $f(a^2)$
- e) $[f(a)]^2$
- f) $2f(a)$
- g) $f(f(2))$

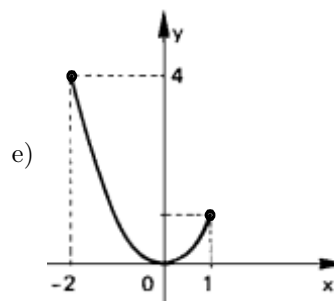
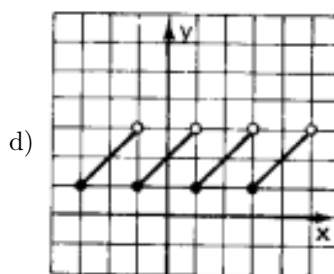
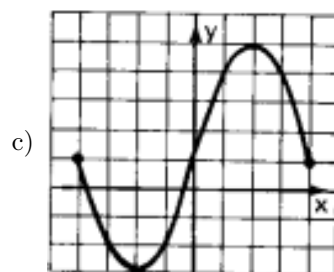
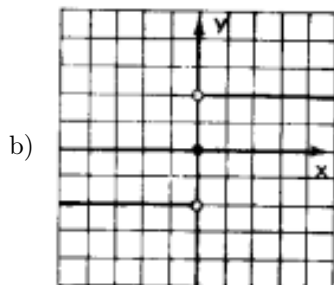
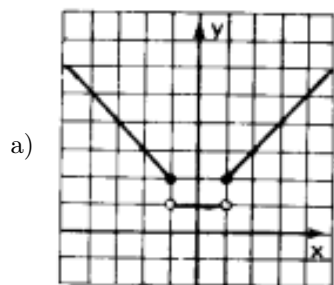
7. Seja f a função de \mathbb{R} em \mathbb{R} assim definida

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ x + 1, & \text{se } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}.$$

Determine:

- a) $f(3)$
- b) $f\left(-\frac{3}{7}\right)$
- c) $f(\sqrt{3} - 1)$
- d) $f(\sqrt{2})$
- e) $f(0,75)$

8. Considerando que os gráficos abaixo são gráficos de funções estabelecer o domínio e a imagem:



9. Achar os seguintes domínios das funções reais:

a) $g(x) = \frac{x}{x^2 - 5x}$

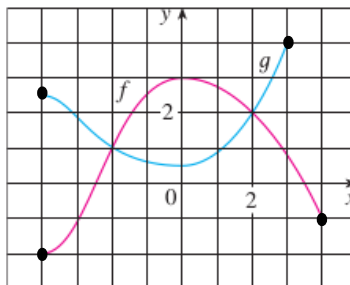
b) $h(x) = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x - 3}$

- c) $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{5}{x-3}$
d) $f(x) = \sqrt{x^4 - 16x^2}$
e) $g(x) = |x| - x$
f) $g(x) = \begin{cases} 3 - x, & \text{se } x \leq 2 \\ 2x - 5, & \text{se } x > 2 \end{cases}$
g) $h(x) = |2x + 1|$
h) $p(x) = \frac{3x + |x|}{x}$
i) $g(x) = -\frac{1}{\sqrt[3]{2x+3}}$
j) $f(x) = \frac{3x-1}{(x+3)(x-1)}$
k) $k(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{(x+1)(x^2+1)}$
l) $g(x) = \sqrt{\frac{x}{x+1}}$

10. Determine o conjunto imagem da função:

- a) $f(x) = 10 - x^2$
b) $f(x) = -\sqrt{x-1}$
c) $g(x) = 5 + \sqrt{4-x}$
d) $g(x) = 3 + |x|$

11. Os gráficos de f e g são dados abaixo:



- a) Determine os valores de $f(-4)$ e $g(3)$.
b) Para quais valores de x é $f(x) = g(x)$?
c) Estime a solução da equação $f(x) = -1$.
d) Em qual intervalo f é decrescente?
e) Qual o domínio e a imagem de f ?
f) Qual o domínio e a imagem de g ?

12. As funções f de \mathbb{R} em \mathbb{R} definida por $f(x) = \sqrt{x^2}$ e g de \mathbb{R} em \mathbb{R} definida por $g(x) = x$ são iguais?

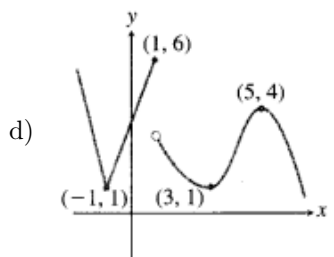
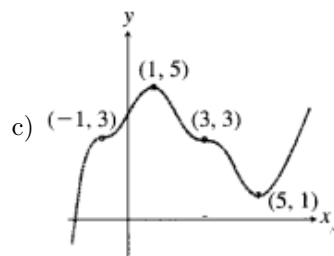
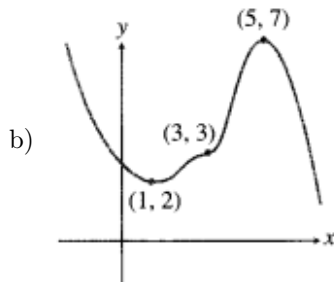
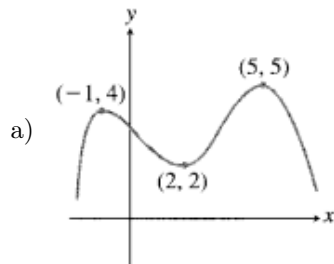
13. As funções f e g cujas as leis de correspondência são $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ e $g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$ podem ser iguais? Justifique.

14. Considere a tabela com valores de x e y :

x	y
60	0
65	1
70	2,05
75	2,57
80	3
85	3,36
90	3,69
95	4
100	4,28

Considerando y como uma função de x , ela é crescente, decrescente ou nenhuma das situações?

15. Identifique os intervalos nos quais temos a função crescente ou decrescente:



16. Determine se f é par, ímpar ou nem par nem ímpar:

a) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

b) $f(x) = \frac{x^2}{x^4 + 1}$

c) $f(x) = \frac{x}{x + 1}$

d) $f(x) = 1 + 3x^2 - x^4$

e) $f(x) = 1 + 3x^3 - x^5$

f) $f(x) = x|x|$

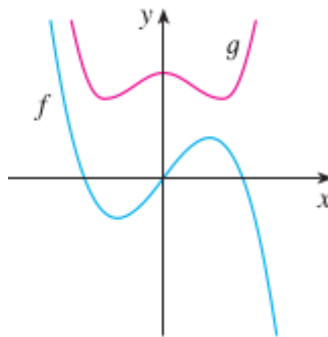
17. Um retângulo tem o perímetro de $20m$. Expresse a área do retângulo como função do comprimento de um de seus lados.

18. Expressar o comprimento l de uma corda de um círculo de raio $4cm$, como uma função de sua distância x cm ao centro do círculo.

19. Expressar como função de x a área de um cubo de aresta x .

20. Uma caixa de armazenamento retangular aberta na parte superior tem volume $10m^3$. O comprimento da base é o dobro de sua largura. O material da base custa \$10 por metro quadrado, ao passo que o material das laterais custa \$6 por metro quadrado. Expresse o custo total do material como uma função de sua largura.

21. Os gráficos de f e g são mostrados a seguir. Verifique se cada função é par, ímpar ou nem par nem ímpar. Explique seu raciocínio.



22. Se o ponto $(5, 3)$ estiver no gráfico de uma função par, que outro ponto deverá estar no gráfico? Justifique.

23. Construa o gráfico das funções:

a) $f(x) = \sqrt{2}$

b) $f(x) = 0$

c) $f(x) = 3x$

d) $f(x) = -\frac{x}{2}$

e) $f(x) = -x$

f) $f(x) = -3x - 4$

g) $f(x) = \frac{2x - 3}{2}$

h) $f(x) = \frac{4 - 3x}{2}$

24. Obtenha a equação da reta que passa pelos pontos $(1, 2)$ e $(3, -2)$.

25. Obter a equação da reta que passa pelo ponto $(1, 3)$ e tem coeficiente angular igual a 2.

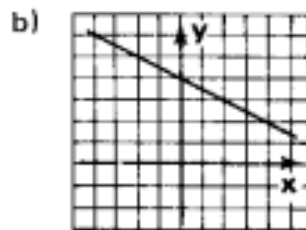
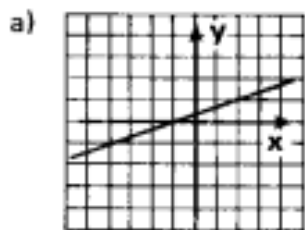
26. Obter uma equação para a função do 1º grau f satisfazendo as condições dadas. Represente as funções graficamente.

a) $f(-3) = 5$ e $f(6) = -2$

b) $f(-4) = 6$ e $f(-1) = 2$

c) $f(-4) = 0$ e $f(0) = 2$

27. Dados os gráficos das funções, obter a lei de correspondência:



28. Especifique se cada uma das funções abaixo é crescente ou decrescente:

a) $f(x) = 1 + 5x$

b) $f(x) = x + 2$

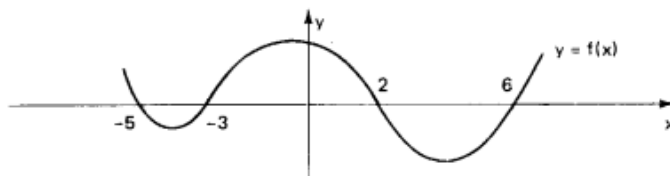
c) $f(x) = 3x$

d) $f(x) = -3 - 2x$

e) $f(x) = -2x$

29. Estudar segundo os valores do parâmetro m a variação (crescente, decrescente ou constante) da função $f(x) = 4 - (m + 3)x$.

30. Estude o sinal da função cujo gráfico é mostrado abaixo:



31. Estude os sinais da função definida em \mathbb{R} :

a) $f(x) = 2x + 3$

b) $f(x) = 2x - \frac{4}{3}$

c) $f(x) = 3 - \frac{x}{2}$

d) $f(x) = -x$

32. Determine os zeros reais das funções:

a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$

b) $f(x) = x^2 + 4x + 4$

c) $f(x) = -x^2 + 3x - 4$

d) $f(x) = x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{2}$

e) $f(x) = -3x^2 + 6$

f) $f(x) = -x^2 + \frac{3}{2}x + 1$

33. Determine os valores de m para que a função quadrática $f(x) = mx^2 + (2m - 1)x + (m - 2)$ tenha dois zeros reais e distintos.

34. Dada uma equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$ com raízes reais x_1 e x_2 , temos que a soma S dessas raízes é $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ e o produto P dessas raízes é $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$. Utilizando esses resultados e considerando a equação $2x^2 - 5x - 1 = 0$ de raízes x_1 e x_2 , determine:

a) $x_1 + x_2$

b) $x_1 \cdot x_2$

c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

d) $(x_1)^2 + (x_2)^2$

e) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

35. Uma equação do 2º grau de raízes x_1 e x_2 é a equação $x^2 - Sx + P = 0$, onde $S = x_1 + x_2$ e $P = x_1 \cdot x_2$. Utilizando esse resultado, determine uma equação do 2º grau de raízes:

a) 2 e -3

b) $1 + \sqrt{3}$ e $1 - \sqrt{3}$

c) 1 e $-\sqrt{2}$

36. Determine m na equação $mx^2 - 2(m - 1)x + m = 0$ para que se tenha $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 4$, onde x_1 e x_2 são raízes da equação.

37. Determine o valor máximo ou o valor mínimo absoluto das funções abaixo:

a) $f(x) = -x^2 + 5x - 7$

b) $f(x) = x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{5}{2}$

c) $f(x) = -\frac{x^2}{2} + \frac{4}{3}x - \frac{1}{2}$

38. Determine o vértice e a equação do eixo de simetria das parábolas:

a) $f(x) = -x^2 + x - \frac{2}{9}$

b) $f(x) = -x^2 + 3x$

c) $f(x) = -x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

d) $f(x) = x^2 - \frac{7}{3}x - 2$

39. Determine o valor de m na função real $f(x) = 3x^2 - 2x + m$ para que o valor mínimo absoluto seja $\frac{5}{3}$.

40. Determine a imagem das funções:

a) $f(x) = 3x^2 - 9x + 6$

b) $f(x) = -4x^2 + 8x + 12$

c) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$

d) $f(x) = -x^2 + 4$

41. Esboce o gráfico das funções:

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

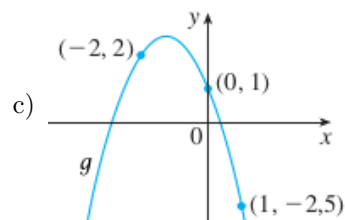
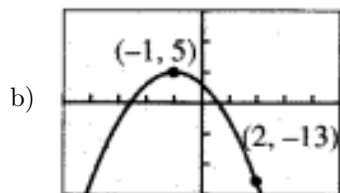
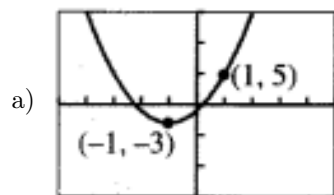
b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$

c) $f(x) = -3x^2 + 6x - 3$

d) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$

e) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

42. Escreva uma equação para cada parábola:



43. Estude o sinal das funções:

a) $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$

b) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

- c) $f(x) = -x^2 + x - 1$
- d) $f(x) = -2x^2 + 3x + 2$
- e) $f(x) = 3x^2 + 5x - 4$
- f) $f(x) = 6 - 2x + 4x^2$

44. Determine m de modo que $\forall x \in \mathbb{R}$ se tenha $mx^2 + (2m - 1)x + (m + 1) > 0$.

45. Resolva:

- a) $-2x^2 + 3x + 2 \geq 0$
- b) $(x^2 - x - 6)(-x^2 + 2x - 1) > 0$
- c) $(x - 2)(x^2 - 1) > 0$
- d) $\frac{x^2 + 2x}{x^2 + 5x + 6} \geq 0$
- e) $\frac{x^2 + 3x - 16}{-x^2 + 7x - 10} \geq 1$
- f) $2x^3 - 6x^2 + x - 3 \leq 0$
- g) $\frac{2 - 3x}{2x^2 + 3x - 2} < 0$

46. Esboce o gráfico das funções:

- a) $f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{se } x \leq -1 \\ x^2, & \text{se } x > -1 \end{cases}$
- b) $f(x) = \begin{cases} x + 9, & \text{se } x < -3 \\ -2x, & \text{se } |x| \leq 3 \\ -6, & \text{se } x > 3 \end{cases}$
- c) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x^2 - 4x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$
- d) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3, & \text{se } x \geq 1 \\ x - 1, & \text{se } x < 1 \end{cases}$

47. Construir o gráfico das funções:

- a) $f(x) = |2 - 3x|$
- b) $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$
- c) $f(x) = |x + 2| - 1$
- d) $f(x) = |x^2 - 1| - 2$
- e) $f(x) = |x + 2| + x - 1$
- f) $f(x) = |2x + 1| + |x - 1|$
- g) $f(x) = |x + 1| + |x - 1| - 3$
- h) $f(x) = ||2x - 2| - 4|$
- i) $f(x) = \frac{|x|}{x}$, com $x \neq 0$

48. Classifique cada função como uma função potência, função polinomial (estabeleça seu grau), função racional ou função algébrica.

a) $g(x) = \frac{2x^3}{1-x^2}$

b) $u(t) = 1 - (1, 1)t + (2, 54)t^2$

c) $y = x^2(2 - x^3)$

d) $y = x^{1/4}$

e) $y = \frac{s}{1+s}$

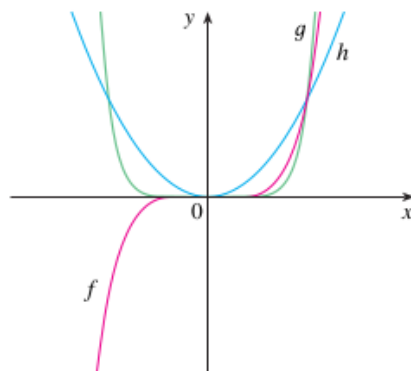
f) $y = \frac{\sqrt{x^3-1}}{1+\sqrt[3]{x}}$

49. Associe cada equação ao seu gráfico. Explique sua resposta.

a) $y = x^2$

b) $y = x^5$

c) $y = x^8$



50. O que todos os membros da família de funções $f(x) = c - x$ têm em comum?