

1 COMO NEGAR PROPOSIÇÕES

1.1 Negação da conjunção

A **negação** de $p \wedge q$ é a proposição $\sim p \vee \sim q$, pois

$$\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q \text{ (De Morgan).}$$

Exemplos:

1. $p : a \neq 0$ e $q : b \neq 0$

$$p \wedge q : a \neq 0 \wedge b \neq 0$$

$$\sim (p \wedge q) : a = 0 \vee b = 0$$

2. A **negação** da proposição “João é estudante e Maria é atriz” é a proposição:

João **não** é estudante **ou** Maria **não** é atriz,

pois se considerarmos as proposições:

p : “João é estudante”(cuja negação é $\sim p$: “João não é estudante”);

q : “Maria é atriz”(cuja negação é $\sim q$: “Maria não é atriz”).

Assim, temos que:

$p \wedge q$: “João é estudante e Maria é atriz” e a negação de $p \wedge q$ é a proposição:

$\sim p \vee \sim q$: “João não é estudante ou Maria não é atriz”.

3. A **negação** da proposição “Pedro não é dentista e Paulo é engenheiro” é a proposição:

Pedro é dentista **ou** Paulo **não** é engenheiro.

1.2 Negação da disjunção

A **negação** de $p \vee q$ é a proposição $\sim p \wedge \sim q$, pois

$$\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q \text{ (De Morgan).}$$

Exemplos:

1. Seja p a proposição “O triângulo ABC é isósceles” e q a proposição “O triângulo ABC é equilátero”. Temos:

$p \vee q$: O triângulo ABC é isósceles **ou** é equilátero

$\sim (p \vee q)$: O triângulo ABC **não** é isósceles **e não** é equilátero

2. A **negação** da proposição “João é estudante **ou** Maria é atriz” é a proposição:

João **não** é estudante **e** Maria **não** é atriz.

3. A **negação** da proposição “Pedro não é dentista **ou** Paulo é engenheiro” é a proposição:

Pedro é dentista **e** Paulo **não** é engenheiro.

1.3 Negação da condicional

A **negação** de $p \rightarrow q$ é a proposição $p \wedge \sim q$, pois

$$\sim (p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$$

Exemplos:

1. $p : 2 \in \mathbb{Z}$ e $q : 2 \in \mathbb{Q}$

$p \rightarrow q$: Se $2 \in \mathbb{Z}$ então $2 \in \mathbb{Q}$

$\sim (p \rightarrow q)$: $2 \in \mathbb{Z} \wedge 2 \notin \mathbb{Q}$

2. p : João é estudante e q : Maria é atriz

$p \rightarrow q$: Se João é estudante então Maria é atriz

$\sim (p \rightarrow q)$: João é estudante **e** Maria **não** é atriz.

3. A **negação** da proposição “Se está chovendo, então levo o guarda-chuva” é a proposição:

“Está chovendo **e não** levo o guarda-chuva”.

4. A **negação** da proposição “Se não estudo, então não aprendo” é a proposição:

“Não estudo **e** aprendo”.

1.4 Negação da bicondicional

A **negação** de $p \leftrightarrow q$ é a proposição $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$, pois

$$\sim (p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$$

Você pode chegar a este resultado desenvolvendo uma série de equivalências lógicas.

Exemplos:

1. $p : 5^2 = (-5)^2$ e $q : 5 = -5$

$$p \leftrightarrow q : 5^2 = (-5)^2 \text{ se, e somente se, } q : 5 = -5$$

$$\sim (p \leftrightarrow q) : (5^2 = (-5)^2 \text{ e } 5 \neq -5) \text{ ou } (5^2 \neq (-5)^2 \text{ e } 5 = -5)$$

2. $p : \text{João é estudante}$ e $q : \text{Maria é atriz}$

$$p \leftrightarrow q : \text{João é estudante se, e somente se, Maria é atriz}$$

$$\sim (p \leftrightarrow q) : \text{João é estudante e Maria não é atriz ou João não é estudante e Maria é atriz.}$$

1.5 Negação da Disjunção Exclusiva

A **negação** de $p \vee q$ é a proposição $(p \leftrightarrow q)$, pois

$$\sim (p \vee q) \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$$

Exemplos:

1. $p : 2 \text{ é par}$ e $q : 2 \text{ é ímpar}$

$$p \vee q : \text{Ou } 2 \text{ é par ou } 2 \text{ é ímpar}$$

$$\sim (p \vee q) : 2 \text{ é par se, e somente se, } 2 \text{ é ímpar}$$

2. A **negação** da proposição “**Ou** João é estudante **ou** Maria é atriz” é a proposição:

$$\text{João é estudante se, e somente se, Maria é atriz.}$$

Observação: Podemos perceber que, alternativamente, a negação de uma estrutura bicondicional é também a disjunção exclusiva.