



# **Aula 05 - Simplificação de Funções Através de Diagramas de Veitch-Karnaugh**

**Circuitos Digitais - CRT 0384**

Prof. Rennan Dantas

Ciência da Computação

**2020.1**

## Na Aula Anterior ...

- Simplificação de funções via manipulação algébrica;
- Formas canônicas de funções lógicas
  - Soma de Produtos
  - Produto de Somas
- Obtenção de formas canônicas via manipulação algébrica;
- Obtenção de formas canônicas via tabela da verdade

## **Nesta Aula**

- Mapas de Veitch-Karnaugh para 2,3,4 e 5 variáveis;
- Agrupamento de elementos;
- Processo sistemático de simplificação.

# Mapas de Veitch-Karnaugh

- Mapa-K;
- Forma sistemática para simplificação de funções lógicas;
- Entrada – função no formato SdP ou TV.

# Mapa- $K_{(2)}$

Região onde  
 $A = 0$

	$\bar{B}$	$B$
$A^-$		
$A$		

	$\bar{B}$	$B$
$A^-$		
$A$		

Região onde  
 $B = 0$

Região onde  
 $A = 1$

	$\bar{B}$	$B$
$A^-$		
$A$		

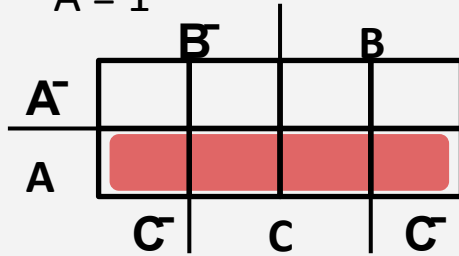
	$\bar{B}$	$B$
$A^-$		
$A$		

Região onde  
 $B = 1$

# Mapa-K<sub>(3)</sub>

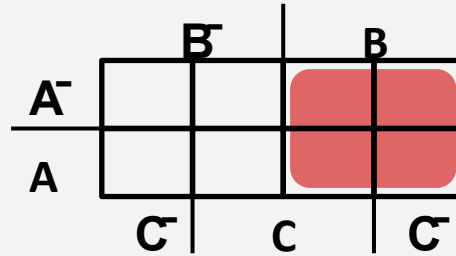
Região onde

$A = 1$



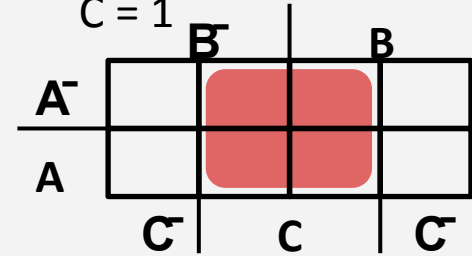
Região onde

$B = 1$



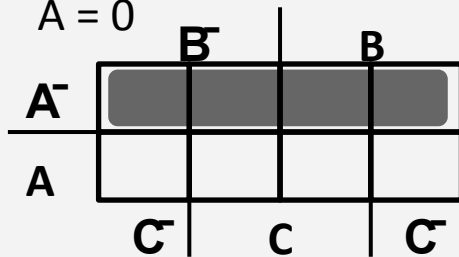
Região onde

$C = 1$



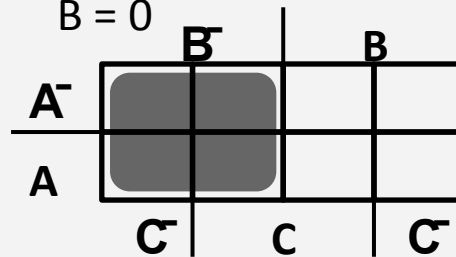
Região onde

$A = 0$



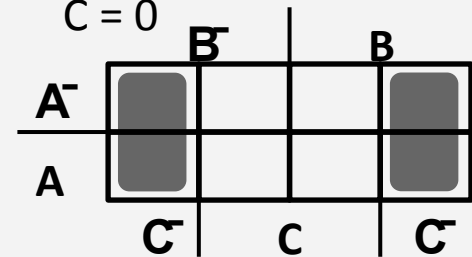
Região onde

$B = 0$



Região onde

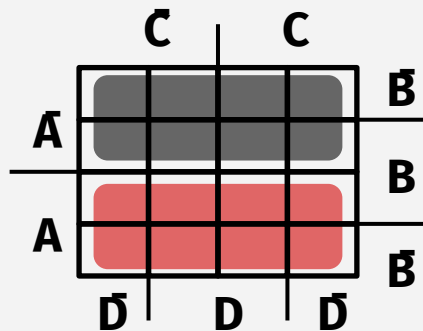
$C = 0$



# Mapa-K<sub>(4)</sub>

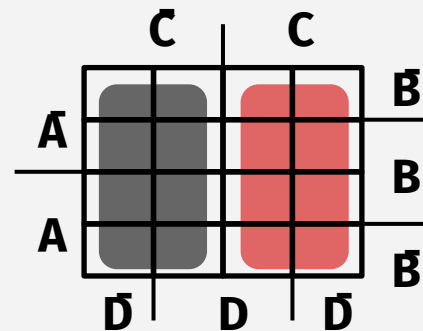
**A=1**

**A=0**



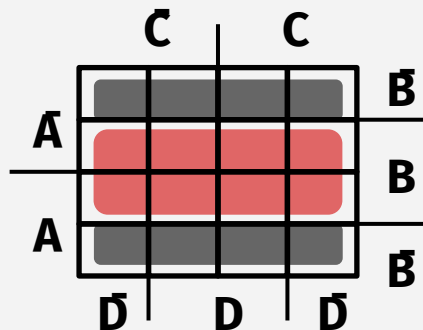
**C=1**

**C=0**



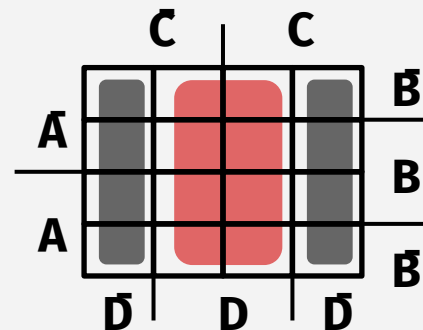
**B=1**

**B=0**



**D=1**

**D=0**



# Exemplo Mapa-K<sub>2</sub>

- $F(A,B) = A \cdot B + A \cdot \bar{B}$

A	B	$A \cdot B$	$A \cdot \bar{B}$	S
0	0	0	0	0
0	1	0	0	0
1	0	0	1	1
1	1	1	0	1



$A \cdot$   
 $B$   
 $A \cdot$   
 $B$

	$\bar{B}$	B
$A^-$		
A	1	1



A

- $F(A,B) = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$

- $F(A,B) = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$

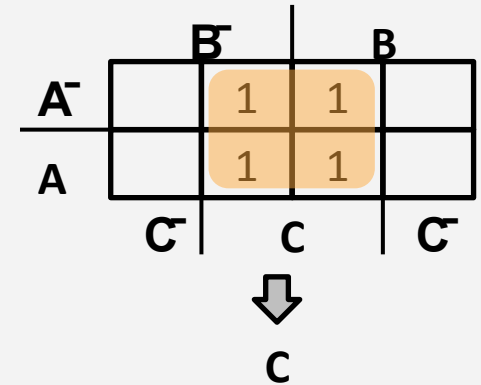


# Exemplo Mapa-K<sub>3</sub>

●  $F(A,B,C) = (\bar{A} \cdot C) + (A \cdot \bar{B} \cdot C) + (A \cdot B \cdot C)$

A	B	C	$\bar{A} \cdot C$	$A \cdot \bar{B} \cdot C$	$A \cdot B \cdot C$	S
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	1

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow \bar{A} \cdot B \\
 &\quad \cdot C \\
 &\Rightarrow \bar{A} \cdot B \\
 &\quad \cdot C \\
 &\Rightarrow A \cdot B \\
 &\quad \cdot C \\
 &\Rightarrow A \cdot B \cdot C
 \end{aligned}$$

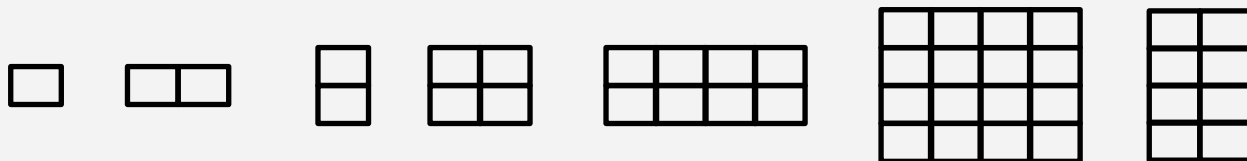


# Passos para Simplificação Usando Mapa-K

- Passo 1: Colocar a função na forma de SdP
- Passo 2: Desenhar o mapa-K apropriado para o  $n^o$  de variáveis;
- Passo 3: Mapear os termos da SdP que possuem saída “1” para o mapa-k
- Passo 4: Agrupar os “1”s do mapa de modo a utilizar todos eles;
- Passo 5: Para cada grupo, manter apenas as variáveis que não variam para nenhum dos “1”

# Agrupamento de Termos nos mapas-K

- Pegar o maior número de “1”s no mesmo grupo;

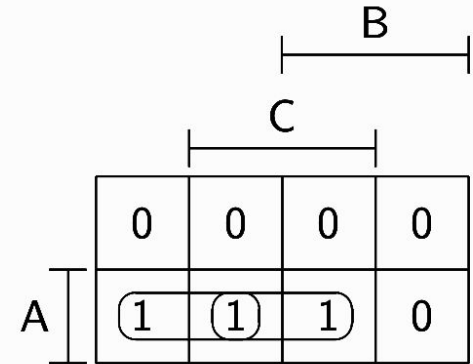


- Na realidade, agrupa-se, segundo a geometria acima visando juntar termos que possuem variáveis em comum.
- Note, no entanto, que os mapas-K se curvam sobre si mesmos. Desta forma é possível aplicar a mesma geometria considerando os mapas-K como espaços hiper curvos.

# Agrupamento de Termos nos mapas-K

- Exemplo - Três Variáveis

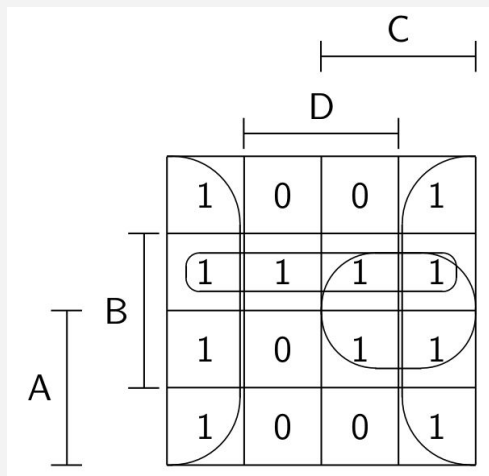
A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



$$\begin{aligned}f(A,B,C) &= A \cdot \overline{B} + A \cdot C \\&= A \cdot (\overline{B} + C)\end{aligned}$$

# Agrupamento de Termos nos mapas-K

- Exemplo - Quatro Variáveis



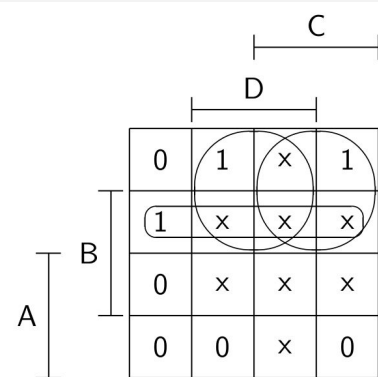
$$f(A, B, C, D) = \overline{D} + B \cdot C + \overline{A} \cdot B$$

A	B	C	D	f(A,B,C,D)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

# Agrupamento de Termos nos mapas-K

- Don't Care - X
  - Quando a saída pode assumir valores de 0 ou 1
  - Escolhe-se o valor que simplifique melhor a expressão

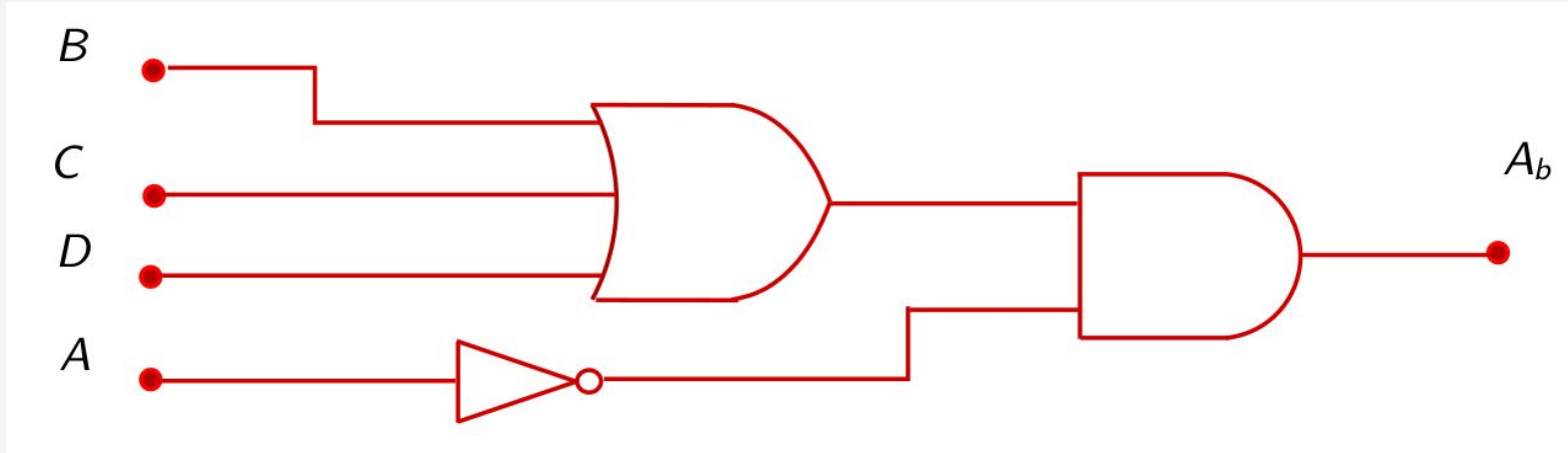
A	B	C	D	Ab
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	X
0	1	0	0	1
0	1	0	1	X
0	1	1	0	X
0	1	1	1	X
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	X
1	1	0	0	0
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X



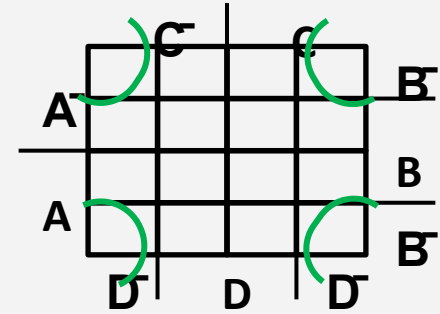
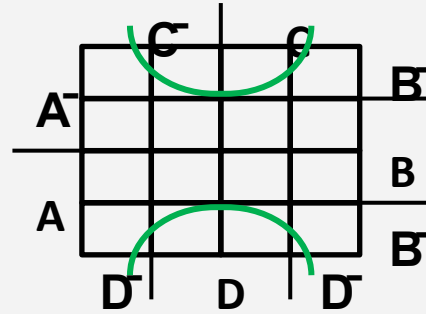
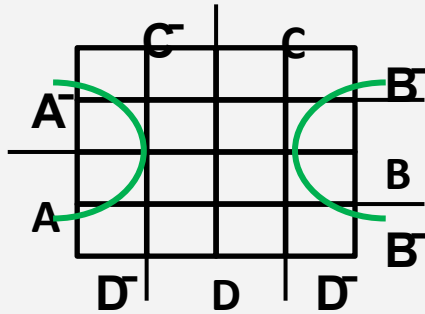
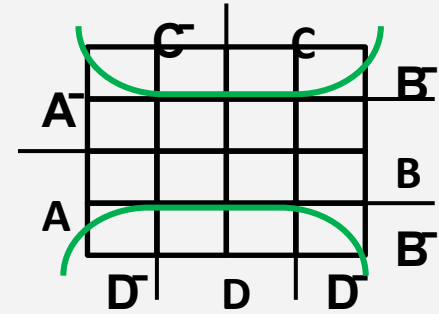
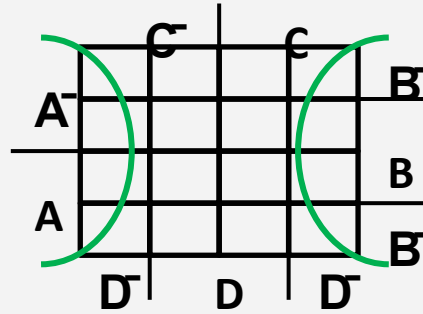
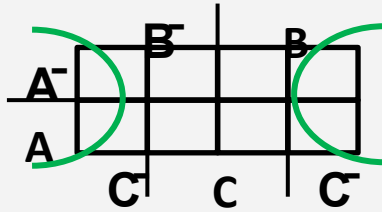
$$Ab = \overline{A} \cdot (B + C + D)$$

# Agrupamento de Termos nos mapas-K

- Don't Care - X
  - Representação do circuito:



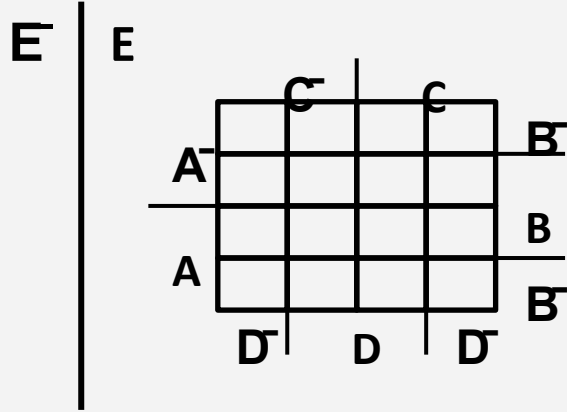
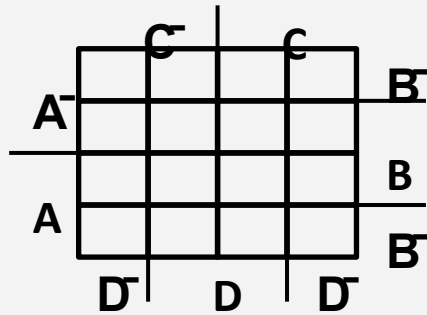
# Agrupamento de Termos nos mapas-K





# Mapa- $K_{(5)}$

- Mapa- $K_{(4)}$  “dobrado”



# Representação Alternativa

- Há uma forma alternativa para representação;
- Mais fácil de mapear a partir da tabela verdade;
- Não requer a forma em soma de produto.

A	B	C	$\bar{A} \cdot C$	$A \cdot \bar{B} \cdot C$	$A \cdot B \cdot \bar{C}$	S
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1	1

$\Rightarrow \bar{A} \cdot B$   
 $\cdot C$   
 $\Rightarrow \bar{A} \cdot B$   
 $\cdot C$   
 $\Rightarrow A \cdot B$   
 $\cdot C$   
 $\Rightarrow A \cdot B \cdot C$

		BC				
	A	00	01	10	11	
0			1	1		$\Rightarrow C$
1			1	1		

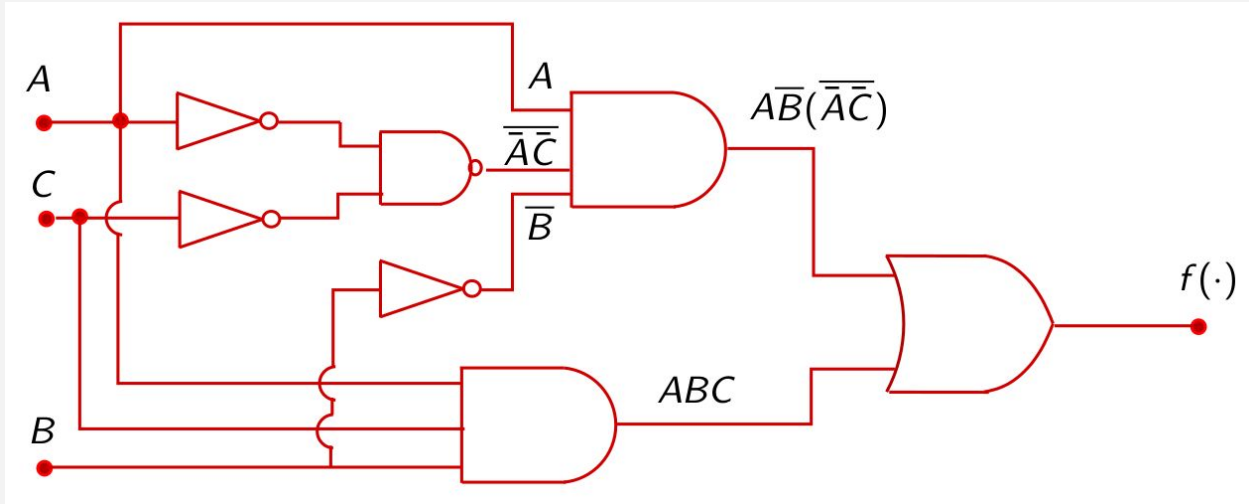
# Exercícios

- Representar a expressão lógica referente à tabela verdade a seguir e simplificar a expressão usando o mapa de Veitch-Karnaugh:

A	B	C	X
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

# Exercícios

- Usar a simplificação por mapa de Veitch-Karnaugh para os circuito digital a seguir:



# Ferramentas para Simplificação

- Ferramentas online

<http://electronics-course.com/karnaugh-map>

<http://www.32x8.com/>

<https://simulator.io/board>



# Aula 05 - Simplificação de Funções Através de Diagramas de Veitch-Karnaugh

**Circuitos Digitais - CRT 0384**

Prof. Rennan Dantas

Ciência da Computação

**2020.1**