7, f, $f(x) = \ln(x^2+x+1)$, $[-1, 1]$

$$f'(x) = \frac{1}{(x^2+x+1)} \cdot (2x+1) = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)}$$

$$\frac{2x+1}{(x^2+x+1)} = 0 \Rightarrow 2x+1=0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

O denominador pode ser igual a zero e a função não existir. então

$$x^2+x+1=0 \Rightarrow \Delta = 1-4 \Rightarrow \Delta = -3$$

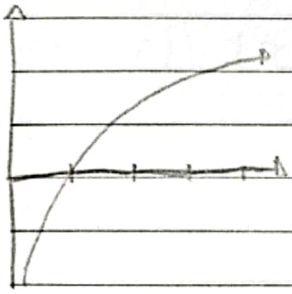
Não existe nenhum x que zere o denominador

$$f(-1) = \ln(1+(-1)+1) \Rightarrow f(-1) = \ln(1) = 0$$

$$f(1) = \ln(1+1+1) \Rightarrow f(1) = \ln(3)$$

$$f(-1/2) = \ln\left(\left(-\tfrac{1}{2}\right)^2 + \left(-\tfrac{1}{2}\right) + 1\right) \Rightarrow f(-1/2) = \ln\left(\tfrac{1}{4} - \tfrac{1}{2} + 1\right) =$$

$$f(-1/2) = \ln\left(\frac{1-2+4}{4}\right) \Rightarrow f(-1/2) = \ln\left(\frac{3}{4}\right)$$



$\ln\left(\frac{3}{4}\right)$ é o mínimo global

$\ln(3)$ = é o máximo global

15j - $f(x) = xe^{-x}$ 1° $D(f) = \mathbb{R}$

2° $f(0) = 0$ / $x \cdot e^{-x} = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $e^{-x} = 0$ ∄

3° $f'(x) = 1 \cdot e^{-x} + x \cdot -1 e^{-x} \Rightarrow f'(x) = e^{-x} - xe^{-x} \Rightarrow$

$$f'(x) = \frac{1}{e^x} - \frac{x}{e^x} = \frac{1-x}{e^x} \Rightarrow \frac{1-x}{e^x} = 0$$

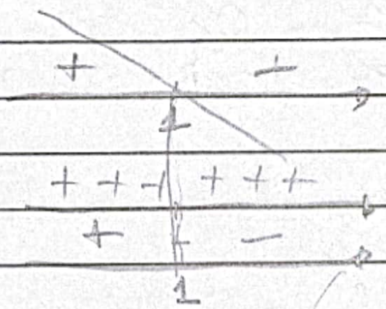
$1 - x = 0$

$-x = 0 - 1 \cdot (-1)$

$x = 1$

Não existe nenhum x em que e^x seja igual a zero.

4° $\frac{1-x}{e^x}$



$f'(x) > 0$ em $(-\infty, 1)$ o que implica que o f é crescente em $(-\infty, 1]$ e $f'(x) < 0$ e $(1, +\infty)$ o que implica que f é decrescente em $[1, +\infty)$

5° Em 1 $f'(x)$ muda de positivo para negativo, logo em $x = 1$ temos um máximo local

$$f(1) = \frac{1}{e}$$

6° $$f''(x) = \frac{-1 \cdot e^x - (1-x) \cdot e^x}{(e^x)^2} \Rightarrow \frac{-e^x - (e^x - xe^x)}{(e^x)^2} =$$

$$f''(x) = \frac{-e^x - e^x + xe^x}{e^{2x}} \Rightarrow f''(x) = \frac{e^x(-1 - 1 + x)}{e^{2x}} = \frac{-2+x}{e^x}$$

$-\quad 2 \quad +$

$+\quad +\quad +\quad +$

$-\quad 2 \quad +$

Estudando o sinal $f''(x)$ tem-se que $f''(x)<0$ em $(-\infty, 2)$ logo f tem a concavidade voltada para baixo. $f''(x)>0$ em $(2, +\infty)$ logo sua concavidade será voltada para cima.

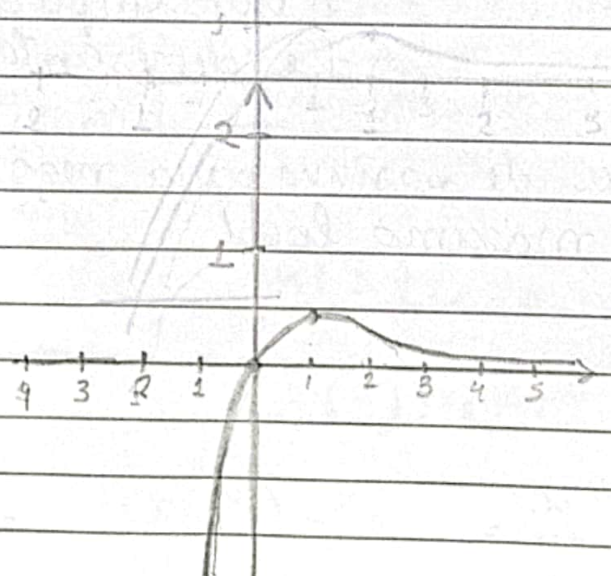
7° $\lim_{x\to 0^+} 0\cdot e^{-0} = 0$; não existem assintotas verticais

$\lim_{x\to +\infty} x\cdot e^{-x} \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{e^{x}} \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

assim: $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{e^{x}} = \frac{1}{\infty} = 0$;

$\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{\infty} = 0$;

8°



16 h, $\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{2x-4}-\frac{1}{x-2}\right) \Rightarrow \frac{1}{2\cdot 2-4}-\frac{1}{2-2}=\frac{1}{0}-\frac{1}{0}$

$=\lim_{x\to 2}\frac{f'(x)}{g'(x)} \Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2x-4}\right)-\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x-2}\right)$

$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2x-4}\right)=\frac{0\cdot(2x-4)-1\cdot 2}{(2x-4)^2}=\frac{-2}{(2x-4)^2}$

$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x-2}\right)=\frac{0\cdot(x-2)-1\cdot(1)}{(x-2)^2}=\frac{-1}{(x-2)^2}$

$\frac{-2}{(2x-4)^2}-\left(-\frac{1}{(x-2)^2}\right) \Rightarrow \frac{-2}{(2x-4)^2}+\frac{1}{(x-2)^2}=\frac{-2}{2(x-2)^2}+\frac{1}{(x-2)^2}$

$\frac{-\cancel{2}1}{2^2(x-2)^2}+\frac{1}{(x-2)^2}=-\frac{1}{2(x-2)^2}+\frac{2\times 1}{2\cdot(x-2)^2}=\frac{-1+2}{2(x-2)^2}=$

$f'(x)=\frac{1}{2(x-2)^2} \Rightarrow \lim_{x\to 2}\frac{1}{2(x-2)^2}=\frac{1}{2\cdot(2-2)^2}=\frac{1}{0}$

Não existe

i, $\lim_{x\to 0^+} x^{\frac{3}{4+\ln(x)}} \Rightarrow \lim_{x\to 0^+} x^{\frac{3}{4+\ln(x)}}=L \Rightarrow$

$\ln \lim_{x\to 0^+} x^{\frac{3}{4+\ln(x)}}=\ln L \Rightarrow \lim_{x\to 0^+} \ln x^{\frac{3}{4+\ln(x)}}=\ln L$

$\lim_{x\to 0^+}\frac{3}{4+\ln(x)}(\ln x)=\ln L \Rightarrow \lim_{x\to 0^+}\frac{3\ln(x)}{4+\ln(x)}=\ln L$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{f'(x)}{g'(x)} \Rightarrow \lim_{x \to 0^+} \frac{3 \cdot \frac{1}{x}}{0 + \frac{1}{x}} \Rightarrow \frac{3/x}{\frac{1}{x}} \Rightarrow \frac{3}{x} \cdot \frac{x}{1} = \frac{3x}{x}$$

$$* \Rightarrow \lim_{x \to 0^+} 3 = \ln L \Rightarrow L = e^3$$