Prova Parcial - Modulo I - 15/01/2021

MARLON GONÇALVES DUARTE - 493408

1. Em seus estudos a respeito de sistemas lineares você deve ter aprendido antes de solucioná-los, a importância deles dentro da álgebra linear e na resolução de problemas nas ciências exatas. A partir desse contexto explique o contexto de criação dos sistemas lineares, destacando a importância deles e explicando como as matrizes os ajudam na visualização e na sua resolução de problemas. As equações lineares surgiram na busca por solucionar problemas com equações que se correlacionam e tem raízes mais firmes no oriente, quando os chineses, amantes dos diagramas, representavam sistemas lineares por meio de coeficientes escritos com barras de bambu.

Os determinantes sempre dominaram essa parte da matemática, até que as matrizes surgiram para facilitar a manipulação e compreensão destes cálculos. O termo "matriz" foi, provavelmente, dado por James Sylvester, em 1850. E tem relação com o sentido coloquial da palavra:

matriz: local onde algo se gera ou cria.

Na computação, as matrizes são fundamentais para a distribuição de valores, bem como sua manipulação. Por exemplo, na edição de imagens, que são sempre vistas na computação como uma matriz.

2. Resolva o sistema abaixo utilizando a forma escalonada da matriz ampliada.

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 11 \\ 4x - 3y + 2z = 0 \\ x + y + z = 6 \\ 3x + y + z = 4 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 3 & 11 \\ 4 & -3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \end{array}\right] \quad L_1 \to L_1 - L_3 \quad \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 2 & 5 \\ 4 & -3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \end{array}\right] \quad L_2 \to L_2 - 4L_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 & 5 \\ 0 & -7 & -2 & -24 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad L_3 \to L_3 - L_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 & 5 \\ 0 & -7 & -2 & -24 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad L_4 \to L_4 - (3L_1)$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 2 & 5 \\ 0 & -7 & -2 & -24 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 7 & -5 & -11 \end{array}\right] \quad L_2 \to (L_2 + 2L_3) \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 4 & 22 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 7 & -5 & -11 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} L_1 \to L_1 + 2L_2 \\ L_3 \to L_3 - 3L_2 \\ L_4 \to L_4 - 7L_2 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 10 & 49 \\ 0 & 1 & 4 & 22 \\ 0 & 0 & -13 & -65 \\ 0 & 0 & -33 & -165 \end{bmatrix} \quad L_3 \to L_3 \cdot \left(-\frac{1}{13}\right) \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 10 & 49 \\ 0 & 1 & 4 & 22 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & -33 & -165 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} L_1 \to L_1 - L_3 \cdot 10 \\ L_2 \to L_2 - L_3 \cdot 4 \\ L_4 \to L_4 - L_3 \cdot (-33) \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

$x = -1;\ y = 2;\ z = 5$

3 - Determine o valor de K, para que o sistema admita solução real.

$$\begin{cases} -4x + 3y = 2 \\ 5x - 4y = 0 \\ 2x - y = k \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 3 & 2 \\ 5 & -4 & 0 \\ 2 & -1 & K \end{bmatrix} L_1 \to L_1 \cdot \left(-\tfrac{1}{4}\right) \begin{bmatrix} 1 & -3/4 & -1/2 \\ 5 & -4 & 0 \\ 2 & -1 & K \end{bmatrix} \begin{matrix} L_2 \to L_2 - L_1 \cdot 5 \\ L_3 \to L_3 - L_1 \cdot 2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3/4 & -1/2 \\ 0 & -1/4 & 5/2 \\ 0 & 1/2 & K+1 \end{bmatrix} L_2 \to L_2 \cdot (-4) \begin{bmatrix} 1 & -3/4 & -1/2 \\ 0 & 1 & -10 \\ 0 & 1/2 & K+1 \end{bmatrix} \begin{matrix} L_1 \to L_1 + L_2 \cdot (3/4) \\ L_3 \to L_3 - L_2 \cdot (1/2) \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & -10 \\ 0 & 0 & K+6 \end{bmatrix}$$

$x = -8$
$y = -10$

$2 \cdot (-8) + 10 = K + 6 \Rightarrow -16 + 10 - 6 = K$
$-6 - 6 = K$
$-12 = K$

Então, se fizermos $0 \cdot (-8) - 0 \cdot (-10) = k + 6$, ficaremos com: $0 = K + 6 \Rightarrow \underline{\underline{K = -6}}$

4, a,
$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & K \\ 3 & 1 & -K & 9 \end{array}\right] \begin{array}{l} L_2 \to L_2 - (L_1 \cdot (2)) \\ L_3 \to L_3 - (L_1 \cdot (3)) \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & K-6 \\ 0 & 4 & -K-6 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{l} L_1 \to L_1 + L_2 \\ L_3 \to L_3 - (L_2 \cdot 4) \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & K-3 \\ 0 & 1 & -3 & K-6 \\ 0 & 0 & -K+6 & -4k+24 \end{array}\right] L_3 \to L_3 \cdot \left(\frac{1}{-K+6}\right) \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & K-3 \\ 0 & 1 & -3 & K-6 \\ 0 & 0 & 1 & {}^{*}\,4 \end{array}\right]$$

$$-K+6 \neq 0$$
$$-K \neq -6$$

$$\begin{array}{l} L_1 \to L_1 + L_3 \cdot \\ L_2 \to L_2 - L_3 \cdot (-3) \end{array} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & K+1 \\ 0 & 1 & 0 & K+6 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right]$$

$$* \; \frac{-4K+24}{-K+6}$$
$$\frac{4\cancel{(-K+6)}}{\cancel{-K+6}} = 4$$

Não, pois o K admite qualquer valor real.

b, Para cada valor de K na equação o sistema apresentará solução única.

c, Não, pois minha resolução apresentou valor para $z = 4$.

d,

$$K=2 \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{matrix}$$

$-6 + 1 + 4 = -1$

$2 + (-3) + 4 = 3$

$3 - (-1) = \underline{4}$

$$K=2 \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$-1 \cdot C_{12} + (-1 \cdot C_{22}) + 1 \cdot C_{32}$

$\underline{C_{12}} = (-1)^3 \cdot D_{12} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -4 - 3 = \underline{-7}$

-1

$3 \quad -4$

$C_{12} = -1 \cdot (-7) = \underline{7}$

$C_{22} = (-1)^4 \cdot D_{22} \Rightarrow D_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} \Rightarrow -2 - 6 = \underline{-8}$

-2

6

$C_{32} = (-1)^5 \cdot D_{32} = -1 \cdot D_{32} \Rightarrow -D_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 4 = -3$

$4 \quad 1$

$D_{32} = -(-3)$

$D_{32} = \underline{3}$

$-1 \cdot (7) + (-1 \cdot (-8)) + 3 \Rightarrow$

$-7 + 8 + 3 = \underline{4}$

e) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ 1° _ Achar o Determinante

$\underline{D = 4}$

2° Matriz dos cofatores

$1\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = 1$ $\quad -1\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = -7$ $\quad 2\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = 5$ $\quad 2\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = 0$

$-1\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = -8$ $\quad 1\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = 4$ $\quad 3\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = 1$ $\quad 1\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = -3$ $\quad -2\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = 1$

$COF \begin{bmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 0 & -8 & -4 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ 3° $COF^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 7 & -8 & 3 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

4° $\begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 1/4 \\ 7/4 & 2 & 3/4 \\ 5/4 & 3/4 & 1/4 \end{bmatrix}$ Essa é a matriz inversa