UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS DE CRATEÚS
DISCIPLINAS: CÁLCULO FUNDAMENTAL I/ CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
PROFESSOR: LAISE LIMA DE CARVALHO SOUSA

Lista II - Derivada

1. Uma curva tem por equação $y = f(x)$:

    a) Escreva uma expressão para a inclinação da reta secante que passa pelos pontos $P(3, f(3))$ e $Q(x, f(x))$;

    b) Escreva uma expressão para a inclinação da reta tangente em P.

2. Usando a definição, calcule $f'(x_1)$:

    a) $f(x) = x^2 + 2x + 5$; $x_1 = 1$;

    b) $f(x) = cos(x)$; $x_1 = \dfrac{\pi}{4}$

    c) $f(x) = |x|$; $x_1 = 0$

    d) $f(x) = \sqrt{x}$; $x_1 = 1$

    e) $f(x) = x|x|$; $x_1 = 0$

    f) $f(x) = \sqrt[5]{x}$; $x_1 = 0$

3. Usando a definição, determine a derivada das seguintes funções:

    a) $f(x) = 1 - 4x^2$

    b) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x-1}}$

    c) $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$

    d) $f(x) = \dfrac{1-x}{x+3}$

    e) $f(x) = \sqrt[3]{x+3}$

4. Encontre a inclinação da reta tangente á parábola $y = 4x - x^2$ no ponto $(1, 3)$ usando a definição.

5. Dadas as funções $f(x) = 5 - 2x$ e $g(x) = 3x^2 - 1$, determine:

    a) $f'(1) + g'(1)$

    b) $2f'(0) - g'(-2)$

    c) $f(2) - f'(2)$

    d) $[g'(0)]^2 + \dfrac{1}{2}g'(0) + g(0)$

    e) $f\left(\dfrac{5}{2}\right) - \dfrac{f'(5/2)}{g'(5/2)}$

6. Dada a função $f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$, verificar se existe $f'(0)$. Justifique sua resposta. Esboçar o gráfico da função.

7. Dada a função $f(x) = \dfrac{1}{2x-6}$, verifique se existe $f'(3)$. Justifique sua resposta. Esboce o gráfico da função.

8. Dada a função $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$, determine os intervalos em que:

    a) $f'(x) > 0$

    b) $f'(x) < 0$

9. Esboce o gráfico da função e calcule as derivadas laterais nos pontos onde a função não é derivável.

    a) $f(x) = 2|x - 3|$

    b) $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2. & |x| > 1 \\ 0, & |x| \leq 1 \end{cases}$

    c) $f(x) = \begin{cases} 2 - x^2. & x < -2 \\ -2, & |x| \leq 2 \\ 2x - 6. & x > 2 \end{cases}$

10. Seja $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1. & |x| \leq 1 \\ 1 - x^2, & |x| > 1 \end{cases}$:

    a) Verifique se f é contínua nos pontos -1 e 1;

    b) Calcule $f'_-(1)$, $f'_+(1)$, $f'_-(-1)$ e $f'_+(-1)$;

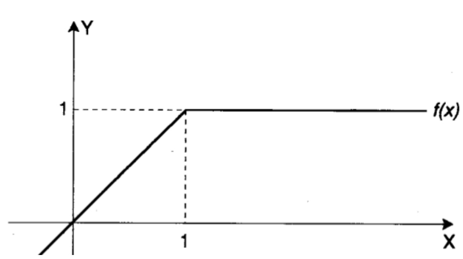
    c) A função é derivável em $x = 1$ e $x = -1$? Justifique sua resposta.

    d) Esboce o gráfico da função.

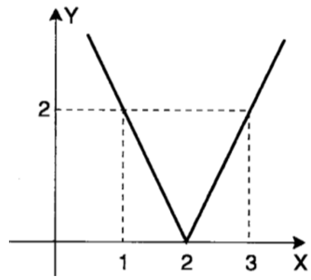
    e) Calcule $f'(x)$, obtenha seu domínio e esboce seu gráfico.

11. Encontre as derivadas laterais das seguintes funções nos pontos indicados. Encontre os intervalos onde $f'(x) > 0$ e $f'(x) < 0$.

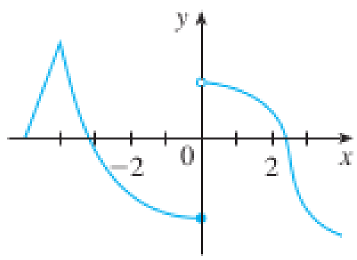
    a) $x_1 = 1$



    b) $x_1 = 2$



12. O gráfico de f é dado. Indique os pontos nos quais f não é diferenciável. Justifique.



13. Se $f(x) = \sqrt{3-5x}$. Determine o domínio de f e f'.

14. Encontre a derivada das funções dadas:

a) $f(x) = (2x+1)(3x^2+6)$

b) $f(x) = 14 - \dfrac{1}{2}x^{-3}$

c) $f(x) = \dfrac{2}{3}(5x-3)^{-1}(5x+3)$

d) $f(s) = (s^2-1)(3s-1)(5s^3+2s)$

e) $f(t) = \dfrac{3t^2+5t-1}{t-1}$

f) $f(x) = \dfrac{x+1}{x+2}(3x^2+6x)$

g) $f(t) = \dfrac{(t-a)^2}{t-b}$

h) $f(t) = \dfrac{1}{2}x^4 + \dfrac{2}{x^6}$

i) $f(x) = x^3e^x$

j) $f(x) = x^4a^{2x}$

k) $f(x) = sen^7(x)cos^3(x)$

l) $f(x) = asen(x) + bcos(x)$, a e $b \in \mathbb{R}$

m) $f(x) = \dfrac{cos(x)}{xe^x}$

n) $f(x) = sec(x) - tg(x)$

o) $f(x) = \left(\dfrac{e^x}{tg(x)}\right)^2$

p) $f(t) = \sqrt{\dfrac{2t+1}{t-1}}$

q) $f(x) = 2^{3x^2+6x}$

r) $f(t) = (7t^2 + 6t)^7(3t-1)^4$

s) $f(t) = e^{t/2}(t^2 + 5t)$

t) $f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{3x-1}}$

u) $f(t) = (2t+1)^{t^2-1},\ (2t+1) > 0$

v) $f(x) = (sen(x))^{x^2},\ sen(x) > 0$

w) $f(x) = (e^x)^{tg(3x)}$

x) $f(x) = arc\ cos\left(\dfrac{\sqrt{x}}{e^x}\right)$

15. Calcule o valor da derivada da função $f(x) = cos^3(x) + sen^3(x)$ no ponto $x_1 = \dfrac{\pi}{2}$.

16. Calcule o valor da derivada da função $f(x) = \dfrac{1}{x^2} + e^{-x} + sec^2(x)$ quando $x_1 = \dfrac{\pi}{4}$.

17. Seja $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1, x \geq 2$. Determine o valor de $df^{-1}(x)/dx$ no ponto $x = -1 = f(3)$.

18. Calcule a derivada das funções dadas:

a) $f(x) = \log_2(2x+4)$

b) $f(x) = \ln\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}\right)$

c) $f(x) = \dfrac{1}{2}(a+bx)^{ln(a+bx)}$

d) $f(x) = 3tg(2x+1) + \sqrt{x}$

e) $f(t) = t\ arc\ cos(3t)$

f) $f(x) = arc\ sec\sqrt{x}$

g) $f(x) = \dfrac{\ln(senh(x))}{x}$

h) $f(x) = \left[coseh\dfrac{3x+1}{x}\right]^3$

i) $f(\theta) = -cosec^2(\theta^3)$

j) $f(u) = (utg(u))^2$

k) $f(x) = (arc\ sen(x))^2$

l) $f(t) = arc\ cos(sen(t))$

m) $f(t) = t^2\ arc\ cosec(2t+3)$

n) $f(t) = [cotgh(t+1)^2]^{1/2}$

o) $f(x) = \dfrac{7x^2}{2\sqrt[5]{3x+1}} + \sqrt{3x+1}$

p) $f(t) = \dfrac{e^{-t^2}+1}{t}$

q) $f(x) = sech(\ln(x))$

r) $f(t) = \ln[cosh(t^2-1)]$

s) $f(x) = \log_2(3x - cos(2x))$

t) $f(x) = sen^2(x/2)cos^2(x/2)$

u) $f(t) = tgh(4t^2 - 3)^2$

v) $f(x) = \sqrt[3]{x\sqrt{x}}$

w) $f(x) = \sqrt{a + b\sqrt{x}}$, a e $b \in \mathbb{R}$

x) $f(x) = \ln\left(\dfrac{arc\ sen(x)}{arc\ cos(x)}\right)$

y) $f(x) = \ln\left(\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}\right)$

z) $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x}}{arc\ sen(x)}$

19. Obtenha a equação da reta tangente à curva $y = x\sqrt{x+1}$ no ponto de abcissa 3.

20. Obtenha o ponto em que a reta tangente à curva $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x-1}}$ é paralela ao eixo dos x.

21. Calcule o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = e^{x^2+5x}$ no ponto de abcissa -1.

22. Dada a função $f(x) = e^{-x}$, calcular $f(0) + xf'(0)$.

23. Dado $f(x) = 1 + cos(x)$, mostrar que $f(x)$ é par e $f'(x)$ é ímpar.

24. Mostrar que a função $y = xe^{-x}$ satisfaz a equação $xy' = (1-x)y$.

25. Encontre a reta tangente à curva $y = x^3 - 1$ que seja perpendicular a reta $y = -x$.

26. Encontre a equação da reta normal à curva $y = (3x^2 - 4x)^2$ no ponto de abcissa 2.

27. A posição de uma partícula que se move no eixo dos x depende do tempo de acordo com a equação $x = 3t^2 - t^3$, em que x vem expresso em metros e t em segundos:

    a) Qual é o seu deslocamento depois dos primeiros 4 segundos?

    b) Qual é a velocidade da partícula ao terminar cada um dos 4 primeiros segundos?

    c) Qual a aceleração da partícula em cada um dos 4 primeiros segundos?

28. Uma partícula se move em linha reta, de modo que sua posição no instante t é dada por $f(t) = 16t + t^2$, $0 \leq t \leq 8$, onde o tempo é dado em segundos e a distância em metros:

    a) Achar a velocidade média durante o intervalo de tempo $[b, b+h]$, $0 \leq b < 8$;

    b) Achar a velocidade média durante os intervalos $[3; 3,1]$ e $[3; 3,01]$;

    c) Determinar a velocidade do corpo em um instante t qualquer;

    d) Achar a velocidade do corpo no instante $t = 3$;

    e) Determinar a aceleração no instante t.

29. Calcule as derivadas sucessivas até a ordem n indicada:

    a) $y = 3x^4 - 2x$; $n = 5$

    b) $y = \sqrt{3 - x^2}$; $n = 2$

c) $y = \dfrac{1}{x-1}$; $n = 4$

d) $y = e^{2x+1}$; $n = 3$

e) $y = -2cos(x/2)$; $n = 5$

f) $y = tg(x)$; $n = 3$

30. Achar a derivada de ordem 100 da função $y = sen(x)$.

31. Sejam $f(x)$ e $g(x)$ funções deriváveis até 2º ordem. Mostre que $(fg)'' = gf'' + 2f'g' + fg''$.

32. A função $y = Asen(kx)$, com $A > 0$, e sua derivada segunda y'' satisfazem identicamente a igualdade $y'' + 4y = 0$. O valor da derivada primeira y', para $x = 0$, é 12. Calcule as constantes A e k.

33. Determine a derivada de ordem n das funções:

a) $f(x) = e^{-x}$

b) $f(x) = x^4 + 5x^2 + 1$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

34. Calcular $y' = \dfrac{dy}{dx}$ das seguintes funções definidas implicitamente:

a) $x^3 + y^3 = a^3$

b) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$

c) $acos^2(x+y) = b$

d) $e^y = x + y$

e) $tg(y) = xy$

f) $y^2 = x^2 + sen(xy)$

g) $y^2 = \dfrac{x-1}{x+1}$

h) $e^{2x} = sen(x + 3y)$

35. Verifique se o ponto dado faz parte da curva e encontre as equações das retas tangente e normal à curva no ponto dado:

$$6x^2 + 3xy + 2y^2 + 17y - 6 = 0; \ (-1, 0)$$

36. Encontre dois pontos onde a curva $x^2 + xy + y^2 = 7$ cruza com o eixo x e mostre que as tangentes à curva nesses pontos são paralelas.

37. Mostre que as curvas cujas equações são $2x^2 + 3y^2 = 5$ e $y^2 = x^3$ interceptam-se no ponto $(1, 1)$ e que suas tangentes nesse ponto são perpendiculares.

38. Encontre $(f^{-1}(c))'$:

a) $f(x) = 3x^5 + 2x^3$, $c = 5$

b) $f(x) = \dfrac{1}{2}cos^2(x)$, $0 \leq x \leq \dfrac{\pi}{2}$, $c = \dfrac{1}{4}$