UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS DE CRATEÚS

CURSOS: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO E SISTEMAS DE INFORMAÇÃO

DISCIPLINA: MATEMÁTICA DISCRETA

PROFESSORA: LÍLIAN DE OLIVEIRA CARNEIRO

ALUNO(A):____

LISTA DE EXERCÍCIOS

1. Identifique o erro na demonstração da conjectura abaixo.

   Conjectura: A soma de quaisquer dois inteiros pares é igual a $4k$ para algum inteiro k.

   Prova: Suponha que m e n são dois inteiros pares quaisquer. Pela definição de par $m = 2k$ para algum inteiro k e $n = 2k$ para algum inteiro k. Por substituição, $m+n = 2k+2k = 4k$, o que devia ser provado.

2. Demonstre ou contrarie a conjectura do item anterior.

3. Usando uma demonstração direta, mostre que:

   (a) O quadrado de um número par é um número par.

   (b) O inverso aditivo de um número par é um número par.

   (c) O produto de dois números ímpares é ímpar.

   (d) Todo número inteiro ímpar é a diferença de dois quadrados.

4. Usando uma demonstração por contraposição, mostre que:

   (a) Se $x+y \geq 2$, então $x \geq 1$ ou $y \geq 1$.

   (b) Se x^2+x+1 é par, então x é ímpar.

5. Usando uma demonstração por contradição, mostre que:

   (a) Se x é positivo, então $x+1$ também é positivo.

   (b) A soma de dois inteiros pares é par.

   (c) $1+3\sqrt{2}$ é irracional.

   (d) Se x é irracional, então $1/x$ é irracional.

6. Demonstre ou contrarie que o produto de dois números irracionais é irracional.

7. Demonstre que se m e n são números inteiros e mn é par, então m é par ou n é par.

8. Mostre que se n é um número inteiro e n^3+5 é ímpar, então n é par, usando:

   (a) uma demonstração por contraposição.

   (b) uma demonstração por contradição.

9. Mostre que se n é um número inteiro e $3n+2$ é par, então n é par, usando:

   (a) uma demonstração por contraposição.

   (b) uma demonstração por contradição.

10. Prove que se $a|b$ e $a|c$, então $a|(b+c)$.

    Definição. Sejam a e b números inteiros, com $a \neq 0$. Dizemos que $a|b$ (**a divide b**) se existe $c \in \mathbb{Z}$ tal que $b = ac$.

11. Demonstre que se $n \in \mathbb{Z}_+^*$, então n é ímpar se, e somente se, $5n+6$ é ímpar.

12. Demonstre que $m^2 = n^2$ se, e somente se, $m = n$ ou $m = -n$.

13. Mostre que as proposições sobre o número inteiro x são equivalentes:

    (i) $3x+2$ é par;

    (ii) $x+5$ é ímpar;

    (iii) x^2 é par.

14. Demonstre que $n^2+1 \geq 2^n$ quando n é um inteiro positivo com $1 \leq n \leq 4$.

15. Demonstre que se x e y são números reais, então $\max(x,y)+\min(x,y) = x+y$. [*Dica:* Use uma demonstração por casos: $x \geq y$ e $x < y$].

16. Mostre que se a, b e c são números reais e $a \neq 0$, então há uma única solução para a equação $ax+b = c$.