Tarefa - Teoria dos números

MARLON DUARTE - 493408

1. a e $a+1 \in \mathbb{Z}_+ \rightarrow$ são primos entre si.

Prova: ⇒ Se a e $a+1$ são primos entre si, então o $mdc(a, a+1) = 1$. Como o $mdc(a, a+1) = 1$, pelo Teorema de Bèzout, existem inteiros x e y tais que $ax + (a+1)y = 1$.

⇐ Suponha que existem inteiros x e y tais que $ax + (a+1)y = 1$. Seja $d = mdc(a, a+1)$, então $d|a$ e $d|a+1$. $d|a$ implica dizer que $d|ax$ e $d|a+1$ implica que $d|(a+1)y$ com x e y inteiros. Então, podemos dizer que $d | ax + (a+1)y$.

Se $ax + (a+1)y = 1$ então $d|1$, o $mdc(a, a+1) = 1$

Prova 2: Suponha por absurdo que a e $a+1 \in \mathbb{Z}$ e não sejam primos entre si. Assim a e $a+1$ tem um divisor comum $x \neq 1$. Suponhamos também que K_1 e $K_2 \in \mathbb{Z}$. Assim:

$$a = K_1 \cdot x \rightarrow a+1 = K_2 x \Rightarrow K_1 x + 1 = K_2 x \Rightarrow$$

$$1 = K_2 x - K_1 x \Rightarrow 1 = (K_2 - K_1) \cdot x$$

Ou seja, $x|1$. Mas isso é um absurdo, pois supomos de início que $x \neq 1$.

2 – $\frac{4933}{n} = x \% 37$ e $\frac{4435}{n} = x \% 19$

$4933 - 37 = 4896$ | $4435 - 19 = 4416$

	1	1	9	5	
4896	4416	480	96		
480	96	0			

↳ mdc (4896, 4416)

$\frac{4933}{96} = 51 \% 37 \Rightarrow \frac{4435}{96} = 46 \% 19$

$\underline{\underline{n = 96}}$

3 – $K \equiv 1 \pmod 4$. $6K + 5 \equiv 3 \pmod 4$

Possíveis valores de K.

(mod 4) $\bar{1} = \{\ldots, -7, -3, 1, 5, 9, 13, \ldots\}$. Assim:

$k = 4q + 1$. Se sei o valor de K, posso substituí-lo na expressão:

$6 \cdot (4q + 1) + 5 \Rightarrow \underline{\underline{24k + 11}}$

$24k + 11$ pode ser escrito como $K \equiv 11 \pmod{24}$ quando podemos analisar a classe de congruência de 11 no módulo 24.

$\bar{11} = \{\ldots, -37, -13, 11, 35, 59, \ldots\}$

Perceba que usando os valores da classe de congruência de 1 módulo 4, aplicados a fórmula $6k + 5$ obteremos o $\overline{11}$ (mod 24).

Os valores são todos valores que pertencem à classe de congruência 3 módulo 4.

(mod 4) $\overline{3} = \{\ldots, -9, -5, -1, 3, 7, 11, 15, 19, \ldots 35, \ldots, 59, \ldots\}$