UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS DE CRATEÚS
CURSOS: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO E SISTEMAS DE INFORMAÇÃO
DISCIPLINA: MATEMÁTICA BÁSICA
PROFESSORA: LÍLIAN DE OLIVEIRA CARNEIRO
ALUNO(A):____

LISTA DE EXERCÍCIOS

1. Mostre que as seguintes proposições são **tautológicas**:

   (a) $(p \to p) \vee (p \to \sim p)$

   (b) $(p \leftrightarrow p \wedge \sim p) \leftrightarrow \sim p$

   (c) $\sim (p \wedge \sim p) \vee (q \to \sim q)$

   (d) $\sim p \leftrightarrow p \downarrow p$

   (e) $p \vee q \leftrightarrow (p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q)$

2. Mostre que $p \leftrightarrow \sim q$ não implica $p \to q$.

3. Mostre que $(x = y \vee x < 4) \wedge x \not< 4 \Rightarrow x = y$.

4. Demonstre que o conectivo $\underline{\vee}$ ("ou" **exclusivo**) exprime-se em função dos três conectivos $\sim, \wedge$ e $\vee$ do seguinte modo:

$$p \underline{\vee} q \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$$

5. Mostre que $\sim (\sim p \to \sim q)$ e $\sim p \wedge q$ são equivalentes desenvolvendo uma série de equivalências lógicas.

6. Mostre que $\sim (p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ e $\sim p$ são equivalentes desenvolvendo uma série de equivalências lógicas.

7. Mostre que $(p \to q) \wedge (p \to \sim q)$ e $\sim p$ são equivalentes desenvolvendo uma série de equivalências lógicas.

8. Mostre que $(p \to q) \vee (p \to r)$ e $p \to q \vee r$ são equivalentes desenvolvendo uma série de equivalências lógicas.

9. Mostre que $p \wedge q \rightarrow p$ é uma tautologia desenvolvendo uma série de equivalências lógicas.

10. Determine:

    (a) A contrapositiva da contrapositiva de $p \rightarrow q$.

    (b) A contrapositiva da recíproca de $p \rightarrow q$.

    (c) A contrapositiva da contrária de $p \rightarrow q$.

    (d) A recíproca da contrária de $p \rightarrow q$.

    (e) A contrária da recíproca de $p \rightarrow q$.

11. Seja $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais. Determine o valor lógico (V ou F) de cada uma das proposições abaixo. Para as proposições com valor lógico V, justifique a sua resposta e para as proposições com valor lógico F, dê um contra-exemplo.

    (a) $(\forall x \in \mathbb{R})(|x| = x)$

    (b) $(\exists x \in \mathbb{R})(|x| = 0)$

    (c) $(\forall x \in \mathbb{R})(x + 1 > x)$

    (d) $(\exists x \in \mathbb{R})(x^2 = x)$

    (e) $(\exists x \in \mathbb{R})(x + 2 = x)$

    (f) $(\forall x \in \mathbb{R})(x^2 = x)$

12. Negue as proposições do exercício anterior.