UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS DE CRATEÚS
DISCIPLINA: CÁLCULO FUNDAMENTAL I/ CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
ALUNO:____

LISTA DE EXERCÍCIOS - Aplicações de Derivada e Integral

1. Em cada um dos seguintes casos, verifique se o teorema do valor médio para derivadas se aplica. Em caso afirmativo, achar um número c em (a, b), que satisfaz o teorema.

    a) $f(x) = \dfrac{1}{x}$; $a = 2$; $b = 3$

    b) $f(x) = \dfrac{1}{x}$; $a = -1$; $b = 3$

    c) $f(x) = tg(x)$; $a = 0$; $b = \pi/4$

    d) $f(x) = tg(x)$; $a = \pi/4$; $b = 3\pi/4$

    e) $f(x) = \sqrt[3]{x}$; $a = -1$; $b = 1$

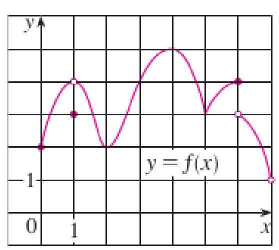
    f) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$; $a = -1$, $b = 0$

2. Seja $f(x) = -x^4 + 8x^2 + 9$. Mostre que f satisfaz as condições do teorema de Rolle no intervalo $[-3, 3]$ e determine os valores de $c \in (-3, 3)$ que satisfaz o teorema.

3. Seja $f(x) = 1 - x^{2/3}$. Mostre que $f(-1) = f(1)$, mas não existe um número c em $(-1, 1)$ tal que $f'(c) = 0$. Por que isso não contradiz o teorema de Rolle?

4. Explique a diferença entre mínimo local e mínimo absoluto

5. Use o gráfico para dizer quais os valores máximos e mínimos locais e absolutos da função.



6. Determine os pontos críticos das seguintes funções, se existirem:

    a) $f(x) = x^2 - 3x + 8$

    b) $f(x) = x^4 + 4x^3$

    c) $f(x) = cos(x)$

    d) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$

    e) $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$

f) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 5x + 3$

g) $f(x) = e^x - x$

h) $f(x) = (x^2 - 9)^{2/3}$

i) $f(x) = sen(x) - cos(x)$

j) $f(x) = |2x - 3|$

k) $f(x) = x^2 e^{-2x}$

l) $f(x) = x^{3/4} - 2x^{1/4}$

m) $f(x) = 2cos(x) + sen^2(x)$

7. Determinar os valores máximos e mínimos absolutos de f no intervalo dado:

a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$, $[-2, 3]$

b) $f(x) = \dfrac{x}{1 + x^2}$, $[-2, 2]$

c) $f(x) = |x - 2|$, $[1, 4]$

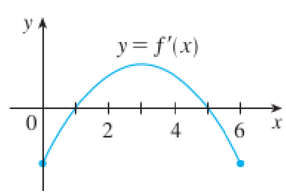
d) $f(x) = cos^2(x)$, $[0, 2\pi]$

e) $f(x) = sen^3(x) - 1$, $[0, \pi/2]$

f) $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$, $[-1, 1]$

g) $f(t) = t\sqrt{4 - t^2}$, $[-1, 2]$

8. O gráfico da derivada f' de uma função f está mostrado na figura abaixo.



a) Em quais intervalos f é crescente ou decrescente?

b) Em que valores de x a função f tem um mínimo ou máximo local?

9. Determine os intervalos nos quais as funções seguintes são crescentes ou decrescentes:

a) $f(x) = 4x^3 - 8x^2$

b) $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$

c) $f(x) = 2^x$

d) $f(x) = xe^{-x}$

e) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$

10. Encontre os intervalos de crescimento e decrescimento e os pontos do domínio da função dada em que a mesma tem máximos e mínimos locais:

a) $f(x) = 2x + 5$

b) $f(x) = 3x^2 + 6x + 1$

c) $h(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 5$

d) $f(t) = t + \frac{1}{t}$, $t \neq 0$

e) $g(x) = xe^x$

f) $f(x) = |2 - 6x|$

g) $g(x) = \begin{cases} x+4, & x \leq -2 \\ x^2 - 2, & x > -2 \end{cases}$

h) $h(t) = \begin{cases} 3-4t, & t > 0 \\ 4t+3, & t \leq 0 \end{cases}$

11. Encontre os pontos no domínio da função em que a mesma tem máximos e mínimos locais:

a) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 4x^2 - 4x + 8$

b) $f(t) = \begin{cases} t^2, & t < 0 \\ 3t^2, & t \geq 0 \end{cases}$

c) $f(x) = 6x^{2/3} - 2x$

d) $f(x) = 5 + (x-2)^{7/5}$

e) $f(x) = (x+2)^2(x-1)^3$

f) $f(x) = x^2\sqrt{16-x}$

12. Calcule a e b de modo que a função $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ tenha um extremo local em $(1, 5)$.

13. Determinar os pontos do domínio da função f em que a mesma tem extremos locais utilizando o teste da segunda derivada:

a) $f(x) = e^x + e^{-x}$

b) $f(x) = \ln(1 + x^2)$

c) $f(x) = x^2e^x$

d) $f(x) = (x-1)^{2/3}$

14. Determinar os pontos de inflexão e reconhecer os intervalos onde as funções seguintes tem concavidade voltada para cima ou para baixo:

a) $f(x) = -x^3 + 5x^2 - 6x$

b) $f(x) = 2xe^{-3x}$

c) $f(x) = 4\sqrt{x+1} - \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - 1$

d) $f(t) = e^{-t}cos(t)$, $t \in [0, 2\pi]$

e) $f(t) = \frac{t^2+9}{(t-3)^2}$

f) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x \leq 2 \\ 4 - x^2, & x > 2 \end{cases}$

15. Seguindo as etapas dadas em aula, fazer um esboço do gráfico das seguintes funções. Descreva cada etapa.

a) $f(x) = -\dfrac{x^3}{3} + \dfrac{3}{2}x^2 - 2x + \dfrac{5}{6}$

b) $f(x) = -\dfrac{1}{4}x^4 + \dfrac{5}{3}x^3 - 2x^2$

c) $f(x) = \dfrac{4}{\sqrt{x+2}}$

d) $f(x) = \ln(2x+3)$

e) $f(x) = 3x^{2/3} - 2x$

f) $f(x) = \dfrac{9x}{x^2+9}$

g) $f(x) = \begin{cases} 3(x-2)^2, & \text{se } x \leq 2 \\ (2-x)^3, & \text{se } x > 2 \end{cases}$

h) $f(x) = (x+1)^{2/3}(x-2)^{1/3}$

i) $f(x) = (x+1)^3(x-2)^2$

j) $f(x) = xe^{-x}$

16. Determinar os limites com auxílio da regra de L'Hospital:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x^2+6x}{x^3+7x^2+5x}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 1/2} \frac{2x^2+x-1}{4x^2-4x+1}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{x^2-6x+7}{x^3+7x-1}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{5-x+x^2}{2-x-2x^2}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{x^{99}}{e^x}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} x^2(e^{1/x}-1)$

g) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{2^x}{2^x-1}$

h) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \left(\frac{1}{2x-4} - \frac{1}{x-2}\right)$

i) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{7x^5-6}{4x^2-2x+4}$

j) $\displaystyle\lim_{x\to \pi/2} \left(\frac{x}{cotg(x)} - \frac{\pi}{2cos(x)}\right)$

k) $\displaystyle\lim_{x\to 0} (1-cos(x))cotg(x)$

l) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} x^{\frac{3}{4+\ln(x)}}$

m) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} x^{sen(x)}$

n) $\displaystyle\lim_{x\to 1} x^{\frac{1}{1-x}}$

o) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} (2x-1)^{2/x}$

p) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(sen(ax))}{\ln(sen(x))}$

q) $\lim_{x\to 0}(cos(2x))^{3/x^2}$

r) $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{1}{x^{tg(x)}}$

17. Calcule as integrais indefinidas:

a) $\displaystyle\int \frac{dx}{sen^2(x)}$

b) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2}}{3t^2+3}dt$

c) $\displaystyle\int x\sqrt[3]{x}dx$

d) $\displaystyle\int \frac{x^2+1}{x^2}dx$

e) $\displaystyle\int \frac{sen(x)}{cos^2(x)}dx$

f) $\displaystyle\int \sqrt{\frac{4}{x^4-x^2}}dx$

g) $\displaystyle\int \left(\frac{e^t}{2}+\sqrt{t}+\frac{1}{t}\right)dt$

h) $\displaystyle\int (2^t-\sqrt{2}e^t-cosh(t))dt$

i) $\displaystyle\int \frac{x^2-1}{x^2+1}dx$

j) $\displaystyle\int \frac{\ln(x)}{x\ln x^2}dx$

k) $\displaystyle\int tg^2(x)cosec^2(x)dx$

l) $\displaystyle\int \left(e^t-\sqrt[4]{16t}+\frac{3}{t^3}\right)dt$

18. Determinar a função $f(x)$ tal que $\displaystyle\int f(x)dx = x^2+\frac{1}{2}cos(2x)+c.$

19. Encontrar uma primitiva F, da função $f(x)=x^{2/3}+x$, que satisfaça $F(1)=1$.

20. Calcule as integrais:

a) $\displaystyle\int (2x^2+2x-3)^{10}(2x+1)dx$

b) $\displaystyle\int (x^3-2)^{1/7}x^2dx$

c) $\displaystyle\int \frac{e^{1/x}+2}{x^2}dx$

d) $\displaystyle\int \frac{sen(x)}{cos^5(x)}dx$

e) $\displaystyle\int \frac{2sen(x)-5cos(x)}{cos(x)}dx$

f) $\displaystyle\int \frac{arc\ sen(y)}{2\sqrt{1-y^2}}dy$

g) $\displaystyle\int \frac{dx}{16+x^2}$

h) $\displaystyle\int \frac{dy}{y^2-4y+4}$

i) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x+3}}{x-1}dx$

j) $\displaystyle\int \frac{dv}{\sqrt{v}(1+\sqrt{v})^5}$

k) $\displaystyle\int 8x^2\sqrt{6x^3+5}dx$

l) $\displaystyle\int cotg(u)du$

21. Se $\displaystyle\int_0^1 \sqrt[5]{x^2}dx = \frac{5}{7}$, calcular $\displaystyle\int_1^0 \sqrt[5]{t^2}dt$.

22. Determinar $\displaystyle\frac{d}{dx}\int_2^x \sqrt{t+4}dt$.

23. Calcule as integrais:

a) $\displaystyle\int_0^{\pi} sec^2(t/4)dt$

b) $\displaystyle\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{1+2x}}dx$

c) $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2}dx$

d) $\displaystyle\int_0^{-1} \frac{x^3+8}{x+2}dx$

e) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{cos(x)}{(1+sen(x))^5}dx$

24. Encontre a área da região limitada por $y = x^2$ e $y = x+2$.

25. Encontre a área limitada pelas curvas $y = x^3$ e $y = x$.

26. Encontre a área da região limitada pelas curvas dadas:

a) $y = e^x$, $x = 0$, $x = 1$ e $y = 0$

b) $y^2 = 2x$ e $x^2 = 2y$

c) $y = 5 - x^2$ e $y = x + 3$

d) $y - x = 6$, $y - x^3 = 0$ e $2y + x = 0$

e) $y = sen(x)$, $y = -sen(x)$, $x \in [0, 2\pi]$

f) $y = 2^x$, $y = 2^{-x}$ e $y = 4$

g) $x = y^2$, $y - x = 2$, $y = -2$ e $y = 3$