Aula 11 - Máquina de estados finitos - Mealy e Moore

Circuitos Digitais - CRT 0384

Prof. Rennan Dantas
Ciência da Computação

2020.1

Agenda

- Máquina de estados finitos;
- Máquina de Moore;
- Máquina de Mealy;
- Projeto de máquinas de estado;

Fundamentos

Máquina de estados finitos é o nome dado ao modelo genérico de circuitos sequenciais, como os contadores síncronos;

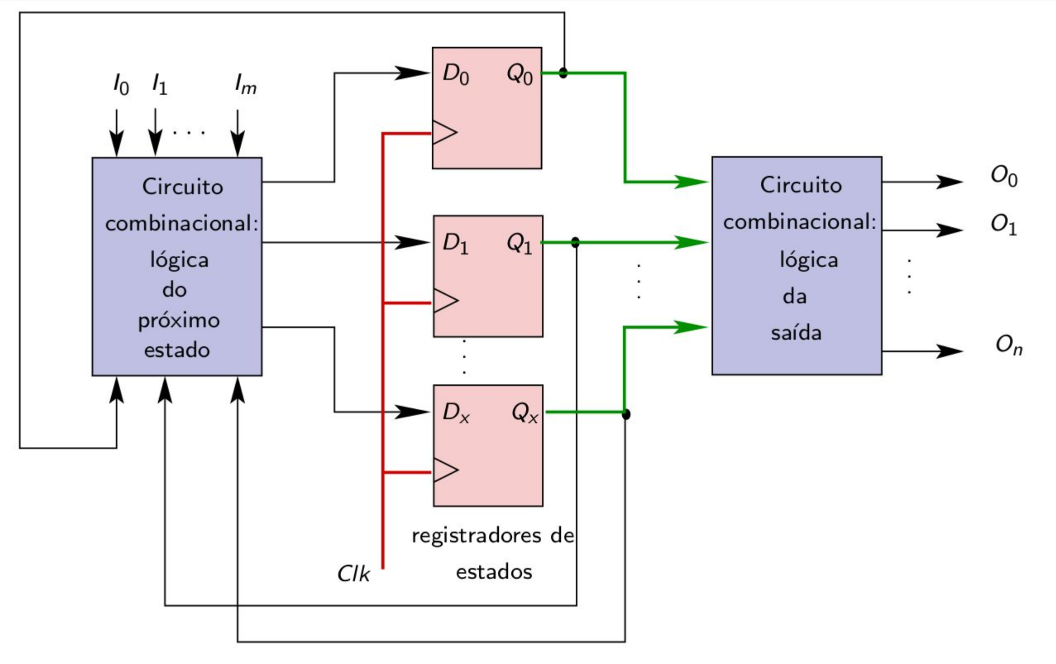
O comportamento destas máquinas depende do estado atual e das entradas externas.

O estado corresponde a um conjunto de variáveis binárias denominadas **variáveis de estado**, armazenadas no **registrador de estados**.

As saídas dependem do estado atual e possivelmente das entradas externas.

Modelo de Moore

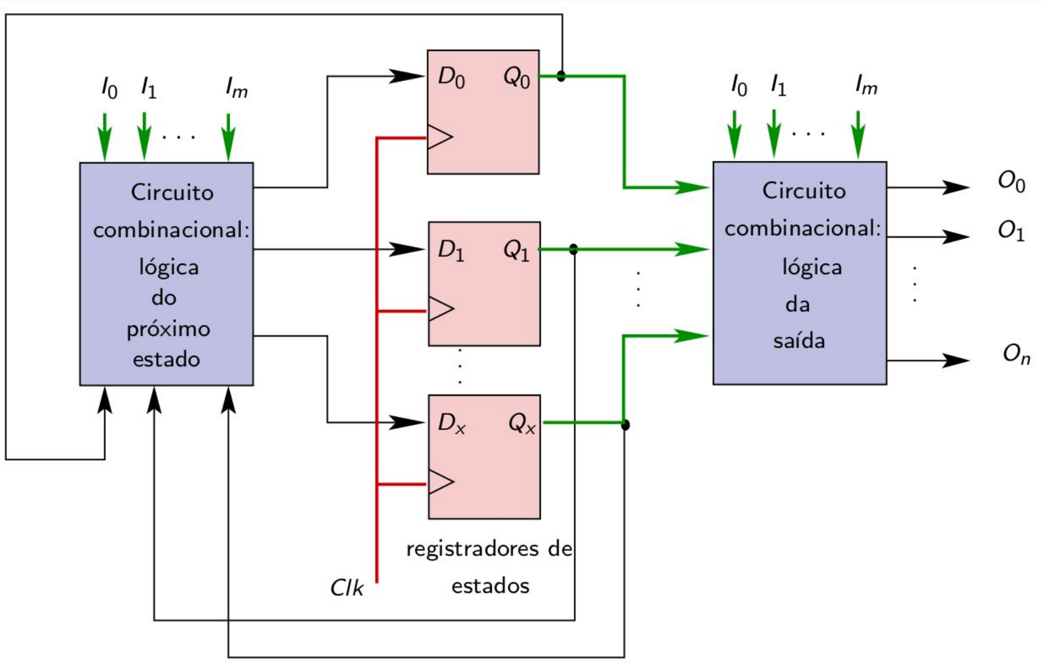
Esquema do modelo de Moore:



Note que a saída depende somente do estado atual

Modelo de Mealy

Esquema do modelo de Mealy:



Saída depende do estado atual e das entradas externas

Análise de máquinas de estados

Procedimento para análise desses circuitos :

- Determinar as equações de excitação.
- Determinar as equações de estados e as equações das saídas.
- Construir as tabela de próximo estado e a tabela de saída.
- Desenhar o diagrama de transição de estados.

MEF: Modelo Matemático

Uma MEF é definida como uma quíntupla: $MEF(\Sigma, S, s_0, \delta, F)$

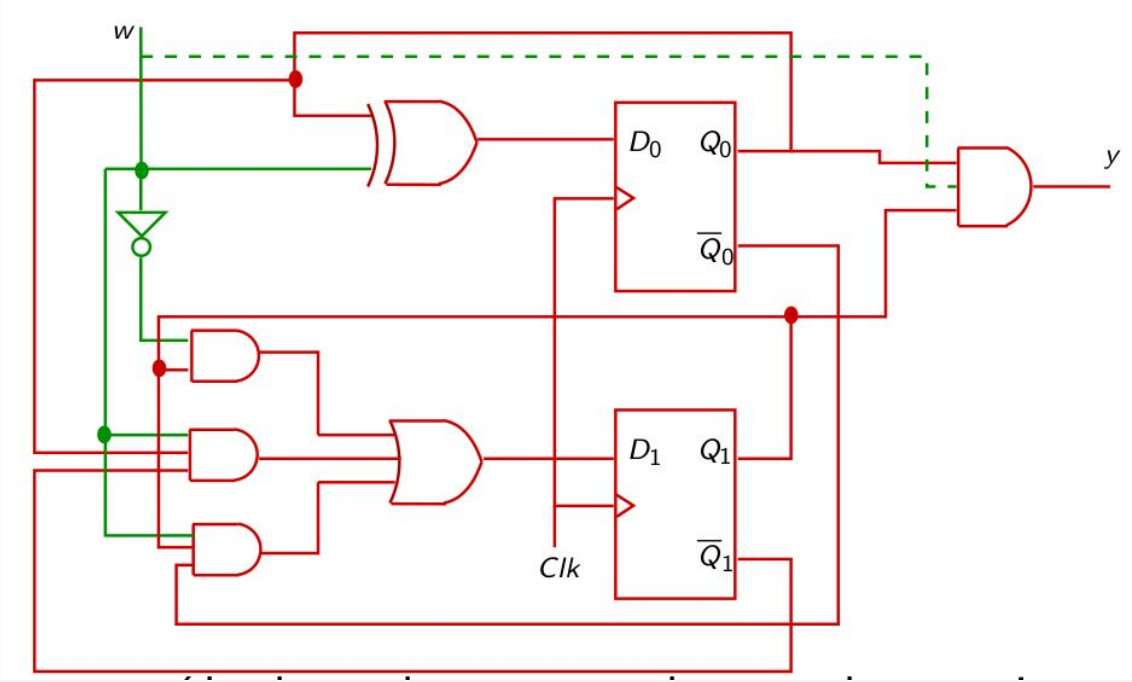
em que:

- Σ – Alfabeto de entrada (conj. de símbolos)
- S – Conjunto de estados
- s_0 – Estado inicial ($s_0 \in S$)
- δ – Função de transição de estados ($\delta: S_x\ \Sigma \rightarrow S$)
- F – Conjunto de estados finais (possivelmente vazio)

Análise de máquinas de estados

Considere a seguinte máquina de estados, primeiramente, desconsiderando a linha pontilhada;

Como a saída depende somente dos estados atuais, a máquina em estudo é uma **máquina de Moore**.



Análise de máquinas de estados

- Equações de excitação
  - $D_0 = w \oplus Q_0$
  - $D_1 = w' \square Q_1 + w \square Q_0 \square Q'_1 + w \square Q'_0 \square Q_1 = w' \square Q_1 + w \square (Q_0 \oplus Q_1)$
- Equações de estado
  - $Q^*_0 \ast = w \oplus Q_0$
  - $Q^*_1 \ast = w' \square Q_1 + w \square (Q_0 \oplus Q_1)$
- Equação de saída
  - $y = Q_0 \square Q_1$

Análise de máquinas de estados

- Utilizando as equações anteriores, obtemos:

Tabela de transição

Estado atual		Próximo estado			
		$w = 0$		$w = 1$	
Q_1	Q_0	Q_1^*	Q_0^*	Q_1^*	Q_0^*
0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	0

Tabela de saída

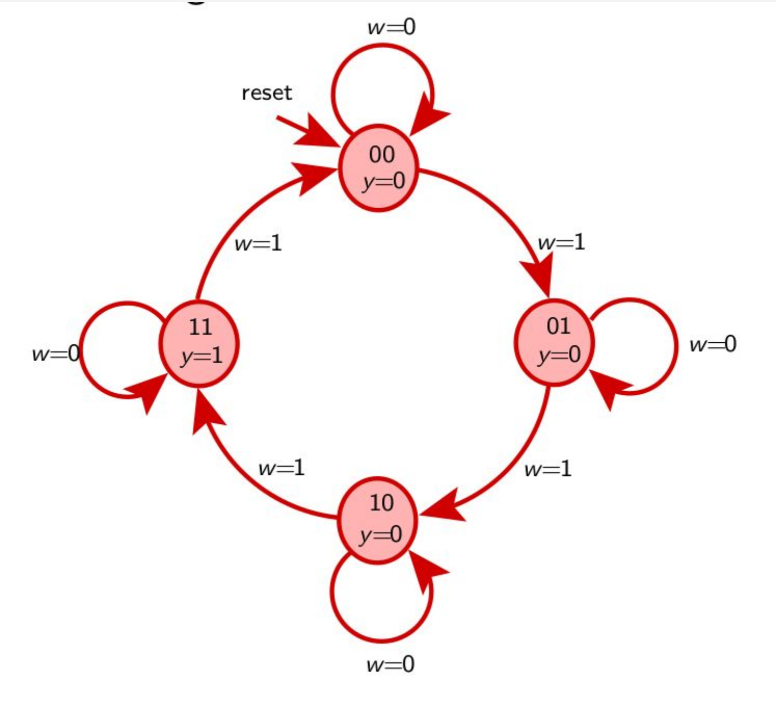
Estado atual		Saída
Q_1	Q_0	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Análise de máquinas de estados

Diagrama de estados:

Diagrama típico de máquina de Moore:

- As saídas são apresentadas juntamente com os estados e obedecem ao ciclo do clock, sofrendo alterações somente na borda de subida ou descida do clock

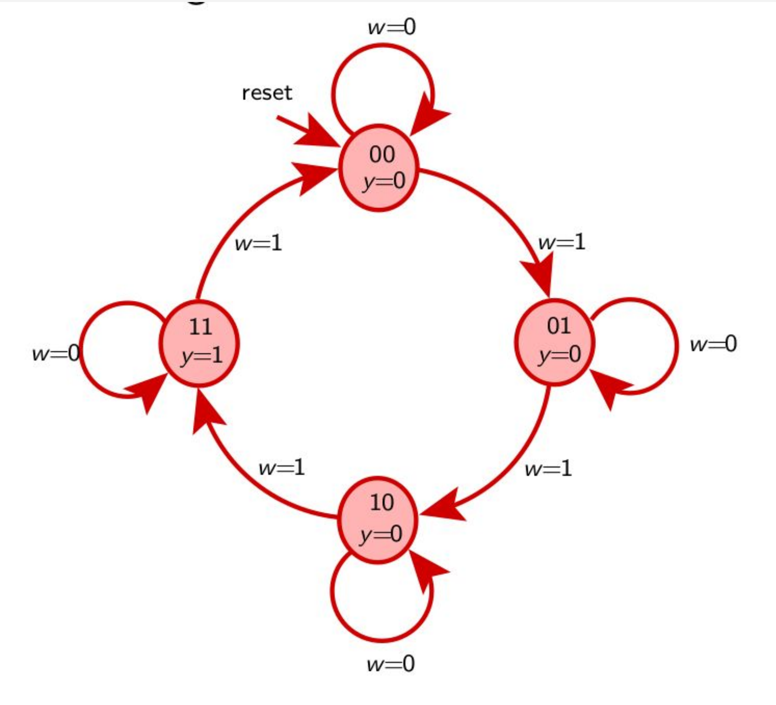


Análise de máquinas de estados

Diagrama de estados:

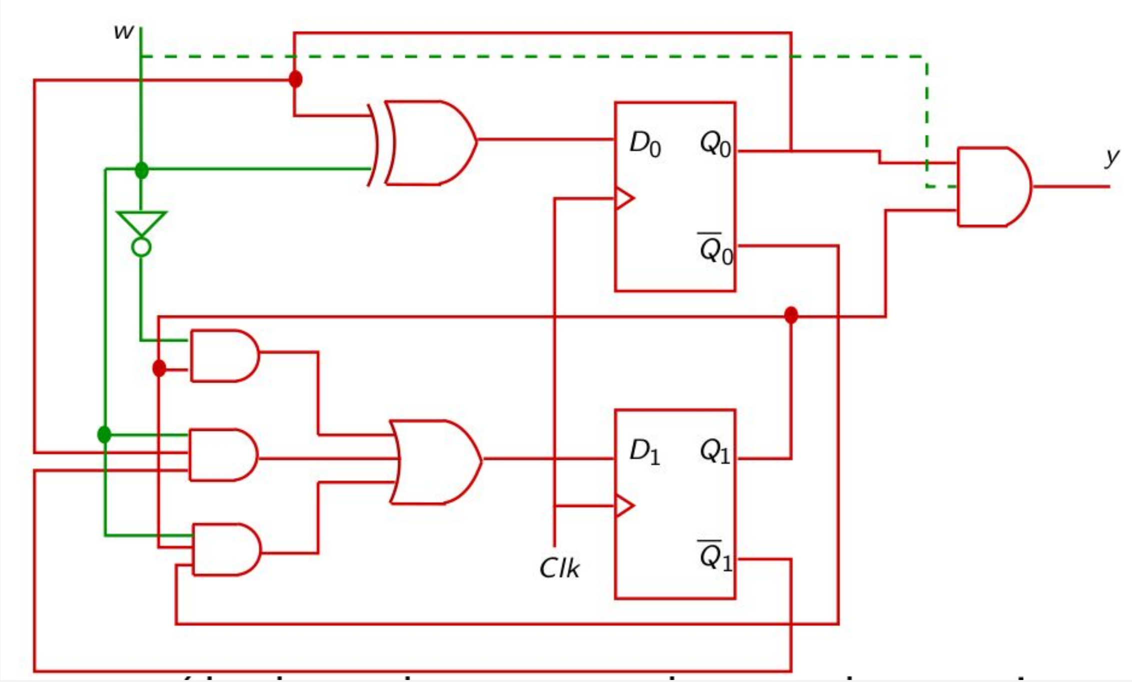
Diagrama típico de máquina de Moore:

- As entradas são apresentadas nos arcos de transição;
- De cada estado saem dois arcos, cada um representado os valores lógicos da entrada;
- Existência do estado inicial "reset"



Análise de máquinas de estados

Se considerarmos a linha pontilhada, a saída y passa a depender da entrada e, portanto, temos uma **máquina de Mealy.**



Análise de máquinas de estados

- Máquina de Mealy:
  - A equação da saída torna-se $y = \mathbf{w} \,\square\, Q_0 \,\square\, Q_1$

e a sua tabela mostra a dependência das entradas:

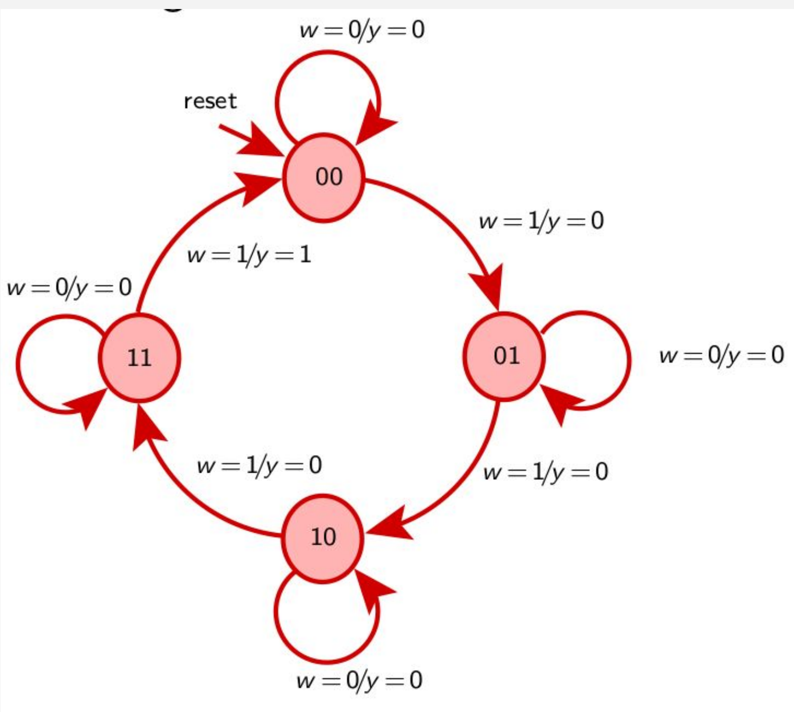
Estado atual		Saída	
		$w = 0$	$w = 1$
Q_1	Q_0	y	y
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	1

Análise de máquinas de estados

Diagrama de estados:

Diagrama típico de máquina de Mealy:

- Nos arcos de transição são apresentadas as entradas e as saídas w/y.

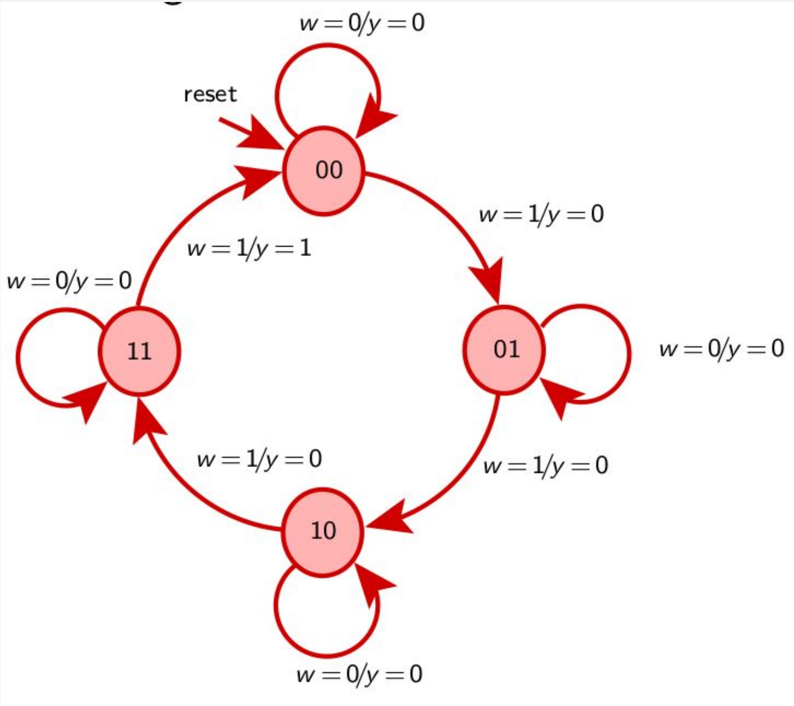


Análise de máquinas de estados

Diagrama de estados:

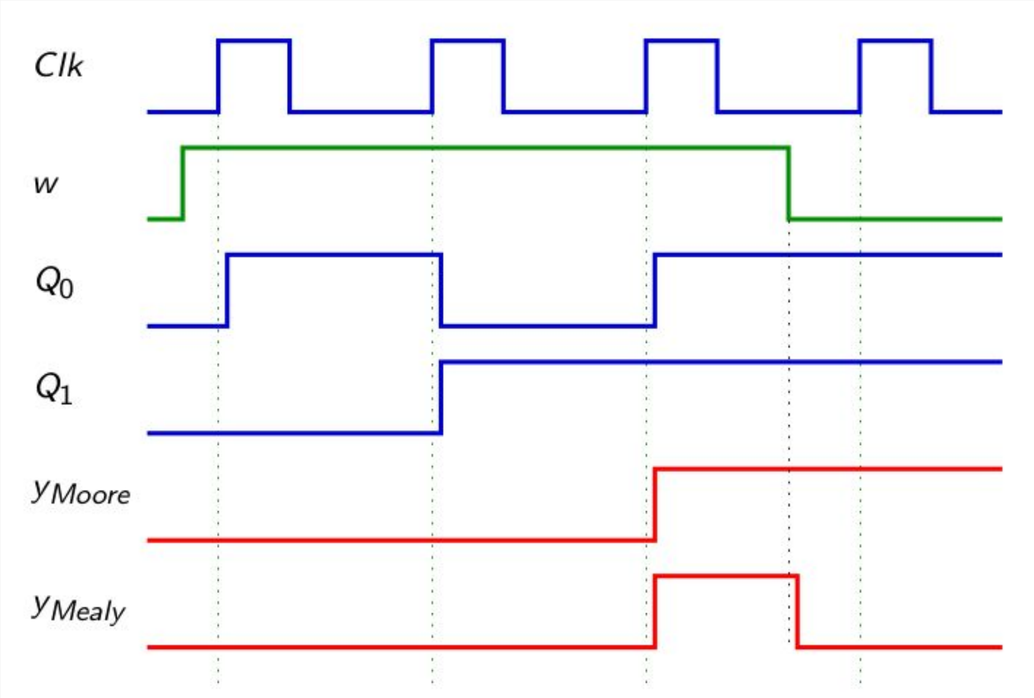
Diagrama típico de máquina de Mealy:

- As saídas podem ser assíncronas, ou seja, podem alterar seus estados durante um período do clock, dependendo das mudanças no estado da entrada.
- presença do estado inicial “reset”



Análise de máquinas de estados

Diagrama de Tempo:



Note que y_{Mealy} sofre alteração durante o período do clock

Síntese de máquinas de estado

Procedimento:

- Determinar quantos estados são necessários e selecionar um deles para estado inicial.
- Realizar a codificação dos estados, obtendo as variáveis de estado.
- Definir o tipo de flip-flop a ser utilizado.

Síntese de máquinas de estado

Procedimento:

- Construir o diagrama de estados escolhendo um dos modelos (Moore ou Mealy) e determinando as condições para as transições entre estados.
- Construir a tabela do próximo estado, a tabela de excitações e a tabela das saídas.
- Sintetizar os circuitos combinacionais: lógica do próximo estado e saída.

Síntese de máquinas de estado

EXEMPLO

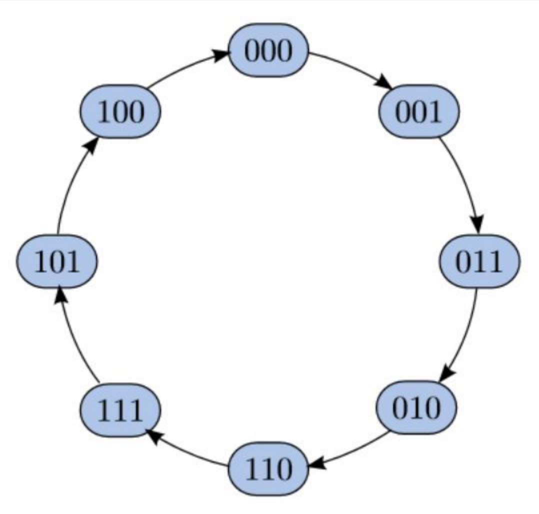
- Deseja-se obter um circuito que realize uma contagem em código Gray em 3 bits:
  - 000, 001, 011, 010, 110, 111, 101, 100
- Como implementar o circuito utilizando máquina de Moore e flip flops do tipo D?

Síntese de máquinas de estado

EXEMPLO

- Passo 1: elaborar um diagrama de estados e sua tabela de transição:

utiliza-se a notação $Q_n(t)$ para o estado presente/atual, e $Q_n(t+1)$ para o estado futuro/próximo



atual			próximo		
Q_2	Q_1	Q_0	Y_2	Y_1	Y_0
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0

Síntese de máquinas de estado

EXEMPLO

- Passo 2: Determinar e otimizar as expressões lógicas de cada estado

$Q_2 \backslash Q_1Q_0$	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1

(a) Mapa para Y_0

$Q_2 \backslash Q_1Q_0$	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	0	0	0	1

(b) Mapa para Y_1

$Q_2 \backslash Q_1Q_0$	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	0	1	1	1

(c) Mapa para Y_2

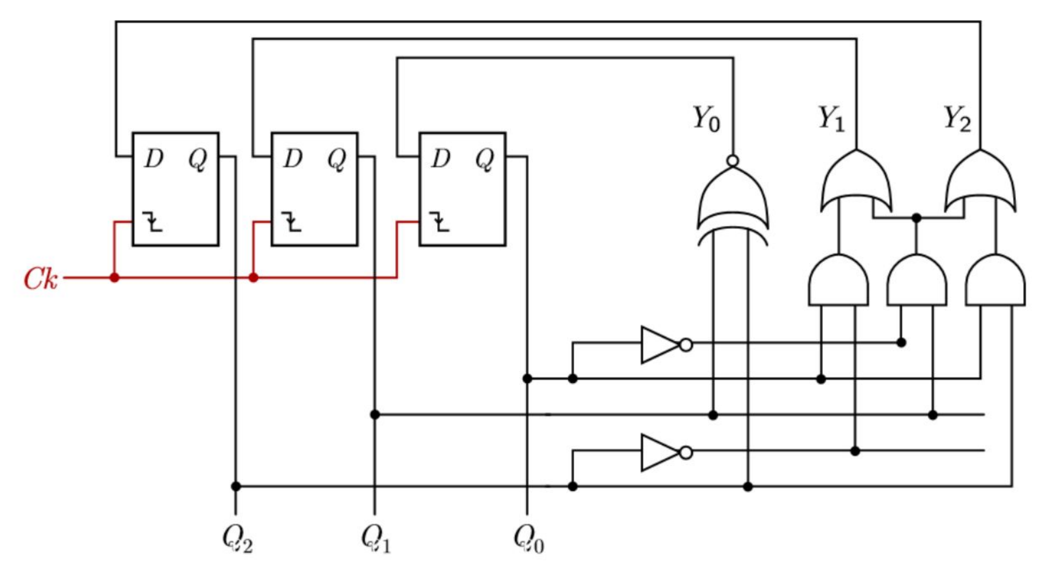
- $Y_0 = \overline{Q_1}\,\overline{Q_2} + Q_1\,Q_2 = \overline{Q_1 \oplus Q_2}$
- $Y_1 = Q_0\,\overline{Q_2} + Q_1\,\overline{Q_0}$
- $Y_2 = Q_0Q_2 + Q_1\overline{Q_0}$

Sendo: $\overline{A}\,\overline{B} + A\,B = \overline{A \oplus B}$

Síntese de máquinas de estado

EXEMPLO

- Passo 3: implementar o circuito utilizando os flip-flops



OBS: note que não há lógica que envolva as saídas simultaneamente aos estados, sendo, portanto, uma **máquina de Moore**.

Síntese de máquinas de estado

EXEMPLO 2

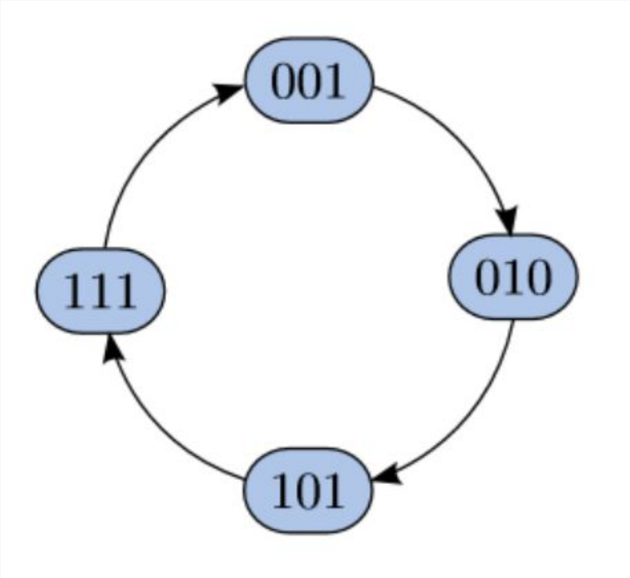
Projete um contador **utilizando máquina de estados** para a seguinte sequência irregular de quatro estados: 001, 010, 101, 111 e, em seguida, volte ao estado inicial

OBS: utilizar modelo de Moore e FFs tipo D

Síntese de máquinas de estado

EXEMPLO 2

1. Diagrama de estados



Síntese de máquinas de estado

EXEMPLO 2

2. Tabela de Transição

atual			próximo		
Q_2	Q_1	Q_0	Y_2	Y_1	Y_0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1

Síntese de máquinas de estado

EXEMPLO 2

3. Determinação e otimização de expressões

$Q_2 \backslash Q_1Q_0$	00	01	11	10
0	X	0	X	1
1	X	1	1	X

(a) Mapa para Y_0

$Q_2 \backslash Q_1Q_0$	00	01	11	10
0	X	1	X	0
1	X	1	0	X

(a) Mapa para Y_1

$Q_2 \backslash Q_1Q_0$	00	01	11	10
0	X	0	X	1
1	X	1	0	X

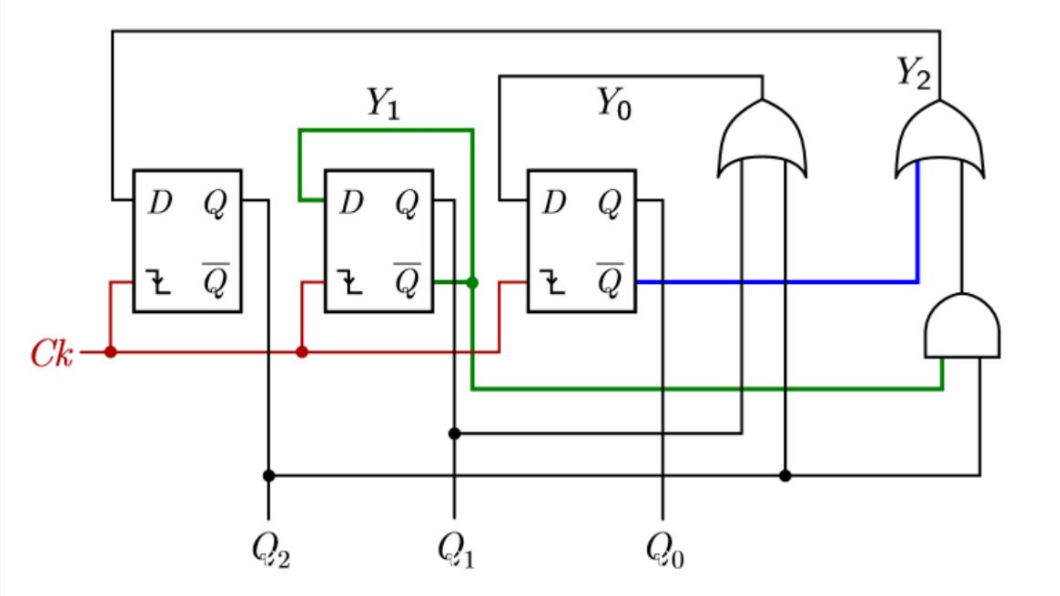
(a) Mapa para Y_2

- $Y_0 = Q_1 + Q_2$
- $Y_1 = \overline{Q_1}$
- $Y_2 = \overline{Q_0} + \overline{Q_1}\,Q_2$

Síntese de máquinas de estado

EXEMPLO 2

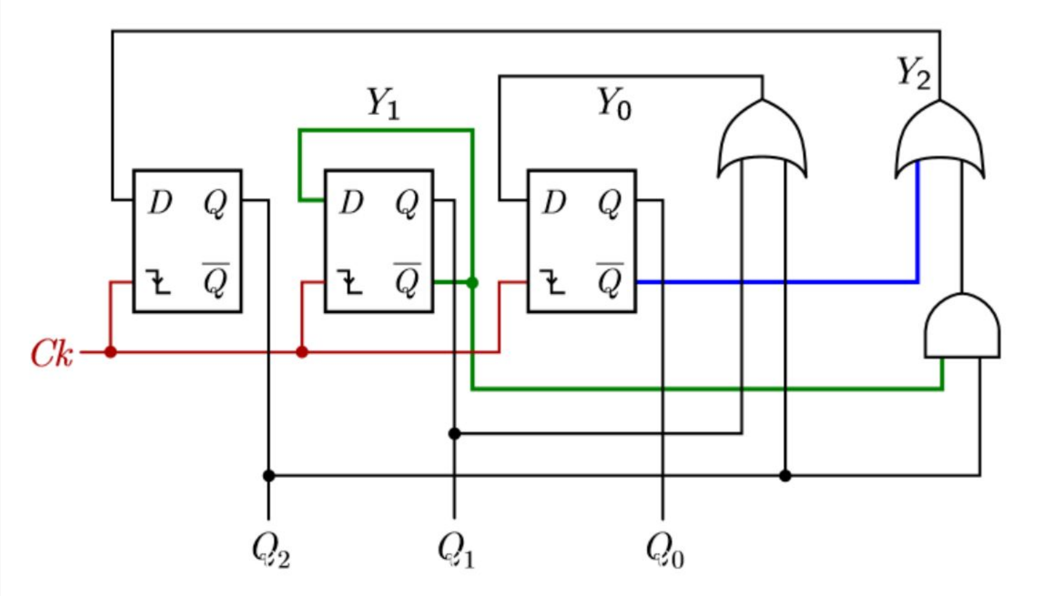
4. Implementação



Síntese de máquinas de estado

EXEMPLO 3

Como implementar o exemplo anterior com máquina de Mealy?



Aula 11 - Máquina de estados finitos - Mealy e Moore

Circuitos Digitais - CRT 0384
Prof. Rennan Dantas
Ciência da Computação

2020.1