

Tarefa 03. Matemática básica

1. 20 pessoas → 5 são matemáticos

a)

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!} \quad n = 15, P = 10$$

$$C_{15,10} = \frac{15!}{10!(15-10)!} = \frac{15!}{10! \cdot 5!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10!}{10! \cdot 5!}$$

$$\frac{360.360}{120} = 3003$$

Eu tenho 3.003 maneiras de formar grupos sem que se leve em consideração a ordem dos elementos pois não importa nesse caso qual pessoa venha primeiro. Já que não se pode ter matemáticos nos sobram 15 pessoas para combinarmos

b, Nesse caso devemos separar em grupos, pois temos que garantir 5 vagas aos matemáticos, assim:

$$C_{15,5} \cdot C_{5,5} = \frac{15!}{5!(10)!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10!}{5! \cdot 10!}$$

$$C_{15,5} = 3.003 \quad \frac{5!}{5!(5-5)!} = \frac{5!}{5!} = 1$$

$$\text{Então: } 3.003 \cdot 1 = 3.003$$

O que fica provado pois deveríamos trabalhar apenas nas combinações das pessoas restantes com as vagas restantes.

Tarefa 03 - Matemática básica

c, Como se deseja ter exatamente 1 matemático na comissão teremos:

$$C_{5,1}$$

Mas a comissão é de 10 pessoas, Sobram 9 vagas para as 15 pessoas que não são matemáticos.

$$C_{15,9} = \frac{15!}{9!(15-9)!} = \frac{15!}{9! \cdot 6!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{9! \cdot 6!} = 12$$

$$C_{5,1} = \frac{5!}{1!(5-1)!} = \frac{5!}{4!} = \frac{5 \cdot 4!}{4!} = 5$$

$$* \frac{3603600}{720} = 5005 \cdot 5 = 25.025$$

d, As possibilidades são:

1 matemático + 9

2 matemáticos + 8

3 matemáticos + 7

4 matemáticos + 6

5 matemáticos + 5 . O que nos leva a ter

$$C_{5,1} \cdot C_{15,9} + C_{5,2} \cdot C_{15,8} + C_{5,3} \cdot C_{15,7} + C_{5,4} \cdot C_{15,6} +$$

$$C_{5,5} \cdot C_{15,5} \cdot \text{Prosseguindo:}$$

$$C_{5,1} = \frac{5!}{1!(4)!} = 5$$

$$C_{15,9} = \frac{15!}{9!(6)!} = 5005 \Rightarrow 5005 \cdot 5 = 25.025$$

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2!(3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2! \cdot 3!} = \frac{20}{2} = 10$$

$$C_{15,8} = \frac{15!}{8!(7)!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{8! \cdot 7!} = 6435$$

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3!(2)!} = \frac{120}{12} = 10$$

$$C_{15,7} = \frac{15!}{7!(8)!} = 6435$$

$$C_{5,4} = \frac{5!}{4!(1)!} = \frac{5 \cdot 4!}{4!} = 5$$

$$C_{15,6} = \frac{15!}{6!(9)!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{6! \cdot 9!} = 5005$$

$$C_{5,5} = 1$$

$$C_{15,5} = 3003$$

$$(5005 \cdot 5) + (6435 \cdot 10) + (6435 \cdot 10) + (5005 \cdot 5) + (3003 \cdot 1)$$

$$25025 + 64350 + 64350 + 25025 + 3003$$

$$128,700 + 50,050 + 3003$$

$$128,700 + 53053$$

$$181,753$$