Aula 01 - Introdução aos Circuitos Digitais e Sistemas de Numeração

Circuitos Digitais - CRT 0384

Prof. Rennan Dantas

Ciência da Computação

2020.1

Apresentação

- Fundamentação básica acerca da eletrônica digital que rege todos os processos computacionais;
- Entendimento deste conteúdo facilitará o aprendizado dos demais conteúdos previstos no curso de Computação.

Sumário

- Introdução aos SDs;
- Revisão dos conceitos de eletrônica básica;
- Sinais Analógicos vs Digitais;
- Fundamentação dos sistemas Numéricos Posicionais;
- Sistema Numéricos
    - Decimal
    - Binário
    - Octal
    - Hexadecimal
- Conversão entre bases

O Processo de Abstração em SD

Natureza

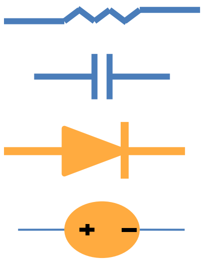
observações e medidas

Tensão (Volt)	Corrente (Ampère)
4	0.1
12	0.3
16	0.4

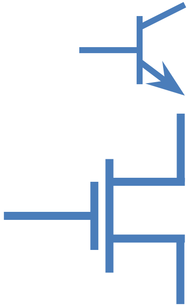
Equações de maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

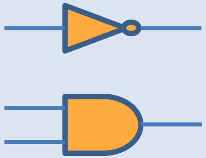
LDA



transistores

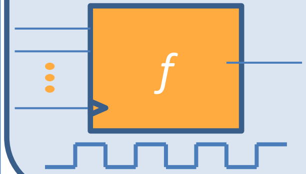


Abstração Digital



Abstração Combinacional

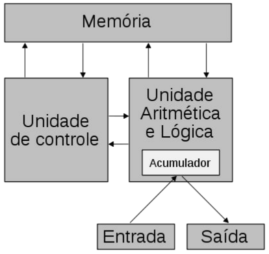
Abstração Sequencial



Abstração Conj. de Instruções

```
MOV A,1
ADD A,#10
```

Abstração Arquiteturas



Abstração Linguagens

```c
#include <stdio.h>
void main()
{
  printf("oi!")
}
```

Circuitos Digitais e Computação

Porque estudar Circuitos Digitais em um curso de Computação?

- O computador é um sistema digital
- Entender Circuitos Digitais auxilia na programação de computadores

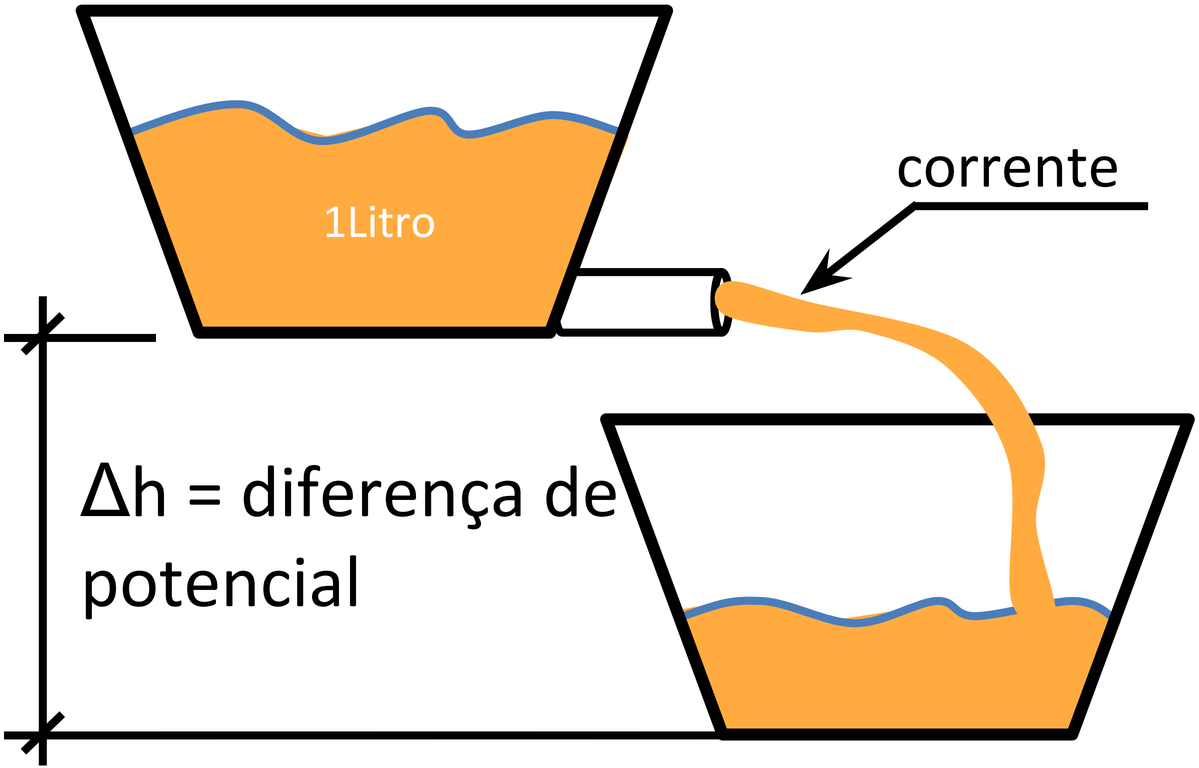
Circuitos Digitais e Computação

- Desenvolvimentos efetivos em computação ubíqua;
- Sistemas de informação frequentemente devem ser interfaceados com outros sistemas
- Sistemas Embarcados e Sistemas Reconfiguráveis – ("Hardware Softening")

Grandezas Elétricas

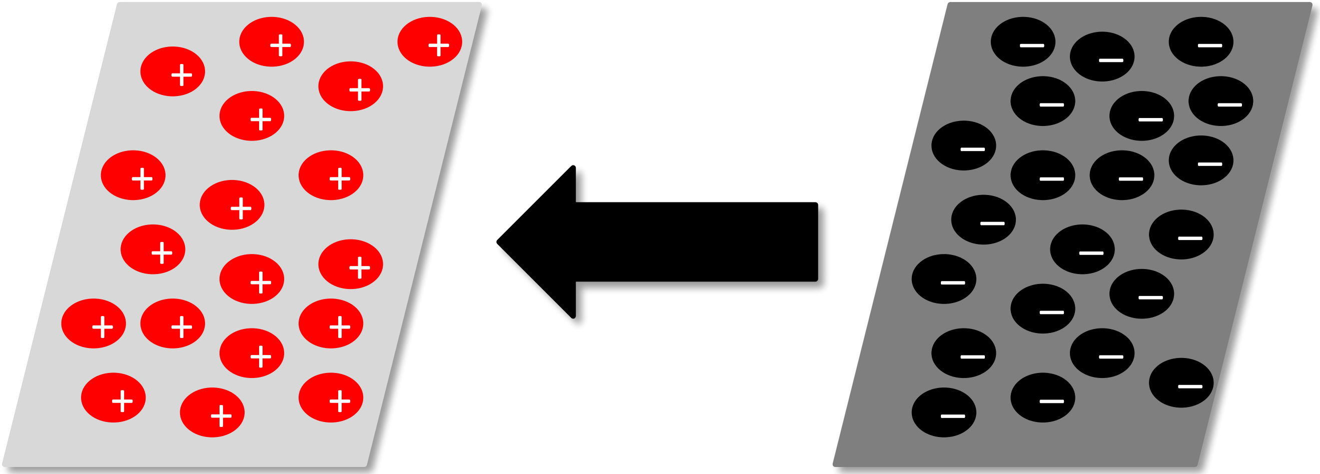
- Corrente elétrica - Ampère (A);
- Tensão Elétrica - Volts (V);
- Resistividade Elétrica - Ohm (Ω);
- Capacitância Elétrica - Faraday - F;
- Potência Elétrica - Watts - W;
- Indutância Elétrica - Henry - H.

Eletricidade: Intuição



1 Coulomb = carga elétrica de 6.25×10^{18} elétrons

Movimentação de Elétrons Livres



Íons positivos

Íons negativos

Lei De Ohm

Georg Simon Ohm (1787-1854)

Um condutor mantido à temperatura constante, a razão entre a tensão entre dois pontos e a corrente elétrica é constante. Essa constante é denominada de resistência elétrica.

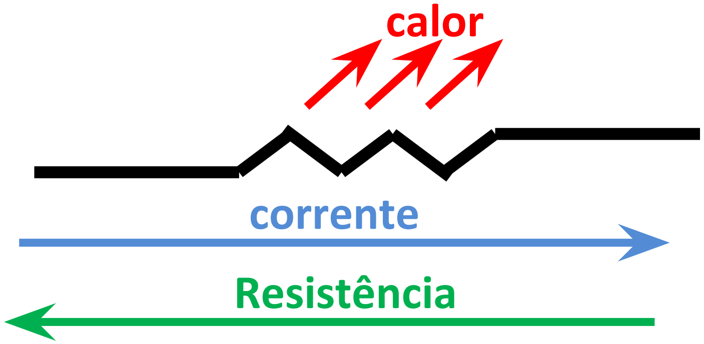
$$R = \frac{V}{I}$$

Resistores

Cor	1ª Faixa	2ª Faixa	3ª Faixa	Multiplicador	Tolerância
Preto	0	0	0	x1	
Marrom	1	1	1	x10	±1%
Vermelho	2	2	2	x100	±2%
Laranja	3	3	3	x1K	
Amarelo	4	4	4	x10K	
Verde	5	5	5	x100K	±0.5%
Azul	6	6	6	x1M	±0.25%
Violeta	7	7	7	x10M	±0.1%
Cinza	8	8	8		±0.05%
Branco	9	9	9		
Dourado				x.1	±5%
Prateado				x.01	±10%

Resistores

- Impõem uma resistência ao fluxo dos elétrons;
- Em geral a resistência gera calor;
- Princípio básico de lâmpadas incandescentes, chuveiros, aquecedores, etc.



Cálculo de Resistores

- Série:

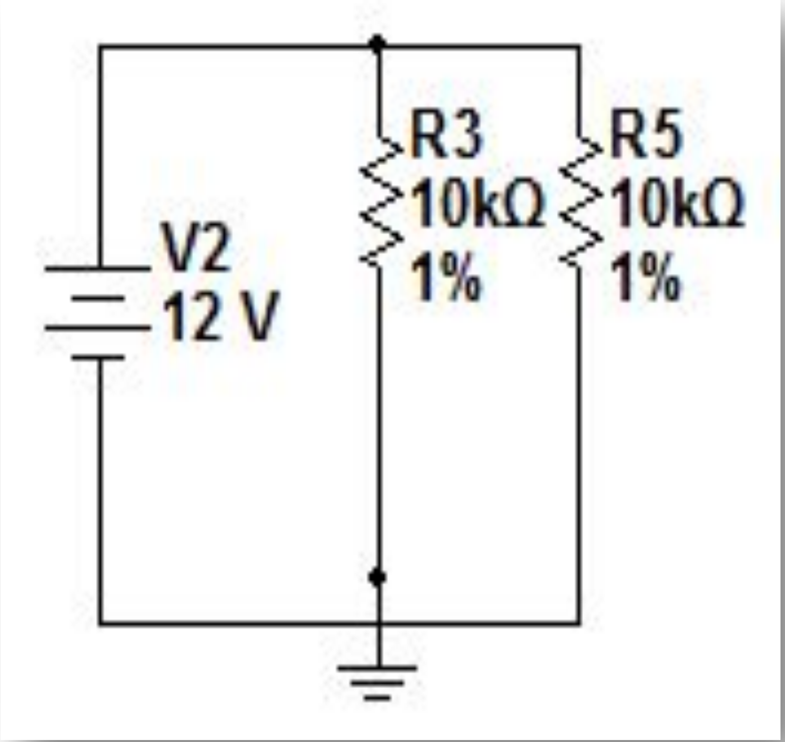
$$R(s) = R_a + R_b$$

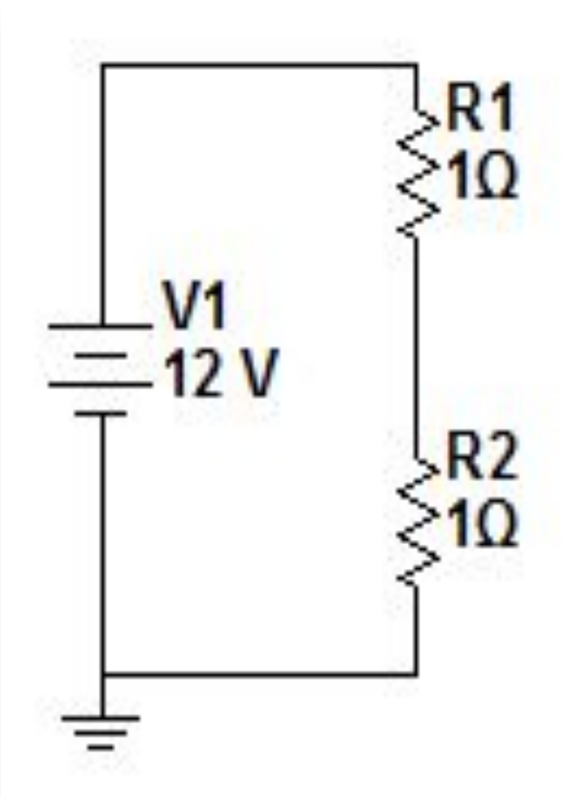
- Paralelo:

$$R_{(p)} = \frac{R_a \times R_b}{R_a + R_b}$$

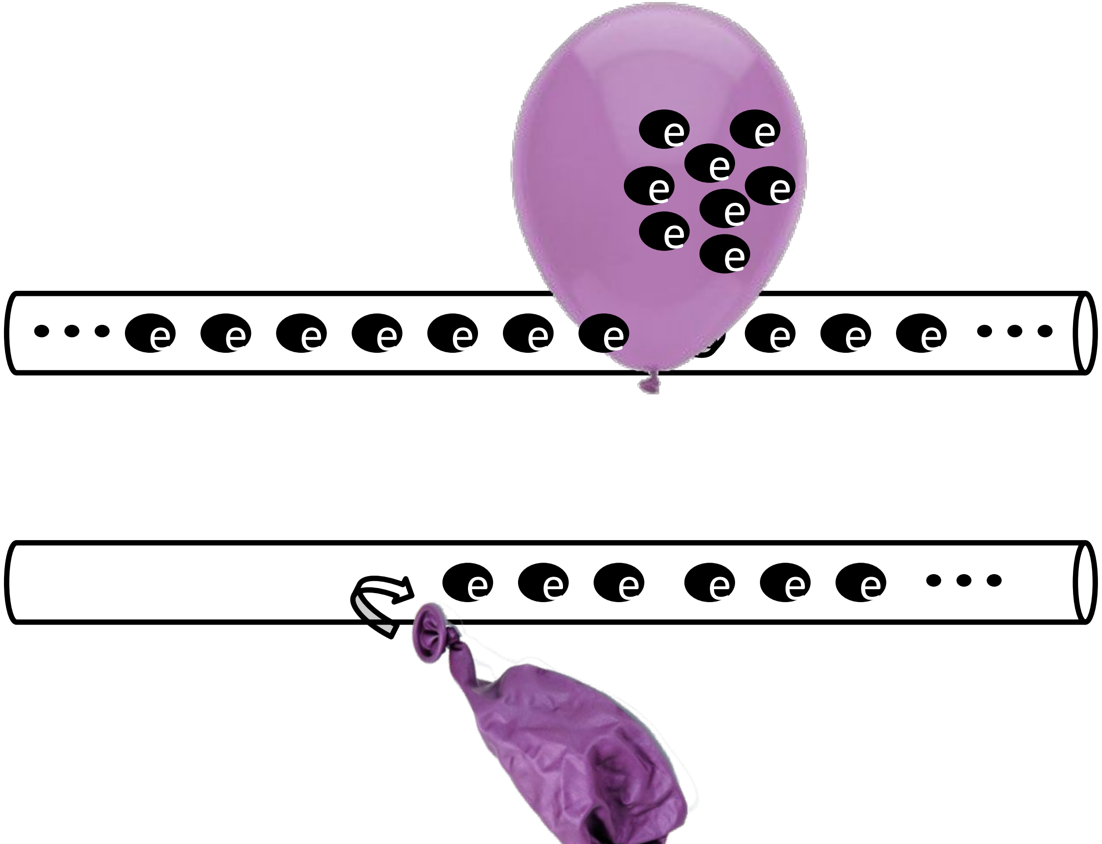
$$\frac{1}{R_{(p)}} = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} + \dots$$

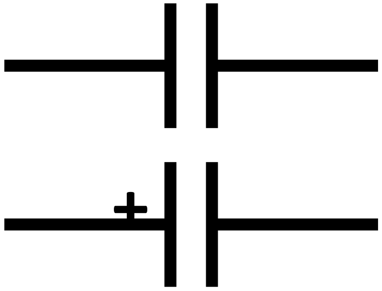
Exemplos





Capacitores



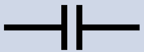
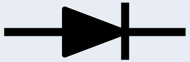
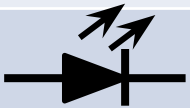
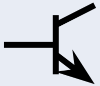
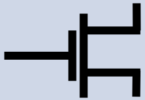


eletrolítico

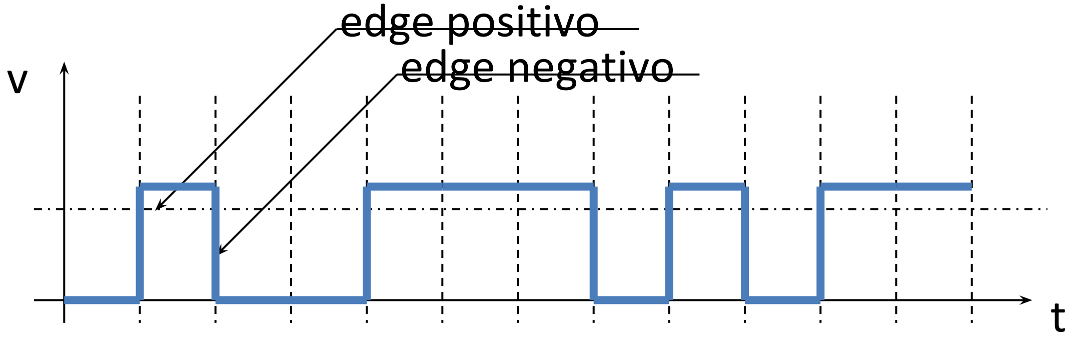
Componentes primários em circuitos digitais

Os componentes listados ao lado compõem a lista básica dentre todos os componentes de interesse para esta disciplina;

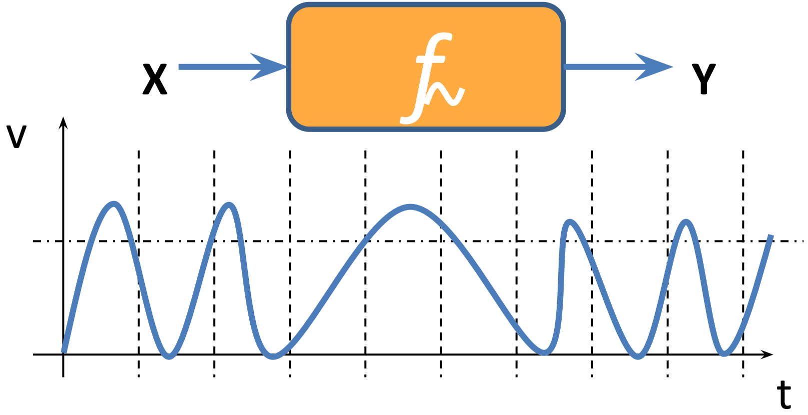
Estes são, do ponto de vista de Circuitos Digitais, componentes auxiliares. O foco principal serão Circuitos Integrados e Portas Lógicas.

	Resistor
	Potenciômetro
	Capacitor
	Diodo
	LED
	Transistor NPN
	Transistor MOS

O Mundo dos 0's e 1's



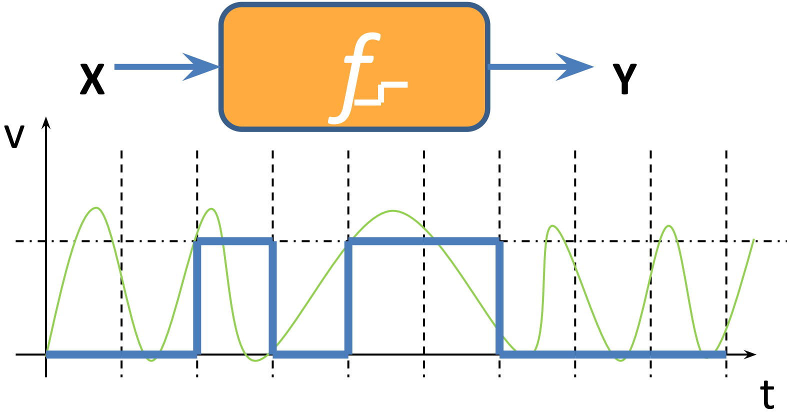
Sinais Discretos vs. Contínuos



Infinitos possíveis valores mensuráveis a qualquer momento;

Representação complexa;

Suscetível a ruídos.



Nº de possíveis valores finito, mensuráveis em intervalos específicos;

Representação simplificada;

Tolerância a ruídos.

Sinais Discretos vs. Contínuos

Vantagens:

- sistemas digitais são menos suscetíveis a ruídos elétricos.
- Facilidade de projeto, armazenamento e integração

Desvantagens

- O mundo é analógico! Necessário realizar conversão:
  - A/D (Analógica -> Digital)
  - D/A (Digital -> Analógica)

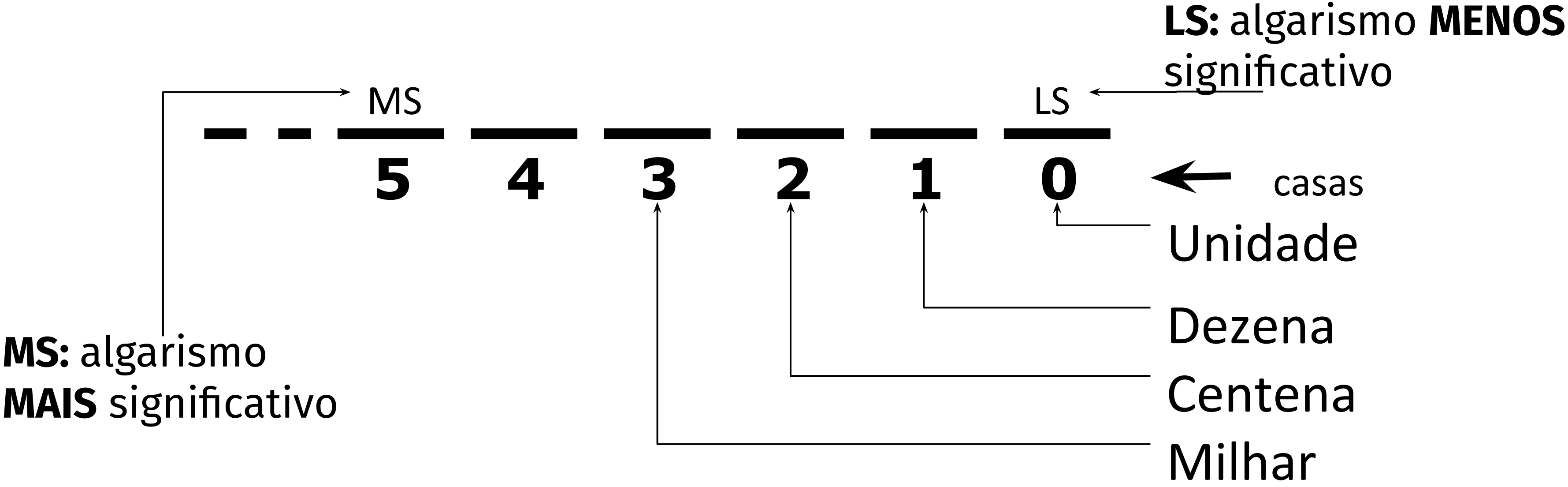
Lógica e Matemática Digital

- Sistemas digitais trabalham apenas com dois valores lógicos: **ZEROS 0’s** e **UNS 1’s**;
- Como representar quantidades apenas com 0’s e 1’s?

Sistemas Numéricos Posicionais

- Associam um “peso” ou potência a cada uma dos algarismos do número, dependendo da sua posição;

- Permitem a representação de quantidades infinitas.



Exemplos: (Base Decimal)

_ _ ___ ___ ___ ___ ___ ___

10^5 10^4 10^3 10^2 10^1 10^0 ← Potências associadas as casas

4 2 4 2

___ ___ ___ ___

10^3 10^2 10^1 10^0

$$= 4x10^3 + 2x10^2 + 4x10^1 + 2x10^0$$

Base dos Sistemas Numéricos

A base, ou alfabeto dos sistemas numéricos posicionais define quantos símbolos distintos são utilizados:

- Decimal {1,2,3,4,5,6,7,8,9,0}
- Binária {1,0}
- Octal {1,2,3,4,5,6,7,0}
- Hexadecimal {1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F,0}

23

Comparativo Entre Bases Posicionais

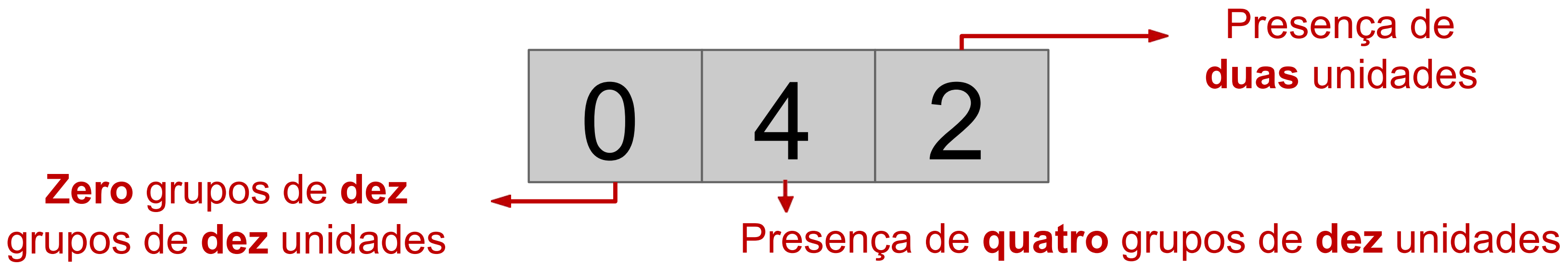
Decimal	Bin.	Octal	Hexa.
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Sistema Decimal

- O mais conhecido, utilizado e importante de todos:
- Amplamente utilizado pelas pessoas em seu dia-a-dia
- **Algarismos:** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9

Lei de Formação:

- Conceito de **centena**, **dezena** e **unidade**
- Baseada no conceito de grupos de **10 unidades**



Exemplos: (Base Decimal)

_ _ ____ ____ ____ ____ ____ ____

10^5 10^4 10^3 10^2 10^1 10^0 ← Potências associadas as casas

4 2 4 2

10^3 10^2 10^1 10^0

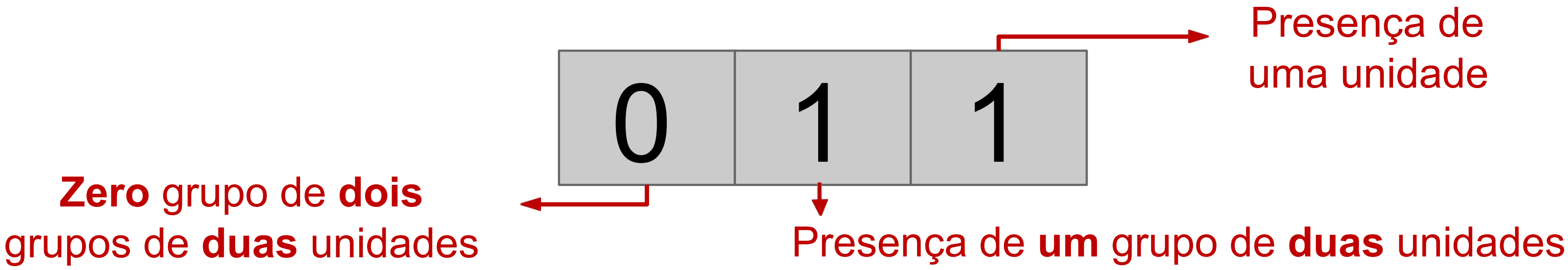
$$= 4x10^3 + 2x10^2 + 4x10^1 + 2x10^0$$

Sistema Binário

- Sistema numérico base para a computação moderna:
- Computador funciona a partir de números binários
- **Algarismos:** 0 e 1

Lei de Formação:

- Conceito semelhante ao do sistema decimal
- Baseada no conceito de grupos de **2 unidades**



Sistema Binário

- Requer mais casas para representar uma mesma quantidade em comparação à base Decimal;
- Muito útil para lidar com números em sistemas digitais;

$$\underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underset{2^5}{\underline{\qquad}}\ \underset{2^4}{\underline{\qquad}}\ \underset{2^3}{\underline{\qquad}}\ \underset{2^2}{\underline{\qquad}}\ \underset{2^1}{\underline{\qquad}}\ \underset{2^0}{\underline{\qquad}} \longleftarrow$$

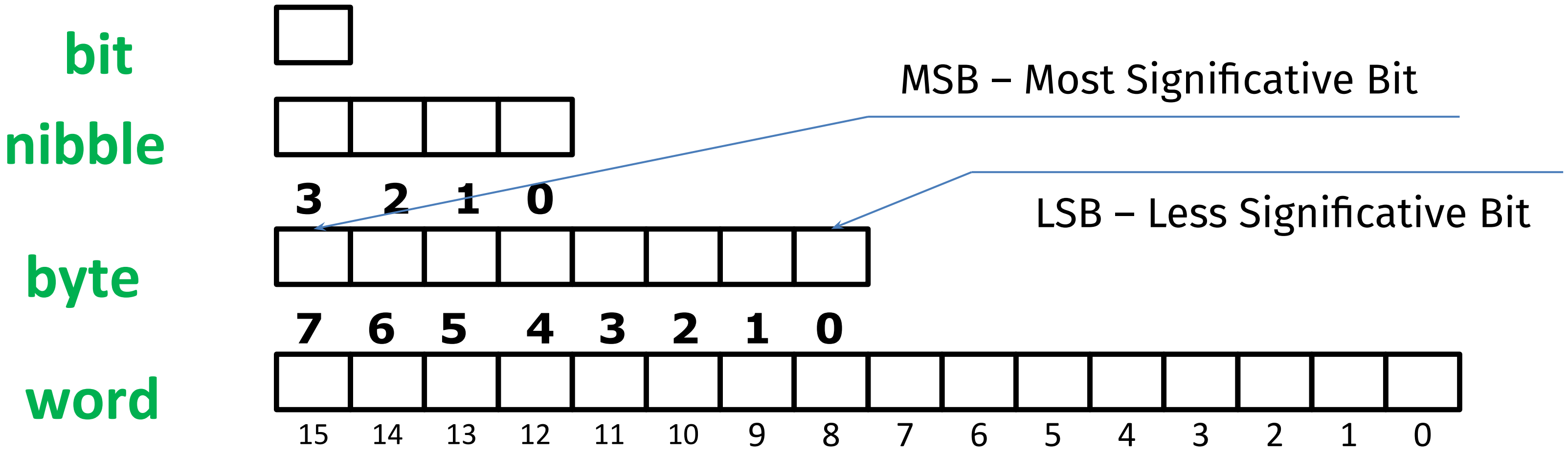
Potências associadas às casas

$$\underset{2^3}{\underline{\ 1\ }}\ \underset{2^2}{\underline{\ 0\ }}\ \underset{2^1}{\underline{\ 1\ }}\ \underset{2^0}{\underline{\ 0\ }} = 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0 = 10_{10}$$

28

Sistema Binário

- Embora seja possível representar infinitas quantidades, em geral, do ponto de vista de Circuitos Digitais é interessante limitarmos o número de casas a serem utilizadas por motivos de implementação de hardware



Contagem em Binário

Decimal	Binário	Decimal	Binário
0	0000	**8**	1000
1	0001	**9**	1001
2	0010	**10**	1010
3	0011	**11**	1011
4	0100	**12**	1100
5	0101	**13**	1101
6	0110	**14**	1110
7	0111	**15**	1111

Operações com Binários

Compreende as quatros operações básicas:

- Adição
- Subtração
- Multiplicação
- Divisão

Técnicas semelhantes às operações decimais convencionais

Adição entre Binários

Inclui a regra de transporte para a próxima coluna:

- Popularmente conhecida com a regra do **“vai um” (Carry);**

Observe as operações com apenas um dígito binário:

0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 0 = 1
1 + 1 = 10

Algarismo referente ao vai um para a próxima coluna (2 positivo)

Exemplo de Adição entre Binários

Considere a adição de dos números binários **111** e **010**:

$$
\begin{array}{r}
1\ 1\ 1 \\
+\quad 0\ 1\ 0 \\
\hline
1\ 0\ 0\ 1
\end{array}
$$

Subtração entre Binários

Inclui a regra de transporte para a próxima coluna:

- Conhecida como a regra do “empresta um”

Observe as operações com apenas um dígito binário:

0 - 0 = 0
0 - 1 = 11
1 - 0 = 1
1 - 1 = 0

Algarismo referente ao sinal negativo (1 negativo)

Exemplo de Subtração entre Binários

Considere a subtração de dos números binários **100** e **010**:

$$
\begin{array}{r}
1\ 0\ 0 \\
-\ \ 0\ 1\ 0 \\
\hline
0\ 1\ 0
\end{array}
$$

Multiplicação entre Binários

Operação “idêntica” a operação com decimais:

- apenas dois algarismos disponíveis

Observe as operações com apenas um dígito binário:

0 x 0 = 0
0 x 1 = 0
1 x 0 = 0
1 x 1 = 1

Exemplo de Multiplicação entre Binários

Considere a multiplicação de dos números binários **11** e **10**:

$$
\begin{array}{rccc}
 & & 1 & 1 \\
\times & & 1 & 0 \\
\hline
 & & 0 & 0 \\
+ & 1 & 1 & \\
\hline
 & 1 & 1 & 0
\end{array}
$$

Divisão entre Binários

Operação análoga à operação com decimais:

Com a ressalva de ter apenas dois algarismos disponíveis

$$
\begin{array}{r|l}
1010 & 10 \\ \cline{2-2}
-10 & 101 \\ \cline{1-1}
001 & \\ \cline{1-1}
10 & \\
-10 & \\ \cline{1-1}
00 &
\end{array}
$$

Decimal para Binário

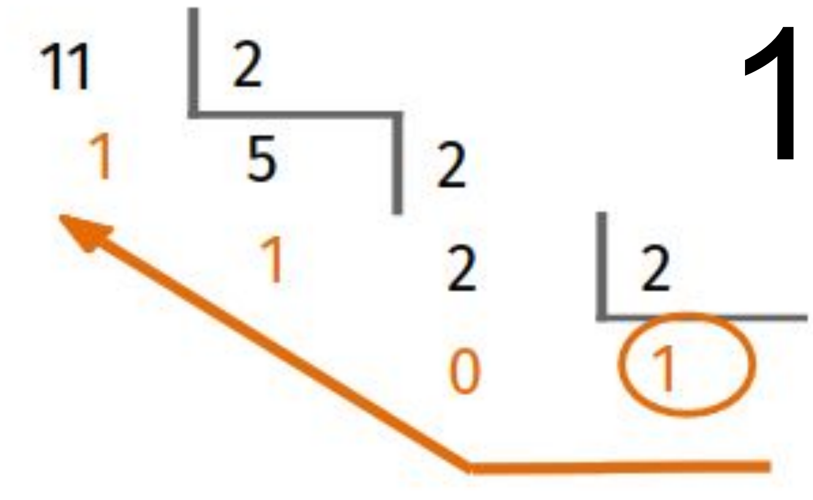
Método das divisões sucessivas:

- Divide-se sucessivamente o número decimal pela **base 2**
- O binário correspondente será composto pelo último quociente seguido pelos restos das divisões em ordem inversa;

Decimal para Binário

Método das divisões sucessivas:

Considere, por exemplo, a conversão do número decimal 11:



$$11_{10} = 1011_2$$

Binário para Decimal

Conversão de binário para decimal segue o mesmo processo

Troca-se a base 10 da lei de formação pela base **2 binária**

Considere, por exemplo, a conversão do número binário 101:

- 1 grupo de quatro elementos;
- 0 grupos de dois elementos;
- 1 grupo de um elemento.

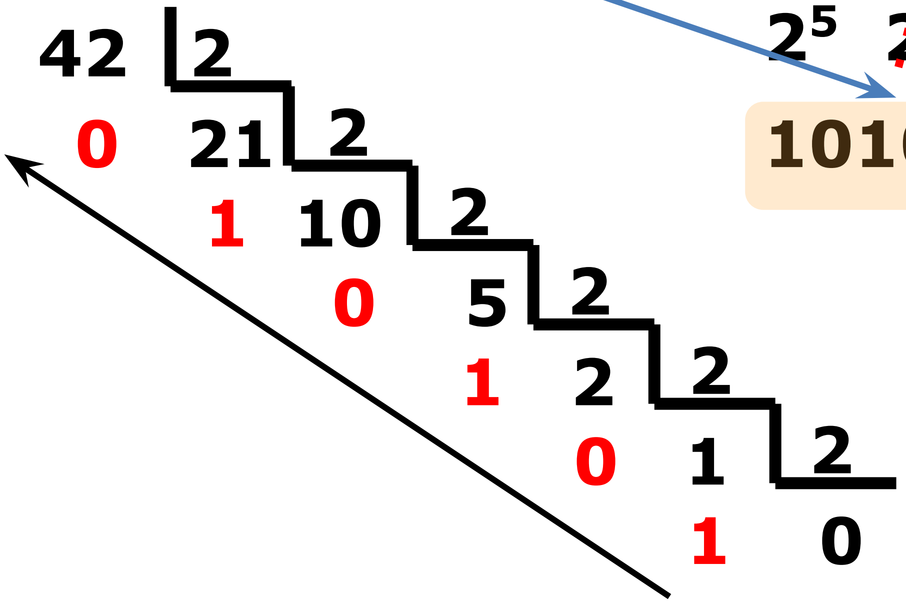
Binário para Decimal

2^2	2^1	2^0
1	0	1

$$= 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5_{10}$$

Conversão Binário - Decimal

Notação: <Número>$_{\text{<Base>}}$



1	0	1	0	1	0
2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

$$101010_2 = 2^5+2^3+2^1$$
$$= 42_{10}$$

Exemplos:

Converta 42_{10} para $?_2$

Converta 1024_{10} para $?_2$

Converta 10000001_2 para $?_{10}$

Converta 1011_2 para $?_{10}$

Quantos algarismos são necessário para representar o número 4242_{10} em base binária?

44

Sistema Octal

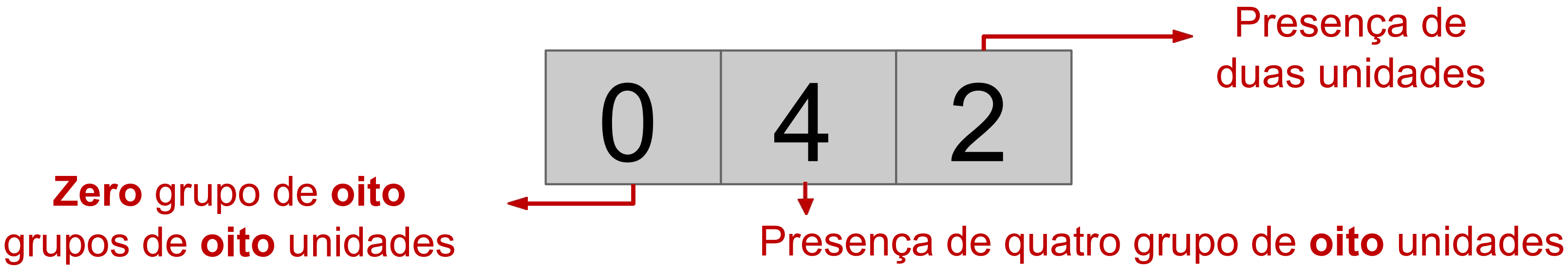
Dentre os principais, é o menos utilizado hoje em dia:

- Pode ser usado na programação de sistemas embarcados

Algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Lei de Formação:

- Conceito semelhante ao do sistema decimal
- Baseada no conceito de grupos de **8 unidades**



Sistema Octal

- Requer mais casas para representar uma mesma quantidade em comparação à base Decimal, porém menos casas em comparação a base binária;
- Note que a base octal é uma base potência da base binária:

_ _ ___ ___ ___ ___ ___ ___

8^5 8^4 8^3 8^2 8^1 8^0 ← Potências associadas as casas

$$\underset{8^3}{\underline{1}}\ \underset{8^2}{\underline{0}}\ \underset{8^1}{\underline{7}}\ \underset{8^0}{\underline{0}} = 1x8^3 + 0x8^2 + 7x8^1 + 0x8^0 = \mathbf{568}_{10}$$

Contagem em Octal

Decimal	Octal
0	00
1	01
2	02
3	03
4	04
5	05
6	06
7	07

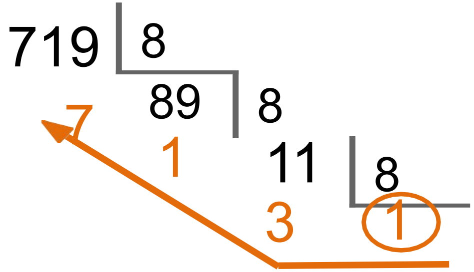
Decimal	Octal
8	10
9	11
10	12
11	13
12	14
13	15
14	16
15	17

Decimal para Octal

Método das divisões sucessivas:

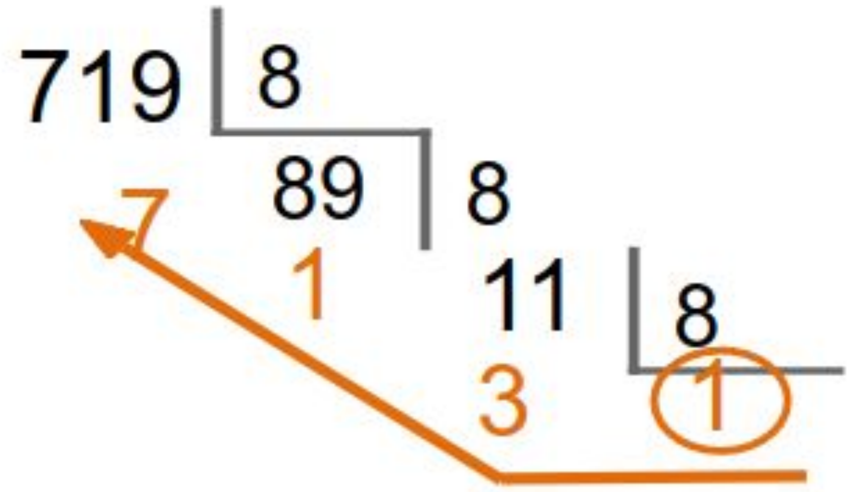
- Divide-se sucessivamente o número decimal pela **base 8**
- O octal correspondente será composto pelo último quociente seguido pelos restos das divisões em ordem inversa;

Considere, por exemplo, a conversão do número decimal 719:



$$719_{10} = 1317_{8}$$

Decimal para Octal



$$719_{10} = 1317_{8}$$

Octal para Decimal

- Conversão de octal para decimal segue o mesmo processo
- Troca-se a base 10 da lei de formação pela base **8 octal**
- Considere, por exemplo, a conversão do número octal 144:
  - 1 grupo de dezesseis elementos;
  - 4 grupos de oito elementos;
  - 4 grupos de um elemento.

8^2	8^1	8^0
1	4	4

$$= 1 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 4 \times 8^0 = 100_{10}$$

Octal para Decimal

- Conversão de octal para decimal segue o mesmo processo
- Troca-se a base 10 da lei de formação pela base **8 octal**
- Considere, por exemplo, a conversão do número octal 144:
  - 1 grupo de dezesseis elementos;
  - 4 grupos de oito elementos;
  - 4 grupos de um elemento.

8^2	8^1	8^0
1	4	4

$$= 1 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 4 \times 8^0 = 100_{10}$$

Conversão Decimal - Octal

Notação: <Número>$_{<Base>}$

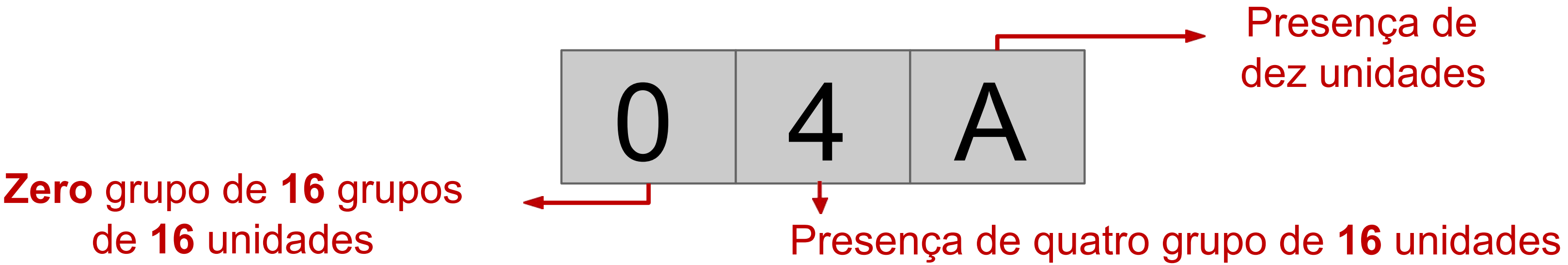
$$\begin{array}{r|l}
42 & 8 \\ \hline
\color{red}{2} \quad 5 & 8 \\ \hline
 & \color{red}{5} \quad 0
\end{array}$$

0	0	0	0	5	2
8^5	8^4	8^3	8^2	8^1	8^0

$$000052_8 = 5*8^1 + 2*8^0$$
$$= 42_{10}$$

Sistema Hexadecimal

- Comumente utilizado como um **resumo** de um binário
- Utiliza dezesseis algarismos {1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F,0};
- Lei de Formação:
  - Conceito semelhante ao do sistema decimal
  - Baseada no conceito de grupos de **16 unidades**



Sistema Hexadecimal

- Requer menos casas para representar uma mesma quantidade em comparação à base Decimal;
- Menos suscetível a erros de leitura que a base binária;
- Também é uma base potência de 2;

$$\underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underset{16^5}{\underline{\qquad}}\ \underset{16^4}{\underline{\qquad}}\ \underset{16^3}{\underline{\qquad}}\ \underset{16^2}{\underline{\qquad}}\ \underset{16^1}{\underline{\qquad}}\ \underset{16^0}{\underline{\qquad}} \longleftarrow$$

Potências associadas as casas

$$\underset{16^3}{\underline{\ A\ }}\ \underset{16^2}{\underline{\ 0\ }}\ \underset{16^1}{\underline{\ 0\ }}\ \underset{16^0}{\underline{\ 1\ }} = 10x16^3+1x16^0=40961_{10}$$

Contagem em Hexadecimal

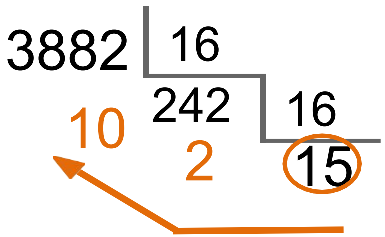
Dec.	Bin.	Hex.
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7

Dec.	Bin.	Hex.
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

Decimal para Hexadecimal

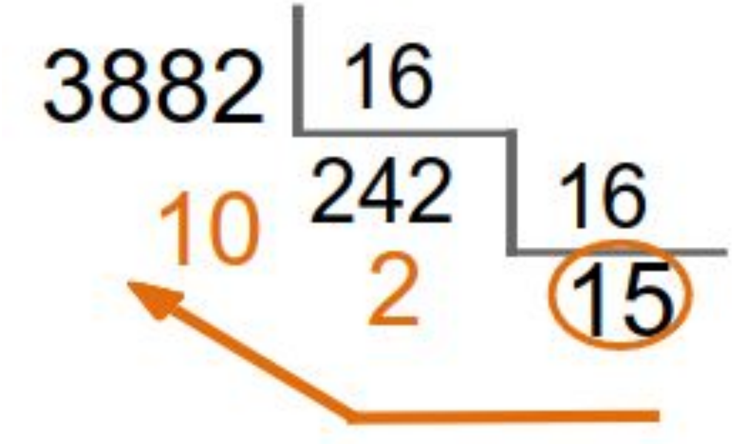
Método das divisões sucessivas:

- Divide-se sucessivamente o número decimal pela **base 16**
- O hexadecimal correspondente será composto pelo último quociente seguido pelos restos das divisões em ordem inversa;
- Considere, por exemplo, a conversão do número decimal 3882:



$$3882_{10} = F2A_{16}$$

Decimal para Hexadecimal



$$3882_{10} = F2A_{16}$$

Hexadecimal para Decimal

- Conversão de hexa para decimal segue o mesmo processo
- Troca-se a base 10 da lei de formação pela base **16 hexa**
- Considere, por exemplo, a conversão do número hexa **1C3**:
  - 1 grupo de trinta e dois elementos;
  - C (12) grupos de dezesseis elementos;
  - 3 grupos de um elemento.

16^2	16^1	16^0
1	C	3

$$= 1 \times 16^2 + C \times 16^1 + 3 \times 16^0 = 451_{10}$$

Conversão Hexadecimal- Decimal

1	A	2
16^2	16^1	16^0

$$1A2_{16} = 1x16^2 + 10x16^1 + 2x16^0 = 418_{10}$$

Números com mais de um dígito devem ser convertidos para a sua letra correspondente

$$\begin{array}{l|l} 42 & 16 \\ \hline 10 & 2 \;|\; \underline{16} \\ & 2 \quad 0 \end{array}$$

CONVERSÕES ENVOLVENDO BINÁRIO PARA OCTAL E HEXADECIMAL

Binário para Octal

- Conversão de binário para octal consiste em segmentar o número binário em grupos de **três algarismos** e convertê-los para octal separadamente.
- Completar com zeros à esquerda até que se tenha algarismos em **múltiplos de 3**.
- Considere o número binário 10110:

$$010|110_2$$

$$010_2 = 2_8$$

$$110_2 = 6_8$$

$$26_8$$

Binário para Hexadecimal

- Conversão de binário para hexa consiste em segmentar o número binário em grupos de **quatro algarismos** e convertê-los para hexadecimal separadamente.
- Completar com zeros à esquerda até que se tenha algarismos em **múltiplos de 4**.
- Considere o número binário 11100:

$$0001|1100_2$$

$$0001_2 = 1_{16}$$

$$1100_2 = C_{16}$$

$$1C_{16}$$

Octal para Binário

- Consiste no caminho inverso, converte-se cada algarismo octal para o binário de 3 algarismos correspondente e junta-os posteriormente.
- Considere o número octal 144:

$$144_8$$

$$1_8 = 001_2$$

$$4_8 = 100_2$$

$$4_8 = 100_2$$

$$001 \,|\, \mathbf{100} \,|\, 100_2$$

Hexadecimal para Binário

- Conversão de hexa para binário consiste no caminho inverso, ou seja, converte-se cada algarismo hexa para o binário de 4 algarismos correspondente e junta-os posteriormente.
- Considere o número hexadecimal 1C3:

$$1C3_{16}$$

$$1_{16} = 0001_2$$

$$C_{16} = 1100_2$$

$$3_{16} = 0011_2$$

$$0001 \,|\, 1100 \,|\, 0011_2$$

Correspondência para Diferentes Bases Numéricas

potência	valor	potência	valor	potência	valor
10^0	1	2^0	1	16^0	1
10^1	10	2^1	2	16^1	16
10^2	100	2^2	4	16^2	256
10^3	1.000	2^3	8	16^3	4096
10^4	10.000	2^4	16	16^4	65536
10^5	100.000	2^5	32	16^5	1048576
10^6	1.000.000	2^6	64	16^6	16777216
10^7	10.000.000	2^7	128	16^7	268435456
10^8	100.000.000	2^8	256	16^8	4294967296
10^9	1000.000.000	2^9	512	16^9	68719476736
10^{10}	10000.000.000	2^{10}	1024	16^{10}	1099511627776

Exercícios:

$42_{10} \rightarrow ?_2$

$13_{10} \rightarrow ?_2$

$511_{10} \rightarrow ?_2$

$2046_{10} \rightarrow ?_2$

$001010_2 \rightarrow ?_{10}$

$00111111_2 \rightarrow ?_{10}$

$100100100_2 \rightarrow ?_{10}$

$42_{16} \rightarrow ?_2$

$BEABA_{16} \rightarrow ?_2$

Exercícios:

$1234_{16} \rightarrow ?_2$

$F0F0_{16} \rightarrow ?_2$

$42_8 \rightarrow ?_2$

$555_8 \rightarrow ?_2$

$7400_8 \rightarrow ?_{10}$

$4011_{10} \rightarrow ?_8$

$4081_{10} \rightarrow ?_{16}$

$4147_8 \rightarrow ?_{16}$

Aula 01 - Introdução aos Circuitos Digitais e Sistemas de Numeração

Circuitos Digitais - CRT 0384

Prof. Rennan Dantas
Ciência da Computação

2020.1