UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS DE CRATEÚS
CURSOS: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO e SISTEMAS DE INFORMAÇÃO
DISCIPLINA: MATEMÁTICA BÁSICA
PROFESSORA: LÍLIAN DE OLIVEIRA CARNEIRO

Números Complexos

Em $\mathbb{R}_+$ a radiciação é uma operação, isto é, $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}_+$ qualquer que seja a não negativo. Assim, por exemplo, $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}$ e $\sqrt[4]{8}$ são números reais.

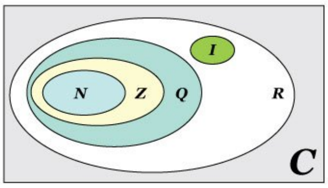
Desde que o índice da raiz seja ímpar, os radicais da forma $\sqrt[n]{-a}$, com $a \in \mathbb{R}_+$, também representam números reais. É o caso, por exemplo, de $\sqrt[3]{-1}$ e $\sqrt[5]{-32}$.

Se o radicando é negativo e o índice da raiz é par, entretanto, o radical $\sqrt[n]{-a}$ não representa elemento de $\mathbb{R}$. Por exemplo, $\sqrt{-1}$ não é real, pois

$$\sqrt{-1} \Rightarrow -1 = x^2$$

e isto é impossível pois se $x \in \mathbb{R}$, então $x^2 \geq 0$.

Resolve-se definitivamente o problema de dar significado ao símbolo $\sqrt[n]{a}$, para todo número real a, introduzindo o conjunto dos números complexos ($\mathbb{C}$) do qual $\mathbb{R}$ é um subconjunto.



Forma Algébrica

Um número complexo é um número z que pode ser escrito na forma $z = a + bi$, onde a é a parte real ($a \in Re(z)$), b é a parte imaginária ($b \in Im(z)$) e i é chamado de unidade imaginária. A unidade imaginária possui a seguinte propriedade $i^2 = -1$.

Exemplo: Dado o número complexo $z = -5 + 10i$, temos $Re(z) = -5$ e $Im(z) = 10$.

Chama-se **real** todo número complexo cuja parte imaginária é nula. $z = a + 0i$ é um exemplo de número real. Chama-se **imaginário puro** todo número complexo cuja parte real é nula e a imaginária não. $z = 0 + bi, b \neq 0$ é um exemplo de imaginário puro.

Operações:

1. **Igualdade**: $a+bi = c+di \Leftrightarrow a = c$ e $b = d$;

2. **Adição**: $(a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i$;

3. **Multiplicação**: $(a+bi)\cdot(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$.

4. **Conjugado**: $\bar{z} = a-bi$;

5. **Inverso Multiplicativo**: $\dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{a+bi} = \dfrac{a-bi}{a^2+b^2}$

6. **Divisão**: Dados $z_1 = a+bi \neq 0$ e $z_2 = c+di$, temos:

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{c+di}{a+bi} = \frac{(c+di)(a-bi)}{(a+bi)(a-bi)} = \frac{ca+db}{a^2+b^2} + \frac{da-cb}{a^2+b^2}i$$