Negação de Proposições Compostas

Olá, pessoal, tudo bem?

Em nossa Aula 09 vocês devem:

- 1. Estudar o material abaixo;
- 2. Assistir aos vídeos listados abaixo e que estão disponíveis no Material de Apoio:

Título	Tempo inicial	links
Linguagem Corrente e Representação Simbólica das Proposições*		https://youtu.be/u_umZSCrv4M
Negação de Proposições Compostas**	05:23	https://youtu.be/u7M9op3-ZN8?t=323

^{*}Leitura opcional: este material serve de base para mostrar como nós podemos transformar as proposições da linguagem corrente para a linguagem simbólica e vice-versa; **Caso deseje revisar a negação de proposições simples assista do início

Após a visualização do vídeo, participe dos **Fóruns** e responda a **Tarefa 04** no ambiente da turma no Solar em ATIVIDADES → Portfolio.

1 COMO NEGAR PROPOSIÇÕES

1.1 Negação da conjunção

A **negação** de $p \land q$ é a proposição $\sim p \lor \sim q$, pois

$$\sim (p \land q) \Leftrightarrow \sim p \lor \sim q$$
 (De Morgan).

Exemplos:

1. $p: a \neq 0 \text{ e } q: b \neq 0$

 $p \land q : a \neq 0 \land b \neq 0$

 $\sim (p \land q) : a = 0 \lor b = 0$

2. A negação da proposição "João é estudante e Maria é atriz" é a proposição:

João não é estudante ou Maria não é atriz,

pois se considerarmos as proposições:

p: "João é estudante" (cuja negação é $\sim p$: "João não é estudante");

q: "Maria é atriz"
(cuja negação é $\sim q$: "Maria não é atriz").

Assim, temos que:

 $p \wedge q$: "João é estudante **e** Maria é atriz" e a negação de $p \wedge q$ é a proposição:

 $\sim p \lor \sim q$: "João não é estudante ou Maria não é atriz".

3. A **negação** da proposição "Pedro não é dentista **e** Paulo é engenheiro" é a proposição:

Pedro é dentista ou Paulo não é engenheiro.

1.2 Negação da disjunção

A **negação** de $p \lor q$ é a proposição $\sim p \land \sim q$, pois

$$\sim (p \lor q) \Leftrightarrow \sim p \land \sim q$$
 (De Morgan).

Exemplos:

1. Seja *p* a proposição "O triângulo *ABC* é isósceles" e *q* a proposição "O triângulo *ABC* é equilátero". Temos:

 $p \lor q$: O triângulo ABC é isósceles **ou** é equilátero

 $\sim (p \lor q)$: O triângulo *ABC* não é isósceles e não é equilátero

2. A **negação** da proposição "João é estudante **ou** Maria é atriz" é a proposição:

João **não** é estudante **e** Maria **não** é atriz.

3. A negação da proposição "Pedro não é dentista ou Paulo é engenheiro" é a proposição:

Pedro é dentista e Paulo não é engenheiro.

1.3 Negação da condicional

A **negação** de $p \rightarrow q$ é a proposição $p \land \sim q$, pois

$$\sim (p \to q) \Leftrightarrow p \land \sim q$$

Exemplos:

1. $p: 2 \in \mathbb{Z}$ e $q: 2 \in \mathbb{Q}$

 $p \rightarrow q$: Se $2 \in \mathbb{Z}$ então $2 \in \mathbb{Q}$

 $\sim (p \to q) : 2 \in \mathbb{Z} \land 2 \notin \mathbb{Q}$

2. *p* : João é estudante e *q*: Maria é atriz

 $p \rightarrow q$: Se João é estudante então Maria é atriz

 $\sim (p \rightarrow q)$: João é estudante **e** Maria **não** é atriz.

3. A **negação** da proposição "Se está chovendo, então levo o guarda-chuva" é a proposição:

"Está chovendo e não levo o guarda-chuva".

4. A **negação** da proposição "Se não estudo, então não aprendo" é a proposição:

"Não estudo e aprendo".

1.4 Negação da bicondicional

A **negação** de $p \leftrightarrow q$ é a proposição $(p \land \sim q) \lor (\sim p \land q)$, pois

$$\sim (p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \land \sim q) \lor (\sim p \land q)$$

Você pode chegar a este resultado desenvolvendo uma série de equivalências lógicas.

Exemplos:

- 1. $p: 5^2 = (-5)^2$ e q: 5 = -5 $p \leftrightarrow q: 5^2 = (-5)^2$ se, e somente se, q: 5 = -5 $\sim (p \leftrightarrow q): (5^2 = (-5)^2$ e $5 \neq -5)$ ou $(5^2 \neq (-5)^2$ e 5 = -5)
- 2. p: João é estudante e q: Maria é atriz $p \leftrightarrow q$: João é estudante se, e somente se, Maria é atriz $\sim (p \leftrightarrow q)$: João é estudante e Maria **não** é atriz **ou** João **não** é estudante e Maria é atriz.

1.5 Negação da Disjunção Exclusiva

A **negação** de $p \lor q$ é a proposição $(p \leftrightarrow q)$, pois

$$\sim (p \veebar q) \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$$

Exemplos:

- 1. p:2 é par e q:2 é impar $p\veebar q: \text{Ou 2 é par ou 2 é impar}$ $\sim (p\veebar q): 2 \text{ é par se, e somente se, 2 é impar}$
- 2. A **negação** da proposição "**Ou** João é estudante **ou** Maria é atriz" é a proposição:

João é estudante se, e somente se, Maria é atriz.

Observação: Podemos perceber que, alternativamente, a negação de uma estrutura bicondicional é também a disjunção exclusiva.