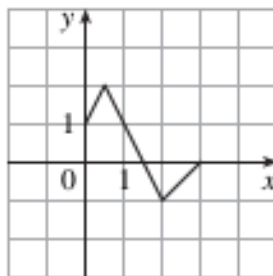




UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS DE CRATEÚS  
DISCIPLINA: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

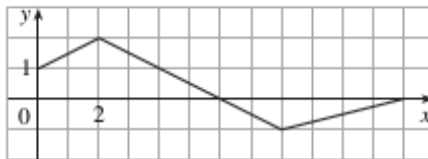
Gabarito Lista II

1.
  - a)  $y = f(x) + 3$
  - b)  $y = f(x) - 3$
  - c)  $y = f(x - 3)$
  - d)  $y = f(x + 3)$
  - e)  $y = -f(x)$
  - f)  $y = f(-x)$
  - g)  $y = 3f(x)$
  - h)  $y = \frac{1}{3}f(x)$
2.
  - a) Deslocando o gráfico de  $f(x)$  8 unidades para cima;
  - b) Refletindo o gráfico de  $f(x)$  em torno do eixo  $x$  e deslocando 1 unidade para baixo;
  - c) Deslocando o gráfico de  $f(x)$  8 unidades para esquerda;
  - d) Expandindo o gráfico de  $f(x)$  horizontalmente e verticalmente por um fator de 8.
3.
  - a) (3). Desloca o gráfico de  $f(x)$  4 unidades para direita;
  - b) (1). Desloca o gráfico de  $f(x)$  3 unidades para cima;
  - c) (4). Comprime verticalmente o gráfico de  $f(x)$  por um fator de 3;
  - d) (5). Desloca o gráfico de  $f(x)$  4 unidades para a esquerda e reflete em torno do eixo  $x$ ;
  - e) (2). Desloca o gráfico de  $f(x)$  6 unidades para a esquerda e expande verticalmente por um fator de 2.
4.  $y = -\sqrt{-x^2 - 5x - 4} - 1$
5. O gráfico de  $y = 2\text{sen}(x)$  é o gráfico de  $y = \text{sen}(x)$  expandindo verticalmente por um fator de 2.

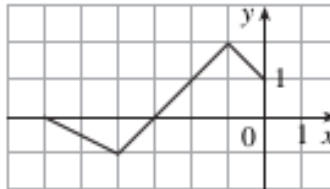


6. a)

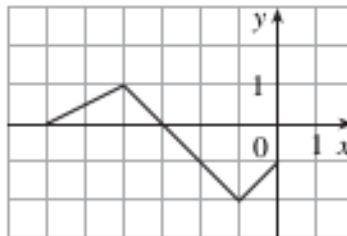
b)



c)



d)



7. a)  $(f+g)(x) = x^3 + 5x^2 - 1$ ,  $(f-g)(x) = x^3 - x^2 + 1$ ,  $(f.g)(x) = 3x^5 + 6x^4 - x^3 - 2x^2$ , sendo seu domínio:  $D = \mathbb{R}$ .  $(f/g)(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{3x^2 - 1}$ , sendo seu domínio  $D = \mathbb{R} - \left\{ \pm\sqrt{\frac{1}{3}} \right\}$ .
- b)  $(f+g)(x) = \sqrt{x+1} + x - 2$ ,  $(f-g)(x) = \sqrt{x+1} - x + 2$ ,  $(f.g)(x) = (x-2)\sqrt{x+1}$ , sendo seu domínio:  $D = \{x \in \mathbb{R} | x \geq -1\}$ .  $(f/g)(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$ , sendo seu domínio  $D = \{x \in \mathbb{R} | x \geq -1 \text{ e } x \neq 2\}$ .
- c)  $(f+g)(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{x-3}$ ,  $(f-g)(x) = \sqrt{x-2} - \sqrt{x-3}$ ,  $(f.g)(x) = \sqrt{(x-2)(x-3)}$ , sendo seu domínio:  $D = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 3\}$ .  $(f/g)(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-3}}$ , sendo seu domínio  $D = \{x \in \mathbb{R} | x > 3\}$ .
8. a)  $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 4x$ ;  $(g \circ f)(x) = 2x^2 - 1$ ;  $(f \circ f)(x) = x^4 - 2x^2$ ;  $(g \circ g)(x) = 4x + 3$ . O domínio das funções é  $\mathbb{R}$ .
- b)  $(f \circ g)(x) = 1 - 3\cos(x)$ ;  $(g \circ f)(x) = \cos(1 - 3x)$ ;  $(f \circ f)(x) = 9x - 2$ ;  $(g \circ g)(x) = \cos(\cos(x))$ . O domínio das funções é  $\mathbb{R}$ .
- c)  $(f \circ g)(x) = x^2 - 6x + 11$ ;  $(g \circ f)(x) = x^2 - 1$ ;  $(f \circ f)(x) = x^4 + 4x^2 + 6$ ;  $(g \circ g)(x) = x - 6$ . O domínio das funções é  $\mathbb{R}$ .
- d)  $(f \circ g)(x) = \frac{2x^2 + 6x + 5}{(x+1)(x+2)}$ , domínio:  $D = \{x \in \mathbb{R} | x \neq -1, -2\}$ ;  $(g \circ f)(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 1}$ , domínio:  $D = \{x \in \mathbb{R} | x \neq -1, 0\}$ ;  $(f \circ f)(x) = \frac{x^4 + 3x^2 + 1}{x(x^2 + 1)}$ , domínio:  $D = \{x \in \mathbb{R} | x \neq 0\}$ ;  $(g \circ g)(x) = \frac{2x + 3}{3x + 5}$ , domínio:  $D = \{x \in \mathbb{R} | x \neq -2, -5/3\}$ .
9. a)  $3\sin(x^2) - 2$   
b)  $\sqrt{x^6 + 4x^3 + 1}$
10.  $(f \circ g)(x) = \sqrt{x^2 - 3x - 4}$ , domínio:  $D = \{x \in \mathbb{R} | x \leq -1 \text{ ou } x \geq 4\}$ ;  $(g \circ f)(x) = |x| - 3\sqrt{x} - 4$ , domínio:  $D = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\}$ .

11.  $g(x) = \frac{x^2 + 2}{3}$

12. a)  $4x^2 - 4x - 8$ ;  $2x^2 + 8x - 13$

b) 0; 11

c)  $x = 3$  ou  $x = -2$

13.

$$(f \circ g)(x) \begin{cases} x^2 - 4x + 7, & \text{se } x \geq 4 \\ 3x - 5, & \text{se } x < 4 \end{cases}.$$

14.

$$(f \circ g)(x) \begin{cases} 4x + 1, & \text{se } x > 2 \\ -4x^2 + 1, & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ x^4 + x^2, & \text{se } x < -1 \text{ ou } 1 < x < 2 \end{cases}.$$

15. a)  $f(x) = x^4$  e  $g(x) = 2x + x^2$ ;

b)  $f(x) = \frac{x}{1+x}$  e  $g(x) = \sqrt[3]{x}$ ;

c)  $f(t) = \sec(t)tg(t)$  e  $g(t) = t^2$ .

16. a)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = x - 1$  e  $h(x) = \sqrt{x}$ ;

b)  $f(x) = x^4$ ;  $g(x) = \sec(x)$  e  $h(x) = \sqrt{x}$ .

17. a) Injetora

b) Sobrejetora

c) Bijetora

d) Nem injetora e nem sobrejetora

18. a) Nem injetora e nem sobrejetora. Existem retas horizontais que cortam o gráfico mais de uma vez e retas que não cortam o gráfico.

b) Bijetora. Toda reta horizontal corta o gráfico em um só ponto.

c) Injetora. Nenhuma reta horizontal corta o gráfico mais de uma vez.

d) Sobrejetora. Toda reta horizontal corta o gráfico.

19. a) Bijetora. É injetora, pois  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ,  $x_1 \neq x_2$ , tem-se  $f(x_1) = 2x_1 + 1 \neq 2x_2 + 1 = f(x_2)$ . É sobrejetora, pois para todo  $y \in \mathbb{R}$  existe  $x \in \mathbb{R}$  tal que  $y = f(x) = 2x + 1$ , basta considerar  $x = \frac{y-1}{2}$ .

b) Nem injetora e nem sobrejetora. Não é injetora, pois, por exemplo,  $x_1 = 1 \neq -1 = x_2$  tem-se  $g(x_1) = g(1) = 0 = g(-1) = g(x_2)$ . Não é sobrejetora, pois, por exemplo, não existe  $x \in \mathbb{R}$  tal que  $g(x) = 2$ .

c) Sobrejetora. Não é injetora, pois, por exemplo,  $x_1 = -2 \neq 4 = x_2$  tem-se  $h(x_1) = h(-2) = 3 = h(4) = h(x_2)$ . É sobrejetora, pois para todo  $y \in \mathbb{R}_+$  existe  $x \in \mathbb{R}$  tal que  $y = h(x) = |x - 1|$ .

d) Injetora. É injetora, pois  $x_1, x_2 \in \mathbb{N}$ ,  $x_1 \neq x_2$ , tem-se  $m(x_1) = 3x_1 + 2 \neq 3x_2 + 2 = m(x_2)$ . Não é sobrejetora, pois, por exemplo, não existe  $x \in \mathbb{N}$  tal que  $m(x) = 1$ .

- e) Bijetora. É injetora, pois  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^*$ ,  $x_1 \neq x_2$ , tem-se  $p(x_1) = \frac{1}{x_1} \neq \frac{1}{x_2} = p(x_2)$ . É sobrejetora, pois para todo  $y \in \mathbb{R}^*$  existe  $x \in \mathbb{R}^*$  tal que  $y = p(x) = \frac{1}{x}$ , basta considerar  $x = \frac{1}{y}$ .
- f) Bijetora. É injetora, pois  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ,  $x_1 \neq x_2$ , tem-se  $f(x_1) \neq f(x_2)$ . É sobrejetora, pois para todo  $y \in \mathbb{R}$  existe  $x \in \mathbb{R}$  tal que  $y = f(x)$ .
- g) Injetora. É injetora, pois  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ,  $x_1 \neq x_2$ , tem-se  $h(x_1) \neq h(x_2)$ . Não é sobrejetora, pois por exemplo, não existe  $x \in \mathbb{R}$  tal que  $h(x) = 1$ .

20.  $b = 2$

21. a)  $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$

b)  $g^{-1}(x) = \frac{3x+1}{4}$

c)  $p^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-2} + 1$

d)  $q^{-1}(x) = x^3 - 2$

22. a)

$$f^{-1} : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x}$$

b)

$$f^{-1} : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_-$$

$$f^{-1}(x) = -\sqrt{x}$$

c)

$$f^{-1} : \mathbb{R}_+ \rightarrow A$$

$$f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x}$$

d)

$$f^{-1} : \mathbb{R}_- \rightarrow A$$

$$f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{-x}$$

e)

$$f^{-1} : B \rightarrow \mathbb{R}_-$$

$$f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1}$$

f)

$$f^{-1} : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-1}$$

g)

$$f^{-1} : \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{3x+4}{x+1}$$

23. Não, pois  $f$  não é injetora, por exemplo,  $x_1 = 1 \neq -1 = x_2$ , tem-se  $f(x_1) = f(1) = 1 = f(-1) = f(x_2)$  e portanto não é bijetora.

24.

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1}, & \text{se } x \geq -1 \\ x+1, & \text{se } x < -1 \end{cases}.$$

25. a) 4

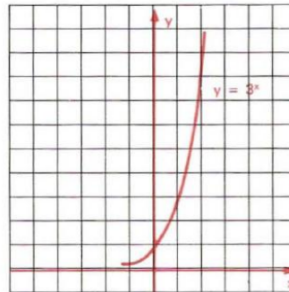
b) 16

c)  $16b^{12}$

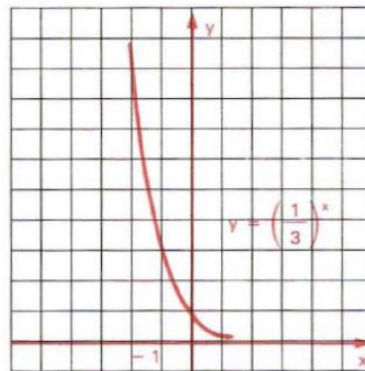
d)  $x^{4n-3}$

e)  $\sqrt[6]{a\sqrt{b}}$

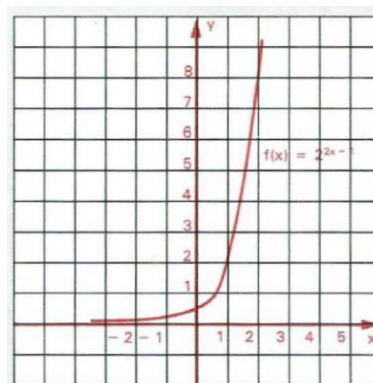
26. a)



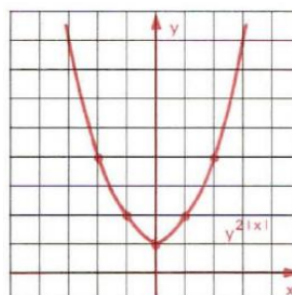
b)



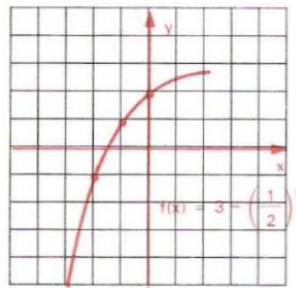
c)



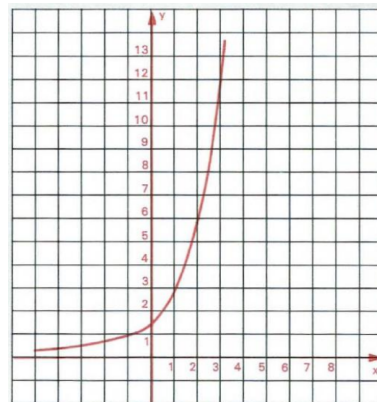
d)



e)



f)



27. a) Deslocando 3 unidades para direita;  
 b) Refletindo em torno do eixo  $y$ ;  
 c) Refletindo em torno do eixo  $y$  e deslocando 5 unidades para esquerda;  
 d) Comprimindo horizontalmente por um fator de 2, expandindo verticalmente por um fator de 3 e transladando 1 unidade para baixo;  
 e) Refletindo em torno do eixo  $y$  e comprimindo horizontalmente por um fator de 2.

28.  $g(x) = 2 \left( \frac{1}{e} \right)^x$

29. a)  $S = \{-5/3\}$   
 b)  $S = \{9\}$   
 c)  $S = \{-2/3\}$   
 d)  $S = \{-1 \pm \sqrt{6}\}$   
 e)  $S = \{5/7\}$   
 f)  $S = \{-1, 2\}$   
 g)  $S = \{-4/5\}$   
 h)  $S = \{3\}$   
 i)  $S = \{3/14\}$   
 j)  $S = \{3\}$   
 k)  $S = \{1\}$   
 l)  $S = \{-2, 1\}$   
 m)  $S = \emptyset$

n)  $S = \{0, 1\}$

o)  $S = \{5/2\}$

30.  $S = \{1/2\}$

31.  $S = \{0\}$

32. a)  $-5/2$

b)  $-3$

c)  $2/3$

d)  $6$

e)  $3/4$

33. a)  $81$

b)  $4$

c)  $1/9$

d)  $5\sqrt{5}$

e)  $9$

f)  $3/2$

g)  $3$

34.  $-4/3$

35. a)  $1 + \log_2 a + \log_2 b - \log_2 c$

b)  $3 \log_3 a + 2 \log_3 b - 4 \log_3 c$

c)  $3 \log a - 2 \log b - \frac{1}{2} \log c$

d)  $\frac{1}{3} \log a - \frac{2}{3} \log b - \frac{1}{6} \log c$

36.  $2 \log_3 a + \frac{1}{2} \log_3 b + \frac{1}{2} \log_3 c - \frac{3}{5} \log_3(a + b)$

37.  $\frac{2a}{bc^2}$

38.  $2,0368$

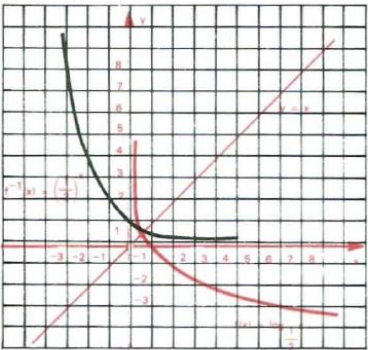
39.  $\frac{1 - 2a}{a + b}$

40.  $\frac{4(3 - a)}{a + 3}$

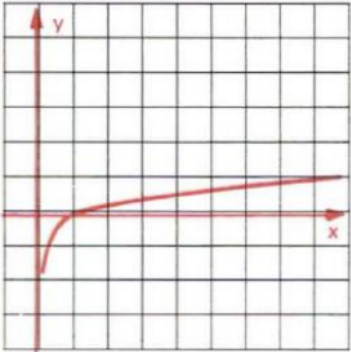
41.  $3/2$

42.  $d$

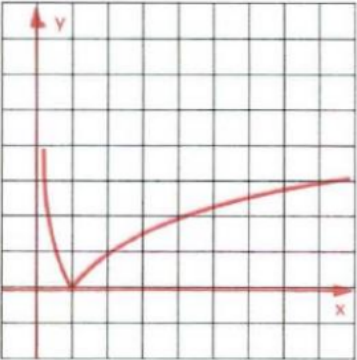
43. a)



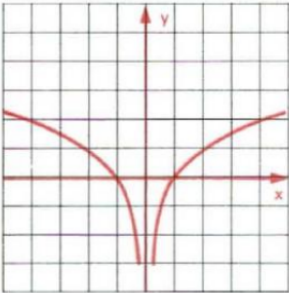
b)



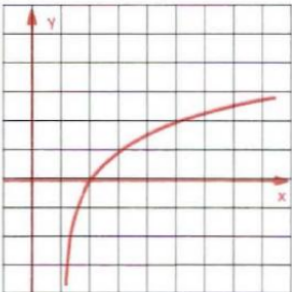
c)



d)

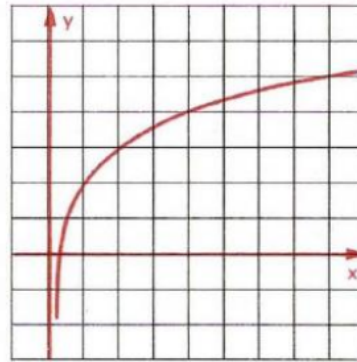


e)





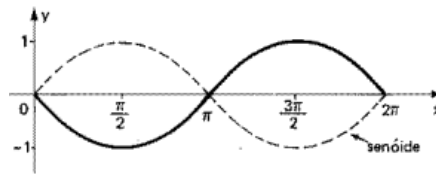
f)



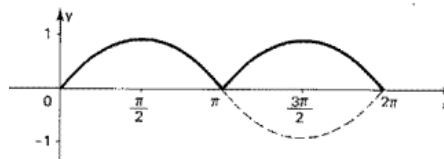
44. a)  $D = \{x \in \mathbb{R} | x \neq 3/4\}$   
 b)  $D = \{x \in \mathbb{R} | -1 < x < 1\}$   
 c)  $D = \{x \in \mathbb{R} | x > 1\}$   
 d)  $D = \{x \in \mathbb{R} | -2 < x < 3 \text{ e } x \neq 2\}$

45. a)  $S = \{\log_3(1/2)\}$   
 b)  $S = \{\pm\sqrt{\log_3 5}\}$   
 c)  $S = \{\log_9(2/3)\}$   
 d)  $S = \{\log_{45} 405\}$   
 e)  $S = \{\log_{2/3} 8\}$   
 f)  $\emptyset$   
 g)  $S = \{1, \log_2 3\}$

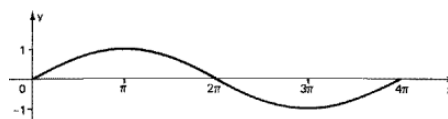
46. a) Período:  $2\pi$ ;  $Im(f) = [-1, 1]$



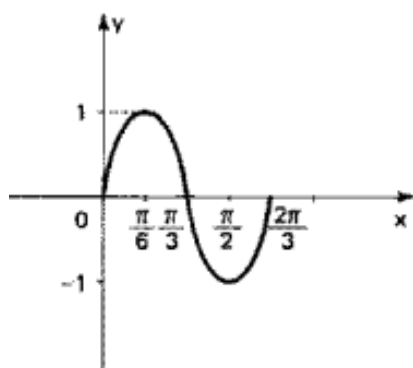
- b) Período:  $2\pi$ ;  $Im(f) = [0, 1]$



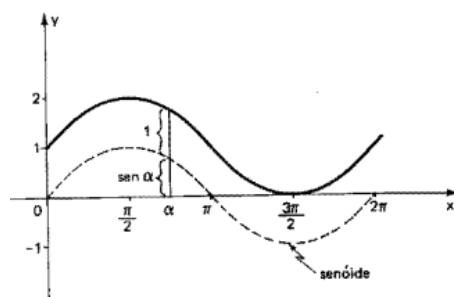
- c) Período:  $4\pi$ ;  $Im(f) = [-1, 1]$



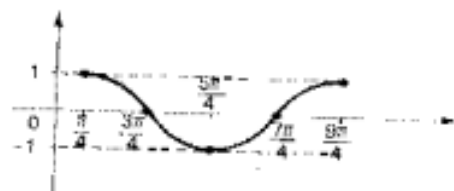
- d) Período:  $2\pi/3$ ;  $Im(f) = [-1, 1]$



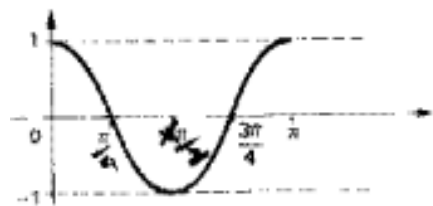
e) Período:  $2\pi$ ;  $Im(f) = [0, 2]$



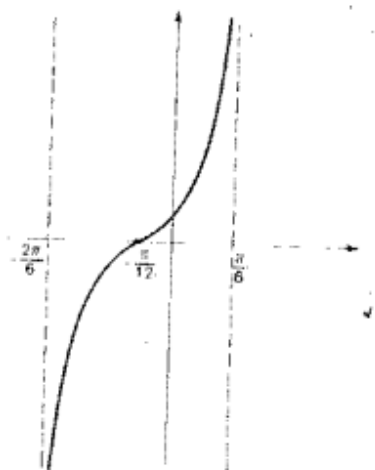
f) Período:  $2\pi$ ;  $Im(f) = [-1, 1]$



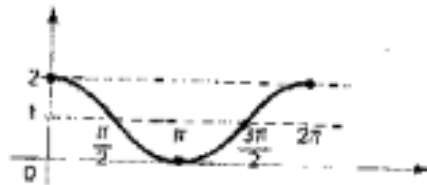
g) Período:  $\pi$ ;  $Im(f) = [-1, 1]$



h) Período:  $\pi/2$ ;  $Im(f) = \mathbb{R}$



i) Período:  $2\pi$ ;  $Im(f) = [0, 2]$



47. a)  $\frac{1}{5} \leq m \leq \frac{3}{5}$

b)  $m \leq 2$

c)  $m \geq 1$  ou  $m \leq \frac{1}{3}$

48. a)  $D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

b)  $D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

c)  $D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

49.  $\cos(x) = -\frac{3}{5}$ ,  $\operatorname{tg}(x) = -\frac{4}{3}$ ,  $\operatorname{cotg}(x) = -\frac{3}{4}$ ,  $\sec(x) = -\frac{5}{3}$  e  $\operatorname{cosec}(x) = \frac{5}{4}$ .

50.  $\operatorname{cotg}(x) = \frac{5}{12}$ ,  $\sec(x) = -\frac{13}{5}$ ,  $\cos(x) = -\frac{5}{13}$ ,  $\operatorname{sen}(x) = -\frac{12}{13}$  e  $\operatorname{cosec}(x) = -\frac{13}{12}$ .

51.  $\cos(x) = \pm \frac{2\sqrt{m}}{m+1}$

52.  $y = -\frac{25}{7}$

53.  $m = -\frac{1}{10}$  ou  $m = -\frac{1}{2}$

54. a)  $\frac{\pi}{6}$

b)  $\frac{\pi}{4}$

55. a)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

b)  $\frac{33}{65}$

c)  $\frac{\sqrt{21}}{2}$

d)  $\frac{4}{5}$

e)  $\frac{16}{63}$