# Probabilidade e Estatística

Educação a Distância
Cruzeiro do Sul Educacional
*Campus* Virtual

# Material teórico

## Medidas de Posição

**Responsável pelo Conteúdo:**
Profª Ms. Rosangela Maura C. Bonici

# UNIDADE Medidas de Posição

- Medidas de Posição

**Objetivo de Aprendizado**

A proposta deste estudo informá-lo a respeito das principais medidas de tendência central que são as medidas separatrizes e medidas de tendência central

Nela você irá aprender:

- O conceito de : quartil, quintil, decil e percentil que são as principais medidas separatrizes
- O conceito, a calcular e interpretar as medidas de tendência central: média aritmética, moda e mediana.

Você está iniciando uma nova Unidade de nossa disciplina. A proposta deste estudo é conceituar as medidas de posição, em especial, as medidas de tendência central. Dentre elas, você verá: o que é, como calcular e interpretar as medidas de tendência central chamadas de: média aritmética, moda e mediana.

Com os conceitos que vai adquirir nessa Unidade você já pode calcular e interpretar a

- Media aritmética
- Moda
- Mediana

## Contextualização

Para verificar a validade de uma estatística, seja ela veiculada em um jornal de grande circulação, na TV, ou em uma revista especializada, você deve fazer cinco perguntas:

- Quem é que diz isso?
- Como é que ele sabe?
- O que é que está faltando?
- Alguém mudou de assunto?
- Isso faz sentido?

### Quem é que diz isso?

Procure sempre saber **quem** está divulgando a estatística: pode ser uma empresa no meio de uma negociação de salários, ou um sindicato na mesma situação, ou um laboratório “independente” que precisa mostrar resultados, ou simplesmente um jornal atrás de uma boa matéria.

Uma empresa americana declarou que os salários no segundo semestre de um ano estavam muito acima daqueles pagos no início do ano, portanto não era hora do sindicato pedir um aumento. O que a empresa “esqueceu” de dizer é que no início do ano havia uma grande quantidade de trabalhadores de meio-período, e que estes passaram a cumprir turno integral a partir do segundo trimestre do ano, sendo assim seus salários teriam que forçosamente subir, mas isso não implica que os salários tenham “melhorado realmente”.

Procure os viesamentos, deliberados ou inconscientes, aplicados aos resultados. Quando ouvir “pesquisa feita por médicos americanos revela...” tome cuidado: que médicos são estes? Cuidado com as declarações do tipo “Universidade de Harvard descobriu que...”. Verifique se realmente há pessoas qualificadas da “instituição de prestígio” em questão divulgando as descobertas.

Em 1994 foi divulgado um relatório otimista sobre o número de árvores nos Estados Unidos: os peritos chegaram à conclusão que havia muito mais árvores em 1994 do que houvera em 1894 (cem anos antes). Fonte do levantamento: o equivalente a uma associação de madeireiras... Onde está o viés? Está na definição de “árvore”: os peritos consideraram "árvore" tanto uma sequóia centenária de 100 metros de altura quanto uma muda de Pinus plantada há pouco...

Um outro viesamento muito comum é encontrado na forma de apresentar os resultados. Veja o exemplo abaixo, referente aos salários de 11 pessoas de uma empresa:

| Pessoa | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Salários(u.m.) | 150 | 200 | 200 | 250 | 300 | 350 | 350 | 400 | 400 | 3000 | 8000 |

Alguém da direção desta empresa poderia afirmar que o salário "médio" é de 1236,36 u.m., portanto o nível salarial nesta seção é "muito bom". Alguém do sindicato protesta e diz que na verdade o salário "médio" é de 350 u.m., o que não é um nível "muito bom". Qual dos dois está errado? Surpreendentemente nenhum deles. O homem da direção usou a média aritmética para calcular o salário "médio": a média aritmética pode ser distorcida por valores discrepantes, o que se comprova ao observar na tabela os salários das pessoas 10 e 11 que estão bem distantes da maioria dos outros. Já o homem do sindicato usou uma outra medida estatística a ***mediana***: a mediana divide um conjunto ordenado de dados em duas partes iguais, metade é maior do que a mediana e metade é menor do que a mediana. Na tabela acima a pessoa 6 é "ponto central" e seu salário de 350 u.m. (salário mediano) representa muito melhor o conjunto.

Texto extraído do Blog do Nohara. Disponível em: <http://blogdonohara.wordpress.com/tag/livro-como-mentir-com-estatistica/>. Acesso em: 06 Ago. 2009

# 1 Medidas de Posição

As medidas de posições mais importantes são as medidas de tendência central e as medidas separatrizes. As medidas de tendência central recebem este nome por posicionar-se no centro da variável em estudo. As principais são: média aritmética, moda e mediana.

As medidas separatrizes são números reais que dividem a variável em estudo, quando está ordenada, em n partes que contém a mesma quantidade de elementos. As principais medidas separatrizes são os: quartis, quintis, decis e percentis.

Nesse estudo, trabalharemos com as medidas de tendência central por serem as mais importantes e mais utilizadas na prática.

## 1.1 MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Como já vimos anteriormente as Medidas de Tendência Central recebem este nome por posicionar-se no centro da variável em estudo. As principais são: a média aritmética, a moda e a mediana.

### 1.1.1 Média Aritmética ($\overline{X}$)

A média aritmética é representada pelo símbolo $\bar{x}$. É uma medida bastante utilizada seja na vida prática das pessoas como na mídia em geral, porém é muito influenciada por valores extremos, ou seja valores muito altos ou muito baixos. Podemos querer calcular a média de dados estatísticos não-agrupados, agrupados em distribuições de frequência variável discreta ou distribuições de frequência variável contínua. Cada uma dessas situações deve ser tratada de forma diferenciada, vejamos:

#### 1.1.1.1 Dados Não-Agrupados

Para calcular a média aritmética, de **dados não-agrupados**, usamos a seguinte fórmula.

## Fórmula da Média Aritmética / Dados Não-Agrupados

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

**Símbolo que representa Somatório**

**Somar cada um dos valores que a variável (xi) assume**

**Total de elementos estudados (n)**

**Exemplo 1:** Sabendo-se que a venda de arroz "tipo A", durante uma semana, foi de 100, 140, 130, 150, 160, 180 e 120 quilos. Qual foi a média de venda diária da semana de arroz?

Organizando os dados temos:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Significa que devemos somar:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7$

Significa que devemos dividir por 7, pois foram anotadas as vendas durante 7 dias da semana

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 140 | 130 | 150 | 160 | 180 | 120 |

$$\overline{X} = \frac{100+140+130+150+160+180+120}{7} = \frac{980}{7} = 140$$

**Resposta:** A média de venda de arroz na semana foi de 140 quilos por dia.

**Exemplo 2:** A sequência representa as notas de estudantes na disciplina de Estatística X: 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8. Determine a media aritmética dessas notas.

$$\boxed{\overline{x} = \frac{\sum xi}{n}} \Rightarrow \overline{x} = \frac{4+5+5+6+6+7+7+8}{8} \Rightarrow \overline{x} = 6$$

**Somamos todas as notas e dividimos por 8, pois foram observadas as notas de 8 estudantes**

**Resposta:** A média aritmética das notas de Estatística foi 6.

### *1.1.1.2 Dados Agrupados*

Para calcularmos média aritmética de dados agrupados usaremos a seguinte a formula da média aritmética ponderada.

**Fórmula da Média Aritmética Ponderada/ Dados Agrupados**

$$\overline{X} = \frac{\sum xi.fi}{\sum fi}$$

Soma dos produtos da multiplicação entre os valores de "xi" e "fi"

Soma de todos os elementos observados

**a) Cálculo da Média Aritmética para a Variável Discreta - dados agrupados <u>sem faixas de valores</u>**

**Exemplo 1:** Foram observadas 34 famílias e anotado o "número de filhos do sexo masculino" que cada uma delas têm em uma distribuição de frequência variável discreta. Determine a média aritmética.

**Distribuição de Freqüência da Variável Discreta**

**"Quantidade de Meninos"**

| Qte. de Meninos (xi) | Famílias Freq. Abs. (fi) |
|---|---|
| **0** | **2** |
| **1** | **6** |
| **2** | **10** |
| **3** | **12** |
| **4** | **4** |
| **Total** | **34** |

As frequências ($f_i$) são números indicadores da intensidade de cada valor da variável, elas funcionam como fatores de ponderação.

Para ajudar nos cálculos vamos organizar os valores na seguinte tabela:

| ..xi. | ..fi. | ..xi . fi . |
|---|---|---|
| 0 | 2 | 0 . 2 = 0 |
| 1 | 6 | 1. 6 = 6 |
| 2 | 10 | 2 . 10 = 20 |
| 3 | 12 | 3 . 12 = 36 |
| 4 | 4 | 4 . 4 = 16 |
| **Total** | **∑fi = 34** | **∑ xi.fi = 78** |

$$\overline{X} = \frac{\Sigma xi.fi}{\Sigma fi} = \frac{78}{34} = 2{,}3$$

**ou**

$$\overline{X} = \frac{\Sigma xi.fi}{\Sigma fi} = \frac{0.2+1.6+2.10+3.12+4.4}{2+6+10+12+4} = \frac{0+6+20+36+16}{34} = \frac{78}{34} = 2{,}3$$

**Resposta*:*** Essas famílias possuem em média 2,3 meninos.

**Exemplo 2:** Obtenha a média aritmética das estaturas de 50 mulheres, que originou na seguinte distribuição:

**Distribuição de Freqüência da Variável Discreta**

**"Estatura de mulheres"**

| Estatura em cm ($x_x$) | Qte. de pessoas. (fi) |
|---|---|
| **155** | **6** |
| **158** | **4** |
| **160** | **24** |
| **162** | **12** |
| **165** | **4** |
| **Total** | **50** |

Para ajudar nos cálculos vamos organizar os valores na seguinte tabela:

| xi | fi | xi . fi |
|---|---|---|
| 155 | 6 | 930 |
| 158 | 4 | 632 |
| 160 | 24 | 3840 |
| 162 | 12 | 1944 |
| 165 | 4 | 660 |
| **Total** | **$\sum fi = 50$** | **$\sum xi.fi = 8006$** |

$$\overline{X} = \frac{\Sigma xi.fi}{\Sigma fi} = \frac{8006}{50} = 160{,}12$$

**ou**

$$\overline{X} = \frac{\Sigma xi.fi}{\Sigma fi} = \frac{155.6+158.4+160.24+162.12+165.4}{2+6+10+12+4} = \frac{930+632+3840+1944+660}{50}$$

$$= \frac{8006}{50} = 160{,}12$$

**Resposta*:*** A estatura média das mulheres é de 160,12 cm

**b) Cálculo da Média Aritmética para Variável Continua - dados agrupados *com faixas de valores*:**

**Exemplo 1:** Calcular a estatura média de bebês em uma certa comunidade conforme a tabela:

**Distribuição de Freqüência da Variável Continua**

**"Estatura de Bebês"**

| Estaturas (cm) | "fi" |
|---|---|
| 50 \|- 54 | 4 |
| 54 \|- 58 | 9 |
| 58 \|- 62 | 11 |
| 62 \|- 66 | 8 |
| 66 \|- 70 | 5 |
| 70 \|- 74 | 3 |
| Totais | 40 |

Observe que neste caso, a variável xi está agrupada por faixas de valores

Para usar esta fórmula temos que ter o valor de xi e do fi.

$$\overline{X} = \frac{\sum xi.fi}{\sum fi}$$

Para podermos efetuar a operação vamos considerar que xi é o ponto médio entre os limites inferior (li) e limite superior (Li) de cada uma das classes. Fazemos então:

$$\text{Ponto médio} = \frac{li + Li}{2}$$

Para ajudar nos cálculos vamos organizar as variáveis na seguinte tabela:

| Estaturas (cm) | fi | xi | xi . fi |
|---|---|---|---|
| 50 \|- 54 | 4 | $\frac{50+54}{2}=52$ | 208 |
| 54 \|- 58 | 9 | $\frac{54+58}{2}=56$ | 504 |
| 58 \|- 62 | 11 | $\frac{58+62}{2}=60$ | 660 |
| 62 \|- 66 | 8 | $\frac{62+66}{2}=64$ | 512 |
| 66 \|- 70 | 5 | $\frac{66+70}{2}=68$ | 340 |
| 70 \|- 74 | 3 | $\frac{70+74}{2}=72$ | 216 |
| **Total** | **∑fi = 40** | **-** | **∑ xi.fi = 2.440** |

**Obs:** Na primeira coluna temos os **intervalos de classe** das estaturas, separados em 4 em 4 centímetros, na segunda coluna a quantidade de cada um "**fi**", na terceira coluna o **"xi"** encontrado após o cálculo do ponto médio e na quarta coluna, o produto (multiplicação) **"xi.fi"**.

$$\overline{X} = \frac{\Sigma xi.fi}{\Sigma fi} = \frac{2440}{40} = 61$$

**ou**

$$\overline{X} = \frac{\Sigma xi.fi}{\Sigma fi} = \frac{4.52+9.56+11.60+8.64+5.68+3.72}{4+9+11+8+5+3} =$$

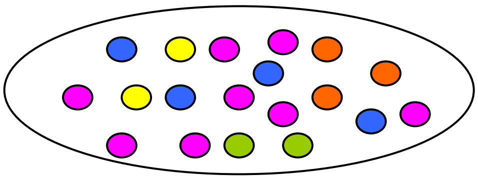
$$= \frac{208+504+660+512+340+216}{40} = \frac{2440}{40} = 61$$

***Resposta:*** A estatura média dos bebes é de 61 centímetros.

### *1.1.2 Moda (mo)*

É o valor que ocorre com maior frequência em uma sequência ou série de valores. Por exemplo, o salário mais comum em uma fábrica é chamado de salário modal, isto é, o salário recebido pelo maior número de empregados.

Neste outro exemplo podemos dizer que a cor que aparece com mais frequência é o rosa, portanto a cor modal é rosa.



Uma sequência pode ser classificada de acordo com o número de modas que possui em:

Nenhuma moda - **amodal**
Uma moda - **unimodal ou modal**
Duas Modas - **bimodal**
Mais de duas modas - **polimonal**

**a) Exemplos de Moda envolvendo Dados Brutos e Rol**

Quando os dados **não estão agrupados** a moda é facilmente reconhecida. Basta procurar o valor que mais se repete, por exemplo**:** Na série **X: 7 , 8 , 9 , 10 , 10 , 10 , 11 , 12** a moda é **10**. Dizemos que mo = 10 e que essa série é unimodal ou modal, pois tem uma moda.

Há séries que não têm valor modal, isto é, nenhum valor aparece mais vezes que outros, por exemplo: A série **Z: 3 , 5 , 8 , 10 , 12** não apresenta moda, portanto, dizemos que a série é **amodal.**

Em outros casos, pode haver dois ou mais valores de concentração. Dizemos, então, que a série tem dois ou mais valores modais, Por exemplo: A série

**Z: 2 , 3 , 4 , 4 , 4 , 5 , 6 , 7 , 7 , 7 , 8 , 9** apresenta duas modas **mo = 4** e **mo = 7**. A série, então, é **bimodal.**

**b) Exemplos de Moda quando os dados estão agrupados - Variável Discreta**

Quando os dados estão agrupados é possível determinar imediatamente a moda: basta fixar o valor da variável de maior frequência. Por exemplo: Qual a temperatura **mais comum** medida conforme a tabela abaixo:

Distribuição de frequência da Variável Discreta “Temperatura”

| Temperaturas “xi” | Freqüência ou “fi” |
|---|---|
| **0º C** | **1** |
| **1º C** | **5** |
| **2º C** | **12** |
| **3º C** | **6** |
| **∑ fi** | **24** |

**Resposta*:*** A temperatura modal é de 2º C, pois é a de maior frequência. Dizemos que **mo = 2º C** e que essa sequência é modal ou unimodal

### c) Exemplos de Moda quando os dados estão agrupados - Variável Continua

Vamos trabalhar com o seguinte exemplo: Calcule a estatura modal conforme a tabela abaixo.

**Tabela da Variável Contínua "Estatura de bebês"**

| Estaturas em cm ou "h" | Freqüência ou "fi" |
|---|---|
| 54 \|- 58 | 9 |
| 58 \|- 62 | **11** |
| 62 \|- 66 | 8 |
| 66 \|- 70 | 5 |
| **∑ fi** | **33** |

Obs: A maior frequência "**fi**"está entre 58 |- 62, para determinarmos a moda de uma Variável Contínua precisaremos fazer um cálculo

Classe Modal

A classe (linha da tabela) que apresenta a maior frequência é denominada classe modal. Pela definição, podemos afirmar que a moda, neste caso, é o valor dominante que está compreendido entre os limites da classe modal. Para o cálculo da **moda** em variável contínua utilizaremos a fórmula de **Czuber**, por ser a mais exata e completa. Vejamos:

### Fórmula de Czuber para o Cálculo da Moda

$$Mo = li(mo) + \frac{fi(mo) - fi(ant)}{2.fi(mo) - [fi(ant) + fi(post)]}.h$$

**li(mo)** = limite inferior da classe modal.

**fi(mo)**= freqüência da classe modal.

**fi(ant)**= freqüência da classe anterior à classe modal.

**fi(post)**= freqüência da classe posterior à classe modal.

**h**= amplitude do intervalo de classe.

Observando os dados da tabela temos:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **li(mo) = 58** | **fi(mo)= 11** | **fi(ant) 9** | **fi(post)= 8** | **h= 4** |

Substituindo na fórmula de Czuber e fazendo os cálculos temos:

$$Mo = 58 + \frac{11-9}{2.11-[9+8]}.4 = 58 + \frac{2}{22-17}.4 = 58 + \frac{2}{5}.4 = 58 + 0{,}4.4 = 58 + 1{,}6 = 59{,}6$$

Fique atento a sequência das operações para não errar nos cálculos

**Resposta***:* A moda das estaturas dos bebês é igual a 59,6 cm, ou ainda, a estatura de bebês mais freqüente é 59,6 cm.

### *1.1.3 Mediana (md)*

Para a mediana usaremos o símbolo **"md"**. Define-se mediana como sendo o valor real que separa o rol (dados já organizados) em duas partes deixando à sua direita o mesmo número de elementos que à sua esquerda. Por exemplo: Dada a série de valores X: 5, 2, 6, 13, 9, 15, 10, determine a mediana.

De acordo com a definição de mediana, o primeiro passo a ser dado é o da ordenação (crescente ou decrescente) dos valores. Ordenando temos:

**X: 2, 5, 6, 9, 10, 13, 15**

3 elementos antes

3 elementos depois

O valor que divide a série acima em duas partes iguais é o número 9, logo, a mediana dessa sequência é 9. Podemos dizer que 50% dos valores da sequência X são menores que 9 e 50% dos valores maiores do que 9.

### *1.1.3.1 Método prático para o cálculo da Mediana:*

Para calcular a mediana devemos considerar duas situações: se o número de elementos da sequência é par ou ímpar

Se a série dada tiver número **ímpar** de termos, o valor mediano será o **termo de ordem** dado feita fórmula:

$$\boxed{Posição\ \ do\ elemento\ \ ímpar = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{o}}$$

Por exemplo: Calcule a mediana da série Z: 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5. Observe que neste caso a sequência já está ordenada e temos nove elementos, portanto n = 9. Fazendo o cálculo da posição do elemento:

$$Posição\ \ do\ elemento\ \ ímpar = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5^{a}\ posição$$

Identificamos com este cálculo a posição, ou seja, o endereço da mediana. A mediana é o 5ª elemento da sequência.

**Z: 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5**

O 5º termo é o número 2

**Resposta:** A mediana será o termo que ocupa a 5ª posição, ou seja, a mediana é 2. Dizemos que 50% dos valores da sequência Z são menores do que 2 e 50% maiores ou iguais a 2.

Se a série dada tiver número **par** de termos, o valor mediano será o **termo de ordem dado** feita fórmula: $Posição\ \ do\ elemento\ \ par = \left(\frac{n}{2}\right)^{o} e\ \left(\frac{n}{2}+1\right)^{o}$

Vejamos um exemplo: Determine a mediana da sequência X: 7, 21, 13, 15, 10, 8, 9, 13

**Solução:** Ordenar X: 7, 8, 9, 10, 13, 13, 15, 21, temos n = 8

Vamos usar a fórmula para identificar o endereço da mediana

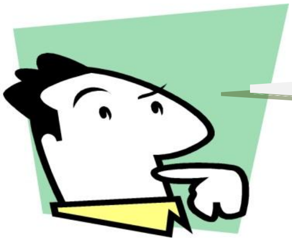
$$Posição\ do\ elemento\ par = \left(\frac{n}{2}\right)^{o} e \left(\frac{n}{2}+1\right)^{o} \Rightarrow \left(\frac{8}{2}\right)^{o} e \left(\frac{8}{2}+1\right)^{o} \Rightarrow 4^{o}\ e\ 5^{o}\ elementos\ .$$

Descobrimos que os elementos que se encontram nas posições 4º e 5º é que comporão a mediana

**X: 7, 8, 9, 10, 13, 13, 15, 21**

O 4º termo é o número **10**

O 5º termo é o número **13**



**Temos um problema! A Mediana não pode ser dois números. E agora?**

A mediana é um número, porém neste caso temos dois candidatos. Sempre que aparecer esta situação, para calcular a mediana usaremos a media aritmética entre eles. Lembram-se dessa fórmula: $\boxed{\bar{x} = \frac{\sum xi}{n}}$

Daí temos que a **mediana é:** $\bar{x} = \frac{10+13}{2} = \frac{23}{2} = 11{,}5$

**Resposta:** A mediana da sequência X é 11,5. Podemos dizer que 50% dos valores dessa sequência são menores do que 11,5 e 50% maiores do que 11,5.

**Obs:** Quando o número de elementos da série estatística for ímpar, haverá coincidência da mediana com um dos elementos da série.

Quando o número de elementos da série estatística for par, nunca haverá coincidência da mediana com um dos elementos da série. A mediana será sempre a média aritmética dos dois elementos centrais da série.

**IMPORTANTE:** Em uma série a mediana, a média e a moda não têm, necessariamente, o mesmo

A mediana depende da posição do elemento na série ordenada. A media aritmética depende dos valores dos elementos. Essa é uma da diferença marcante entre mediana e média. A média se deixa influenciar, e muito, pelos valores extremos. Vejamos um exemplo: Determine e média e a mediana nas sequências:

**a) Z: 5, 7, 10, 13, 15** **b) Y: 5, 7, 10, 13, 65**

**a)** Calculo da média $\overline{X} = \frac{\sum xi}{n} \Rightarrow \frac{5+7+10+13+15}{5} = \frac{50}{5} = 10$

Calculo da mediana

$\boxed{\textit{Posição do elemento ímpar} = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{o}}$ $= \frac{5+1}{2} = 3$. Descobrimos que a mediana ocupa a 3ª posição.

**Z: 5, 7, 10, 13, 15,** temos que a mediana vale 10

**Resposta:** A sequência Z tem média aritmética igual a 10 e mediana igual a 10.

**b)** Na sequência: Y: 5, 7, **10**, 13, 65, calculando rapidamente temos que a mediana vale 10, por ser o termo que ocupa a posição central.

Cálculo da média: $\overline{X} = \frac{\sum xi}{n} \Rightarrow \frac{5+7+10+13+65}{5} = \frac{100}{5} = 20$

**Resposta:** A sequência Y tem média aritmética igual a 20 e mediana igual a 10.

Se compararmos os valores da sequência Z e Y verificamos que:

| Sequência Z | Sequência Y |
|---|---|
| **A sequência Z tem valores próximos uns dos outros** | **A sequência Y tem valores bem distantes uns dos outros** |
| **Os valores próximos influenciam a média aritmética, porém de forma leve.** | **Os valores distantes influenciam a média aritmética, de forma acentuada.** |
| **A mediana não sofre influência dos valores da sequência, por considerar a posição dele.** | **A mediana não sofre influência dos valores da sequência, por considerar a posição dele.** |

### a) Calculo da Mediana na Variável Discreta (sem intervalos de classe)

Neste caso os dados já estão ordenados e agrupados em uma tabela de frequência. Vejamos um exemplo: Determinar a mediana da série, que representa as notas de alunos na disciplina de Língua Portuguesa.

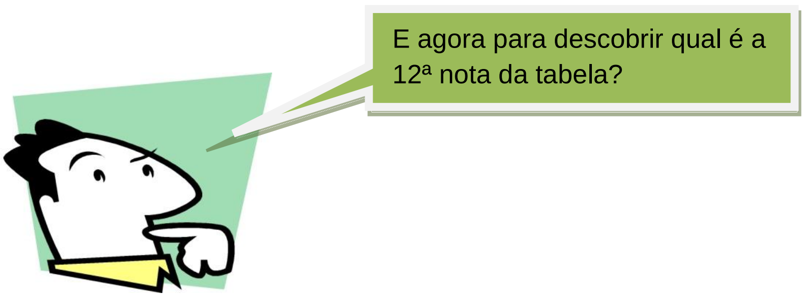
| Notas (xi) | fi |
|---|---|
| 2 | 1 |
| 5 | 4 |
| 8 | 10 |
| 10 | 6 |
| Total | 21 |

**Solução:** A série é composta por 21 elementos, que é ímpar, portanto, só admite um termo central.

$$Posição\ do\ elemento\ ímpar = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{o}$$

A posição da mediana é (21+1) / 2 = 12ª posição.

Descobrimos que a mediana é o 12ª nota.



**Vamos resolver este problema**. Nesta situação para facilitar nossos cálculos, abriremos ao lado da coluna das frequências (fi) uma outra coluna que chamaremos de f(ac), ou seja, frequência acumulada. Nesta coluna iremos acumular em cada linha as frequências absolutas (fi) da seguinte forma:

| Notas (xi) | fi | f(ac) |
|---|---|---|
| **2** | 1 | **1** |
| **5** | 4 | **1+4=5** |
| **8** | 10 | **5+10=15** |
| **10** | 6 | **15+6=21** |
| **Total** | **21** | **-** |

Temos 1 nota acumulada

Temos 5 notas acumuladas

Temos 15 notas acumuladas, portanto a 12ª nota é 8.

Temos 21 notas acumuladas

**Resposta:** A nota mediana de Língua Portuguesa é 8. Podemos dizer que 50% das notas são menores ou iguais a 8 e 50% maiores ou iguais a 8.

**Exemplo 2**: Determinar a mediana da série abaixo que representa as notas de 32 alunos na disciplina de Geografia.

| xi | fi |
|---|---|
| **0** | **3** |
| **1** | **5** |
| **2** | **8** |
| **3** | **10** |
| **5** | **6** |
| **Total** | **32** |

**Solução:** A série é composta por 32 notas, portanto tem um número de elementos par, o que quer dizer que admite dois termos centrais.

Vamos calcular a posição onde se encontra a mediana

$$Posição\ do\ elemento\ par = \left(\frac{n}{2}\right)^{o} e \left(\frac{n}{2}+1\right)^{o}$$

$$\left(\frac{32}{2}\right)^{o} e \left(\frac{32}{2}+1\right)^{o} \Rightarrow 16^{o}\ e\ (16+1)^{o} \Rightarrow 16^{o}\ e\ 17^{o}$$

Descobrimos que a mediana são as notas que estão nas posições 16º e 17º

E agora para descobrir qual é a 12ª nota da tabela?

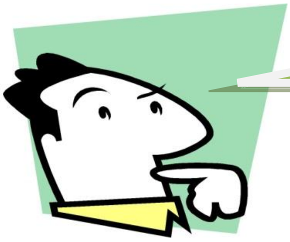
E para achar a 16ª e 17ª notas na tabela?

**É fácil! Lembram-se:** Abriremos ao lado da coluna das frequências (fi) uma outra coluna que chamaremos de f(ac), ou seja, frequência acumulada. Nesta coluna iremos acumular em cada linha as frequências absolutas (fi) da seguinte forma:

| xi | fi | f(ac) | Comentários |
|---|---|---|---|
| **0** | 3 | **3** | **Temos 3 notas** |
| **1** | 5 | **8** | **Temos 8 notas** |
| **2** | 8 | **16** | **Temos 16 notas** |
| **3** | 10 | **26** | **Temos 26 notas** |
| **5** | 6 | **32** | **Temo 32 notas** |
| **Total** | **32** | **-** | **-** |

A 16ª nota procurada é 2

A 17ª nota procurada é 3



Hi! Lembro-me que a mediana é apenas um número, e agora? O que fazemos mesmo?

**Isto é fácil!**

Para calcular a mediana usaremos a media aritmética entre os dois valores encontrados, lembram-se: $\boxed{\bar{x} = \frac{\sum xi}{n}}$

Daí temos que a **mediana é:** $\bar{x} = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$

Pronto, descobrimos que a nota mediana de Geografia é de 2,5, ou seja, 50% dos alunos tiraram notas menores ou iguais a 2,5 e 50% tiraram notas maiores ou iguais a 2,5.

**b) Calculo da Mediana da Variável Contínua (com intervalos de classe)**

Neste caso, é preciso seguir as etapas:

1ª Etapa: Calculamos a posição da mediana, considerando se o numero de elementos da serie é par ou ímpar.

2ª Etapa: Para identificarmos o intervalo de classe onde se encontra a mediana determinamos as frequências acumuladas "**f(ac)**".

3ª Etapa: Calculamos a mediana "**md**" estimada pela seguinte fórmula:

**Fórmula para cálculo da mediana "md":**

$$\boxed{Md = li(md) + \frac{\frac{n}{2} - f(ac)ant}{fi(md)}.h}$$

**Vejamos o que significam essas letrinhas!!**

**li(md)** = limite inferior da classe mediana.

**f(ac)ant** = freqüência acumulada da classe anterior à classe mediana.

**fi(md)**= freqüência absoluta da classe mediana.

**h**= amplitude do intervalo da classe mediana.

Agora vamos aprender com mais um exemplo. Dada a tabela abaixo, que representa as estaturas de 40 pessoas, calcule o valor da mediana:

| Estaturas (cm) | fi |
|---|---|
| 50 \|- 54 | 4 |
| 54 \|- 58 | 9 |
| 58 \|- 62 | 11 |
| 62 \|- 66 | 8 |
| 66 \|- 70 | 5 |
| 70 \|- 74 | 3 |
| **Total** | **40** |

Vamos seguir as etapas descritas anteriormente.

**1ª Etapa:** Calculamos a posição da mediana, considerando se o número de elementos da serie é par ou ímpar.

Esta série tem 40 elementos, portanto é par.

$$Posição\ do\ elemento\ \ par = \left(\frac{n}{2}\right)^{o} e \left(\frac{n}{2}+1\right)^{o} \Rightarrow \left(\frac{40}{2}\right)^{o} e \left(\frac{40}{2}+1\right)^{o} = 20^{o} \ \ e \ \left(20+1\right) = 20^{o} \ \ e \ \ 21^{o}$$

Descobrimos que a mediana está na posição 20ª e 21ª, agora temos que identificá-las na tabela de frequência.

2ª Etapa: Identificamos o intervalo de classe onde se encontra a mediana e determinamos as frequências acumuladas "**f(ac)**".

| Estaturas (cm) | fi | f(ac) | Comentários |
|---|---|---|---|
| 50 \|- 54 | 4 | 4 | Temos 4 estaturas |
| 54 \|- 58 | 9 | 13 | Temos 13 estaturas |
| **58 \|- 62** | **11** | **24** | Temos 24 estaturas |
| 62 \|- 66 | 8 | 32 | Temos 32 estaturas |
| 66 \|- 70 | 5 | 37 | Temos 37estaturas |
| 70 \|- 74 | 3 | 40 | Temos 40 estaturas |
| **Total** | **40** | **–** | - |

A 20ª e 21ª estatura está na linha 3 e terá um valor compreendido entre 58 |- 62. Chamamos essa linha de **classe**

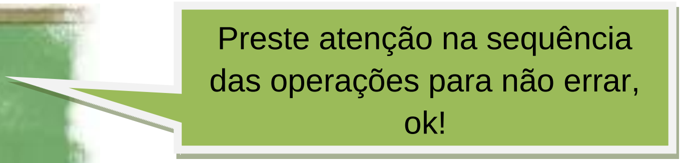
3º Calculamos a mediana "**md**" pela seguinte fórmula:

$$Md = li(md) + \frac{\frac{n}{2} - f(ac)ant}{fi(md)}.h$$

Verificamos os valores na tabela e encontramos o seguinte:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **li(md) = 58** | **n = 40** | **f(ac)ant = 13** | **fi(md) = 11** | **H = 4** |

Aplicando os valores na fórmula, temos:




$$Md = 58 + \frac{\frac{40}{2} - 13}{11}.4 \Rightarrow 58 + \frac{20 - 13}{11}.4 \Rightarrow 58 + \frac{7}{11}.4 \Rightarrow 58 + \frac{28}{11} \Rightarrow 58 + 2{,}55 = 60{,}55$$

**Resposta*:*** A mediana estimada das estaturas é igual a 60,55 cm. Significa que 50% das pessoas observadas tem estaturas inferiores a 60,55 cm e 50% estaturas superiores a 60,55 cm.

## Finalizando

Pessoal! Essa Unidade teve bastante cálculos, não é mesmo! Conhecemos as Medidas de Posição e aprendemos que as principais são as Medidas de Tendência

Central que são: a média aritmética, a moda e a mediana.

Tenho certeza que conseguiram acompanhar e que estão satisfeitos por terem conseguido vencer mais uma etapa.

Abraços a todos, continuem se esforçando sempre e até a próxima.

## Material Complementar

Neste documento você irá encontrar material para consulta sobre estatística descritiva.

**PETERNELLI**, L. A. Estatística Descritiva. Disponível em <http://www.each.usp.br/rvicente/Paternelli_Cap2.pdf>. Acesso em 05 Ago. 2009.

Este documento possui exercícios com respostas sobre media, moda e mediana.

**BEZERRA**, C. Lista de exercícios: estatística descritiva. Disponível em**:** <http://www.carlosbezerra.com/lista03.pdf>. Acesso em 05 Ago. 2009.

Este site traz uma apresentação Power-Point sobre media, moda e mediana. Traz também exercícios.

**CENTRO UNIVERSITARARIO LUTERANO DE PALMAS.** Disponível em: < http://www.ulbra-to.br/DownloadArquivo.aspx?idArquivo=aeb06c92-5f07-4084-88ad-077025b9a02e >. Acesso em: 05 Ago. 2009.

Este site traz uma lista de exercícios sobre estatística descritiva.

ALVES. L. **Lista de exercícios de probabilidade e estatística.** Disponível em:

<http://www.famat.ufu.br/prof/leandro/ef/lista1.pdf>. Acesso em: 05 Ago. 2009.

## Referências

CRESPO A. A. Estatística Fácil, 11ª Ed. São Paulo: Saraiva, 1994.

DOWNING, D. **Estatística Aplicada**, 2ª Ed. São Paulo: Saraiva, 2002.

MORETTIN, L.G. **Estatística Básica,** 7ª Ed. São Paulo: Pearson, 2000.

NEUFELD, J.L.**Estatística Aplicada a Administração Usando o Excel**. São Paulo: Pearson, 2003.

SPIEGEL, M.R. **Estatística**, 3ª Ed. Coleção Schaum. São Paulo: Pearson, 1994.

SPIEGEL, M.R. **Probabilidade e Estatística**. Coleção Schaum. São Paulo: Pearson, 1977.

SILVA, E.M.,**Estatística Para os Cursos de**; Economia, Administração e Ciências Contábeis. 3ª Ed. São Paulo: Atlas, 1999.

## Anotações

Educação a Distância
Cruzeiro do Sul Educacional
*Campus* Virtual

www.cruzeirodosulvirtual.com.br
Campus Liberdade
Rua Galvão Bueno, 868
CEP 01506-000
São Paulo SP Brasil
Tel: (55 11) 3385-3000

Universidade Cruzeiro do Sul

Módulo Centro Universitário

UDF Centro Universitário

UNICID Universidade Cidade de S. Paulo