

# Plan of the computation for 128 (256)

Alexey Slizkov  
v1 (21.04.2021)

## 1 Общая цель вычисления

Данное вычисление в старой терминологии “для плитки 128”, в новой “для плитки 256”;

На всякий случай для ясности: это означает, что здесь предлагается

*посчитать, можно ли получить 256 гарантированно*

Кстати, есть также возможность сделать ещё для одной плитки меньше, там вероятность получить полезный ответ ниже, но и вычислений опять же в разы меньше. Стоит ли это делать, не знаю, как скажете, но конкретно этот текст рассчитан в любом случае на проверку гарантированной достижимости 256.

Заметим, что, согласно дефолтному предположению, ответ на этот вопрос будет, что получить можно, а это значит, что задача ещё не будет решена, нужно будет продолжать считать (для плиток больше).

Для того, чтобы проверить, можно ли набрать 256, предлагается рассматривать в точности те позиции, на которых все плитки не больше 128, то есть  $(7 + 1)^{16}$  позиций.

## 2 Размеры слоёв

Количество позиций в каждом слое с фиксированной суммой (только чётные суммы; номер слоя и есть сумма):

```
layer 0, size 1
layer 2, size 16
layer 4, size 136
layer 6, size 800
layer 8, size 3636
layer 10, size 13568
layer 12, size 43248
layer 14, size 121088
layer 16, size 304066
layer 18, size 695808
layer 20, size 1469376
layer 22, size 2892896
layer 24, size 5355776
layer 26, size 9393248
layer 28, size 15708416
layer 30, size 25190912
layer 32, size 38933183
layer 34, size 58241552
layer 36, size 84640616
layer 38, size 119861472
layer 40, size 165818164
layer 42, size 224567072
layer 44, size 298273744
layer 46, size 389177632
layer 48, size 499600754
layer 50, size 631954144
layer 52, size 788794240
layer 54, size 972802944
layer 56, size 1186826224
layer 58, size 1433777504
layer 60, size 1716694400
layer 62, size 2038580032
layer 64, size 2402589851
layer 66, size 2811829424
layer 68, size 3269648760
layer 70, size 3779094496
layer 72, size 4343287180
layer 74, size 4964535104
layer 76, size 5645133360
layer 78, size 6386152096
layer 80, size 7189224814
layer 82, size 8054955648
layer 84, size 8985549120
layer 86, size 9981672736
layer 88, size 11046305184
layer 90, size 12179921184
layer 92, size 13386226784
layer 94, size 14665048416
layer 96, size 16021774934
layer 98, size 17457033664
layer 100, size 18979065712
```

layer 102, size 20587486048  
layer 104, size 22291510696  
layer 106, size 24087320064  
layer 108, size 25983512352  
layer 110, size 27970943936  
layer 112, size 30060960100  
layer 114, size 32243389440  
layer 116, size 34534857792  
layer 118, size 36920879296  
layer 120, size 39422982880  
layer 122, size 42020584384  
layer 124, size 44738283360  
layer 126, size 47547260896  
layer 128, size 50484118931  
layer 130, size 53517105936  
layer 132, size 56691915128  
layer 134, size 59962555392  
layer 136, size 63382705660  
layer 138, size 66886462144  
layer 140, size 70529852976  
layer 142, size 74228252832  
layer 144, size 78063604630  
layer 146, size 81941184896  
layer 148, size 85961186112  
layer 150, size 90007052960  
layer 152, size 94206093120  
layer 154, size 98411629344  
layer 156, size 102769439456  
layer 158, size 107113807072  
layer 160, size 111647796674  
layer 162, size 116180606560  
layer 164, size 120941938096  
layer 166, size 125697155200  
layer 168, size 130715128728  
layer 170, size 135692096704  
layer 172, size 140923806080  
layer 174, size 146074689760  
layer 176, size 151530738364  
layer 178, size 156898141568  
layer 180, size 162607752192  
layer 182, size 168206657472  
layer 184, size 174199379872  
layer 186, size 180027255744  
layer 188, size 186260838112  
layer 190, size 192312089696  
layer 192, size 198886317470  
layer 194, size 205277788832  
layer 196, size 212249876272  
layer 198, size 218998938112  
layer 200, size 226375030072  
layer 202, size 233390128256  
layer 204, size 241000522528  
layer 206, size 248184604096  
layer 208, size 256077992716  
layer 210, size 263470454016  
layer 212, size 271610246848  
layer 214, size 279184166976

layer 216, size 287577756032  
layer 218, size 295237826240  
layer 220, size 303757074656  
layer 222, size 311563022432  
layer 224, size 320462704460  
layer 226, size 328582633056  
layer 228, size 337887649728  
layer 230, size 346345732960  
layer 232, size 356053953872  
layer 234, size 364629584704  
layer 236, size 374480962016  
layer 238, size 383194944736  
layer 240, size 393417108040  
layer 242, size 402325141376  
layer 244, size 412838449792  
layer 246, size 421959768320  
layer 248, size 432783360000  
layer 250, size 441893231616  
layer 252, size 452869364992  
layer 254, size 462245077632  
layer 256, size 473824242355  
layer 258, size 483563525792  
layer 260, size 495628262456  
layer 262, size 505698857456  
layer 264, size 518086182908  
layer 266, size 527934531936  
layer 268, size 540234191152  
layer 270, size 550045442960  
layer 272, size 562587821190  
layer 274, size 572234819776  
layer 276, size 584782918816  
layer 278, size 594305286880  
layer 280, size 606792754976  
layer 282, size 615736797792  
layer 284, size 628078822432  
layer 286, size 637150192240  
layer 288, size 650044500250  
layer 290, size 659200939120  
layer 292, size 672437457776  
layer 294, size 681726783920  
layer 296, size 695021090936  
layer 298, size 703612708704  
layer 300, size 716697924000  
layer 302, size 725313321200  
layer 304, size 738767624780  
layer 306, size 747102338560  
layer 308, size 760662268352  
layer 310, size 768948619520  
layer 312, size 782468574656  
layer 314, size 790022495616  
layer 316, size 803701939680  
layer 318, size 811856854016  
layer 320, size 826503058234  
layer 322, size 834762319664  
layer 324, size 849897363760  
layer 326, size 858258488880  
layer 328, size 873179794376

layer 330, size 880289495904  
layer 332, size 894922399904  
layer 334, size 902102007664  
layer 336, size 916985267844  
layer 338, size 923355136960  
layer 340, size 938074365152  
layer 342, size 944052068992  
layer 344, size 958207635488  
layer 346, size 962812489024  
layer 348, size 977197453888  
layer 350, size 982664382336  
layer 352, size 998017872500  
layer 354, size 1003163590656  
layer 356, size 1018907123552  
layer 358, size 1023938138496  
layer 360, size 1038976188912  
layer 362, size 1042219566976  
layer 364, size 1057286904352  
layer 366, size 1061082836736  
layer 368, size 1076522548792  
layer 370, size 1079282363776  
layer 372, size 1094819416128  
layer 374, size 1097356306176  
layer 376, size 1112200488512  
layer 378, size 1113301180992  
layer 380, size 1129218555296  
layer 382, size 1131981274112  
layer 384, size 1148987757470  
layer 386, size 1151047892176  
layer 388, size 1168432563792  
layer 390, size 1170047067280  
layer 392, size 1185891180152  
layer 394, size 1184984548384  
layer 396, size 1201084196416  
layer 398, size 1200823508560  
layer 400, size 1216635049692  
layer 402, size 1214391601728  
layer 404, size 1229987583584  
layer 406, size 1227021286400  
layer 408, size 1241035234848  
layer 410, size 1236143209536  
layer 412, size 1251861059072  
layer 414, size 1249010602112  
layer 416, size 1265292673652  
layer 418, size 1261022092736  
layer 420, size 1277646476736  
layer 422, size 1272602944256  
layer 424, size 1286946091248  
layer 426, size 1279254899776  
layer 428, size 1294936857536  
layer 430, size 1288626128640  
layer 432, size 1303841595032  
layer 434, size 1295411694976  
layer 436, size 1311075636416  
layer 438, size 1302247699200  
layer 440, size 1316208035776  
layer 442, size 1306007574592

layer 444, size 1323236154272  
layer 446, size 1315886732160  
layer 448, size 1333209090300  
layer 450, size 1323891160640  
layer 452, size 1341625235456  
layer 454, size 1331056331520  
layer 456, size 1345478459376  
layer 458, size 1332070616064  
layer 460, size 1348690864800  
layer 462, size 1336725852800  
layer 464, size 1351723271512  
layer 466, size 1336805668480  
layer 468, size 1352303811712  
layer 470, size 1336600819840  
layer 472, size 1349563313536  
layer 474, size 1332769928256  
layer 476, size 1350277995040  
layer 478, size 1336541854336  
layer 480, size 1353002537080  
layer 482, size 1336677827520  
layer 484, size 1353817378016  
layer 486, size 1335976712960  
layer 488, size 1349194590432  
layer 490, size 1329317820096  
layer 492, size 1346502490976  
layer 494, size 1328641806336  
layer 496, size 1343541576080  
layer 498, size 1322892086912  
layer 500, size 1339312482176  
layer 502, size 1318202968576  
layer 504, size 1331974523392  
layer 506, size 1310986799616  
layer 508, size 1331000320832  
layer 510, size 1313076036480  
layer 512, size 1330572770875  
layer 514, size 1309446926560  
layer 516, size 1327698041936  
layer 518, size 1304335126640  
layer 520, size 1317600417516  
layer 522, size 1292741453952  
layer 524, size 1310982378056  
layer 526, size 1287496848560  
layer 528, size 1301657062598  
layer 530, size 1274950456000  
layer 532, size 1290991616096  
layer 534, size 1263381211040  
layer 536, size 1276122669536  
layer 538, size 1249698241376  
layer 540, size 1269888768200  
layer 542, size 1245837540480  
layer 544, size 1261834658210  
layer 546, size 1234513015680  
layer 548, size 1251881152456  
layer 550, size 1222143966400  
layer 552, size 1234437195016  
layer 554, size 1204998366656  
layer 556, size 1224014843720

layer 558, size 1195815429120  
layer 560, size 1209906224396  
layer 562, size 1179333128096  
layer 564, size 1196535708192  
layer 566, size 1165283575040  
layer 568, size 1179331246112  
layer 570, size 1150935402240  
layer 572, size 1173478767760  
layer 574, size 1146366180960  
layer 576, size 1162906544266  
layer 578, size 1132465860480  
layer 580, size 1150594272600  
layer 582, size 1117054221920  
layer 584, size 1129580278456  
layer 586, size 1097564511680  
layer 588, size 1117406876040  
layer 590, size 1085286716800  
layer 592, size 1098557726676  
layer 594, size 1064467580800  
layer 596, size 1081407841280  
layer 598, size 1046226746240  
layer 600, size 1059851114400  
layer 602, size 1029003757600  
layer 604, size 1051596281840  
layer 606, size 1020561507680  
layer 608, size 1035745354420  
layer 610, size 1002164701440  
layer 612, size 1019755279120  
layer 614, size 983094679840  
layer 616, size 995673030800  
layer 618, size 962706815616  
layer 620, size 983546987280  
layer 622, size 949616152160  
layer 624, size 963288361496  
layer 626, size 928758995840  
layer 628, size 947072558016  
layer 630, size 911412844160  
layer 632, size 926692551200  
layer 634, size 896780649440  
layer 636, size 920810277920  
layer 638, size 888745777920  
layer 640, size 903880891634  
layer 642, size 869856265824  
layer 644, size 887564287064  
layer 646, size 849845258080  
layer 648, size 862566473080  
layer 650, size 829799536384  
layer 652, size 850394871144  
layer 654, size 814829942784  
layer 656, size 827326432244  
layer 658, size 792243297664  
layer 660, size 809730335232  
layer 662, size 773053869952  
layer 664, size 787791583072  
layer 666, size 758072419104  
layer 668, size 780922837552  
layer 670, size 747320109536

layer 672, size 760890110220  
layer 674, size 726829372896  
layer 676, size 743679564592  
layer 678, size 706133168416  
layer 680, size 719127196752  
layer 682, size 688263156256  
layer 684, size 708914959792  
layer 686, size 674171834336  
layer 688, size 686913731208  
layer 690, size 654209901696  
layer 692, size 672331236928  
layer 694, size 637807986816  
layer 696, size 653584595872  
layer 698, size 626674144096  
layer 700, size 649234602016  
layer 702, size 616566542592  
layer 704, size 629475433460  
layer 706, size 597387032736  
layer 708, size 613533366576  
layer 710, size 577584178080  
layer 712, size 590371516592  
layer 714, size 561803808384  
layer 716, size 581015505616  
layer 718, size 547074459360  
layer 720, size 558558627432  
layer 722, size 527882712448  
layer 724, size 544639053504  
layer 726, size 511789299840  
layer 728, size 526772183392  
layer 730, size 502002105696  
layer 732, size 522419737632  
layer 734, size 490773500672  
layer 736, size 502328057832  
layer 738, size 472837706016  
layer 740, size 487967642656  
layer 742, size 454979464576  
layer 744, size 467951285568  
layer 746, size 443076387936  
layer 748, size 461413921696  
layer 750, size 430437047040  
layer 752, size 441900351152  
layer 754, size 415343475456  
layer 756, size 431792489856  
layer 758, size 402744742400  
layer 760, size 417750626176  
layer 762, size 396545140992  
layer 764, size 415170234752  
layer 766, size 385973952000  
layer 768, size 396419185110  
layer 770, size 370333454400  
layer 772, size 383977293336  
layer 774, size 354226549040  
layer 776, size 366337190856  
layer 778, size 344572517744  
layer 780, size 360434994920  
layer 782, size 331875303760  
layer 784, size 341904433052



layer 786, size 318579526720  
layer 788, size 333025379232  
layer 790, size 307054762560  
layer 792, size 320686149056  
layer 794, size 302233001616  
layer 796, size 318054558640  
layer 798, size 291520809216  
layer 800, size 300737425652  
layer 802, size 278394221872  
layer 804, size 290722430128  
layer 806, size 265161856960  
layer 808, size 276888793584  
layer 810, size 259051303056  
layer 812, size 273261906736  
layer 814, size 248617789056  
layer 816, size 258207117272  
layer 818, size 239235988992  
layer 820, size 252497883456  
layer 822, size 230678587776  
layer 824, size 243357793952  
layer 826, size 228201232896  
layer 828, size 241520715072  
layer 830, size 218247469440  
layer 832, size 226237497812  
layer 834, size 207579286320  
layer 836, size 218066682736  
layer 838, size 196266365120  
layer 840, size 206657490256  
layer 842, size 191803721872  
layer 844, size 203331673776  
layer 846, size 181901301120  
layer 848, size 190104553128  
layer 850, size 174455733760  
layer 852, size 185581964736  
layer 854, size 167206475520  
layer 856, size 178230459456  
layer 858, size 165720446976  
layer 860, size 176437544640  
layer 862, size 156579346560  
layer 864, size 163570350472  
layer 866, size 148656928000  
layer 868, size 157801513856  
layer 870, size 140186202240  
layer 872, size 149722810496  
layer 874, size 138212180736  
layer 876, size 147912582720  
layer 878, size 130372045440  
layer 880, size 137830106736  
layer 882, size 125829075456  
layer 884, size 135351105792  
layer 886, size 120601004160  
layer 888, size 130140125472  
layer 890, size 120199322880  
layer 892, size 128496251520  
layer 894, size 111921089280  
layer 896, size 117738879436  
layer 898, size 105924148560

layer 900, size 113237258640  
layer 902, size 98960797760  
layer 904, size 106937402896  
layer 906, size 97721894640  
layer 908, size 105079251920  
layer 910, size 90641566080  
layer 912, size 96817581496  
layer 914, size 87453751040  
layer 916, size 95042943040  
layer 918, size 83258373120  
layer 920, size 91139028480  
layer 922, size 83278141440  
layer 924, size 89581627200  
layer 926, size 76241742720  
layer 928, size 81233913992  
layer 930, size 72373002240  
layer 932, size 78462776320  
layer 934, size 67532674560  
layer 936, size 74419765920  
layer 938, size 67590222336  
layer 940, size 73378743360  
layer 942, size 62142537600  
layer 944, size 67459556976  
layer 946, size 60634080000  
layer 948, size 66678134016  
layer 950, size 57604609920  
layer 952, size 63978289440  
layer 954, size 57894819840  
layer 956, size 62395681920  
layer 958, size 51827043840  
layer 960, size 55836447000  
layer 962, size 49155452160  
layer 964, size 53770698240  
layer 966, size 45348652160  
layer 968, size 50812678656  
layer 970, size 45548097536  
layer 972, size 49697909696  
layer 974, size 40954665856  
layer 976, size 45215162160  
layer 978, size 40179534336  
layer 980, size 44783922176  
layer 982, size 37896799616  
layer 984, size 42920327456  
layer 986, size 38325387776  
layer 988, size 41572425856  
layer 990, size 33546839040  
layer 992, size 36900717840  
layer 994, size 32206970880  
layer 996, size 35860630656  
layer 998, size 29735888000  
layer 1000, size 34177188896  
layer 1002, size 30426369792  
layer 1004, size 33461008256  
layer 1006, size 26990346240  
layer 1008, size 30455468192  
layer 1010, size 26942240000  
layer 1012, size 30345026816

layer 1014, size 25249086720  
layer 1016, size 29055372736  
layer 1018, size 25578558720  
layer 1020, size 27706947840  
layer 1022, size 21675413760  
layer 1024, size 24263859695  
layer 1026, size 20879617440  
layer 1028, size 23504850960  
layer 1030, size 19003886720  
layer 1032, size 22341447576  
layer 1034, size 19544602896  
layer 1036, size 21601481720  
layer 1038, size 16833891360  
layer 1040, size 19506096486  
layer 1042, size 17044631136  
layer 1044, size 19515012192  
layer 1046, size 15823991040  
layer 1048, size 18684128996  
layer 1050, size 16169593440  
layer 1052, size 17624040720  
layer 1054, size 13300853280  
layer 1056, size 15389685486  
layer 1058, size 13151960640  
layer 1060, size 15110500080  
layer 1062, size 11992780800  
layer 1064, size 14544547836  
layer 1066, size 12611158560  
layer 1068, size 14005134000  
layer 1070, size 10654026240  
layer 1072, size 12703302716  
layer 1074, size 11038890720  
layer 1076, size 12738828960  
layer 1078, size 10112662560  
layer 1080, size 12152317320  
layer 1082, size 10298951520  
layer 1084, size 11181456000  
layer 1086, size 8102334240  
layer 1088, size 9649098270  
layer 1090, size 8105546400  
layer 1092, size 9451654800  
layer 1094, size 7264624640  
layer 1096, size 9089776140  
layer 1098, size 7705160736  
layer 1100, size 8604443120  
layer 1102, size 6266282880  
layer 1104, size 7788612276  
layer 1106, size 6685005600  
layer 1108, size 7860355776  
layer 1110, size 6046360320  
layer 1112, size 7513496120  
layer 1114, size 6235188960  
layer 1116, size 6802498560  
layer 1118, size 4725520800  
layer 1120, size 5920214316  
layer 1122, size 4957158336  
layer 1124, size 5895467136  
layer 1126, size 4453431840

layer 1128, size 5764031832  
layer 1130, size 4829167200  
layer 1132, size 5388926400  
layer 1134, size 3829906080  
layer 1136, size 4927854776  
layer 1138, size 4194315840  
layer 1140, size 4948188960  
layer 1142, size 3704981280  
layer 1144, size 4690754640  
layer 1146, size 3776572800  
layer 1148, size 4095611520  
layer 1150, size 2692609920  
layer 1152, size 3538941006  
layer 1154, size 2901568800  
layer 1156, size 3517784400  
layer 1158, size 2549106560  
layer 1160, size 3442088780  
layer 1162, size 2800397600  
layer 1164, size 3143540400  
layer 1166, size 2114203520  
layer 1168, size 2898584676  
layer 1170, size 2435232800  
layer 1172, size 2927724800  
layer 1174, size 2109627520  
layer 1176, size 2788345560  
layer 1178, size 2186344160  
layer 1180, size 2377826880  
layer 1182, size 1491570080  
layer 1184, size 2110345796  
layer 1186, size 1729911040  
layer 1188, size 2130471200  
layer 1190, size 1522160640  
layer 1192, size 2123143880  
layer 1194, size 1699457760  
layer 1196, size 1896614720  
layer 1198, size 1243642400  
layer 1200, size 1775459400  
layer 1202, size 1469948480  
layer 1204, size 1767365600  
layer 1206, size 1226345120  
layer 1208, size 1658948720  
layer 1210, size 1246044800  
layer 1212, size 1346945600  
layer 1214, size 778377600  
layer 1216, size 1198983020  
layer 1218, size 959300160  
layer 1220, size 1210431040  
layer 1222, size 819538720  
layer 1224, size 1211832440  
layer 1226, size 935174240  
layer 1228, size 1048727680  
layer 1230, size 643362720  
layer 1232, size 1008829640  
layer 1234, size 824183360  
layer 1236, size 1005644640  
layer 1238, size 668988320  
layer 1240, size 953192240

layer 1242, size 693813120  
layer 1244, size 749228480  
layer 1246, size 415775360  
layer 1248, size 704175576  
layer 1250, size 564907200  
layer 1252, size 716899040  
layer 1254, size 482562080  
layer 1256, size 728830960  
layer 1258, size 550309760  
layer 1260, size 610850240  
layer 1262, size 364524160  
layer 1264, size 597911600  
layer 1266, size 476636160  
layer 1268, size 580099520  
layer 1270, size 364524160  
layer 1272, size 537336800  
layer 1274, size 367727360  
layer 1276, size 394954560  
layer 1278, size 192192000  
layer 1280, size 380350646  
layer 1282, size 296552256  
layer 1284, size 386642256  
layer 1286, size 242962720  
layer 1288, size 397112716  
layer 1290, size 286414128  
layer 1292, size 318766448  
layer 1294, size 176384208  
layer 1296, size 329565236  
layer 1298, size 258145888  
layer 1300, size 316604288  
layer 1302, size 190798608  
layer 1304, size 298145848  
layer 1306, size 196804608  
layer 1308, size 210738528  
layer 1310, size 100580480  
layer 1312, size 220599236  
layer 1314, size 172492320  
layer 1316, size 223871648  
layer 1318, size 140700560  
layer 1320, size 231279048  
layer 1322, size 162017856  
layer 1324, size 178226048  
layer 1326, size 94174080  
layer 1328, size 187235048  
layer 1330, size 141261120  
layer 1332, size 172780608  
layer 1334, size 94814720  
layer 1336, size 157805648  
layer 1338, size 95135040  
layer 1340, size 101060960  
layer 1342, size 38438400  
layer 1344, size 113877556  
layer 1346, size 86188960  
layer 1348, size 114468640  
layer 1350, size 66569360  
layer 1352, size 120722888  
layer 1354, size 80070848

layer 1356, size 87950720  
layer 1358, size 43563520  
layer 1360, size 101263448  
layer 1362, size 74625408  
layer 1364, size 90929696  
layer 1366, size 48688640  
layer 1368, size 85115888  
layer 1370, size 49649600  
layer 1372, size 52692640  
layer 1374, size 21141120  
layer 1376, size 65719368  
layer 1378, size 49832640  
layer 1380, size 65208000  
layer 1382, size 37797760  
layer 1384, size 67818608  
layer 1386, size 43243200  
layer 1388, size 46926880  
layer 1390, size 21141120  
layer 1392, size 54845648  
layer 1394, size 38118080  
layer 1396, size 46286240  
layer 1398, size 21141120  
layer 1400, size 41801760  
layer 1402, size 21141120  
layer 1404, size 22102080  
layer 1406, size 5765760  
layer 1408, size 32579196  
layer 1410, size 23668320  
layer 1412, size 31399680  
layer 1414, size 16867760  
layer 1416, size 33834840  
layer 1418, size 20250048  
layer 1420, size 21956480  
layer 1422, size 9609600  
layer 1424, size 29005288  
layer 1426, size 19568640  
layer 1428, size 23526048  
layer 1430, size 10832640  
layer 1432, size 21890960  
layer 1434, size 10920000  
layer 1436, size 11487840  
layer 1438, size 3669120  
layer 1440, size 18536648  
layer 1442, size 13465088  
layer 1444, size 17527328  
layer 1446, size 9085440  
layer 1448, size 18143216  
layer 1450, size 10221120  
layer 1452, size 10876320  
layer 1454, size 3843840  
layer 1456, size 14913808  
layer 1458, size 9172800  
layer 1460, size 10876320  
layer 1462, size 3843840  
layer 1464, size 9828000  
layer 1466, size 3843840  
layer 1468, size 3931200

layer 1470, size 524160  
layer 1472, size 8938488  
layer 1474, size 6152640  
layer 1476, size 7987200  
layer 1478, size 3960320  
layer 1480, size 8707920  
layer 1482, size 4630080  
layer 1484, size 4964960  
layer 1486, size 1921920  
layer 1488, size 7729488  
layer 1490, size 4630080  
layer 1492, size 5460000  
layer 1494, size 2096640  
layer 1496, size 5052320  
layer 1498, size 2096640  
layer 1500, size 2184000  
layer 1502, size 524160  
layer 1504, size 5006768  
layer 1506, size 3407040  
layer 1508, size 4324320  
layer 1510, size 1921920  
layer 1512, size 4411680  
layer 1514, size 2096640  
layer 1516, size 2184000  
layer 1518, size 524160  
layer 1520, size 3741920  
layer 1522, size 1921920  
layer 1524, size 2184000  
layer 1526, size 524160  
layer 1528, size 2009280  
layer 1530, size 524160  
layer 1532, size 524160  
layer 1534, size 0  
layer 1536, size 2322450  
layer 1538, size 1485120  
layer 1540, size 1878240  
layer 1542, size 837200  
layer 1544, size 2032940  
layer 1546, size 946400  
layer 1548, size 1001000  
layer 1550, size 320320  
layer 1552, size 1880060  
layer 1554, size 960960  
layer 1556, size 1110200  
layer 1558, size 334880  
layer 1560, size 1022840  
layer 1562, size 334880  
layer 1564, size 342160  
layer 1566, size 43680  
layer 1568, size 1280188  
layer 1570, size 786240  
layer 1572, size 950040  
layer 1574, size 334880  
layer 1576, size 957320  
layer 1578, size 349440  
layer 1580, size 356720  
layer 1582, size 43680

layer 1584, size 848120  
layer 1586, size 334880  
layer 1588, size 356720  
layer 1590, size 43680  
layer 1592, size 342160  
layer 1594, size 43680  
layer 1596, size 43680  
layer 1598, size 0  
layer 1600, size 570908  
layer 1602, size 331968  
layer 1604, size 408408  
layer 1606, size 160160  
layer 1608, size 430248  
layer 1610, size 174720  
layer 1612, size 182000  
layer 1614, size 43680  
layer 1616, size 415688  
layer 1618, size 174720  
layer 1620, size 196560  
layer 1622, size 43680  
layer 1624, size 182000  
layer 1626, size 43680  
layer 1628, size 43680  
layer 1630, size 0  
layer 1632, size 306488  
layer 1634, size 160160  
layer 1636, size 182000  
layer 1638, size 43680  
layer 1640, size 182000  
layer 1642, size 43680  
layer 1644, size 43680  
layer 1646, size 0  
layer 1648, size 167440  
layer 1650, size 43680  
layer 1652, size 43680  
layer 1654, size 0  
layer 1656, size 43680  
layer 1658, size 0  
layer 1660, size 0  
layer 1662, size 0  
layer 1664, size 130508  
layer 1666, size 67200  
layer 1668, size 79800  
layer 1670, size 25760  
layer 1672, size 81480  
layer 1674, size 26880  
layer 1676, size 27440  
layer 1678, size 3360  
layer 1680, size 81480  
layer 1682, size 26880  
layer 1684, size 28560  
layer 1686, size 3360  
layer 1688, size 27440  
layer 1690, size 3360  
layer 1692, size 3360  
layer 1694, size 0  
layer 1696, size 66920



layer 1698, size 26880  
layer 1700, size 28560  
layer 1702, size 3360  
layer 1704, size 28560  
layer 1706, size 3360  
layer 1708, size 3360  
layer 1710, size 0  
layer 1712, size 27440  
layer 1714, size 3360  
layer 1716, size 3360  
layer 1718, size 0  
layer 1720, size 3360  
layer 1722, size 0  
layer 1724, size 0  
layer 1726, size 0  
layer 1728, size 27608  
layer 1730, size 12320  
layer 1732, size 14000  
layer 1734, size 3360  
layer 1736, size 14000  
layer 1738, size 3360  
layer 1740, size 3360  
layer 1742, size 0  
layer 1744, size 14000  
layer 1746, size 3360  
layer 1748, size 3360  
layer 1750, size 0  
layer 1752, size 3360  
layer 1754, size 0  
layer 1756, size 0  
layer 1758, size 0  
layer 1760, size 12880  
layer 1762, size 3360  
layer 1764, size 3360  
layer 1766, size 0  
layer 1768, size 3360  
layer 1770, size 0  
layer 1772, size 0  
layer 1774, size 0  
layer 1776, size 3360  
layer 1778, size 0  
layer 1780, size 0  
layer 1782, size 0  
layer 1784, size 0  
layer 1786, size 0  
layer 1788, size 0  
layer 1790, size 0  
layer 1792, size 5300  
layer 1794, size 1920  
layer 1796, size 2040  
layer 1798, size 240  
layer 1800, size 2040  
layer 1802, size 240  
layer 1804, size 240  
layer 1806, size 0  
layer 1808, size 2040  
layer 1810, size 240

layer 1812, size 240  
layer 1814, size 0  
layer 1816, size 240  
layer 1818, size 0  
layer 1820, size 0  
layer 1822, size 0  
layer 1824, size 2040  
layer 1826, size 240  
layer 1828, size 240  
layer 1830, size 0  
layer 1832, size 240  
layer 1834, size 0  
layer 1836, size 0  
layer 1838, size 0  
layer 1840, size 240  
layer 1842, size 0  
layer 1844, size 0  
layer 1846, size 0  
layer 1848, size 0  
layer 1850, size 0  
layer 1852, size 0  
layer 1854, size 0  
layer 1856, size 920  
layer 1858, size 240  
layer 1860, size 240  
layer 1862, size 0  
layer 1864, size 240  
layer 1866, size 0  
layer 1868, size 0  
layer 1870, size 0  
layer 1872, size 240  
layer 1874, size 0  
layer 1876, size 0  
layer 1878, size 0  
layer 1880, size 0  
layer 1882, size 0  
layer 1884, size 0  
layer 1886, size 0  
layer 1888, size 240  
layer 1890, size 0  
layer 1892, size 0  
layer 1894, size 0  
layer 1896, size 0  
layer 1898, size 0  
layer 1900, size 0  
layer 1902, size 0  
layer 1904, size 0  
layer 1906, size 0  
layer 1908, size 0  
layer 1910, size 0  
layer 1912, size 0  
layer 1914, size 0  
layer 1916, size 0  
layer 1918, size 0  
layer 1920, size 136  
layer 1922, size 16  
layer 1924, size 16

layer 1926, size 0  
layer 1928, size 16  
layer 1930, size 0  
layer 1932, size 0  
layer 1934, size 0  
layer 1936, size 16  
layer 1938, size 0  
layer 1940, size 0  
layer 1942, size 0  
layer 1944, size 0  
layer 1946, size 0  
layer 1948, size 0  
layer 1950, size 0  
layer 1952, size 16  
layer 1954, size 0  
layer 1956, size 0  
layer 1958, size 0  
layer 1960, size 0  
layer 1962, size 0  
layer 1964, size 0  
layer 1966, size 0  
layer 1968, size 0  
layer 1970, size 0  
layer 1972, size 0  
layer 1974, size 0  
layer 1976, size 0  
layer 1978, size 0  
layer 1980, size 0  
layer 1982, size 0  
layer 1984, size 16  
layer 1986, size 0  
layer 1988, size 0  
layer 1990, size 0  
layer 1992, size 0  
layer 1994, size 0  
layer 1996, size 0  
layer 1998, size 0  
layer 2000, size 0  
layer 2002, size 0  
layer 2004, size 0  
layer 2006, size 0  
layer 2008, size 0  
layer 2010, size 0  
layer 2012, size 0  
layer 2014, size 0  
layer 2016, size 0  
layer 2018, size 0  
layer 2020, size 0  
layer 2022, size 0  
layer 2024, size 0  
layer 2026, size 0  
layer 2028, size 0  
layer 2030, size 0  
layer 2032, size 0  
layer 2034, size 0  
layer 2036, size 0  
layer 2038, size 0

```
layer 2040, size 0
layer 2042, size 0
layer 2044, size 0
layer 2046, size 0
layer 2048, size 1
```

( $2048 = 16 \cdot 128$ ), больше сумм у нас не бывает;

Всего позиций  $8^{16} = 281474976710656 \approx 2.81 \cdot 10^{14}$ ;

Максимальный размер слоя  $1353817378016 \approx 1.35 \cdot 10^{12}$ ;

Если хранить по биту на позицию, получается 170гб на самый большой слой;

Предлагается идти по слоям, начиная с больших сумм, одновременно храня в памяти (потому что это, насколько я понимаю, несравнимо быстрее, чем класть кусочками на диски и читать оттуда прямо во время вычисления, потому что внутри слоя довольно рандомный доступ нужен, а не просто всё прочитать и обработать; короче, диски для этой цели не подходят) три последовательных слоя (текущий, с суммой на два меньше, и с суммой на четыре меньше), это 508гб оперативной памяти;

Хорошо подходит любой предлагаемый вычислительный узел (кроме  $D$ , где вообще нет GPU), как раз у всех хотя бы 768гб;

**Но непонятно, можно ли взять память одного узла вот так, на большую часть, не беря кучу ядер CPU, которые в этом узле есть.** Пока кажется, что CPU нужно не так много, но может получиться такая глупая ситуация, что нельзя взять оперативку, не взяв ещё к ней кучу ядро-часов.

Итак, предлагается хранить по три слоя одновременно, это удачно влезает в память одного вычислительного узла кластера. Такой и расчёт потому дальше, что раз так, то дело внутри одного узла.

Для пост-проверки и возможной пост-обработки предлагается не выкидывать результаты вычисления, а сохранять слои, но уже на диски, конечно. Это в данном случае  $\approx 2.81 \cdot 10^{14} / 8$  байт, то есть 36тб. Это такой объём, который достаточен для удобной работы с результатами, например, тестирование. То есть это хранение, по сути, в несжатом виде.

Если столько запросить не получится, нужно будет либо уже в этой задаче пытаться сжимать, либо, что более вероятно, тестировать ответ лишь промежуточно, что программа умеет сводить задачу из суммы хотя бы такой-то в сумму хотя бы такую-то, что всё ещё выигрывает, *как утверждает согласно базе прошлой итерации, которая типа уже была проверена*, и каждый раз, проверив, выкидывать всё прошлое. Таким об-

разом, в конце будет только ответ, уже без возможности проверить. Но это, конечно, только в (согласованном с дефолтным раскладом) случае, что 256 набрать можно. Если нельзя, то (это слишком оптимистично, потому что тогда всё слишком просто), конечно, их надо будет не только протестировать, а и сжать уже нормально, много потестировать, сделать приложение, и на этом считать всю глобальную задачу успешно выполненной.

Кстати, понятно, что если пойти по этому скользкому пути, где нужно выборочно убеждаться в очередном кусочке базы, надеясь на уже выборочно проверенные, уже удалённые, то в случае успеха не будет никаких доказательств, будет лишь факт перед нами, что да, если теперь ещё раз повторить это вычисление, но уже не выкидывая информацию, то мы получим доказательство.

### 3 Классы эквивалентности

Введём следующее отношение эквивалентности на позициях: каждой позиции будем сопоставлять неупорядоченный набор встречающихся плиток, две позиции эквивалентны iff наборы сопали;

Это отношение, что называется, finer, чем разбиение на слои;

Рассмотрим граф  $G_0$  на этих классах, проведём ребро из класса в другой, если первый нужен и должен быть посчитан ранее, чем второй (если считать, что они считаются сразу полностью), потому что *хотя бы одна позиция во втором может быть получена из хотя бы одной позиции в первом*;

Рассмотрим граф  $G_1 \supseteq G_0$  (строгое ли включение? расчёт, что не слишком): из неупорядоченного набора плиток  $a$  есть ребро в неупорядоченный набор  $b$  iff *можно в  $a$  так последовательно добавлять некоторые непересекающиеся пары плиток, а потом добавить либо двойку, либо четвёрку, чтобы получился  $b$* ;

В общем:

- Классов эквивалентности 245157;
- Максимальный размер класса эквивалентности  $81729648000 \approx 8.17 \cdot 10^{10}$ , то есть 11гб;
- Рёбер в  $G_1$  325956;
- Максимальная входящая степень вершины в  $G_1$  равна 1024 (аномально, в среднем, вот, 1.3);

Итак, внутри одного узла 4 x V100, у каждой 32гб, по ним надо будет расписывать как-то и перегонять части слоёв; предположительно, по классам эквивалентности, а в тех предположительно редких случаях, когда так не будет нормально получаться, придётся и эти классы как-то разбивать или сжимать, это **пока не проанализировано**.

P.S. Если пользоваться типом  $C$ , там есть попарный NVLink, для постоянного перекидывания классов и кросс-индексации между GPU это, вполне возможно, будет полезно. *Но я никогда не работал с NVLink, не знаю, насколько это удобно и что позволяет сделать.*

## 4 Вопрос индексации

Есть несколько типов множеств, по которым пока возникала задача индексации, с разными идеями по решениям.

- Глобальная индексация среди всех позиций (с тайлами не больше рассматриваемого): Тривиально, это как перевод в восьмиричную систему счисления. Ну не мгновенно, несколько десятков или сотен тактов на это нужно, конечно, но это относительно того, что ниже, лёгкая штука, и не требует никаких доступов в далёкие части памяти. Конечно, была успешно реализована не раз, так работает.
- Индексация внутри слоя: Здесь предлагается посчитать вспомогательное ДП (динамическое программирование): `cnt_positions[sum][cnt_left_tiles]` для суммы *sum* и количества *cnt\_left\_tiles* плиток оно говорит, сколько есть способов выбрать столько плиток с такой суммой (конечно, с верхним ограничением 128 на плитки); это ДП легко предподсчитать. Этот метод индексации всё ещё быстро работает, это маленькая вычислительная нагрузка в процессе индексации, но размер массива не совсем маленький, скажем,  $2049 \cdot 17$  интов, то есть 140кб, его надо либо пытаться впихнуть в кеш каждого стримингового мультипроцессора (аналог L2-кеша), но когда я это пытался сделать вручную, стало работать даже немного хуже, чем когда кеширование было автоматическим, а массив просто лежал в глобальной памяти, либо доставлять как-то каждому из (желательно, десятков тысяч) запускаемых одновременно потоков, а это уже гигабайты памяти. Эта индексация была реализована и успешно ускорила 3x4 в девять раз тогда.
- Индексация внутри класса эквивалентности: Ох, видимо, это тоже придётся делать. Пока есть такой примерный план, *это не было реализовано*: раз я знаю класс, в котором я собираюсь индексироваться, там столько-то двоек, столько-то четвёрок и тд, предлагается предподсчитать следующий девятимерный массив: по оставшейся сумме, оставшемуся количеству двоек, четвёрок, ..., пустых клеток мы должны знать сразу, сколько бывает таких наборов из

плиток. Какой у этого размер? Ну интов где-то  $2049x$  максимальное произведение восьми чисел, в сумме дающих 24, а это  $3^8$ , так что *54 мегабайта*, что уже ни в какой кеш не влезает, будет лежать себе в глобальной памяти, будучи нужным всем и всегда.... Так что тут я опасаюсь за производительность, а пока не было задачи, где эту скорость посмотреть. **Это может занимать в несколько раз больше времени, чем ожидалось, что может критично повлиять на производительность, у меня про это на данный момент нет данных.**

- Индексация внутри сжатого чего угодно, даже с помощью только симметрий: Никак. Ну, то есть, не вижу практического способа это применять во время вычислений, но вот для пост-сжатия вижу примерно так: из интересного нам множества сэмпим каждую, например, тысячную позицию (рандом), насколько уж хватит памяти, потом для всех их считаем номер в нашем множестве, теперь чтобы сделать индексацию, нужно сначала сделать бинарный поиск, а затем в оставшейся промежутке (в примере размера порядка 1000, но всяко лучше, чем десятки миллиардов) пытаться отсчитать просто за линию нужную позицию, что возможно, если наше описание множества позволяет хотя бы быстро брать следующую удовлетворяющую (что вроде правда для сжатий симметриями, но не похоже на правду для сжатия игнорированием тех глупых позиций).
- Индексация внутри сложноустроенного множества, для которого даже принадлежность сложно проверить, не говоря уже о задаче найти следующий элемент: Ну, надеюсь, обойдётся без этого, но всё же, если придётся, то даже в этом случае можно что-то сделать: надо все эти позиции вложить в какое-то легкоиндексируемое множество как можно меньшего размера, например, слой, а там разбить его на миллиард кусочков (на самом деле, на сколько хватит памяти, опять же), а внутри кусочка мы знаем, за какой отрезок позиций он отвечает в порядке индексации, там надо просто перебрать уже *все позиции в этом блоке*, но это адекватный размер, если объемлющее множество адекватного размера, а слой вроде подходит. Кстати, если объемлющее множество не позволяет



индексировать, но позволяет брать следующий, то можно разбить на блоки приближённо с помощью рандомизации, как и выше. Для сложного множества типа глупых позиций, где проверка принадлежности может занимать *десятки микросекунд*, нам может потребоваться на индексацию ждать *доли секунды*, так что это разве что на стороне клиента для разового запуска практично, но вот даже пройти с такими временами по разумной доли всех позиций ещё на кластере не представляется возможным, так что это пока остаётся не особо практическим замечанием.