

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Rappel : Postulats de la Mécanique Quantique</b>	<b>5</b>
1	Postulats de la Mécanique Quantique . . . . .	5
1.1	Postulat 1 : Description de l'état d'un système . . . . .	5
1.2	Postulat 2 : Description des grandeurs physiques ou principe de correspondance . . . . .	5
1.3	Postulat 3 : Résultat d'une mesure : . . . . .	6
1.4	Postulat 4 : Décomposition spectrale ou Règle de Born : . . . . .	6
1.5	Postulat 5 : Réduction du paquet d'onde . . . . .	7
1.6	Postulat 6 : Évolution temporelle des états : . . . . .	8
2	Contenu physique de l'équation de Schrödinger : . . . . .	8
2.1	Conservation de la norme . . . . .	8
2.2	Evolution d'un système physique conservatif . . . . .	9
2.3	Evolution de la valeur moyenne . . . . .	9
2.4	Courant de probabilité . . . . .	10
3	Application aux observables de position et d'impulsion $\vec{R}$ et $\vec{P}$ . . . . .	11
4	Opérateur d'évolution $U(t, t_0)$ . . . . .	12
4.1	Définition et propriétés . . . . .	12
4.2	Forme infinitésimale de l'opérateur $U$ . . . . .	13
4.3	Equation différentielle de l'opérateur d'évolution $U(t, t_0)$ . . . . .	14
4.4	Schémas (ou représentations) d'évolution. . . . .	14
5	Produit tensoriel . . . . .	17
5.1	Propriétés . . . . .	17
5.2	Base orthonormée de $\mathbb{E}$ . . . . .	17
5.3	Produit scalaire dans $\mathbb{E}$ . . . . .	18
5.4	Opérateurs sur l'espace produit tensoriel . . . . .	18
5.5	Etats intriqués . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Oscillateur Harmonique</b>	<b>21</b>
1	Oscillateur harmonique classique . . . . .	21
2	Oscillateur harmonique quantique . . . . .	22
2.1	L'approche algébrique de l'oscillateur harmonique quantique . . . . .	23
2.2	Spectre et vecteurs propres de l'opérateur $N$ . . . . .	25
3	Spectre et états propre de l'hamiltonien $H$ . . . . .	27
3.1	Spectre de $H$ . . . . .	27
3.2	Etats propres de l'hamiltonien $H$ . . . . .	28
3.3	Action des opérateurs d'échelle sur les états propres de $H$ . . . . .	30
4	Contenu physique . . . . .	32

4.1	Représentation matricielle . . . . .	32
4.2	Principe d'incertitude de Heisenberg . . . . .	34
5	Oscillateurs harmoniques quantiques et fonctions d'ondes associées . . . . .	34
5.1	Fonctions d'ondes dans la représentation $ q\rangle$ . . . . .	34
5.2	Relations avec les polynômes d'Hermite . . . . .	36
6	Comparaison avec l'oscillateur harmonique classique . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Théorie générale du moment cinétique en mécanique quantique</b>	<b>39</b>
1	Moment cinétique orbital en physique classique . . . . .	39
2	Moment cinétique orbital en physique quantique . . . . .	40
3	Relations de commutation . . . . .	41
4	Moment cinétique général $\vec{J}$ . . . . .	42
4.1	Définition du moment cinétique $J$ . . . . .	42
4.2	Les opérateurs d'échelle $J_{\pm}$ . . . . .	42
4.3	Vecteurs propres et valeurs propres de $J^2$ et $J_z$ . . . . .	43
5	Représentation matricielle de l'opérateur $\vec{J}$ . . . . .	46
6	Application au moment cinétique orbital . . . . .	48
6.1	Équations aux valeurs propres . . . . .	49
7	Le moment Cinétique du spin . . . . .	53
7.1	Expérience de Stern et Gerlach 1922 . . . . .	53
7.2	Formalisme mathématique du moment cinétique du spin . . . . .	55
7.3	Sphère de Bloch . . . . .	58
<b>4</b>	<b>Addition des moment cinétiques</b>	<b>61</b>
1	Addition de deux spin 1/2 . . . . .	62
1.1	Espace des états . . . . .	62
1.2	Moment de spin total . . . . .	62
1.3	Construction des ECOC dans $\mathcal{E}$ . . . . .	63
1.4	Valeurs et vecteurs propres de $S_z$ . . . . .	64
1.5	Valeurs et vecteurs propres de $S^2$ . . . . .	64
1.6	Base couplée $ S, M\rangle$ . . . . .	66
2	Addition de deux moments cinétiques quelconques . . . . .	67
2.1	Base des états non couplés . . . . .	67
2.2	Base des états couplés . . . . .	68
<b>5</b>	<b>Mouvement dans un potentiel central :Atome d'hydrogène</b>	<b>71</b>
1	Potentiel central . . . . .	71
1.1	Sphère de potentiel infini . . . . .	73
1.2	Système de deux particules en interaction . . . . .	75
2	Atome d'hydrogène . . . . .	77
2.1	Solution de l'équation radiale . . . . .	79
<b>6</b>	<b>Perturbation Stationnaire</b>	<b>89</b>
1	Perturbation d'un niveau non dégénéré . . . . .	89
1.1	Correction de l'énergie au premier ordre . . . . .	90
1.2	Correction des états propres . . . . .	91
2	Correction de l'énergie qu deuxième ordre . . . . .	91
3	Perturbation d'un niveau dégénéré . . . . .	92

	3.1	Exemples . . . . .	93
1		Polynôme de Hermite . . . . .	95
	1.1	Fonction génératrice des polynômes de Hermite . . . . .	95
	1.2	Orthogonalité . . . . .	96
	1.3	Relations de récurrences. . . . .	97
2		Polynôme de Laguerre . . . . .	97
	2.1	Equation différentielle de Laguerre . . . . .	97
	2.2	Polynômes de Laguerre généralisé . . . . .	99
3		Polynômes de Legendre . . . . .	100
	3.1	Equation de Legendre . . . . .	100
	3.2	Fonction génératrice du polynôme de Legendre . . . . .	100
4		Equation de Legendre généralisée . . . . .	102

