

Aufgabe 1: a)

A: 20'000 E, 10'000 T, 2000 K

B: 30'000 E, 17'000 T, 3000 K

C: 10'000 E, 6'000 T, 2000 K

5'200'000 E | 3'000'000 T | 760'000 K

: 1000

$$\rightarrow 20x_1 + 30x_2 + 10x_3 = 5200$$

$$10x_1 + 17x_2 + 6x_3 = 3000$$

$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 760$$

$$A' = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 10 \\ 10 & 17 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad b' = \begin{pmatrix} 5200 \\ 3000 \\ 760 \end{pmatrix}$$

Zu bestellende Produktionseinheiten

von Hersteller A: 20

Hersteller B: 80

Hersteller C: 240

$$\begin{pmatrix} 20 & 30 & 10 \\ 10 & 17 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2} \downarrow -$$

$$\begin{array}{ccc|c} 20 & 30 & 10 & 5200 \\ 0 & 2 & 1 & 400 \\ 2 & 3 & 2 & 760 \end{array} \cdot \frac{1}{10} \downarrow -$$

$$2400 + 2400 + 20x_1 = 5200$$

$$400 = 20x_1$$

$$\begin{array}{ccc|c} 20 & 30 & 10 & 5200 \\ 0 & 2 & 1 & 400 \\ 0 & 0 & 1 & 240 \end{array}$$

$$2x_2 + 240 = 400$$

$$x_3 = 240 \mid x_2 = 80 \mid x_1 = 20$$

b)

$$A' = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 10 \\ 10 & 17 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad f_{11} \text{ zu } f_{21} = \cdot \frac{1}{2}$$

$$f_{11} \text{ zu } f_{31} = \cdot \frac{1}{10}$$

aus a): Faktoren bei Eliminierung: Resultat:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0 \\ 0.1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 10 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

c)

$$b'_{\text{neu}} = \begin{pmatrix} 5720 \\ 3300 \\ 836 \end{pmatrix} \quad Ly = b \quad \& \quad Rx = y$$

$$Ly = b: \quad \begin{aligned} 1 \cdot y_1 &= 5720 \\ \frac{1}{2} \cdot y_1 + 1 \cdot y_2 &= 3300 \\ \frac{1}{10} \cdot y_1 + 1 \cdot y_3 &= 836 \end{aligned} \quad \begin{aligned} y_1 &= 5720 \\ y_2 &= 440 \\ y_3 &= 264 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3300 - 2860 &= y_2 = 440 \\ 836 - 572 &= y_3 = 264 \end{aligned} \quad \underline{y} = \begin{pmatrix} 5720 \\ 440 \\ 264 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} x_3 &= 264 \\ x_2 &= 88 \\ x_1 &= 22 \end{aligned}$$

$$Rx = y: \quad \begin{aligned} 20x_1 + 30x_2 + 10x_3 &= 5720 \\ 2x_2 + 1x_3 &= 440 \\ 1x_3 &= 264 \end{aligned} \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} 22 \\ 88 \\ 264 \end{pmatrix}$$



# Aufgabe 2. a)

$$A = \begin{pmatrix} 0.8 & 2.2 & 3.6 \\ 2.0 & 3.0 & 4.0 \\ 1.2 & 2.0 & 5.8 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2.4 \\ 1.0 \\ 4.0 \end{pmatrix}$$

Mit Spaltenpivotisierung: Spalte 1 & 3 vertauschen =

2 & 3 tauschen

$$A = \begin{pmatrix} 3.6 & 2.2 & 0.8 \\ 4.0 & 3.0 & 2.0 \\ 5.8 & 2.0 & 1.2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \downarrow \frac{16}{9} \\ \downarrow \frac{29}{18} \\ \downarrow \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.6 & 0.8 & 2.2 \\ 0 & \frac{10}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & -\frac{4}{45} & -\frac{139}{90} \end{pmatrix}$$

Faktoren

$$\frac{10}{9} \cdot -\frac{4}{45} \quad e_{32}=0$$

$$\frac{10}{9} = \frac{4}{45} \cdot \frac{9}{10} = -\frac{36}{450} \quad /9 = \frac{4}{50} /2 = -\frac{2}{25}$$

ursprüngl. Reihe: [1, 2, 3]  
 neu: [3, 1, 2]

$$R = \begin{pmatrix} 3.6 & 0.8 & 2.2 \\ 0 & \frac{10}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{16}{9} & 1 & 0 \\ \frac{29}{18} & -\frac{2}{25} & 1 \end{pmatrix}$$

$$PA = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$b) Ax = b$$

$$AP = LR$$

$$\parallel \cdot P^T \rightarrow AP P^T x = b \text{ \& } LR(P^T x) = b$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{10}{9} & 1 & 0 \\ \frac{29}{18} & -\frac{2}{25} & 1 \end{pmatrix}$$

y als  $P^T x$  einsetzen:  $AP y = b$

$$\& \underline{LR y = b}$$

$$Lx = b \text{ \& } Rx = b$$

Für  $Lx = b$

$$R = \begin{pmatrix} 3.6 & 0.8 & 2.2 \\ 0 & \frac{10}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 2.4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = 2.4$$

$$x_2 = 1 - \frac{10}{9} \cdot 2.4 = -1.66$$

$$x_3 = 4 - \frac{29}{18} \cdot 2.4 - \frac{2}{15} = 0$$

Für  $Ry = b$

$$x = \begin{pmatrix} 2.4 \\ -1.66 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 3.6 & 0.8 & 2.2 \\ 0 & \frac{10}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.4 \\ -2.66 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$y_3 = 0$$

$$\frac{10}{9} \cdot y_2 = -1.66 = \underline{1.5}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1 in 3  
3 in 2  
2 in 1

$$3.6 \cdot y_1 - 1.2 = 2.4$$

$$y_1 = 1 \quad y = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{y = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}$$