

Aufgabe 1.

$$\varepsilon = 10^{-9} = \text{abstand}$$

$$U = \frac{10^{-9}}{2} = 5 \cdot 10^{-10}$$

$\text{rd}(1+x)$ gesucht

Abstandsscheck weil
Addition mit ungleich.
Größen

1.000000000

1.000000001

1.0000000065

1.000000004 \rightarrow abrunden

$$\sqrt{x}: \rightarrow x = 4 \cdot 10^{-10}$$

$$\sqrt{4 \cdot 10^{-10}} = 2 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{x}{10^9}: \rightarrow x = 4 \cdot 10^{-10}$$

$$\frac{4 \cdot 10^{-10}}{10^9} = 4 \cdot 10^{-19}$$

$$\text{Ergebnis: } \underline{\underline{\text{rd}\left(\frac{x}{10^9}\right) = 4 \cdot 10^{-19}}}$$

$$1. \quad x = 4 \cdot 10^{-10} \text{ (kleiner als } 5 \cdot 10^{-10})$$

$$2. \quad 1 + 4 \cdot 10^{-10} \Rightarrow \begin{cases} \text{kleiner: } 1 \\ \text{größer: } 1 + 10^{-9} \end{cases}$$

$$3. \text{ Abstand: } (1 + 4 \cdot 10^{-10}) - 1 = 4 \cdot 10^{-10}$$

$$\sqrt{(1 + 4 \cdot 10^{-10}) - (1 + 10^{-9})} = 6 \cdot 10^{-10}$$

$$4. \text{ Vergl. mit } U = 5 \cdot 10^{-10}$$

0.00000000005

$$\text{Ergebnis: } \underline{\underline{\text{rd}(1+x) = 1}}$$

$$2 \cdot 10^{-5} > 5 \cdot 10^{-10}$$

$$\text{Ergebnis: } \underline{\underline{\text{rd}(\sqrt{x}) = 2 \cdot 10^{-5}}}$$

Aufgabe 2

1. $f(x) = x^n$ 2. $f(x) = x^{\frac{1}{n}}$

$$K := \frac{|x| \cdot |f'(x)|}{f(x)}$$

Fall 1: $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

$$\frac{x \cdot n \cdot x^{n-1}}{x^n} = \frac{n \cdot \cancel{x^n}}{\cancel{x^n}} = n$$

linear und unabhängig von x

relativer fehler: $\frac{\Delta f(\tilde{x}-x)}{f} \approx K = \frac{\Delta x (\tilde{x}-x)}{x}$

bei grossen $n \rightarrow$ schlecht konditioniert

Fall 2: $f(x) = \frac{1}{n} x^{\frac{1}{n}-1}$

$$\frac{x \cdot \frac{1}{n} \cancel{x^{\frac{1}{n}-1}}}{\cancel{x^{\frac{1}{n}-1}} \cdot \cancel{x}} = \frac{1}{n}$$

Für grosse n wird fehler kleiner:

gut konditioniert