1. Aufgabe a)

$$f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$$

$$\frac{230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 9}{221} = \frac{230x^4}{221} + \frac{18x^3}{221} + \frac{9x^2}{221} - \frac{9}{221}$$

$\bar{x}_1 = [-1, 0]$

$0 \Rightarrow -\frac{9}{221} = -0.04072$

$-1 \Rightarrow \frac{230}{221} - \frac{18}{221} + \frac{9}{221} - \frac{9}{221} = 0.959$

$x^2 = 0.989544$ ≈ 0.962398

$x^3 = 1.076794$

$* \quad \frac{-8.97952}{221} = -0{,}04066$

$\approx$ Fixpunkt erreicht

$\bar{x}_2 = [0, 1]$

$$0.5 = \frac{14.375}{221} + \frac{2.25}{221} + \frac{2.25}{221} - \frac{9}{221} = 0.04468$$

$x^2 = 0.001555$ $\quad 230(0.000004) + 18(0.000089) +$

$x^3 = 0.000089$ $\quad 9(0.001995) - 9$

$x^4 = 0.000004$ $\quad 0.00092 + 0.001602 + 0.017955$

$- 9 = -8.979523^*$

$$F'(x) = \frac{520}{221}x^3 + \frac{54}{221}x^2 + \frac{18}{221}x$$

Für $\underline{0.962398} = 4.01\overline{5} > 1$ abstossend

Für $\underline{-0.04072} = -0.0032 < 1$ anziehend

-0.04066 ist Nullstelle von $f(x)$

Aufgabe 1. b)

$$F'(x) = \frac{520}{221}x^3 + \frac{54}{221}x^2 + \frac{18}{221}x$$

$$-\frac{115}{221} + \frac{13.5}{221} - \frac{9}{221} = -0.5$$

für 0.5 $\frac{115}{221} + \frac{13.5}{221} + \frac{9}{221} = \underline{0.62217}$

$0 < 0.62217 < 1$ & für $x_1 = -0{,}040659$ von $F(x)$ im Intervall $[-0{,}5, 0{,}5]$ erfüllt

c) $|x_n - x| \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}|x_1 - x_0|$ $\quad |x_1| = 0{,}040659$

$\alpha = 0.62217$

$$\frac{0{,}62217^n}{0.37783} \cdot 0.040659$$

$$0.62217^n \leq \frac{10^{-9} \cdot 0.37783}{0.040659} \quad n = \frac{\log 9.29265 \cdot 10^{-9}}{\log 0.6227} = 38.97$$

≈ 39

$x_1 = -0.040659^n$

$$F(x) = \frac{230(x_1)^4}{221} + \frac{18(x_1)^3}{221} + \frac{9(x_1)^2}{221} x - \frac{9}{221}$$

$x_2 = -0.040723$ $\downarrow 0.00006/$ nach 1-2

$x_3 = -0.04065908$ $\downarrow 0.0000002$ weiteren Iterationen

$x_4 = 0.04065928$ sehr wahrsch. $\leq 10^{-9}$

Es braucht viel weniger Iterationen als 39

Schätzung deshalb sehr unrealistisch

Aufgabe 2c)

$k = \alpha k(1-k) \qquad k=0 \checkmark$

$\frac{k}{k} = \alpha(1-k) = 1 \quad 1-k = \frac{1}{\alpha} \qquad k = 1-\frac{1}{\alpha}$

$f'(k) = (\alpha k) \cdot (1-k) \qquad$ Produktregel

$$\underbrace{(\alpha k)'}_{\alpha} \cdot (1-k) + (\alpha k) \cdot \underbrace{(1-k)'}_{-1}$$

$$\alpha(1-k) - \alpha k = \underline{\alpha(1-2k)}$$

einsetzen $1-\frac{1}{\alpha}$ für k $= \alpha\left(1-2\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)\right)$

für $0 \Rightarrow |a| < 1 \qquad \alpha(\underbrace{1-2}_{-1}+\frac{2}{\alpha})$

für $1-\frac{1}{\alpha} \Rightarrow |2-\alpha| < 1 \qquad -\alpha + \frac{\cancel{\alpha}2}{\cancel{\alpha}} = 2-\alpha$

Stabilitätsbedingung: $\alpha < 3$ & $\alpha > 1$