

Übungsserie 5

Abgabe: gemäss Angaben Dozent

Scannen Sie ihre manuelle Lösung für die Aufgabe 1 und 2 in die Dateien *Name_S05_Aufg1.pdf* sowie *Name_S05_Aufg2.pdf* und fassen Sie diese mit Ihrer Python-Funktion *Name_S05_Aufg3.py* in einer ZIP-Datei *Name_S05.zip*. Laden Sie dieses File vor der Übungsstunde nächste Woche auf Moodle hoch.

Aufgabe 1 (45 Minuten):

Die Gleichung

$$\exp(x^2) + x^{-3} = 10$$

besitzt auf dem Intervall $x \in [-3, 3]$ insgesamt 3 Lösungen. Skizzieren Sie die relevante Funktion und bestimmen Sie die Intervalle, welche die Nullstellen enthalten. Verwenden Sie anschliessend

- das Newton-Verfahren für den Startwert $x_0 = 2$,
- das vereinfachte Newton-Verfahren für den Startwert $x_0 = 0.5$ sowie
- das Sekantenverfahren mit den Startwerten $x_0 = -1.0$ und $x_1 = -1.2$,

um die Nullstellen im jeweiligen Intervall zu bestimmen. Geben Sie jeweils 4 Iterationen (d.h. x_1, \dots, x_4) an.

Aufgabe 2 (45 Minuten):

Auf einem Stahlgerüst steht ein kugelförmiger Wassertank mit einem Innendurchmesser von $d = 10$ m. Aus statischen Gründen dürfen höchstens 471 m^3 Wasser eingefüllt werden. Berechnen Sie, bis zu welcher Höhe h über dem Tankgrund das Wasser also höchstens stehen darf. Allfällige Nullstellen bestimmen Sie mit dem Newton-Verfahren auf einen absoluten Fehler von höchstens 10^{-3} genau und dem Startwert $h_0 = 9$ m.

Tipp: Sie benötigen aus dem Formelbuch eine Formel für den Anteil des Kugelvolumens, welches mit Wasser gefüllt ist.

Aufgabe 3 (45 Min.):

Implementieren Sie das Sekanten-Verfahren als *Name_S05_Aufg3(f, x0, x1, tol)* in Python. Übergeben werden die Funktion *f*, die Startwerte *x0* und *x1* sowie die gewünschte Genauigkeit *tol* Ihres Resultats. Ausgabe ist die Nullstelle *y*. Wo würden Sie beim Versuch, das Newton-Verfahren zu implementieren, auf Schwierigkeiten stossen? Fügen Sie Ihre Antwort als Kommentar ein. Verifizieren Sie, ob Ihre Funktion die selben Nullstellen liefert, die Sie für die Aufgaben 1 und 2 berechnet haben.