

Aufgabe 3

a) Berechnung v. Python: $\|A^{-1}\|_2 = 1.2759863$

$$h_2(A) = 54.7333 \quad \|\Delta b\| = \sqrt{3} \cdot 100 = 173.205$$

schlecht konditioniert.

$$173.205 \cdot 1.2759863 = \underline{221.01}$$

Maximaler Fehler 221

b) $\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} < \|A^{-1}\|_2 \cdot \|\Delta A\|_2 \quad \|\Delta A\| = 0.3$

$$\text{rel.} < 1.2759 \cdot 0.3 = 0.3828$$

Abweichung = 38.3%

c) $b = \begin{pmatrix} 5200 \\ 3000 \\ 760 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5300 \\ 3100 \\ 860 \end{pmatrix}$

$$A - 0.1 = \begin{pmatrix} 19.9 & 25.9 & 9.9 \\ 9.9 & 16.5 & 5.9 \\ 1.9 & 2.5 & 1.5 \end{pmatrix} \quad A_p x_p = b_p$$

$$x_p = \begin{pmatrix} 5.74468 \\ 51.48936 \\ 368.29787 \end{pmatrix}$$

$$\Delta \text{Abs.} = \mathbf{x}_p - \mathbf{x}_0 = (-14.2553, -28.5106, 128.2979)^T$$

$$\Delta \text{rel.} = \frac{|\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_0|}{|\mathbf{x}_0|} = 0.52093 = 52.1\%$$

Der tatsächliche relative Fehler ist um $\approx 15\%$ grösser,