

Aufgabe 1: a)

A: 20'000 E, 10'000 T, 2000 K

B: 30'000 E, 17'000 T, 3000 K

C: 10'000 E, 6'000 T, 2000 K

: 1000

5'200'000 E | 3'000'000 T | 760'000 K

$$\rightarrow 20x_1 + 30x_2 + 10x_3 = 5200$$

$$10x_1 + 17x_2 + 6x_3 = 3000$$

$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 760$$

$$A' = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 10 \\ 10 & 17 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad b' = \begin{pmatrix} 5200 \\ 3000 \\ 760 \end{pmatrix}$$

Zu bestellende Produktionsmengen  
von Hersteller A: 20  
Hersteller B: 80  
Hersteller C: 240

$$\begin{pmatrix} 20 & 30 & 10 \\ 10 & 17 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2} \downarrow -$$

$$\begin{array}{ccc|c} 20 & 30 & 10 & 5200 \\ 0 & 2 & 1 & 400 \\ 2 & 3 & 2 & 760 \end{array} \quad \downarrow \quad \begin{array}{l} \cdot \frac{1}{10} \\ - \\ - \end{array}$$

$$2400 + 2400 + 20x_1 = 5200$$

$$400 = 20x_1$$

$$\begin{array}{ccc|c} 20 & 30 & 10 & 5200 \\ 0 & 2 & 1 & 400 \\ 0 & 0 & 1 & 240 \end{array} \quad 2x_2 + 240 = 400$$

$$x_3 = 240 \quad | \quad x_2 = 80 \quad | \quad x_1 = 20$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 10 \\ 10 & 17 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad f_{11} \text{ zu } f_{21} = \cdot \frac{1}{2}$$

$$f_{11} \text{ zu } f_{31} = \cdot \frac{1}{10}$$

aus a): Faktoren bei Eliminierung: Resultat:

$$\boxed{L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0 \\ 0.1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 10 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

c)  $b'_{\text{neu}} = \begin{pmatrix} 5720 \\ 3300 \\ 836 \end{pmatrix} \quad Ly = b \quad \& \quad Rx = y$

$$Ly = b: 1 \cdot y_1 = 5720 \quad y_1 = 5720$$

$$\frac{1}{2} \cdot y_1 + 1 \cdot y_2 = 3300 \quad y_2 = 440$$

$$\frac{1}{10} \cdot y_1 + 1 \cdot y_3 = 836 \quad y_3 = 264$$

$$3300 - 2860 = y_2 = 440 \quad y = \begin{pmatrix} 5720 \\ 440 \\ 264 \end{pmatrix} \quad x_3 = 264$$

$$836 - 572 = y_3 = 264 \quad x_2 = 88$$

$$x_1 = 22$$

$$Rx = y: 20x_1 + 30x_2 + 10x_3 = 5720$$

$$2x_2 + 1x_3 = 440 \quad x = \begin{pmatrix} 22 \\ 88 \\ 264 \end{pmatrix}$$

$$1x_3 = 264$$

## Aufgabe 2. a)

$$A = \begin{pmatrix} 0.8 & 2.2 & 3.0 \\ 2.0 & 3.0 & 4.0 \\ 1.2 & 2.0 & 5.8 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2.4 \\ 1.0 \\ 4.0 \end{pmatrix}$$

Mit Spaltenpivotisierung: Spalte 1 & 3 vertauschen =

2 & 3 tauschen

$$\begin{pmatrix} 3.6 & 0.8 & 2.2 \\ 0 & \frac{10}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & -\frac{4}{45} & \frac{-139}{90} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3.6 & 2.2 & 0.8 \\ 4.0 & 3.0 & 2.0 \\ 5.8 & 2.0 & 1.2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \downarrow \frac{10}{9} \\ \downarrow \frac{29}{18} \end{matrix}} \begin{pmatrix} 0 & \frac{5}{9} & \frac{16}{9} \\ 0 & -\frac{139}{90} & -\frac{4}{45} \end{pmatrix}$$

Faktoren

$$\frac{10}{9} \cdot -\frac{4}{45} e_{32}=0$$

$$\frac{10}{9} = \frac{4}{45} \cdot \frac{9}{10} = -\frac{36}{450} \quad / \cdot 9 = \frac{4}{50} \quad / 2 = \frac{2}{25}$$

$$-\frac{139}{90} - \frac{5}{9} \cdot -\frac{2}{25}$$

$$+ \frac{10}{225}$$

$$\begin{array}{r} -1.54\bar{4} \\ +0.04\bar{4} \\ \hline -1.5 = \frac{2}{3} \end{array}$$

$$R = \begin{pmatrix} 3.6 & 0.8 & 2.2 \\ 0 & \frac{10}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{10}{9} & 1 & 0 \\ \frac{29}{18} & -\frac{2}{25} & 1 \end{pmatrix}$$

Ursprüngl. Reihe:  $[1, 2, 3]$   
Nun:  $[3, 1, 2]$

$$PA = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$b) Ax = b$$

$$AP = LR$$

$$\| \cdot P^T \rightarrow APP^T x = b \text{ & } LR(P^T x) = b$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{10}{9} & 1 & 0 \\ \frac{29}{18} & -\frac{2}{25} & 1 \end{pmatrix}$$

$$y \text{ als } P^T x \text{ einsetzen: } AP_y = b$$

$$\& \underline{LRy = b}$$

$$\text{Für } Lx = b \quad \text{und } Rx = b$$

$$R = \begin{pmatrix} 3.6 & 0.8 & 2.2 \\ 0 & \frac{10}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 2.4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad x_1 = 2.4$$

$$x_2 = 1 - \frac{10}{9} \cdot 2.4 = -1.66$$

$$x_3 = 4 - \frac{29}{18} \cdot 2.4 - \frac{2}{15} = 0$$

$$\text{Für } Ry = b$$

$$x = \begin{pmatrix} 2.4 \\ -1.66 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 3.6 & 0.8 & 2.2 \\ 0 & \frac{10}{9} & \frac{5}{9} \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.4 \\ -2.66 \\ 0 \end{pmatrix} \quad y_3 = 0$$

$$\frac{16}{5} \cdot y_2 = -1.66 = \underline{1.5}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} 1 \text{ in } 3 \\ 3 \text{ in } 2 \\ 2 \text{ in } 1 \end{matrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ \frac{2}{3} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$3.6 \cdot y_1 - 1.2 = 2.4$$

$$y_1 = 1 \quad y = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$