1. Aufgabe a)

$$f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$$

$$\frac{230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 9}{221} = \frac{230x^4}{221} + \frac{18x^3}{221} + \frac{9x^2}{221} - \frac{9}{221}$$

$\overline{x_1} = [-1, 0]$ $\qquad 0 \Rightarrow -\frac{9}{221} = -0.04072$

$$-1 \Rightarrow \frac{230}{221} - \frac{18}{221} + \frac{9}{221} - \frac{9}{221} = 0.959$$

$x^2 = 0.989544$ $\qquad \approx \underline{0.962398}$

$x^3 = 1.076794$

$$* \quad \frac{-8.97952}{221} = \underline{-0{,}04066}$$

$\approx$ Fixpunkt erreicht

$\overline{X_2} = [0, 1]$

$$0.5 = \frac{14.375}{221} + \frac{2.25}{221} + \frac{2.25}{221} - \frac{9}{221} = 0.04468$$

$x^2 = 0.001555$ $\qquad 230(0.000004) + 18(0.000089) +$

$x^3 = 0.000089$ $\qquad 9(0.001995) - 9$

$x^4 = 0.000004$ $\qquad 0.00092 + 0.001602 + 0.017955$

$\qquad - 9 = -8.979523 *$

$$F'(x) = \frac{920}{221}x^3 + \frac{54}{221}x^2 + \frac{18}{221}x$$

Für 0.962398 $= 4.01\overline{5} > 1$ abstossend

Für $-0.04072 = -0.0032 < 1$ anziehend

-0.04066 ist Nullstelle von $f(x)$

Aufgabe 1. b)

$$F'(x) = \frac{920}{221}x^3 + \frac{54}{221}x^2 + \frac{18}{221}x$$

$$-\frac{115}{221} + \frac{13.5}{221} - \frac{9}{221} = -0.5$$

für 0.5 $\frac{115}{221} + \frac{13.5}{221} + \frac{9}{221} = \underline{0.62217}$

$0 < 0.62217 < 1$ & für $x_1 = -0{,}040659$ von $F(x)$
im Intervall $[-0{,}5, 0{,}5]$ erfüllt

c) $|x_n - x| \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha}|x_1 - x_0|$ $\quad |x_1| = 0{,}040659$

$\alpha = 0.62217$

$$\frac{0{,}62217^n}{0.37783} \cdot 0.040659$$

$$0.62217^n \leq \frac{10^{-9} \cdot 0.37783}{0.040659} \quad n = \frac{\log 9.29265 \cdot 10^{-9}}{\log 0.6227} \approx 38.97$$

$= 39$

$X_1 = -0.040659^{n}$

$$F(x) = \frac{230(x_1)^4}{221} + \frac{18(x_1)^3}{221} + \frac{9(x_1)^2}{221} x - \frac{9}{221}$$

$X_2 = -0.040723$ ↓ 0.00006 / nach 1-2

$X_3 = -0.04065908$ ↓ 0.0000002 weiteren Iterationen

$X_4 = 0.04065928$ sehr Wahrsch. $\leq 10^{-9}$

Es braucht viel weniger Iterationen als 39

Schätzung deshalb sehr unrealistisch

Aufgabe 2c)

$k = \alpha k (1-k) \qquad k = 0 \checkmark$

$\frac{k}{k} = \alpha(1-k) = 1 \qquad 1-k = \frac{1}{\alpha} \qquad k = 1 - \frac{1}{\alpha}$

$f'(k) = (\alpha k) \cdot (1-k)$ Produktregel

$$(\underset{\alpha}{\alpha k})' \cdot (1-k) + (\alpha k) \cdot \underset{-1}{(1-k)'}$$

$$\alpha(1-k) - \alpha k = \underline{\alpha(1-2k)}$$

einsetzen $1 - \frac{1}{\alpha}$ für k $= \alpha\left(1 - 2\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)\right)$

$$\alpha\left(\underset{-1}{1 - 2} + \frac{2}{\alpha}\right)$$

für $0 \Rightarrow |a| < 1$

für $1 - \frac{1}{\alpha} \Rightarrow |2 - \alpha| < 1 \qquad -\alpha + \frac{\cancel{\alpha} 2}{\cancel{\alpha}} = 2 - \alpha$

Stabilitätsbedingung: $\alpha < 3$ & $\alpha > 1$