



# Μαθηματικά, Παιδί & Παιχνίδι

Σημειώσεις για την Ενδοσχολική Επιμόρφωση

Παπανικολάου Γεώργιος M.Ed.

Σχολικό Έτος 2025 - 2026

# Σύγχρονες Τάσεις στη Διδακτική

Από τη "μεταβίβαση γνώσης" στην "κατασκευή γνώσης".

- 🧠 **Κονστрукτιβισμός (Von Glasersfeld):** Η γνώση κατασκευάζεται ενεργά από τον μαθητή, δεν μεταδίδεται παθητικά.
- 👥 **Κοινωνική Αλληλεπίδραση (Vygotsky):** Η μάθηση είναι κοινωνική διαδικασία. Η Ζώνη Εγγύς Ανάπτυξης (ZPD) επεκτείνεται μέσω της συνεργασίας.
- 💬 **Μαθηματικός Λόγος:** Η τάξη ως κοινότητα που συζητά, υποθέτει και δικαιολογεί.



# Κονστρουκτιβισμός & Παιχνίδι

## ▲Ενεργητική Μάθηση

Σύμφωνα με τον Κονστρουκτιβισμό (Piaget, Papert), η μάθηση είναι ενεργητική κατασκευή:

- 🔧 **Χειραψία με τη Γνώση:** Το παιδί πρέπει να "πιάσει" και να χειριστεί υλικά για να κατανοήσει αφηρημένες έννοιες.
- 🔄 **Ο Ρόλος του Λάθους:** Στο παιχνίδι, το λάθος δεν τιμωρείται. Είναι πληροφορία που οδηγεί σε νέα δοκιμή (Trial & Error).
- 💡 **Γνωστική Σύγκρουση:** Όταν το παιχνίδι διαψεύδει την πρόβλεψη του παιδιού, γεννιέται η πραγματική μάθηση.





# Κοινωνική Αλληλεπίδραση & Παιχνίδι


## Μαθαίνοντας Μαζί (Vygotsky)

Το παιχνίδι δημιουργεί το ιδανικό πλαίσιο για κοινωνικο-πολιτισμική μάθηση:



 **Ζώνη Εγγύς Ανάπτυξης (ZPD):** Μέσα στο παιχνίδι, το παιδί συχνά λειτουργεί σε ανώτερο επίπεδο, υποστηριζόμενο από τους συμπαίκτες του.

 **Συνεργασία & Ρόλοι:** Η ανάγκη τήρησης κανόνων και η διαπραγμάτευση της σειράς καλλιεργούν την αυτορρύθμιση.

 **Peer Teaching:** Τα παιδιά εξηγούν το ένα στο άλλο τους κανόνες, διδάσκοντας ουσιαστικά τη λογική του συστήματος.



# Μαθηματικός Λόγος & Παιχνίδι

## 🗨️ Από την Πράξη στα Λόγια

Το παιχνίδι είναι ο "κινητήρας" που παράγει αυθεντικό μαθηματικό λόγο (Discourse):

👉 **Επιχειρηματολογία:** "Γιατί έκανες αυτή την κίνηση;" Το παιδί αναγκάζεται να δικαιολογήσει τη στρατηγική του.

AB ✓ **Μαθηματικό Λεξιλόγιο:** Λέξεις όπως "πιθανότητα", "άθροισμα", "στρατηγική" αποκτούν νόημα ως εργαλεία για τη νίκη.

👂 **Ενεργητική Ακρόαση:** Οι μαθητές πρέπει να ακούσουν και να αξιολογήσουν τη σκέψη των άλλων για να παίξουν σωστά.



# Brousseau & Playful Learning: Μια Επισκόπηση

Η σύνδεση της αυστηρής δομής με τη χαρά της ανακάλυψης.

## Guy Brousseau

### Διδακτικές Καταστάσεις:

- **Δράση:** Παιχνίδι με στόχο.
- **Διατύπωση:** Επικοινωνία στρατηγικής.
- **Εγκυρότητα:** Η ομάδα ως κριτής (όχι ο δάσκαλος).

+

## Playful Learning

### Το Κίνητρο:

- Εγγενές κίνητρο ("θέλω να κερδίσω").
- Ασφάλεια στο λάθος (δοκιμή & πειραματισμός).
- Ιδιοκτησία της γνώσης.

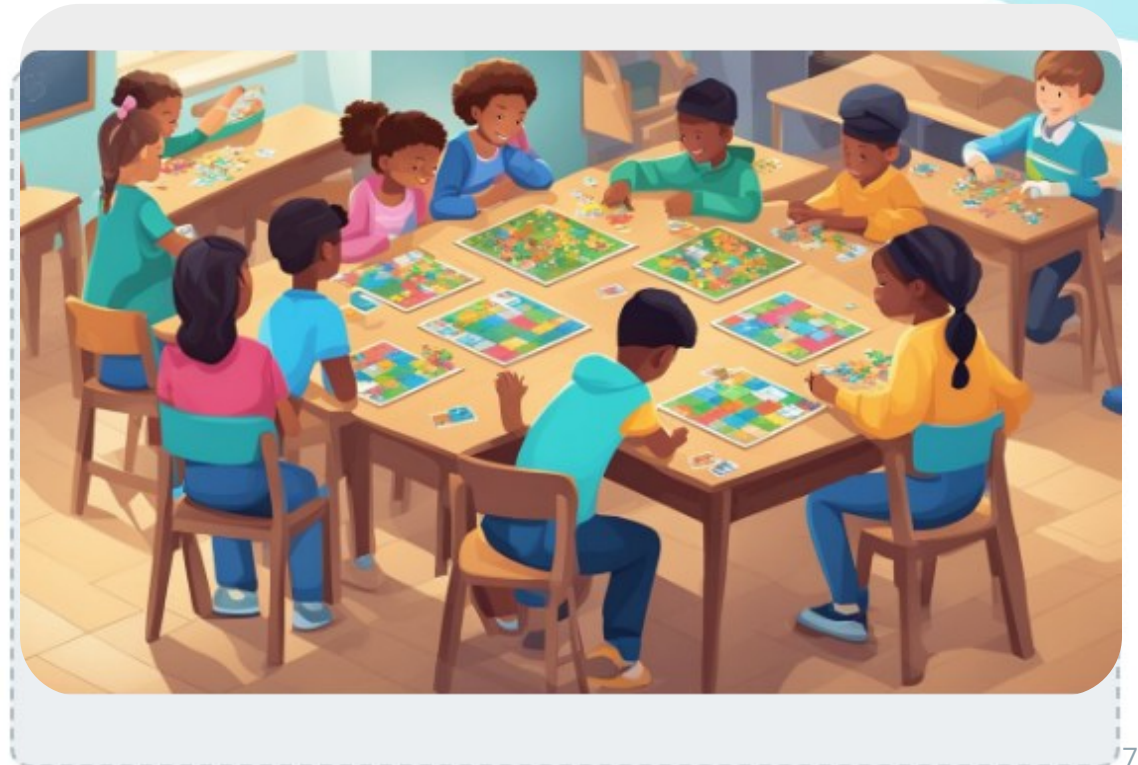
# Η Έννοια του "Μιλιέ" (Milieu)

## 1. Τι είναι το Μιλιέ;

Δεν είναι απλά ο φυσικός χώρος. Είναι το **σύστημα** (αντικείμενα, κανόνες, γνώσεις) με το οποίο αλληλεπιδρά ο μαθητής.

## 2. Το Παιχνίδι ως Μιλιέ

- ❑ **Ο Αντίπαλος:** Ο μαθητής παίζει "εναντίον" του Μιλιέ. Το παιχνίδι αντιδρά στις κινήσεις του.
- 🔄 **Ανατροφοδότηση:** Αν ο μαθητής κάνει λάθος, το Μιλιέ το "δείχνει" (π.χ. ο πύργος πέφτει, το παζλ δεν ταιριάζει), χωρίς να παρέμβει ο δάσκαλος.
- 🏰 **Αυτονομία:** Ο μαθητής μαθαίνει προσαρμόζοντας τη στρατηγική του στις αντιδράσεις του Μιλιέ.



# Οι Φάσεις του Brousseau στο Παιχνίδι

Πώς η θεωρία μεταφράζεται σε μηχανισμούς παιχνιδιού:



## 1. Δράση

**"Παίζω για να νικήσω"**

Ο μαθητής δοκιμάζει στρατηγικές εμπειρικά. Αναπτύσσει μια διαισθητική γνώση ("το έκανα έτσι γιατί δουλεύει").



## 2. Διατύπωση

**"Εξηγώ το σχέδιο"**

Ο μαθητής πρέπει να επικοινωνήσει τη στρατηγική σε έναν συμπαίκτη. Η διαίσθηση γίνεται γλώσσα και κανόνας.



## 3. Εγκυρότητα

**"Αποδεικνύω"**

Η ομάδα ελέγχει αν η στρατηγική είναι σωστή. Δεν αποφασίζει ο δάσκαλος, αλλά η λογική του παιχνιδιού.



# Ποιοι είναι οι "Πατέρες" του Playful Learning;

## 🌱 Οι Θεμελιωτές

- 👤 **Jean Piaget:** Το παιχνίδι ως αφομοίωση της πραγματικότητας.
- 👤 **Lev Vygotsky:** Το παιχνίδι ως δημιουργός της Ζώνης Εγγύς Ανάπτυξης (ZPD) - το παιδί συμπεριφέρεται "πάνω από την ηλικία του".
- 👤 **Maria Montessori / John Dewey:** Η μάθηση μέσω της εμπειρίας και των αισθήσεων.

## 📖 Σύγχρονη Έρευνα

Το Playful Learning δεν είναι μια θεωρία ενός ατόμου, αλλά σύνθεση ερευνών:

- 📖 **Kathy Hirsh-Pasek & R. Golinkoff:**  
"Becoming Brilliant" - Η επιστημονική τεκμηρίωση του "Guided Play".
- 🧱 **The LEGO Foundation:** Παγκόσμιος φορέας έρευνας για τη μάθηση μέσω του παιχνιδιού.
- 🖥️ **MIT Media Lab (M. Resnick):** "Lifelong Kindergarten" - Μάθηση μέσω σχεδιασμού

# Τι Σημαίνει Τελικά "Playful Learning";

Δεν είναι απλά "διασκέδαση". Είναι μια μεθοδολογία με **5 βασικά χαρακτηριστικά**:



## Ευχάριστο (Joyful)

Θετικά συναισθήματα  
που ανοίγουν τον  
εγκέφαλο στη μάθηση.



## Ενεργητικό (Active)

Ο μαθητής είναι  
"Minds-on", όχι  
παθητικός θεατής.



## Με Νόημα (Meaningful)

Συνδέεται με την  
εμπειρία και τα  
ενδιαφέροντα του  
παιδιού.



## Κοινωνικό (Social)

Ενισχύεται μέσω της  
συνεργασίας και της  
επικοινωνίας.



## Επαναληπτικό (Iterative)

Δοκιμάζω,  
αποτυγχάνω, αλλάζω  
στратηγική,  
ξαναδοκιμάζω.

# Χειραπτικά vs Ψηφιακά Παιχνίδια

Ο ιδανικός τρόπος είναι ο **συμπληρωματικός**.

## Χειραπτικά (Manipulatives)

### Πλεονεκτήματα:

- Φυσική, αισθητηριακή εμπειρία.
- Ανάπτυξη λεπτής κινητικότητας.
- Κοινωνική αλληλεπίδραση πρόσωπο-με-πρόσωπο.

### Χρήση:

Ιδανικά για *αρχική κατανόηση* και οικοδόμηση εννοιών.

## Ψηφιακά (Digital)

### Πλεονεκτήματα:

- Άμεση ανατροφοδότηση.
- Εξατομικευμένη μάθηση.
- Προσομοίωση αδύνατων σεναρίων.

### Χρήση:

Ιδανικά για *εξάσκηση*, εμπέδωση και δυναμικά μοντέλα.

# Παιχνίδι 1: Α΄ Δημοτικού

Αριθμοί & Πράξεις

Συνεργασία

## Το Κυνήγι του Θησαυρού των Ψηφίων



Κινητικό

**Υλικά:** Χαρτόνι, μαρκαδόροι, κρυμμένα χαρτάκια στην τάξη.

**Περιγραφή:** Ο δάσκαλος κρύβει χαρτάκια με ψηφία. Τα παιδιά σε ομάδες τα ψάχνουν, τα αναγνωρίζουν και τα διαβάζουν δυνατά.

**Στόχος:** Αναγνώριση ψηφίων, ομαδικότητα, σύνδεση κίνησης με μάθηση.

Κυνήγι Θησαυρού στην Τάξη



# Παιχνίδι 2: Β' Δημοτικού



Χρήμα & Πράξεις

## Το Κατάστημα (Ταμείο)



Ρόλων

**Υλικά:** Ψεύτικα νομίσματα, προϊόντα (κουτιά), ταμπελάκια τιμών.

**Περιγραφή:** Τα παιδιά αναλαμβάνουν ρόλους "πελάτη" και "πωλητή". Αγοράζουν αντικείμενα, προσθέτουν τιμές και υπολογίζουν ρέστα.

**Στόχος:** Πρόσθεση/Αφαίρεση χρηματικών ποσών, διαχείριση πραγματικών προβλημάτων.



# Παιχνίδι 3: Γ' Δημοτικού



Χειραπτικό

Γεωμετρία

## Το Παζλ της Περιμέτρου

**Υλικά:** Χαρτόνια με σχήματα, χάρακες/μεζούρες.

**Περιγραφή:** Τα παιδιά μετρούν τις πλευρές διαφορετικών σχημάτων, υπολογίζουν την περίμετρο και συνθέτουν ένα μεγαλύτερο "παζλ" με βάση τα αποτελέσματα.

**Στόχος:** Κατανόηση της περιμέτρου μέσω μέτρησης, ακρίβεια.



# Παιχνίδι 3: Γ' Δημοτικού



Χειραπτικό

Γεωμετρία

## Το Παζλ της Περιμέτρου

✂ Ιδέες

- 1. Μαθητές συναρμολογούν κομμάτια γεωμετρικών** σχημάτων (τετράγωνα, τρίγωνα, ορθογώνια) πάνω σε ένα μεγάλο χαρτόνι, με αριθμούς στις πλευρές.
- 2. Παιδιά με χάρακες και μεζούρες** μετρούν τις πλευρές σχημάτων στο πάτωμα της τάξης, σημειώνοντας την περίμετρο σε καρτέλες.
- 3. Ομαδικό παιχνίδι με κάρτες περιμέτρου:** κάθε παιδί κρατά ένα κομμάτι σχήματος και συνεργάζονται για να σχηματίσουν ένα πλήρες σχήμα με σωστή περίμετρο.



# Παιχνίδι 3: Γ' Δημοτικού

## Το Παζλ της Περιμέτρου

Γεωμετρία

🔧 Υλικά:

- Κάρτες με γεωμετρικά σχήματα (τετράγωνα, τρίγωνα, ορθογώνια, σύνθετα)
- Χάρακες ή μεζούρες
- Φύλλα εργασίας ή πίνακας για καταγραφή
- Χρωματιστά μολύβια ή μαρκαδόροι



Χειραπτικό

🎲 Κανόνες παιχνιδιού:

- 1.Διανομή καρτελών: Κάθε ομάδα παίρνει 2-3 σχήματα.
- 2.Μετρήσεις: Οι μαθητές μετρούν τις πλευρές και υπολογίζουν την περίμετρο.
- 3.Σύνθεση παζλ: Αν τα σχήματα είναι κομμάτια ενός μεγαλύτερου σχήματος, πρέπει να τα ενώσουν σωστά ώστε να ταιριάζουν και να υπολογίσουν τη συνολική περίμετρο.
- 4.Πρόκληση: Κάποιες κάρτες έχουν «παγίδες» — πλευρές που δεν πρέπει να μετρηθούν δύο φορές ή σχήματα με κρυμμένες πλευρές.
- 5.Νικητές: Η ομάδα που ολοκληρώνει σωστά το παζλ και εξηγεί τη στρατηγική της.

# Παιχνίδι 4: Δ' Δημοτικού

Κλάσματα

## Το Πίτσα-Κλάσμα



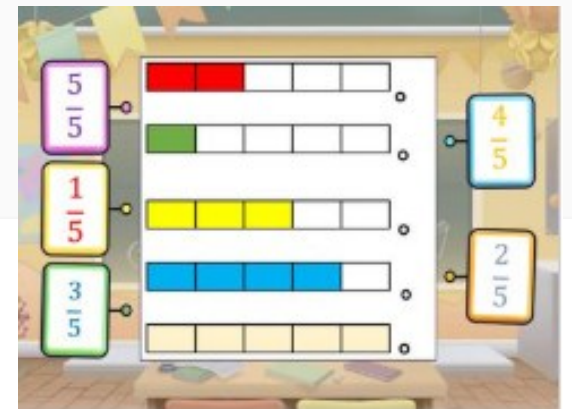
Αισθητηριακό

**Υλικά:** Χάρτινοι δίσκοι (πίτσες), ψαλίδια, μαρκαδόροι.

**Περιγραφή:** Τα παιδιά κόβουν τις πίτσες σε 2, 4 ή 8 ίσα μέρη. Αναπαριστούν παραγγελίες: "Θέλω τα  $\frac{3}{4}$  της πίτσας".

**Στόχος:** Κατανόηση μέρους-όλου, ισοδυναμία κλασμάτων.

\*Εναλλακτική ψηφιακή επέκταση: **Χρήση Wordwall** για αντιστοίχιση εικόνας πίτσας με το σωστό κλάσμα.





# Παιχνίδι 5: Ε' Δημοτικού



Στρατηγικής

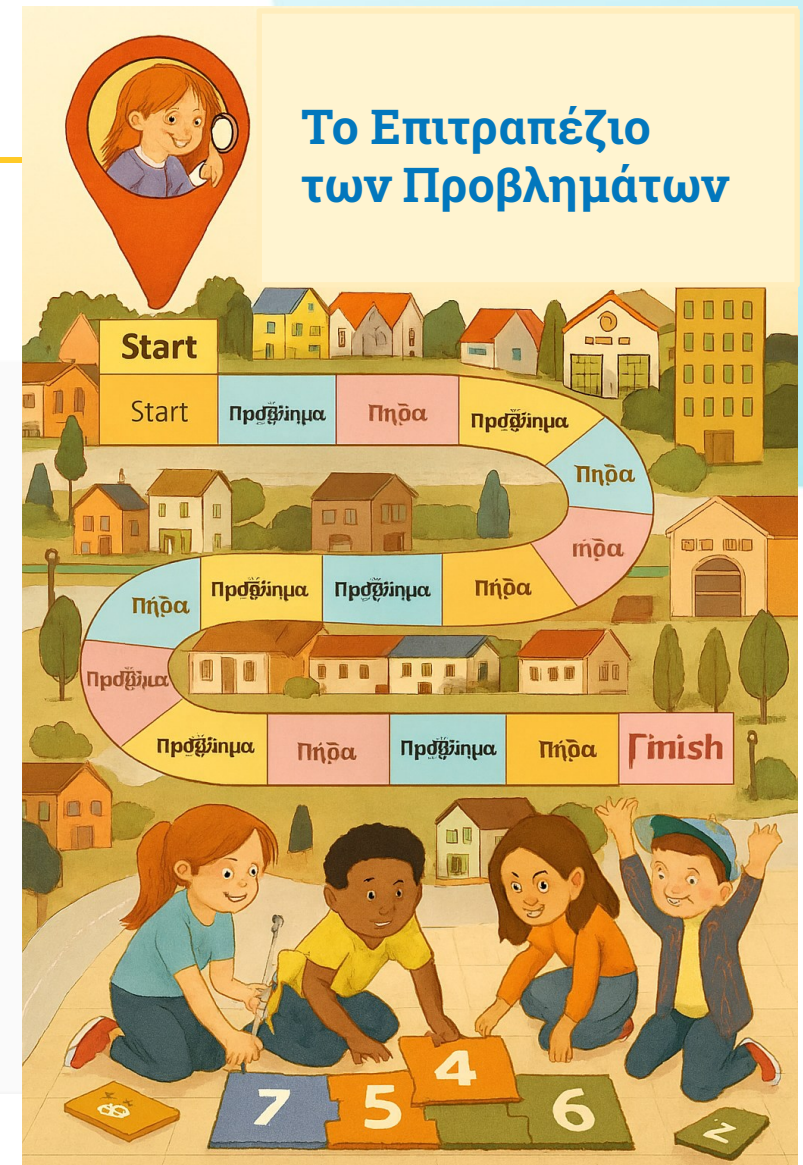
Επίλυση Προβλήματος

## Το Επιτραπέζιο των Προβλημάτων

**Υλικά:** Ταμπλό, ζάρια, κάρτες με σύνθετα προβλήματα.

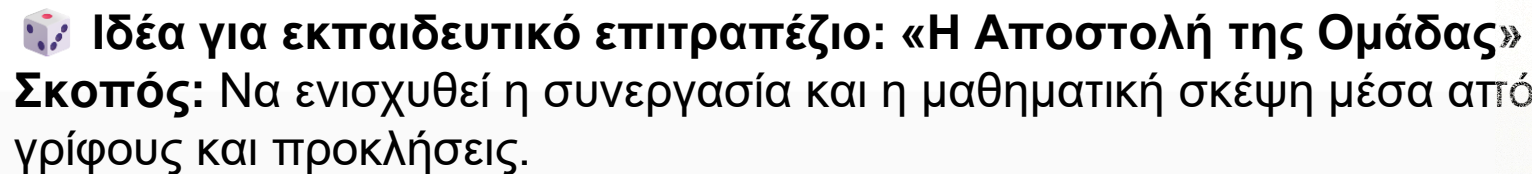
**Περιγραφή:** Για να προχωρήσει το πιόνι, η ομάδα πρέπει να λύσει σωστά ένα πρόβλημα (με πολλές πράξεις). Λάθος απάντηση = παραμονή στη θέση.

**Στόχος:** Συνεργατική επίλυση, αιτιολόγηση σκέψης, στρατηγική.





## Επίλυση Προβλήματος



- **Ταμπλό** με τετράγωνα: «Πρόβλημα», «Πήδα», «1 θέση πίσω», «Μπόνους»
- **Κάρτες προβλημάτων**: Μαθηματικά, λογικοί γρίφοι, γλωσσικά παιχνίδια
- **Ζάρι**: Προχωράς μόνο αν λύσει η ομάδα το πρόβλημα του τετραγώνου
- **Στόχος**: Να φτάσει η ομάδα στο «Τέλος» με τις περισσότερες σωστές λύσεις



- **Συντονιστής:** Διαβάζει την κάρτα
- **Λύτης:** Προτείνει λύση
- **Ελεγκτής:** Ελέγχει την ορθότητα
- **Καταγραφέας:** Σημειώνει την πρόοδο

[illegible]

# Παιχνίδι 6: ΣΤ' Δημοτικού



Κατασκευής

Όγκος & Εμβαδόν

## Η Πόλη του Όγκου

**Υλικά:** Κύβοι, κουτιά, χάρακες.

**Περιγραφή:** Τα παιδιά είναι "αρχιτέκτονες". Πρέπει να χτίσουν κτίρια με συγκεκριμένο όγκο (π.χ. 24 κυβικές μονάδες) αλλά διαφορετικά σχήματα και να υπολογίσουν το κόστος.

**Στόχος:** Κατανόηση όγκου vs εμβαδού, εφαρμογή σε τρισδιάστατο χώρο.



# Ψηφιακά Εργαλεία & Αντεστραμμένη Τάξη

Ενίσχυση της εμπλοκής και επέκταση της μάθησης στο σπίτι.



## GeoGebra

Ιδανικό για Γεωμετρία και δυναμική  
οπτικοποίηση εννοιών.



## Wordwall

Γρήγορα παιχνίδια: Τροχός της τύχης,  
κουίζ, αντιστοίχιση.



## PowerPoint (Interactive)

Δημιουργία custom παιχνιδιών με  
hyperlinks και triggers.

# Η Αλληλουχία της Μάθησης

## C-R-A (Concrete – Representational – Abstract)

### Από το Απτό στο Αφηρημένο

Η έρευνα δείχνει ότι η μάθηση είναι πιο αποτελεσματική όταν ακολουθεί συγκεκριμένη πορεία:



1. **Χειραπτικό Υλικό (Concrete):**  
Αισθητηριακή εμπειρία.
2. **Εικονική Αναπαράσταση (Representational):** Ζωγραφιές, ψηφιακά μοντέλα.
3. **Αφηρημένη Σκέψη (Abstract):** Σύμβολα και τύποι.

| Στάδιο          | Περιγραφή   | Παράδειγμα στην τάξη   | Τύπος αναπαράστασης              |
|-----------------|---|--|----------------------------------|
| C – Ενεργητικό  | Το παιδί μαθαίνει μέσω πράξης και χειρισμού αντικειμένων.               | Μαθητές μετρούν πλευρές με χάρακα, φτιάχνουν σχήματα με τουβλάκια. | Πραγματικά αντικείμενα, κινήσεις |
| R – Εικονιστικό | Το παιδί χρησιμοποιεί εικόνες ή διαγράμματα για να κατανοήσει έννοιες.  | Μαθητές βλέπουν εικόνα κύβου με διαστάσεις, ή σχεδιάζουν σχήματα.  | Σχεδιαστικά, οπτικά μέσα         |
| A – Συμβολικό   | Το παιδί χρησιμοποιεί σύμβολα, αριθμούς και γλώσσα για αφηρημένη σκέψη. | Μαθητές λύνουν προβλήματα με τύπους: $V = a \times b \times c$ .   | Αριθμοί, σύμβολα, εξισώσεις      |

"Τα μαθηματικά δεν είναι θέαμα, είναι εμπειρία."

# Σας Ευχαριστώ!

"Η πραγματική μαγεία ξεκινά εκεί που τελειώνουν οι σημειώσεις και αρχίζει το παιχνίδι."

 elfinor3@gmail.com  
 Ενδοσχολική Επιμόρφωση 2025



# Βιβλιογραφία

---

Boaler, J. (2016). *Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential Through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching*. Jossey-Bass.

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques, 1970–1990*. Kluwer Academic Publishers.

Bruner, J. S. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Belknap Press of Harvard University Press.

Dewey, J. (1938). *Experience and Education*. Macmillan.

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). Macmillan.

Hirsh-Pasek, K., & Golinkoff, R. M. (2016). *Becoming Brilliant: What Science Tells Us About Raising Successful Children*. American Psychological Association.

Immordino-Yang, M. H. (2015). *Emotions, Learning, and the Brain: Exploring the Educational Implications of Affective Neuroscience*. W. W. Norton & Company.

LEGO Foundation. (2020). *The power of play: A research overview*. LEGO Foundation.

# Βιβλιογραφία

---

Papert, S. (1993). *The Children's Machine: Rethinking School in the Age of the Computer*. Basic Books.

Piaget, J. (1962). *Play, Dreams and Imitation in Childhood*. W. W. Norton & Company.

Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing*. Cambridge University Press.

Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical Constructivism: A Way of Knowing and Learning*. Falmer Press.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.



# Πρόσθετοι Πόροι

- Boaler, J. (2016). *Mathematical Mindsets*.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*.
- Hirsh-Pasek, K. (2016). *Becoming Brilliant*.

