



# Μαθηματικά, Παιδί & Παιχνίδι

Σημειώσεις για την Ενδοσχολική Επιμόρφωση

Παπανικολάου Γεώργιος M.Ed.

Σχολικό Έτος 2025 - 2026

# Σύγχρονες Τάσεις στη Διδακτική

Από τη "μεταβίβαση γνώσης" στην "κατασκευή γνώσης".

 **Κονστρουκτιβισμός (Von Glaserfeld):** Η γνώση κατασκευάζεται ενεργά από τον μαθητή, δεν μεταδίδεται παθητικά.

 **Κοινωνική Αλληλεπίδραση (Vygotsky):** Η μάθηση είναι κοινωνική διαδικασία. Η Ζώνη Εγγύς Ανάπτυξης (ZPD) επεκτείνεται μέσω της συνεργασίας.

 **Μαθηματικός Λόγος:** Η τάξη ως κοινότητα που συζητά, υποθέτει και δικαιολογεί.



# Κονστρουκτιβισμός & Παιχνίδι

## • **Ενεργητική Μάθηση**

Σύμφωνα με τον Κονστρουκτιβισμό (Piaget, Papert), η μάθηση είναι ενεργητική κατασκευή:

- 👉 **Χειραφία με τη Γνώση:** Το παιδί πρέπει να "πιάσει" και να χειριστεί υλικά για να κατανοήσει αφηρημένες έννοιες.
- 👉 **Ο Ρόλος του Λάθους:** Στο παιχνίδι, το λάθος δεν τιμωρείται. Είναι πληροφορία που οδηγεί σε νέα δοκιμή (Trial & Error).
- 👉 **Γνωστική Σύγκρουση:** Όταν το παιχνίδι διαψεύδει την πρόβλεψη του παιδιού, γεννιέται η πραγματική μάθηση.



# Κοινωνική Αλληλεπίδραση & Παιχνίδι

## Μαθαίνοντας Μαζί (Vygotsky)



Το παιχνίδι δημιουργεί το ιδανικό πλαίσιο για κοινωνικο-πολιτισμική μάθηση:

**Ζώνη Εγγύς Ανάπτυξης (ZPD):** Μέσα στο παιχνίδι, το παιδί συχνά λειτουργεί σε ανώτερο επίπεδο, υποστηριζόμενο από τους συμπαίκτες του.

**Συνεργασία & Ρόλοι:** Η ανάγκη τήρησης κανόνων και η διαπραγμάτευση της σειράς καλλιεργούν την αυτορρύθμιση.

**Peer Teaching:** Τα παιδιά εξηγούν το ένα στο άλλο τους κανόνες, διδάσκοντας ουσιαστικά τη λογική του συστήματος.



# Μαθηματικός Λόγος & Παιχνίδι

## 🔴 Από την Πράξη στα Λόγια

Το παιχνίδι είναι ο "κινητήρας" που παράγει αυθεντικό μαθηματικό λόγο (Discourse):

- 👉 **Επιχειρηματολογία:** "Γιατί έκανες αυτή την κίνηση;" Το παιδί αναγκάζεται να δικαιολογήσει τη στρατηγική του.
- 👉 **Μαθηματικό Λεξιλόγιο:** Λέξεις όπως "πιθανότητα", "άθροισμα", "στρατηγική" αποκτούν νόημα ως εργαλεία για τη νίκη.
- 👉 **Ενεργητική Ακρόαση:** Οι μαθητές πρέπει να ακούσουν και να αξιολογήσουν τη σκέψη των άλλων για να παίξουν σωστά.



# Brousseau & Playful Learning: Μία Επισκόπηση

Η σύνδεση της αυστηρής δομής με τη χαρά της ανακάλυψης.

## Δ Guy Brousseau

Διδακτικές Καταστάσεις:

- **Δράση:** Παιχνίδι με στόχο.
- **Διατύπωση:** Επικοινωνία στρατηγικής.
- **Εγκυρότητα:** Η ομάδα ως κριτής (όχι ο δάσκαλος).



## Playful Learning

Το Κίνητρο:

- Εγγενές κίνητρο ("θέλω να κερδίσω").
- Ασφάλεια στο λάθος (δοκιμή & πειραματισμός).
- Ιδιοκτησία της γνώσης.

# Η Έννοια του "Μιλιέ" (Milieu)

## 1. Τι είναι το Μιλιέ;

Δεν είναι απλά ο φυσικός χώρος. Είναι το **σύστημα**

(αντικείμενα, κανόνες, γνώσεις) με το οποίο

αλληλεπιδρά ο μαθητής.

## 2. Το Παιχνίδι ως Μιλιέ

- ▣ **Ο Αντίπαλος:** Ο μαθητής παίζει "εναντίον" του Μιλιέ. Το παιχνίδι αντιδρά στις κινήσεις του.
- ⟳ **Ανατροφοδότηση:** Αν ο μαθητής κάνει λάθος, το Μιλιέ το "δείχνει" (π.χ. ο πύργος πέφτει, το παζλ δεν ταιριάζει), χωρίς να παρέμβει ο δάσκαλος.
- 👑 **Αυτονομία:** Ο μαθητής μαθαίνει προσαρμόζοντας τη στρατηγική του στις αντιδράσεις του Μιλιέ.



# Οι Φάσεις του Brousseau στο Παιχνίδι

Πώς η θεωρία μεταφράζεται σε μηχανισμούς παιχνιδιού:



## 1. Δράση

"Παίζω για να νικήσω"

Ο μαθητής δοκιμάζει στρατηγικές εμπειρικά. Αναπτύσσει μια διαισθητική γνώση ("το έκανα έτσι γιατί δουλεύει").



## 2. Διατύπωση

"Εξηγώ το σχέδιο"

Ο μαθητής πρέπει να επικοινωνήσει τη στρατηγική σε έναν συμπαίκτη. Η διαίσθηση γίνεται γλώσσα και κανόνας.



## 3. Εγκυρότητα

"Αποδεικνύω"

Η ομάδα ελέγχει αν η στρατηγική είναι σωστή. Δεν αποφασίζει ο δάσκαλος, αλλά η λογική του παιχνιδιού.

# Ποιοι είναι οι "Πατέρες" του Playful Learning;

## Οι Θεμελιωτές

- 👤 **Jean Piaget:** Το παιχνίδι ως αφομοίωση της πραγματικότητας.
- 👤 **Lev Vygotsky:** Το παιχνίδι ως δημιουργός της Ζώνης Εγγύς Ανάπτυξης (ZPD) - το παιδί συμπεριφέρεται "πάνω από την ηλικία του".
- 👤 **Maria Montessori / John Dewey:** Η μάθηση μέσω της εμπειρίας και των αισθήσεων.

## Σύγχρονη Έρευνα

To Playful Learning δεν είναι μια θεωρία ενός ατόμου, αλλά σύνθεση ερευνών:

- 📖 **Kathy Hirsh-Pasek & R. Golinkoff:** "Becoming Brilliant" - Η επιστημονική τεκμηρίωση του "Guided Play".
- 📦 **The LEGO Foundation:** Παγκόσμιος φορέας έρευνας για τη μάθηση μέσω του παιχνιδιού.
- 💻 **MIT Media Lab (M. Resnick):** "Lifelong Kindergarten" - Μάθηση μέσω σχεδιασμού

# Τι Σημαίνει Τελικά "Playful Learning";

Δεν είναι απλά "διασκέδαση". Είναι μια μεθοδολογία με **5 βασικά χαρακτηριστικά**:



## Ευχάριστο (Joyful)

Θετικά συναισθήματα που ανοίγουν τον εγκέφαλο στη μάθηση.



## Ενεργητικό (Active)

Ο μαθητής είναι "Minds-on", όχι παθητικός θεατής.



## Με Νόημα (Meaningful)

Συνδέεται με την εμπειρία και τα ενδιαφέροντα του παιδιού.



## Κοινωνικό (Social)

Ενισχύεται μέσω της συνεργασίας και της επικοινωνίας.



## Επαναληπτικό (Iterative)

Δοκιμάζω, αποτυγχάνω, αλλάζω στρατηγική, ξαναδοκιμάζω.

# Χειραπτικά vs Ψηφιακά Παιχνίδια

Ο ιδανικός τρόπος είναι ο **συμπληρωματικός**.

Χειραπτικά (Manipulatives)	Ψηφιακά (Digital)
<b>Πλεονεκτήματα:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Φυσική, αισθητηριακή εμπειρία.</li><li>Ανάπτυξη λεπτής κινητικότητας.</li><li>Κοινωνική αλληλεπίδραση πρόσωπο-με-πρόσωπο.</li></ul>	<b>Πλεονεκτήματα:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Άμεση ανατροφοδότηση.</li><li>Εξατομικευμένη μάθηση.</li><li>Προσομοίωση αδύνατων σεναρίων.</li></ul>
<b>Χρήση:</b> <p>Ιδανικά για <i>αρχική κατανόηση</i> και οικοδόμηση εννοιών.</p>	<b>Χρήση:</b> <p>Ιδανικά για <i>εξάσκηση</i>, εμπέδωση και δυναμικά μοντέλα.</p>

# Παιχνίδι 1: Α' Δημοτικού

Αριθμοί & Πράξεις

Συνεργασία



## Το Κυνήγι του Θησαυρού των Ψηφίων



Κινητικό

**Υλικά:** Χαρτόνι, μαρκαδόροι, κρυμμένα χαρτάκια στην τάξη.

**Περιγραφή:** Ο δάσκαλος κρύβει χαρτάκια με ψηφία. Τα παιδιά σε ομάδες τα ψάχνουν, τα αναγνωρίζουν και τα διαβάζουν δυνατά.

**Στόχος:** Αναγνώριση ψηφίων, ομαδικότητα, σύνδεση κίνησης με μάθηση.



# Παιχνίδι 2: Β' Δημοτικού



Χρήμα & Πράξεις

## Το Κατάστημα (Ταμείο)



Ρόλων

**Υλικά:** Ψεύτικα νομίσματα, προϊόντα (κουτιά), ταμπελάκια τιμών.

**Περιγραφή:** Τα παιδιά αναλαμβάνουν ρόλους "πελάτη" και "πωλητή". Αγοράζουν αντικείμενα, προσθέτουν τιμές και υπολογίζουν ρέστα.

**Στόχος:** Πρόσθεση/Αφαίρεση χρηματικών ποσών, διαχείριση πραγματικών προβλημάτων.

# Παιχνίδι 3: Γ' Δημοτικού

Γεωμετρία

## Το Παζλ της Περιμέτρου



Χειραπτικό

**Υλικά:** Χαρτόνια με σχήματα, χάρακες/μεζούρες.

**Περιγραφή:** Τα παιδιά μετρούν τις πλευρές διαφορετικών σχημάτων, υπολογίζουν την περίμετρο και συνθέτουν ένα μεγαλύτερο "παζλ" με βάση τα αποτελέσματα.

**Στόχος:** Κατανόηση της περιμέτρου μέσω μέτρησης, ακρίβεια.



# Παιχνίδι 3: Γ' Δημοτικού

Γεωμετρία

## Το Παζλ της Περιμέτρου



Χειραπτικό

💡 Ιδέες

- 1. Μαθητές συναρμολογούν κομμάτια γεωμετρικών σχημάτων (τετράγωνα, τρίγωνα, ορθογώνια) πάνω σε ένα μεγάλο χαρτόνι, με αριθμούς στις πλευρές.**
- 2. Παιδιά με χάρακες και μεζούρες μετρούν τις πλευρές σχημάτων στο πάτωμα της τάξης, σημειώνοντας την περίμετρο σε καρτέλες.**
- 3. Ομαδικό παιχνίδι με κάρτες περιμέτρου:** κάθε παιδί κρατά ένα κομμάτι σχήματος και συνεργάζονται για να σχηματίσουν ένα πλήρες σχήμα με σωστή περίμετρο.



Το Παζλ της Περιμέτρου

# Παιχνίδι 3: Γ' Δημοτικού

## Το Παζλ της Περιμέτρου

Γεωμετρία



Υλικά:

- Κάρτες με γεωμετρικά σχήματα (τετράγωνα, τρίγωνα, ορθογώνια, σύνθετα)
- Χάρακες ή μεζούρες
- Φύλλα εργασίας ή πίνακας για καταγραφή
- Χρωματιστά μολύβια ή μαρκαδόροι



Χειραπτικό



Κανόνες παιχνιδιού:

1. Διανομή καρτελών: Κάθε ομάδα παίρνει 2-3 σχήματα.
2. Μετρήσεις: Οι μαθητές μετρούν τις πλευρές και υπολογίζουν την περίμετρο.
3. Σύνθεση παζλ: Αν τα σχήματα είναι κομμάτια ενός μεγαλύτερου σχήματος, πρέπει να τα ενώσουν σωστά ώστε να ταιριάζουν και να υπολογίσουν τη συνολική περίμετρο.
4. Πρόκληση: Κάποιες κάρτες έχουν «παγίδες» — πλευρές που δεν πρέπει να μετρηθούν δύο φορές ή σχήματα με κρυμμένες πλευρές.
5. Νικητές: Η ομάδα που ολοκληρώνει σωστά το παζλ και εξηγεί τη στρατηγική της.

# Παιχνίδι 4: Δ' Δημοτικού

Κλάσματα

## Το Πίτσα-Κλάσμα



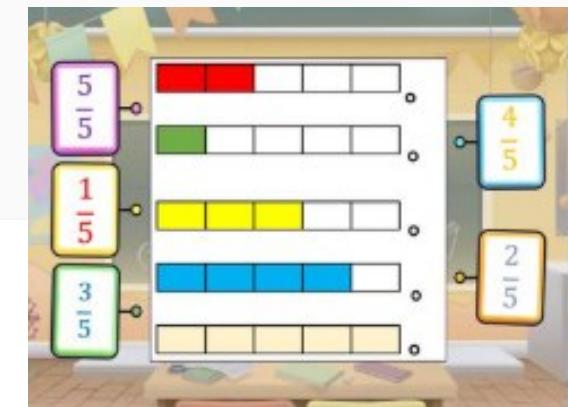
Αισθητηριακό

**Υλικά:** Χάρτινοι δίσκοι (πίτσες), ψαλίδια, μαρκαδόροι.

**Περιγραφή:** Τα παιδιά κόβουν τις πίτσες σε 2, 4 ή 8 ίσα μέρη. Αναπαριστούν παραγγελίες: "Θέλω τα  $\frac{3}{4}$  της πίτσας".

**Στόχος:** Κατανόηση μέρους-όλου, ισοδυναμία κλασμάτων.

\*Εναλλακτική ψηφιακή επέκταση: [Χρήση Wordwall](#) για αντιστοίχιση εικόνας πίτσας με το σωστό κλάσμα.



# Παιχνίδι 5: Ε' Δημοτικού



Στρατηγικής

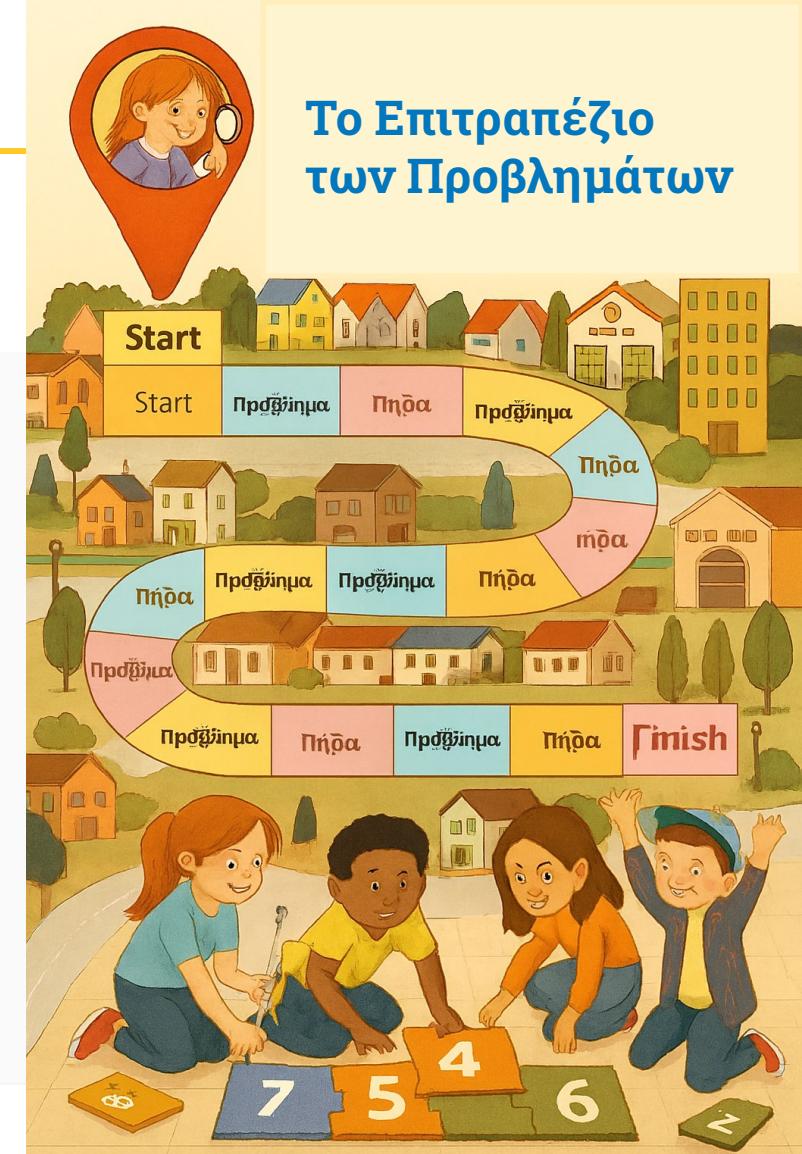
## Επίλυση Προβλήματος

# Το Επιτραπέζιο των Προβλημάτων

**Υλικά:** Ταμπλό, ζάρια, κάρτες με σύνθετα προβλήματα.

**Περιγραφή:** Για να προχωρήσει το πιόνι, η ομάδα πρέπει να λύσει σωστά ένα πρόβλημα (με πολλές πράξεις). Λάθος απάντηση = παραμονή στη θέση.

**Στόχος:** Συνεργατική επίλυση, αιτιολόγηση σκέψης, στρατηγική.



# Παιχνίδι 5: Ε' Δημοτικού

## Επίλυση Προβλήματος

🎲 **Ιδέα για εκπαιδευτικό επιτραπέζιο: «Η Αποστολή της Ομάδας»**

**Σκοπός:** Να ενισχυθεί η συνεργασία και η μαθηματική σκέψη μέσα από γρίφους και προκλήσεις.

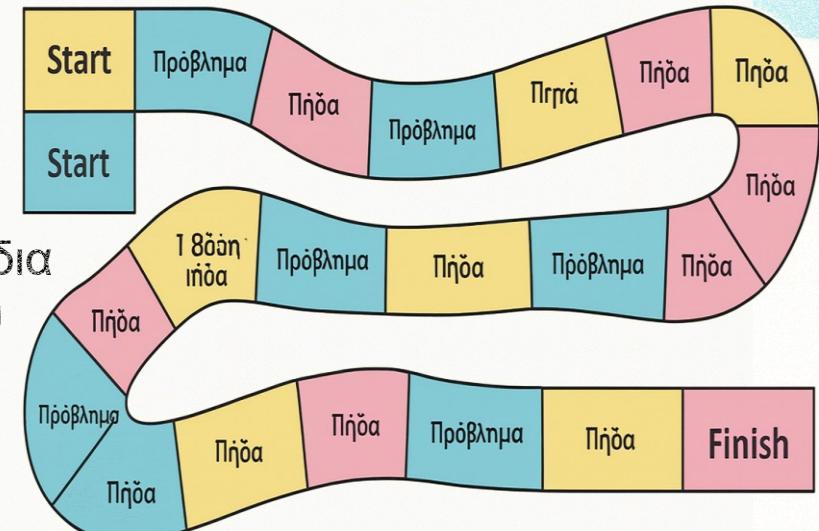
✳️ **Δομή παιχνιδιού:**

- **Ταμπλό** με τετράγωνα: «Πρόβλημα», «Πήδα», «1 θέση πίσω», «Μπόνους»
- **Κάρτες προβλημάτων:** Μαθηματικά, λογικοί γρίφοι, γλωσσικά παιχνίδια
- **Ζάρι:** Προχωράς μόνο αν λύσει η ομάδα το πρόβλημα του τετραγώνου
- **Στόχος:** Να φτάσει η ομάδα στο «Τέλος» με τις περισσότερες σωστές λύσεις

👥 **Ρόλοι παικτών:**

- **Συντονιστής:** Διαβάζει την κάρτα
- **Λύτης:** Προτείνει λύση
- **Ελεγκτής:** Ελέγχει την ορθότητα
- **Καταγραφέας:** Σημειώνει την πρόοδο

## Το Επιτραπέζιο των Προβλημάτων



# Παιχνίδι 6: ΣΤ' Δημοτικού

Όγκος & Εμβαδόν

## Η Πόλη του Όγκου



Κατασκευής

**Υλικά:** Κύβοι, κουτιά, χάρακες.

**Περιγραφή:** Τα παιδιά είναι "αρχιτέκτονες". Πρέπει να χτίσουν κτίρια με συγκεκριμένο όγκο (π.χ. 24 κυβικές μονάδες) αλλά διαφορετικά σχήματα και να υπολογίσουν το κόστος.

**Στόχος:** Κατανόηση όγκου vs εμβαδού, εφαρμογή σε τρισδιάστατο χώρο.

## Η πόλη του όγκου



# Ψηφιακά Εργαλεία & Αντεστραμμένη Τάξη

---

Ενίσχυση της εμπλοκής και επέκταση της μάθησης στο σπίτι.



## GeoGebra

Ιδανικό για Γεωμετρία και δυναμική  
οπτικοποίηση εννοιών.



## Wordwall

Γρήγορα παιχνίδια: Τροχός της τύχης,  
κουίζ, αντιστοίχιση.



## PowerPoint (Interactive)

Δημιουργία custom παιχνιδιών με  
hyperlinks και triggers.

# Η Αλληλουχία της Μάθησης

C-R-A (Concrete – Representational – Abstract)

## Από το Απτό στο Αφηρημένο

Η έρευνα δείχνει ότι η μάθηση είναι πιο αποτελεσματική όταν ακολουθεί συγκεκριμένη πορεία:

- Χειραπτικό Υλικό (Concrete):**  
Αισθητηριακή εμπειρία.
- Εικονική Αναπαράσταση (Representational):** Ζωγραφιές, ψηφιακά μοντέλα.
- Αφηρημένη Σκέψη (Abstract):** Σύμβολα και τύποι.

Στάδιο	Περιγραφή	Παράδειγμα στην τάξη	Τύπος αναπαράστασης
C - Ενεργητικό	Το παιδί μαθαίνει μέσω πράξης και χειρισμού αντικειμένων.	Μαθητές μετρούν πλευρές με χάρακα, φτιάχνουν σχήματα με τουβλάκια.	Πραγματικά αντικείμενα, κινήσεις
R - Εικονιστικό	Το παιδί χρησιμοποιεί εικόνες ή διαγράμματα για να κατανοήσει έννοιες.	Μαθητές βλέπουν εικόνα κύβου με διαστάσεις, ή σχεδιάζουν σχήματα.	Σχεδιαστικά, οπτικά μέσα
A - Συμβολικό	Το παιδί χρησιμοποιεί σύμβολα, αριθμούς και γλώσσα για αφηρημένη σκέψη.	Μαθητές λύνουν προβλήματα με τύπους: $V = a \times b \times c$ .	Αριθμοί, σύμβολα, εξισώσεις

"Τα μαθηματικά δεν είναι θέαμα, είναι εμπειρία."

# Σας Ευχαριστώ!

"Η πραγματική μαγεία ξεκινά εκεί που τελειώνουν οι σημειώσεις και αρχίζει το παιχνίδι."

 elfinor3@gmail.com  
 Ενδοσχολική Επιμόρφωση 2025

# Βιβλιογραφία

---

Boaler, J. (2016). *Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential Through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching*. Jossey-Bass.

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques, 1970–1990*. Kluwer Academic Publishers.

Bruner, J. S. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Belknap Press of Harvard University Press.

Dewey, J. (1938). *Experience and Education*. Macmillan.

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). Macmillan.

Hirsh-Pasek, K., & Golinkoff, R. M. (2016). *Becoming Brilliant: What Science Tells Us About Raising Successful Children*. American Psychological Association.

Immordino-Yang, M. H. (2015). *Emotions, Learning, and the Brain: Exploring the Educational Implications of Affective Neuroscience*. W. W. Norton & Company.

LEGO Foundation. (2020). *The power of play: A research overview*. LEGO Foundation.

# Βιβλιογραφία

---

Papert, S. (1993). *The Children's Machine: Rethinking School in the Age of the Computer*. Basic Books.

Piaget, J. (1962). *Play, Dreams and Imitation in Childhood*. W. W. Norton & Company.

Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing*. Cambridge University Press.

Von Glaserfeld, E. (1995). *Radical Constructivism: A Way of Knowing and Learning*. Falmer Press.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.

# Πρόσθετοι Πόροι

---

- Boaler, J. (2016). *Mathematical Mindsets*.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*.
- Hirsh-Pasek, K. (2016). *Becoming Brilliant*.

