

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Южный федеральный университет «ЮФУ»



На правах рукописи

Фоменко Елизавета Ивановна

**Длинное название диссертационной работы, состоящее  
из достаточно большого количества слов, совсем длинное  
длинное длинное длинное название, из которого простому  
обывателю знакомы, в лучшем случае, лишь отдельные  
слова**

Специальность 1.2.2 —

«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.  
Математические модели естественных наук»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
уч. степень, уч. звание  
Оганесян Павел Артурович

Ростов-на-Дону — 2025

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение</b> . . . . .	4
<b>Глава 1. Обзор литературы</b> . . . . .	7
1.1 Исследование композитных материалов . . . . .	7
1.1.1 Идентификация материала . . . . .	9
1.2 Пакет ACELAN-COMPOS . . . . .	11
1.3 Методы топологической оптимизации . . . . .	12
1.3.1 Метод твёрдого изотропного материала с пенализацией (SIMP) . . . . .	14
1.3.2 Методы эволюционной структурной оптимизации (ESO) .	15
1.3.3 Методы на основе генетических алгоритмов . . . . .	17
1.3.4 Методы на основе нейронных сетей . . . . .	17
1.4 Ссылки . . . . .	41
1.5 Формулы . . . . .	42
1.5.1 Ненумерованные одиночные формулы . . . . .	42
1.5.2 Ненумерованные многострочные формулы . . . . .	43
1.5.3 Нумерованные формулы . . . . .	45
1.5.4 Форматирование чисел и размерностей величин . . . . .	46
1.5.5 Заголовки с формулами: $a^2 + b^2 = c^2$ , $ \text{Im}\Sigma(\epsilon)  \approx \text{const}$ , $\sigma_{xx}^{(1)}$ . . . . .	47
1.6 Работа со списком сокращений и условных обозначений . . . . .	49
<b>Глава 2. Длинное название главы, в которой мы смотрим на примеры того, как будут верстаться изображения и списки</b> . . . . .	51
2.1 Идентификация материалов пакете ACELAN-COMPOS . . . . .	51
2.2 Реализация топологической оптимизации в пакете ACELAN-COMPOS . . . . .	51
2.3 Длинное название параграфа, в котором мы узнаём как сделать две картинки с общим номером и названием . . . . .	52
2.4 Векторная графика . . . . .	53

2.5	Пример вёрстки списков . . . . .	54
2.6	Традиции русского набора . . . . .	55
2.6.1	Пробелы . . . . .	55
2.6.2	Математические знаки и символы . . . . .	56
2.6.3	Кавычки . . . . .	56
2.6.4	Тире . . . . .	57
2.6.5	Дефисы и переносы слов . . . . .	57
2.7	Текст из панграмм и формул . . . . .	58
<b>Заключение . . . . .</b>		<b>62</b>
<b>Словарь терминов . . . . .</b>		<b>63</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>		<b>64</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>		<b>69</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>		<b>74</b>
<b>Список рисунков . . . . .</b>		<b>79</b>
<b>Список таблиц . . . . .</b>		<b>80</b>
<b>Приложение А. Примеры вставки листингов программного кода</b>		<b>81</b>
<b>Приложение Б. Очень длинное название второго приложения, в котором продемонстрирована работа с длинными таблицами . . . . .</b>		<b>87</b>
Б.1	Подраздел приложения . . . . .	87
Б.2	Ещё один подраздел приложения . . . . .	87
Б.3	Использование длинных таблиц с окружением <i>longtblr</i> из пакета <code>tabularray</code> . . . . .	87
Б.4	Форматирование внутри таблиц . . . . .	91
Б.5	Стандартные префиксы ссылок . . . . .	93
Б.6	Очередной подраздел приложения . . . . .	93
Б.7	И ещё один подраздел приложения . . . . .	94

## Введение

Обзор, введение в тему, обозначение места данной работы в мировых исследованиях и т. п., можно использовать ссылки на другие работы (если их нет, то в автореферате автоматически пропадёт раздел «Список литературы»). Внимание! Ссылки на другие работы в разделе общей характеристики работы можно использовать только при использовании `biblatex` (из-за технических ограничений `bibtex8`). Это связано с тем, что одна и та же характеристика используются и в тексте диссертации, и в автореферате. В последнем, согласно ГОСТ, должен присутствовать список работ автора по теме диссертации, а `bibtex8` не умеет выводить в одном файле два списка литературы). При использовании `biblatex` возможно использование исключительно в автореферате подстрочных ссылок для других работ командой `\autocite`, а также цитирование собственных работ командой `\cite`. Для этого в файле `common/setup.tex` необходимо присвоить положительное значение счётчику `\setcounter{usefootcite}{1}`.

Для генерации содержимого титульного листа автореферата, диссертации и презентации используются данные из файла `common/data.tex`. Если, например, вы меняете название диссертации, то оно автоматически появится в итоговых файлах после очередного запуска `LATEX`. Согласно ГОСТ 7.0.11-2011 «5.1.1 Титульный лист является первой страницей диссертации, служит источником информации, необходимой для обработки и поиска документа». Наличие логотипа организации на титульном листе упрощает обработку и поиск, для этого разметите логотип вашей организации в папке `images` в формате PDF (лучше найти его в векторном варианте, чтобы он хорошо смотрелся при печати) под именем `logo.pdf`. Настроить размер изображения с логотипом можно в соответствующих местах файлов `title.tex` отдельно для диссертации и автореферата. Если вам логотип не нужен, то просто удалите файл с логотипом.

Этот абзац появляется только в диссертации. Через проверку условия `\ifsynopsis`, задаваемого в основном файле документа (`dissertation.tex` для диссертации), можно сделать новую команду, обеспечивающую появление цитаты в диссертации, но не в автореферате.

**Целью** данной работы является ...

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Исследовать, разработать, вычислить и т. д. и т. п.
2. Исследовать, разработать, вычислить и т. д. и т. п.
3. Исследовать, разработать, вычислить и т. д. и т. п.
4. Исследовать, разработать, вычислить и т. д. и т. п.

**Научная новизна:**

1. Впервые ...
2. Впервые ...
3. Было выполнено оригинальное исследование ...

**Практическая значимость ...**

**Методология и методы исследования. ...**

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Первое положение
2. Второе положение
3. Третье положение
4. Четвертое положение

В папке Documents можно ознакомиться с решением совета из Томского ГУ (в файле Def\_positions.pdf), где обоснованно даются рекомендации по формулировкам защищаемых положений.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается ... Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на: перечисление основных конференций, симпозиумов и т. п.

**Личный вклад.** Автор принимал активное участие ...

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в XX печатных изданиях, X из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, X — в тезисах докладов.

При использовании пакета `biblatex` будут подсчитаны все работы, добавленные в файл `biblio/author.bib`. Для правильного подсчёта работ в различных системах цитирования требуется использовать поля:

- `authorvak` если публикация индексирована ВАК,
- `authorscopus` если публикация индексирована Scopus,
- `authorwos` если публикация индексирована Web of Science,
- `authorconf` для докладов конференций,

- `authorpatent` для патентов,
- `authorprogram` для зарегистрированных программ для ЭВМ,
- `authorother` для других публикаций.

Для подсчёта используются счётчики:

- `citeauthorvak` для работ, индексируемых ВАК,
- `citeauthorscopus` для работ, индексируемых Scopus,
- `citeauthorwos` для работ, индексируемых Web of Science,
- `citeauthorvakscopuswos` для работ, индексируемых одной из трёх баз,
- `citeauthorscopuswos` для работ, индексируемых Scopus или Web of Science,
- `citeauthorconf` для докладов на конференциях,
- `citeauthorother` для остальных работ,
- `citeauthorpatent` для патентов,
- `citeauthorprogram` для зарегистрированных программ для ЭВМ,
- `citeauthor` для суммарного количества работ.

Для добавления в список публикаций автора работ, которые не были процитированы в автореферате, требуется их перечислить с использованием команды `\nocite` в `Synopsis/content.tex`.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, 2 глав, заключения и 3 приложений. Полный объём диссертации составляет 94 страницы, включая 4 рисунка и 11 таблиц. Список литературы содержит 147 наименований.

## Глава 1. Обзор литературы

### 1.1 Исследование композитных материалов

Пьезоэлектрические устройства используются для преобразования механической энергии в электрическую и наоборот. Такие устройства применяются в технологиях для получения и накопления энергии, в различных медицинских приборах, при разработке систем, работающих в жидких и акустических средах. Рабочим элементом пьезопреобразователя является пьезокерамический элемент определенной формы. Форма и тип деформации этого элемента определяют пьезомодули, которые характеризуют преобразование механической энергии деформации в электрическую. Так пьезомодуль  $d_{33}$  связан с растяжением-сжатием вдоль оси поляризации,  $d_{31}$  — с такой же деформацией в поперечном направлении к этой оси,  $d_{15}$  — со сдвигом. Использование пористой керамики позволяет создавать более эффективные пьезопреобразователи. Очевидным преимуществом является уменьшение веса, но также необходимо учитывать жесткость и, что самое важное, выходной потенциал. В случае пористой керамики модули упругости с ростом пористости убывают значительно сильнее, чем пьезомодули, то есть при одной и той же механической нагрузке амплитуда деформации у пористой керамики будет больше, а следовательно и выходной электрический потенциал тоже растет.

Задача поиска оптимального дизайна таких устройств требует учета как геометрических характеристик отдельных частей устройства, так и подбора материалов со свойствами, подходящими для определенных режимов колебаний.

Актуальность исследований в данной области подтверждается интересом различных групп исследователей к задачам оптимизации пьезоэлектрических устройств. В работе [1] решается задача оценки эффективности электро-механической связи в режиме сдвига-изгиба для пьезоэлектрической пластины кольцевой формы. В соответствии с классической теорией упругих пластин малого изгиба и пьезоэлектрическими определяющими соотношениями получено аналитическое решение для изгибной деформации преобразователя под действием электрического поля и концентрированной или равномерно распределенной механической нагрузки. Определено оптимальное соотношение

внутреннего и внешнего радиусов. В работе [2] рассмотрен многослойный цилиндрический пьезопреобразователь (MCPSA), работающий в режиме сдвига  $d_{15}$ . Устройство состоит из пьезокерамических колец, концентрически собранных вместе с попеременной положительной и отрицательной поляризацией в осевом направлении. Проведены эксперименты, исследованы характеристики смещения устройства при приложенном напряжении и механической нагрузке. Статья [3] посвящена исследованию многослойных пьезоэлектрических преобразователей с акцентом на высокую выходную мощность. Целью исследования является создание повышение плотности мощности устройства. В работе [4] рассматривается процесс создания дизайн нового пьезоэлектрического метаматериала. На основе этого материала разработаны многослойные структуры, работающие в сдвиговом режиме.

Сдвиговые колебания устройств из пьезокерамики широко используются в прикладной технике. Сбор энергии - один из основных способов использования таких материалов [5–7], поскольку он позволяет собирать «зеленую» энергию с низкой стоимостью. Известны ограничения этого подхода, включая деградацию керамики после некоторого времени использования или ограниченное напряжение, но новые пьезоматериалы позволяют создавать не только традиционные крупномасштабные сборщики энергии, но и небольшие носимые устройства. Такие материалы также актуальны при нанобработке [8].

Поведение упругих и электроупругих тел описывается следующими уравнениями и определяющими соотношениями:

$$\begin{aligned} \rho_j \omega^2 \ddot{\mathbf{u}} + \alpha_{dj} \rho_j \dot{\mathbf{u}} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{f}_j; \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = 0; \\ \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{c}_j^E \cdot \cdot (\boldsymbol{\varepsilon} + \beta_{dj} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) - \mathbf{e}_j^T \cdot \mathbf{E}; \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi; \\ \mathbf{D} + \varsigma_{dj} \dot{\mathbf{D}} &= \mathbf{e}_j \cdot \cdot \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{E}; \quad \boldsymbol{\varepsilon} = (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)/2 \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}$  — тензор напряжений,  $\rho$  — плотность,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  — тензор деформаций,  $\mathbf{u}$  — вектор перемещений,  $\mathbf{D}$  — вектор электрической индукции,  $\mathbf{E}$  — вектор напряженности электрического поля,  $\mathbf{f}$  — вектор массовых сил,  $\varphi$  — электрический потенциал,  $\mathbf{c}^E$  — тензор упругих констант,  $\mathbf{e}^T$  — тензор пьезомодулей,  $\mathbf{k}$  — тензор диэлектрических проницаемостей,  $\omega$  — круговая частота,  $\alpha_d, \beta_d, \varsigma_d$  — коэффициенты демпфирования,  $j$  — номер тела в модели.



На основе первых уравнений (1.1) конечно-элементную модель в векторной форме записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{N}_u^T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{U}(t); \\ \varphi(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{N}_\varphi^T(\mathbf{x}) \cdot \Phi(t) \end{aligned} \quad (1.2)$$

где  $\mathbf{N}_u$  – матрица функций формы для поля перемещений,  $\mathbf{N}_\varphi$  – вектор функций формы для электрического потенциала.  $\mathbf{U}(t)$ ,  $\Phi(t)$  – глобальные векторы соответствующих узловых степеней свободы.

### 1.1.1 Идентификация материала

Для пьезоэлектрических композитов известно несколько постановок задач гомогенизации, направленных на определение эффективных модулей материалов. Все эти методы являются обобщением известных подходов, используемых для диэлектрических и упругих композитных сред. В случае пьезокомпозитов эти методы существенно усложняются из-за связи механических и электрических полей, вызванной пьезоэффектом, что обуславливает большое количество определяемых эффективных модулей. Различные популярные аналитические, численно-аналитические и численные подходы к задачам гомогенизации для пьезоэлектрических композитных сред описаны в работах Кастильеро [9; 10].

Поскольку реальные пористые пьезоматериалы имеют сложную нерегулярную структуру пористости, при постановке и решении задачи гомогенизации предпочтительнее учитывать внутреннюю структуру пористого материала, включая типы связности, размеры пор и разброс их значений, а также различные локальные эффекты. Это можно сделать, построив элемент представительного объема (RVE) соответствующего типа, а затем численно решив задачу гомогенизации в этом объеме с помощью метода конечных элементов. Тогда постановку задачи гомогенизации можно осуществить методом эффективных модулей [11; 12].

В основе этого метода [13] лежит идея вычисления средних свойств материала для представительных объемов. После того как все свойства известны, модель материала может быть сведена к общему анизотропному электроупругому материалу.

Для определения свойств материала в представительном объеме  $V$  решается статическая задача электроупругости со специальными граничными условиями. Система уравнений в объеме получается из (1.1) для функций  $u$  и  $\varphi$ , которые зависят только от пространственной координаты  $x$ . Тогда уравнения (1.1) можно записать в виде:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} &= 0; & \nabla \cdot \mathbf{D} &= 0; \\ \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{c}^E \cdot \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{E}; & \mathbf{E} &= -\nabla \varphi; \\ \mathbf{D} &= \mathbf{e} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{E} & \boldsymbol{\varepsilon} &= (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)/2.\end{aligned}\quad (1.3)$$

Граничные условия в задаче усреднения пористого пьезокомпозитного материала [14] используются:

$$\mathbf{u} = \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_0, \quad \varphi = -\mathbf{x} \cdot \mathbf{E}_0, \quad \mathbf{x} \in \Gamma = \partial V, \quad (1.4)$$

где  $\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \boldsymbol{\varepsilon}_0^T$  — симметричный тензор постоянных деформаций второго ранга,  $\mathbf{E}_0$  — постоянный вектор электрического поля.

Для однородной среды решением краевой задачи (1.3), (1.4) является  $\mathbf{u} = \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_0$ ,  $\varphi = -\mathbf{x} \cdot \mathbf{E}_0$  с постоянными эффективными модулями.

Для решения краевой задачи (1.3), (1.4) в неоднородном объеме  $V$ :

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \boldsymbol{\varepsilon}_0^T, \quad \langle \mathbf{E} \rangle = \mathbf{E}_0, \quad (1.5)$$

где  $\langle \bullet \rangle = \frac{1}{|V|} \int_V (\bullet) dV$  — усредненные по объему значения.

Условиями определения эффективных модулей являются соотношения  $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle = \boldsymbol{\sigma}_0$ ,  $\langle \mathbf{D} \rangle = \mathbf{D}_0$ . Эти равенства позволяют получить полный набор эффективных модулей пьезокомпозиционного материала из решения серии краевых задач (1.3), (1.4) с различными ненулевыми компонентами в  $\boldsymbol{\varepsilon}_0$  и  $\mathbf{E}_0$ .

Для определения полного набора констант для пьезокомпозитного материала необходимо решить 9 краевых задач (1.3) с граничными условиями (1.4): 6 задач, если

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = S_0(\mathbf{e}_k \mathbf{e}_m + \mathbf{e}_m \mathbf{e}_k)/2, \quad \mathbf{E}_0 = 0,$$

и 3 задачи, если

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = 0, \quad \mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_k,$$

где  $k, m = (1, 2, 3)$  — зафиксированные индексы,  $\mathbf{e}_k$ ,  $\mathbf{e}_m$  — единичные векторы декартова базиса,  $S_0 = \text{const}$ ,  $E_0 = \text{const}$ .

Получаются следующие эффективные модули:

$$c_{ijkm}^{E,eff} = \langle \sigma_{ij} \rangle / S_0, \quad e_{jkm}^{eff} = \langle D_j \rangle / S_0,$$

$$e_{kij}^{eff} = - \langle \sigma_{ij} \rangle / E_0, \quad \kappa_{jk}^{S,eff} = \langle D_j \rangle / E_0.$$

Для записи свойств материала используется матричная нотация Фойгта:

$$\mathbf{c}^E = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{15} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{k}^S = \begin{bmatrix} k_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & k_{11}^S & 0 \\ 0 & 0 & k_{33}^S \end{bmatrix},$$

где  $c_{66}^E = (c_{11}^E - c_{12}^E)/2$ . Значения тензоров переводятся в значения матриц по следующему правилу:  $\alpha, \beta = 1 \dots 6$ ,  $i, j, k, m = 1, 2, 3$ ,  $c_{\alpha\beta}^E = c_{ijkm}^E$ ,  $\alpha \leftrightarrow (ij)$ ,  $\beta \leftrightarrow (km)$ ,  $1 \leftrightarrow (11)$ ,  $2 \leftrightarrow (22)$ ,  $3 \leftrightarrow (33)$ ,  $4 \leftrightarrow (23)$ ,  $5 \leftrightarrow (13)$ ,  $6 \leftrightarrow (12)$ .

## 1.2 Пакет ACELAN-COMPOS

Пакет ACELAN-COMPOS представляет собой программный пакет конечных элементов, предназначенный для решения задач со связанными полями, такими как электроупругие задачи.

В пакете реализована идентификация свойств композитных материалов методом эффективных модулей. Идентификация может проводиться для материалов с разными типами связности 3-3, 3-1, 3-0. Для определения эффективных свойств необходимо иметь представительный объем материала. Необходимый тип связности обеспечивается применением теории графов для построения структуры материала.

Полученные в пакете ACELAN-COMPOS эффективные модули для пьезокомпозитной керамики с типом связности 3-0 [15] представлены в таблице 1.

Таблица 1 — Material properties

Porosity, %	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$\rho, kg/m^3$	7500	6750	6000	5250	4500	3750	3000	2250	1500
$c_{11}^{E,eff}, 10^{10}, N/m^2$	13.9	11.56	9.25	6.85	5.05	3.34	2.07	1.26	0.68
$c_{12}^{E,eff}, 10^{10}, N/m^2$	7.78	6.15	4.66	3.14	2.10	1.16	0.62	0.28	0.13
$c_{13}^{E,eff}, 10^{10}, N/m^2$	7.43	5.82	4.25	2.82	1.87	1.06	0.52	0.24	0.1
$c_{33}^{E,eff}, 10^{10}, N/m^2$	11.5	9.53	7.23	5.42	3.91	2.72	1.63	0.91	0.47
$c_{44}^{E,eff}, 10^{10}, N/m^2$	2.56	2.23	1.83	1.44	1.10	0.74	0.44	0.23	0.1
$e_{33}^{eff}, C/m^2$	15.1	13.38	11.37	9.59	7.68	5.93	3.93	2.30	1.25
$e_{31}^{eff}, C/m^2$	-5.2	-4.23	-3.14	-2.07	-1.32	-0.75	-0.43	-0.21	-0.1
$e_{51}^{eff}, C/m^2$	12.7	10.96	8.96	6.91	5.00	3.30	1.95	1.00	0.44
$k_{11}^{S,eff}/\epsilon_0$	730	663	582	509	439	349	263	191	122
$k_{33}^{S,eff}/\epsilon_0$	635	567	492	413	345	270	199	130	75

### 1.3 Методы топологической оптимизации

Оптимизация конструкций представляет собой относительно новую, но активно развивающуюся область исследования, охватывающую широкий спектр задач, направленных на повышение функциональности и экономичности проектируемых объектов. В рамках данного направления выделяют три ключевых типа задач: оптимизацию размеров, формы и топологии, которая является наиболее сложной и фундаментальной задачей.

Топологическая оптимизация использует алгоритмы для поиска наилучшего распределения материала в заданной области проектирования. Этот процесс основывается на предварительно установленных граничных условиях и наборе ограничений, таких как нагрузки, механические свойства материалов или допустимые деформации. Итоговый результат обычно имеет целью максимизацию производительности системы или минимизацию затрат при одновременном сохранении или улучшении функциональных характеристик [16].

Общей задачей оптимизации топологии является поиск распределения материала, которое минимизирует целевую функцию  $F$ , с учетом ограничения на объем  $G_0 \leq 0$  и, возможно,  $M$  других ограничений  $G_i \leq 0$ ,  $i = 1$ . Распределение материала описывается переменной плотности  $\rho(x)$ , которая может принимать значение 0 (пустота) или 1 (твердый материал) в любой точке области проектирования  $\Omega$  [17]. Эта задача оптимизации может быть записана как

$$\left. \begin{aligned} \min_{\rho} \quad & : F = F(\mathbf{u}(\rho), \rho) = \int_{\Omega} f(\mathbf{u}(\rho), \rho) dV \\ \text{s.t.} \quad & : G_0(\rho) = \int_{\Omega} \rho(\mathbf{x}) dV - V_0 \leq 0 \\ & : G_j(\mathbf{u}(\rho), \rho) \leq 0, \quad j = 1, \dots, M \\ & : \rho(\mathbf{x}) = 0 \text{ or } 1, \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \end{aligned} \right\}, \quad (1.6)$$

где поле состояния  $u$  удовлетворяет линейному или нелинейному уравнению состояния. Для простоты последующих обозначений предполагается, что целевая функция может быть вычислена как интеграл по локальной функции  $f(\mathbf{u}(\rho), \rho)$ .

Задача оптимизации топологии обычно решается с помощью метода конечных элементов и распределение плотности описывается с помощью  $N$  элементных или узловых переменных дизайна. В этом случае 1.6 можно переписать как

$$\left. \begin{aligned} \min_{\rho \mathbf{p}} \quad & : F(\mathbf{u}(\rho), \rho) = \sum_i \int_{\Omega_i} f(\mathbf{u}(\rho_i), \rho_i) dV \\ \text{s.t.} \quad & : G_0(\rho) = \int_{\Omega} \rho(\mathbf{x}) dV - V_0 \leq 0 \\ & : G_j(\mathbf{u}(\rho), \rho) \leq 0, \quad j = 1, \dots, M \\ & : \rho_i = 0 \text{ or } 1, \quad i = 1, \dots, N \end{aligned} \right\}, \quad (1.7)$$

где  $\mathbf{p}$  обозначает вектор проектных переменных длины  $N$ . Эта дискретизированная формулировка составляет основу для большей части подходов к оптимизации топологии.

В некоторых методах плотность является непрерывной величиной. В этом случае ограничение по плотности в 1.7 записывается как  $0 \leq \rho_i \leq 1$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Интерполяция между плотностью и свойством материала зависит от подхода, но обычно может быть записана как  $f(\mathbf{u}(\rho), \rho) = g(\rho)f_0(\mathbf{u})$ ,  $g(\rho)$  — функция интерполяции плотности, а  $f_0(\mathbf{u})$  — функция поля для твердого материала.

### 1.3.1 Метод твёрдого изотропного материала с пенализацией (SIMP)

Одним из распространенных подходов к топологической оптимизации является метод плотности SIMP. Он был предложен М. Ф. Бендсое в 1989 году [18]. Его основная идея заключается в замене целочисленных переменных непрерывными, а затем введении некоторой формы штрафа, который направляет решение к дискретным значениям 0 или 1. Задача проектирования для фиксированной области формулируется как задача определения размеров путем модификации матрицы жесткости таким образом, чтобы она непрерывно зависела от функции, которая интерпретируется как плотность материала и является переменной дизайна. В результате оптимизации должны получаться конструкции, состоящие почти полностью из областей материала или без него. Одним из эффективных вариантов является модель пропорциональной жесткости с пенализацией [16]:

$$\begin{aligned} E_{ijkl}(x) &= \rho(x)^p E_{ijkl}^0, \quad p > 1, \\ \int_{\Omega} \rho(x) d\Omega &\leq V; \quad 0 \leq \rho(x) \leq 1, \quad x \in \Omega. \end{aligned} \tag{1.8}$$

Здесь функция плотности  $\rho(x)$  является расчетной, а  $E_{ijkl}^0$  представляет собой материальные свойства данного изотропного материала,  $p$  — параметр пенализации. В этом случае, если  $\rho$  — плотность материала, то объем конструкции оценивается как  $\int_{\Omega} \rho(x) d\Omega$ . Плотность интерполируется между 0 и свойствами материала  $E_{ijkl}^0$ :

$$E_{ijkl}(\rho = 0) = 0, \quad E_{ijkl}(\rho = 1) = E_{ijkl}^0. \tag{1.9}$$

Это означает, что если конечная конструкция имеет плотность ноль или единицу во всех точках, то это черно-белая конструкция (рисунок 1.1), для которой характеристики были оценены с помощью корректной физической модели. В SIMP лучше использовать  $p > 1$ . В этом случае промежуточные плотности в оптимальной конструкции станут неэффективными. При выборе достаточно большого  $p$  ( $p > 3$ ) для задач в которых действует ограничение на объем, процесс оптимизация приводит к конструкциям без промежуточных плотностей. Таким образом, оптимальная конструкция достигается без использования явной схемы пенализации.

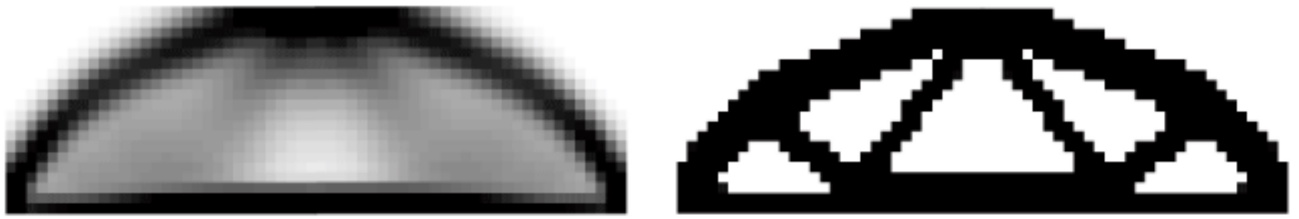


Рисунок 1.1 — Пример серой и черно-белой конструкций

### 1.3.2 Методы эволюционной структурной оптимизации (ESO)

Метод эволюционной структурной оптимизации (Evolutionary Structural Optimization) был предложен Й. М. Кси и Г. Ф. Стивенсом в начале 1990-х годов [19; 20] и представляет собой один из наиболее активно развивающихся подходов в топологической оптимизации. Этот метод предполагает постепенное удаление малонагруженных элементов конструкции, что позволяет оставлять только области, подверженные максимальным напряжениям. В отличие от метода SIMP, где используются непрерывные значения плотности, метод ESO основан на бинарных значениях плотности  $x \in \{0,1\}$ .

Основная идея заключается в том, чтобы привести конструкцию к состоянию, в котором напряжение во всех оставшихся элементах будет близко к допустимому пределу.

Развитие метода ESO привело к появлению его модификаций. Обратный метод AESO (Additive Evolutionary Structural Optimization) [21] основан на добавлении материала в наиболее нагруженные области конструкции. ESO и AESO являются однонаправленными методами, что ограничивает их применение в сложных задачах, где важно учитывать возможность возвращения ранее удаленного материала. Для преодоления этих ограничений был разработан двунаправленный метод BESO (Bi-directional Evolutionary Structural Optimization) [22; 23]. Метод BESO сочетает принципы ESO и AESO, позволяя как удалять материал, так и возвращать его обратно. В этом методе удаленные элементы с наибольшими значениями чувствительности возвращаются в систему, а заполненные элементы с минимальными значениями чувствительности — удаляются.

Число удаляемых и добавляемых элементов на каждой итерации определено двумя независимыми друг от друга параметрами: коэффициентом удаления  $c_{rr}$  и коэффициентом включения  $c_{rr}$ .

При дискретизации непрерывной структуры на конечные элементы функция чувствительности может терпеть разрыв на границах элементов, что ведет к образованию топологии в виде «шахматного поля» (рисунок 1.2).

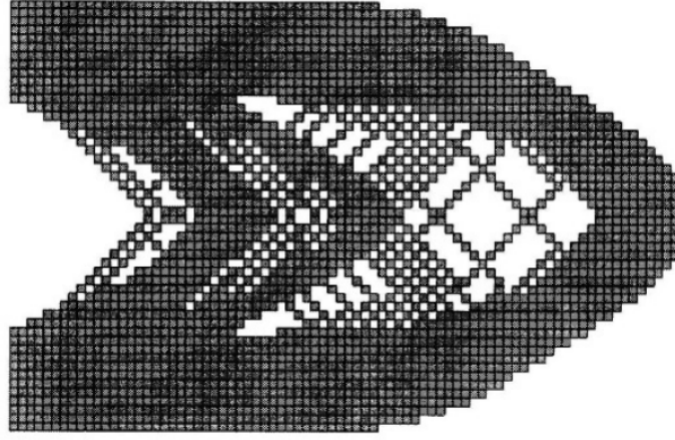


Рисунок 1.2 — Пример топологии «шахматного поля»

Для того чтобы избежать подобного результата используется сглаженная чувствительность элементов с фильтрацией, причем характерный размер фильтра  $r_{min}$  не меняется с изменением сеточного разбиения. Величина  $r_{min}$  создает круговую подобласть  $\Omega_i$ , центр которой совпадает с центром  $i$ -го элемента. Подобласть покрывает несколько соседних элементов. Элементы, центры которых расположены внутри создают вклад в сглаженную чувствительность  $i$ -го элемента согласно формуле

$$\alpha_i = \left( \sum_{j=1}^K w(r_{ij}) \alpha_j^n \right) / K, \quad (1.10)$$

где  $K$  — общее число узлов, содержащихся в подобласти  $\Omega_i$ , и  $w(r_{ij})$  — линейные веса, определяемые как

$$w(r_{ij}) = \frac{r_{min} - r_{ij}}{K}, \quad (1.11)$$

Таким образом, сглаживая значения чувствительности по всей области проектирования, схема фильтрации автоматически присваивает ненулевые значения чувствительности удаленным элементам. Для исключения значительных осцилляций минимизируемого функционала и резких изменений соответствующей топологии в итерационном процессе используется усреднение индексов чувствительности между текущим и предыдущим шагами оптимизации [24].



$$\alpha_i = \frac{\alpha_i^k - \alpha_i^{k+1}}{2}, \quad (1.12)$$

где  $k$  — номер текущей итерации. На следующей итерации полагают  $\alpha_i = \alpha_i^{k+1}$  и т. д.

Современные эволюционные методы подразделяются на две группы: подходы hard-kill и soft-kill. В hard-kill подходе материал удаляется полностью, что может вызвать проблемы со сходимостью метода. В soft-kill [25] — удаление материала осуществляется плавно, через снижение модуля упругости элемента, что делает процесс оптимизации более стабильным и позволяет достичь высококачественных решений.

## soft-kill

### 1.3.3 Методы на основе генетических алгоритмов

### 1.3.4 Методы на основе нейронных сетей

В последние несколько лет наблюдается рост числа публикаций с применением AI-фреймворков при решении задач топологической оптимизации.

Литературу по применению машинного обучения в задачах топологической оптимизации можно разделить на пять основных групп [26]. Эти категории определяются как прямое проектирование, акселерация, постобработка, редукция и разнообразие дизайна.

Прямое проектирование относится к стратегии создания обучающих моделей для непосредственного прогнозирования оптимальной структуры при задании некоторых описательных характеристик проблемы, и как таковая цель состоит в том, чтобы достичь оптимальных структур без итераций.

Этот подход в настоящее время является одним из самых популярных применений ИИ в топологической оптимизации, и его цель состоит в том, чтобы напрямую достичь оптимизированной структуры для заданного определения проблемы, полностью устранив необходимость в дорогостоящих итеративных

процедурах. Обычно это достигается за счет реализации архитектур нейронных сетей, популярных в сегментации изображений, таких как CNN или GAN. Представление структурного проекта обычно определяется плотностью элементов в регулярной сетке КЭ, аналогично подходу SIMP. (Zheng et al. 2021b; Hoang et al. 2022).

Входные данные модели состоят из граничных условий, приложенных сил и объемной доли, заданных в пространственном представлении последовательностью входных матриц с размерами, равными размерам рассматриваемой КЭ-сетки. Обученная сеть затем используется для сопоставления этих входных данных с некоторым окончательным структурным проектом, либо путем регрессии в виде непрерывных значений плотности элементов по шкале серого, либо путем классификации в виде двоичных черно-белых значений, указывающих на наличие материала в элементе или его отсутствие.

Большинство моделей прямого проектирования обучаются в контролируемом (CNN) или полуконтролируемом (GAN) режиме, где большое количество оптимизированных структур используется в качестве целевых образцов для обучения. Это означает, что для каждого рассматриваемого в процессе обучения проблемного случая должен быть выполнен как минимум один полный прогон обычных ТО. Большинство моделей прямого проектирования сосредоточены на проблемах с фиксированными или очень похожими условиями опоры, изменяя только объемную долю и приложенные нагрузки, где количество и возможные размещения нагрузок обычно также имеют ограничения.

Если сетевая архитектура разработана специально для определенных размеров сетки, то размер сети увеличивается с увеличением количества элементов в сетке, что приводит к большему количеству параметров, которые необходимо определить во время обучения, и большему потреблению памяти для хранения модели. По-видимому, такая воспринимаемая сетчатая зависимость моделей прямого проектирования является ограничивающим фактором для исследований в рамках этого класса подходов. Кроме того, затраты на создание обучающих выборок с высоким разрешением и повышенная структурная сложность, связанная с КЭ-сетками с более высоким разрешением, вероятно, являются определяющими факторами, объясняющими, почему в большей части современной литературы рассматриваются только сетки с низким разрешением, обычно содержащие не менее 4 000 элементов и не более 26 000 элементов (Lei et al. 2019; Li et al. 2019; Zheng et al. 2021c).

Акселерация относится к моделям обучения, используемым в качестве дополнения к традиционным методам итерационного решения с целью снижения вычислительных затрат. Обычно это достигается путем замены конечноэлементного анализа некоторой приближенной моделью в подмножестве итераций или путем построения прямого отображения между промежуточными структурами, эффективно пропуская некоторое подмножество итераций.

Применение методов искусственного интеллекта для ускорения ТО привлекает все большее внимание, поскольку подходы направлены как на ограничение количества итераций, так и на сложные вычисления, необходимые в рамках обычной процедуры итерационной оптимизации. Стратегии в этой категории предлагают более разнообразный профиль, чем для ранее описанных моделей прямого проектирования, но есть некоторые ключевые сходства в мотивационных идеях, лежащих в основе представленных работ.

Анализ чувствительности Считается, что метод ИИ применяется к анализу чувствительности, когда цель состоит в том, чтобы заменить или уменьшить потребность в точных оценках чувствительности. Некоторые из работ (Aulig and Olhofer 2013; Olhofer et al. 2014; Aulig and Olhofer 2015), содержащиеся в этом разделе, применимы только в том смысле, что они действительно способствуют ускорению, в тех случаях, когда чувствительность трудно получить с помощью обычного анализа методом конечных элементов и совместного анализа. Утверждение о существовании таких проблем ТО часто можно услышать, но редко приводит в пример. Другие работы (Chi et al. 2021; Цянь и Е 2021; Keshavarzzadeh et al. 2021b) пытаются снизить вычислительную нагрузку или полностью исключить анализ конечных элементов, необходимый в процессе ТО.

Общим для этих подходов является то, что они нацелены на обучение модели аппроксимации сложных вычислений по некоторому функциональному соотношению. С этой целью некоторая нейронная сеть с прямой связью конструируется и обучается в виде регрессионной модели с использованием контролируемого обучения. Как правило, входные данные сети состоят по крайней мере из текущей плотности элементов. В некоторых случаях также учитываются условия нагружения, а для процедур, где МКЭ все еще присутствует в той или иной форме, также подаются энергии смещения или деформации.

Один проход через сеть может применяться к одному отдельному элементу, участку элементов внутри структуры или ко всем элементам структуры одновременно. Подходы, учитывающие только подмножества элементов за раз,

могут обеспечить повышенную способность к обобщению, поскольку сетчатые и проблемные зависимости потенциально уменьшаются, но, с другой стороны, важная глобальная информация может быть упущена из виду. Кроме того, КЭ-анализ отдельной структуры и истории ее плотности может предоставить большой набор обучающих выборок с различными характеристиками. Таким образом, генерация данных в большинстве случаев значительно дешевле, чем для моделей прямого проектирования, и существует потенциал для естественного захвата большего разнообразия входных данных. Рассматривая такие подструктуры, можно ожидать, что сходство между данными обучения и испытаний увеличится, даже при совершенно разных граничных условиях и загрузках.

Lee et al. (2020) предложили структуру решения, основанную на традиционном методе критериев оптимальности (ОС), в котором две отдельные модели CNN обучаются для прогнозирования соответствия и объемной доли соответственно. Для соответствия это означает, что отпадает необходимость в оценке структурной целостности с помощью МКЭ, что заменяет расчеты на менее сложную функциональную аппроксимацию. Обычное вычисление объемной дроби имеет линейную сложность, которая теперь заменена некоторой нелинейной функцией, представленной соответствующей СНС. Общая идея заключается в том, что эти нейронные сети снизят вычислительную нагрузку на каждой итерации в процессе оптимизации, что приведет к значительному ускорению. Большинство представленных экспериментальных результатов сосредоточены на способности сети прогнозировать объемную долю и податливость для данной структуры, и, таким образом, интеграция модели в процесс ТО, где требуется чувствительность элементов, не детализирована. В статье рассматриваются МВВ-балка и консольная балка с фиксированной дискретизацией сетки и различными объемными дробями, как для обучения, так и для тестирования. Поэтому полная оценка эффективности метода затруднена из-за большого сходства между учебными и тестовыми случаями. Papadrakakis et al. (1998) и Sasaki and Igarashi (2019) аналогичным образом представили ИНС, обученные прогнозировать объективные и ограничивающие значения структуры, направленные на замену оценок пригодности в каждой итерации ГА-структуры. Qiu et al. (2021) обучили сети итеративному удалению материала из полностью твердой области, аналогично эволюционной структурной оптимизации, но без использования МКЭ в реальной процедуре оптимизации.

Aulig and Olhofer (2013); Olhofer et al. (2014) и Aulig and Olhofer (2015) сосредоточились на разработке ML-моделей регрессионного типа для прогнозирования чувствительности, когда сопряженный подход недостижим (не продемонстрирован в их работе), так что конечная дифференциация является единственной альтернативой. В качестве примеров используются задачи минимизации соответствия стандартам, для которых известны формулы точной чувствительности. Входные данные модели связаны с плотностями и перемещениями элементов (вычисленными по методу конечных конечных моделей). При минимизации соответствия точный градиент элемента относительно цели является функцией тех же самых особенностей. Это означает, что можно ожидать хороших показателей с точки зрения точности чувствительности для данной конкретной постановки задачи, но нельзя делать никаких выводов о переносимости на другие формулировки. Также представлена структура для дальнейшего ограничения вычислительных затрат на конечную дифференциальную альтернативу. Здесь вычислительная нагрузка МКЭ снижается за счет адаптивной выборки элементов, необходимых для точной оценки, что снижает степени свободы в МКЭ. Однако эта стратегия не имеет отношения к ML или NS и, таким образом, выходит за рамки данного обзора.

Если желаемым эффектом модели является снижение вычислительной нагрузки МКЭ, но не обязательно полное исключение этого метода анализа из процедуры оптимизации, другим вариантом обучения модели является облегчение онлайн-обучения. Онлайн-обучение означает, что модель обучается не на предварительно собранных данных, а в процессе применения для адаптации к конкретной проблеме. Для рассматриваемой цели это означает, что модель обучается во время прогона оптимизации, где МКЭ затем завершается только в подмножестве итераций, а полученные решения используются в процедуре последовательного обучения передачи с возрастающим числом выборок данных. Chi et al. (2021), а также Zhang et al. (2021a) представили такой подход, при котором после каждого набора новых обучающих данных проводится процедура, основанная на передаче обучения, чтобы итеративно сделать модель более точной. Авторы предлагают выполнять оптимизацию в виде двухмасштабного подхода, при котором грубая сеточная версия структуры подвергается воздействию МКЭ на каждой итерации, в то время как обученная модель применяется для отображения этих результатов на более мелкую сетку, где МКЭ применяется только на подмножестве итераций. Эти подходы, как таковые, не только

связаны с анализом чувствительности, но и используют многоуровневый подход ТО для получения вычислительных сокращений, связанных с анализом чувствительности. Представленные результаты показывают, что перспективность и точность прогнозов чувствительности тонкой сетки, по-видимому, улучшаются с помощью этого онлайн-подхода. Подход и результирующее ускорение аналогичны методам с несколькими разрешениями (Groen et al. 2017; Nguyen et al. 2012).

Основные задачи для ИНС, направленные на снижение вычислительных затрат, затрачиваемых на МКЭ при оптимизации, имеют двойное значение. Во-первых, некоторые подходы основываются на ошибочных предположениях, когда традиционные альтернативы считаются менее эффективными, чем они есть на самом деле, что делает эти подходы излишними. Во-вторых, модели, разработанные для очень специфических проблемных случаев, становятся слишком ограниченными, чтобы их можно было использовать в качестве общей основы для ТО. Что касается подходов к онлайн-обучению с несколькими разрешениями, они могут быть подвержены влиянию грубых сетчатых ограничений мелких элементов при проецировании на более высокое разрешение. Это явление характерно для рассмотренных двухмасштабных методов и будет рассмотрено более подробно при рассмотрении категории масштабирования в разделе 2.2.3.

Сходимость Если модель обучена сопоставлению между промежуточными структурами решения с целью уменьшения общего числа итераций в процедуре оптимизации, то говорят, что она относится к ускорению сходимости. Типичный выбор методов основан либо на модели, похожей на прямой дизайн (Ye et al. 2021; Joo et al. 2021) или прогнозирование, основанное на временных рядах (Kallioras et al. 2020). Модели прямого проектирования отображают входное изображение в оттенках серого промежуточной конструкции с почти сходящейся структурой. В качестве альтернативы, методы, основанные на временных рядах, рассматривают траектории плотностей отдельных элементов и стремятся напрямую отобразить каждый элемент от данной итерации до состояния, близкого к сходящемуся.

Первый подход наследует большинство проблем, связанных с моделями прямого проектирования. Если необходимо отобразить полное изображение сразу, построенная модель, скорее всего, будет зависеть от сетки. Обеспечение разнообразия и точности для различных характеристик задачи является сложной задачей и сопряжено с большими вычислительными затратами, связанными

с генерацией выборки данных. Тем не менее, он выигрывает от того, что в качестве сетевых входных данных доступно больше описательных данных. Из выполненных итераций оптимизации, используемых для получения промежуточной структуры, известны как поле перемещения, так и история плотности элементов, которые могут быть использованы в качестве входных данных для модели.

Сосновик и Оселедец (2017) обучили CNN переводить изображение структуры в оттенках серого, полученное после  $k$  итераций SIMP, в окончательный черно-белый дизайн. Обучающий набор данных был сгенерирован путем выполнения 100 итераций SIMP по псевдослучайным формулировкам задач на сетке  $40 \times 40$ . В качестве входов в сеть используются плотности элементов на итерации и последнее изменение плотностей по сравнению с итерациями. Для итерации  $K$  поставляются в виде двух изображений в оттенках серого. Были протестированы различные стратегии выборки  $k$  в каждой обучающей выборке, и выходной целью рассматривалось черно-белое изображение, полученное путем порогового значения оптимизированной структуры при  $k$ . Показано, что обученная модель превосходит стандартные пороговые значения для обучающего набора данных, но при тестировании на новых задачах, проблемах теплопроводности, производительность становится аналогичной. Эксплуатационные характеристики измеряются двоичным сходством между структурами, и никаких показателей соответствия или объемной доли полученных структур не сообщается. Структурные результаты также иллюстрируются для задач, аналогичных обучающим выборкам данных на более тонких сетках (до  $72 \times 108$  элементов), но эффект, по-видимому, заключается в простом сглаживании границ по сравнению с более грубыми структурами. Joо et al. (2021) предложили аналогичный подход, но вместо того, чтобы сразу отобразить всю структуру, их модель разделила структурное изображение на перекрывающиеся подмодули, которые затем по отдельности сопоставляются с оптимизированной подструктурой, а полная структура впоследствии получается путем интеграции по этим подмодулям.

Одно из преимуществ рассмотрения структурного образа как участков или целого, а не по элементам, заключается в том, что некоторая информация о взаимодействии между элементами может быть сохранена и изучена CNN. Однако в подходе, основанном на временных рядах, существует предположение о независимых траекториях плотности каждого элемента, что может быть про-

блематичным именно из-за того, что элементы должны иметь соответствующее взаимодействие для формирования жизнеспособной структуры. Некоторые из этих взаимодействий могут быть наблюдаемы для сети, учитывая сходство в их итеративных историях плотности до применения отображения. Преимущество этого подхода заключается в том, что обобщающая способность предложенного метода, вероятно, возрастет, поскольку в обучающих выборках отражается меньшая зависимость от сетки и проблемы. Успех этого метода, однако, зависит от схожести ожидаемых итерационных траекторий даже при разных постановках задач. Движущийся элемент конструкции приведет к траекториям колоколообразного типа, что означает, что направление траектории плотности и траектории соответствующих элементов изменится несколько раз в течение всей истории итераций. Таким образом, предполагается, что траектория плотности элемента в течение первых нескольких итераций достаточна для того, чтобы различить элементы, для которых это происходит, независимо от того, какая структурная проблема рассматривается.

Kallioras et al. (2020) предложили подход на основе временных рядов, в котором итеративные истории плотности элементов за первые 36 итераций SIMP использовались в качестве входных данных для нейронной сети, которая индивидуально сопоставляет плотности элементов с близкими к сходящимся значениям для формирования структуры, от которой SIMP продолжается до сходимости. Используемая модель представляет собой сеть глубокого убеждения (DBN), которая представляет собой тип ИНС, в которой обнаружение признаков для достижения уменьшения размерности проводится в каждом слое. Таким образом, входной вектор истории итерационной плотности элемента постепенно уменьшается до конечного значения плотности по всей сети. Сеть была обучена на выборках данных, состоящих из итерационной истории, полученной из решения версий консольных и просто опорных балок с различными масштабами длины и дискретизациями. Количество конечных элементов в этих обучающих выборках варьировалось от 1 000 до 100 000, где для каждого разрешения были решены четыре набора граничных условий для двух разных масштабов длины. При тестировании модели на задачах, отличных от обучающих случаев, достигается ускорение вычислений. Об ускорении сообщается с точки зрения количества итераций SIMP, необходимых для достижения сходимости, по сравнению с традиционным подходом. Полученные решения имеют значения соответствия, примерно соответствующие значениям полученных



SIMP бенчмарков. Следует отметить, что сравнения с традиционным SIMP-подходом проводятся в серой шкале, которая, как показано на рис. 4 может быть значительно недооценена фактическая жесткость конструкции, и поэтому сравнительные результаты могут быть нерепрезентативными.

Общим для представленных приложений сходимости является то, что они предполагают, что часть итерационной истории плотности на ранних этапах процедуры оптимизации достаточна для определения характера конечного результата. Это может быть проблематичным предположением для проблемных случаев, когда элементы конструкции перемещаются во время оптимизации, вызывая большие изменения как в плотности отдельных элементов, так и в поле плотности в целом. Подход с временными рядами, основанный на индивидуальной истории плотности пикселей, особенно маловероятен, но все еще может существовать потенциал для подходов, учитывающих глобальное изменение структуры (Muñoz et al. 2022). Разумно предположить, что с учетом предыдущей истории итераций можно предсказать изменение плотности после подмножества последовательных итераций, но, исключив значительную часть итерационного поиска, вероятно, столкнется с теми же проблемами, что и при непосредственном проектировании.

Постобработка определяется как модификация структур, полученных с помощью обычной топологической оптимизации или гомогенизации, обычно направленной на обеспечение технологичности путем изменения формы, определения конфигураций микроструктуры, сглаживания границ или в качестве замены подходов к деомогенизации.

Методы искусственного интеллекта рассматриваются как процедуры постобработки, когда для генерации входных данных модели используется оптимизированная структура. Таким образом, данная категория приложений относится к методам интерполяции данной структуры для более точного разрешения сетки или оптимизации формы и извлечения признаков в целях технологичности.

**Оптимизация формы** Когда целью сформулированной модели является изменение особенностей полученной структуры для обеспечения удовлетворения практических и экономически эффективных требований технологичности, считается, что метод выполняет постобработку путем оптимизации формы. Эстетика дизайна также может мотивировать такие приложения, когда, например, Vulimiri et al. (2021) рассматривали ТО для минимального соответствия, при-

держиваясь при этом некоторого эталонного дизайна для структурных узоров, таких как круги или паутина.

Две работы, представленные в этой категории, Lin and Lin (2005) и Yildiz et al. (2003), предложили версии ИНС, предназначенные для классификации отверстий в структуре, оптимизированной для ТО. Лин и Лин (2005) предложили двухступенчатую процедуру, в которой первая ИНС обучается распознавать основную геометрическую форму отверстия при получении входных данных в виде инвариантных моментов, описывающих геометрические характеристики отверстия в оптимизированной структуре. Второй этап состоит из нескольких ИНС, по одной для каждой группы базовой геометрии, определенной для первой ИНС, и каждая из них обучается подгонке под подробный шаблон формы для отверстия в рамках своей группы базовой геометрии. Используемый формат входных данных представляет собой набор расстояний и соотношений площадей изображения отверстия, представленного независимым от размеров способом, и сеть использует эту информацию для отображения отверстия на один из двенадцати predetermined шаблонов геометрических форм в рассматриваемой категории форм. Yildiz et al. (2003) обучили одну ИНС, которая использует в качестве входных данных изображение структуры, оптимизированной для ТО, в оттенках серого и вычисляет доверительные меры для каждой дыры в структуре, основываясь на предполагаемом сходстве с четырьмя основными шаблонами признаков. Выявленные формы отверстий затем используются для формулирования модели детали на основе элементов, которая подвергается оптимизации формы для получения желаемой окончательной структурной компоновки. Основные проблемы, связанные с представленными работами, связаны с тем, что обе они опираются на вручную определенные наборы возможных форм. Кроме того, поскольку размеры этих наборов ограничены, неясно, будет ли получено что-либо от применения моделей на основе искусственного интеллекта для выполнения задач идентификации. Yildiz et al. (2003) также обнаружили, тестируя различные архитектуры ИНС, что наилучшие результаты достигаются, когда ИНС содержит только один скрытый слой. В связи с этим возникает вопрос о том, могут ли альтернативные и более простые детерминистические методы достичь аналогичных результатов.

Hertlein et al. (2021) предложили модель GAN прямого проектирования с интегрированными производственными ограничениями для аддитивного производства и объединили ее с процедурой постобработки с использованием

обычного ТО. Входные данные для модели состоят из каналов, непосредственно относящихся к рассматриваемой сетке  $64 \times 64$ , указывающих на опоры и нагрузки, а также ориентацию рабочей плиты с учетом технологичности. Входное кодирование построено таким образом, что существование материала поощряется в элементах, где ожидается, что оптимизированная структура будет иметь материал, определяемый здесь местоположением нагрузок и строительной пластины. Выходными данными GAN является изображение в оттенках серого, представляющее оптимизированную топологию. Обучающие данные получены с помощью обычного ТО (Andreassen et al. 2011) со встроенным фильтром вылета, как представлено Langelaar (2017). Также предлагается, чтобы результирующая структура подвергалась постобработке путем выполнения некоторого количества итераций этой традиционной альтернативы, чтобы еще больше устранить выступающие элементы и исправить любые неточности, связанные с соответствием.

В целом, данный вид применения AI-технологий недостаточно изучен в литературе. Это может быть связано с введением фильтров и ограничением технологичности в процессе формулировки и решения задачи ТО, что снижает потребность в постобработке, или с тем, что существуют альтернативные традиционные методы постобработки с удовлетворительными характеристиками. Было бы очень полезно, если бы машинное обучение можно было использовать для извлечения CAD-геометрии из оптимизированных конструкций, поскольку многие методы производства требуют формата структурного представления, который не может быть напрямую получен из конструкций, основанных на плотности. Жизнеспособность получения такой модели, однако, не гарантируется. Существует обширная литература по методам обратного инжиниринга (Buonamici et al. 2018). Эти методы реконструируют модели САПР на основе полученных 3D-данных в виде треугольных сеток или облаков точек. Некоторые методы позволяют создавать модели конструктивной твердотельной геометрии (CSG) (Du et al. 2018). Эти методы часто основаны на обнаружении примитивных форм на входе (Li et al. 2011), в то время как Эк и Хоппе (1996) генерировали участки В-сплайна из входных данных. Такие методы могут быть использованы для постобработки ТО-оптимизированных структур.

Масштабирование В работах, относящихся к категории постобработки апскейлинга, обычно рассматривается грубая сетчатая структура, оптимизированная с помощью традиционных методов, и применяется некий тип нейронной

сети для перевода этой структуры в более мелкую сетку. Существуют различные подходы к форматированию входных данных для рассматриваемой модели: Wang et al. (2021a) и Yu et al. (2019) оценивали весь структурный образ плотности элементов в качестве входных данных, в то время как Napier et al. (2020) и Xue et al. (2021) разделили структуру на участки плотности элементов, которые обрабатываются индивидуально, но могут иметь некоторое перекрытие с точки зрения принадлежности элементов к каждому участку. Последний вариант, вероятно, будет наиболее выгодным с точки зрения способности к обобщению, тем более что модели могут быть более или менее независимыми от сетки. Кроме того, подход, основанный на патчах, может позволить использовать меньше оптимизированных структур с высоким разрешением для обучающих данных, и, таким образом, может быть достигнута общая значительная экономия вычислительных затрат. Однако одна из проблем заключается в том, что прикладная модель не имеет никакого понятия структуры в целом, так что получается только тонкая настройка границ и не уточнение топологии.

Каллиорас и Лагарос (2021) предложили метод (DL-шкала), который несколько отличается от этого подхода, поскольку они применяют детерминированное масштабирование, итеративно сопряженное со структурой ускорения сходимости DBN, предложенной в Kallioras et al. (2020). Таким образом, в данной работе не используется методология искусственного интеллекта для фактического масштабирования, но она упоминается здесь, поскольку представленные результаты по-прежнему отражают некоторые общие проблемы в этой категории. Несмотря на то, что они действительно наблюдают значительное ускорение для все более тонких сеток, становится очевидным, что решения, полученные с помощью модифицированного подхода, имеют меньшую способность улавливать более мелкие элементы по сравнению с соответствующими структурами, оптимизированными для SIMP. Кроме того, в некоторых из описанных случаев уровень шкалы серого кажется более высоким для структур, полученных в масштабе DL, и поскольку минимальные соответствия, сравниваемые в каждом тестовом случае, рассчитываются для изображений в оттенках серого, неясно, являются ли в действительности репрезентативными общие более высокие объективные значения, полученные с использованием шкалы DL. Отсутствие более тонких структурных компонентов при применении масштабирования является обычным явлением в литературе, и такие работы, как Wang et al. (2021a), иллюстрируют, как попытка захватить мелкие детали может при-

вести к структурам с большой степенью размытых серых областей или даже структурных разъединения. По сути, детали в мелком масштабе ограничены грубым разрешением масштаба, которое эффективно работает как грубое ограничение длины и масштаба.

Elingaard et al. (2022) предложили СНС для сопоставления набора параметров ламинирования на грубой сетке с мелкомасштабным дизайном, способствующим очень мелким элементам. Сеть как таковая используется в качестве вычислительно эффективной замены для дегомогенизации (Pantz and Trabelsi 2008; Groen and Sigmund 2018) для преодоления существующего узкого места в экстракции мелкомасштабных отложений приводит к оптимизации топологии на основе гомогенизации. В качестве входных данных для сети используются ориентации из решения ТО на основе гомогенизации. Затем сеть используется для повышения дискретизации этой информации до промежуточного поля плотности, которое обрабатывается с использованием последовательности графических шагов, выполняемых в линейном времени, для получения окончательного одномасштабного проекта с высоким разрешением. Обучение без учителя используется для того, чтобы избежать необходимости генерировать дорогостоящие мишени, а дешевая генерация входных данных для обучения обеспечивается путем выборки из суррогатного поля низкочастотных синусов. Обучение как таковое выполняется независимо от физических свойств лежащей в основе задачи структурной оптимизации, что делает метод независимым от сетки и задачи. С помощью численных экспериментов было обнаружено, что этот подход обеспечивает ускорение в 5-10 раз по сравнению с современными подходами к дегомогенизации.

Общим для представленных двухмасштабных подходов, направленных на преобразование структурной информации из грубой сетки в тонкую с использованием одних и тех же мер, в основном плотностей или чувствительности, является то, что грубая масштабная сетка накладывает ограничения по длине на тонкую сетку. Это означает, что использование ИНС для выполнения этого сопоставления позволяет получить мало информации по сравнению с традиционными методами интерполяции. Эта проблема не возникает, если ИНС применяется для дегомогенизации, поскольку в данном случае она служит инструментом для замены вычислительного процесса, который является частью ранее существовавшей схемы масштабирования, где детали конструируются из грубой масштабной информации на основе заранее определенных правил.

Редукция выполняется с целью уменьшения размера проектного пространства путем построения модели, которая описывает топологию более компактным образом. Эта повторная параметризация позволяет выполнять итеративную оптимизацию с меньшим количеством проектных переменных, что значительно ускоряет процедуру решения. Такие подходы напоминают стандартные методы уменьшения порядка моделей, но с той разницей, что природа подходов ИИ отличается, поскольку они не запрограммированы явно.

Типичный подход к достижению редукции или перепараметризации проблемы с помощью методов искусственного интеллекта заключается в построении одной или нескольких взаимосвязанных нейронных сетей с целью представления структуры с использованием меньшего количества проектных переменных и, таким образом, снижения вычислительной нагрузки на процедуру оптимизации. Это может быть сделано путем обучения VAE для извлечения признаков и использования уменьшенной размерности полученного латентного пространства для проведения оптимизации на этом латентном векторе. В качестве альтернативы, сеть может быть построена в качестве прямого суррогата процесса оптимизации таким образом, чтобы обучение сети было эквивалентно решению данной задачи оптимизации, используя при этом, что параметры и смещения сети достаточны в качестве проектных переменных.

Guo et al. (2018) рассмотрели многокритериальную задачу теплопроводности, для которой VAE обучается контролируемым образом, с целью минимизации ошибки реконструкции сети энкодер-декодер. Затем модель проверяется путем интеграции в различные традиционные среды оптимизации, включая методы на основе градиента, генетические алгоритмы и гибридные версии этих двух методов. Кодируя промежуточную структуру, можно выполнять обновления дизайна в уменьшенном скрытом пространстве. Затем новый латентный вектор может быть преобразован в интерпретируемую структуру декодером, который затем подвергается физическому анализу. Таким образом, МКЭ по-прежнему необходима для всего пространства проектирования, используя ту же дискретизацию сетки, что означает, что вычислительные затраты на вычисление объектива и чувствительности остаются такими же, как и для традиционных методов. Тем не менее, может быть потенциальный выигрыш в производительности за счет сокращения количества необходимых итераций, поскольку количество МКЭ, которые, как сообщается, достигают сходимости, варьируется в зависимости от различных протестированных фреймворков ре-

шений. Тем не менее, сообщается о небольшом количестве тестовых случаев и проводится мало сравнений с современными процедурами.

Чандрасекар и Суреш (2021c) использовали ИНС для повторной параметризации функции плотности и, таким образом, в принципе сделали представление плотности независимым от сетки КЭ. При интеграции нового структурного дескриптора в традиционную структуру решения веса и смещения ИНС становятся проектными переменными, которые оптимизируются с помощью неконтролируемого обучения с функцией потерь, соответствующей взвешенной сумме структурной податливости и нарушения ограничений по объему. Это эквивалентно традиционной оптимизации нового проектного представления, что означает, что сеть не подвергается какому-либо реальному обучению. Таким образом, это пример использования ИНС без обучающего аспекта.

Позже Чандрасекар и Суреш (2021b) показали, как эта структура может быть распространена на задачу ТО из нескольких материалов, где распределение двух или более материалов в структуре получается одновременно с оптимизированной топологией, а Чандрасекар и Суреш (2021a) добавили расширение ряда Фурье в ИНС, чтобы навязать управление масштабом длины. В любом случае МКЭ оценивается на одной и той же сетке КЭ, которая в каждой итерации строится путем выборки плотностей для необходимых пространственных координат с использованием ИНС. Таким образом, обычный физический анализ дискретизированной сетки по-прежнему необходим для вычисления чувствительности объекта (в данном случае также функции потерь) по отношению к плотности элементов, после чего чувствительность по отношению к параметрам сети может быть определена с помощью классического обратного распространения. Многообещающей особенностью этого приложения является то, что благодаря аналитическому представлению плотности-поля можно получить более четкие структурные границы. В настоящее время, однако, структуры проецируются на фиксированную сетку КЭ для анализа, что означает, что граница фактически размыта. Кроме того, происходит потеря мелких деталей в структурах, полученных с помощью новой процедуры решения, и детализация, по-видимому, не сильно увеличивается с более мелкими сетками. Результаты, представленные в работе Chandrasekhar and Suresh (2021a), также указывают на то, что артефакты грубой дискретизации могут вызывать нефизические структуры в увеличенных результатах. Более того, поскольку  $>90$

Денг и То (2020) представили подход к репараметризации, аналогичный подходу Чандрасекара и Суреша (2021с), но с повышенным акцентом на возможность представления детализированной 3D-геометрии. Их метод называется глубоким обучением представлений, и несколько различных тестовых случаев иллюстрируют возросшую способность к получению структур, включающих более мелкие функции. Сравнительное исследование с обычным ТО в статье не описано, но его результаты способствуют дальнейшему изучению возможностей этого метода. Кроме того, приложения, связанные с постобработкой, а точнее с извлечением моделей САПР для технологичности, потенциально могут выиграть от этого подхода.

В литературе также предпринимаются попытки использовать другие подобные варианты приложений для повторной параметризации. Чен и Шен (2021) проводят онлайн-обучение GAN для получения оптимизированной структуры. Модель обучается, во-первых, для обеспечения удовлетворения ограничений по объему и, во-вторых, минимизации значения соответствия итеративным образом. Hoyer et al. (2019) и Zhang et al. (2021b) изменили подход, чтобы напрямую применять ограничения в каждой итерации, сводя функцию потерь только к соответствию. Deng and To (2021) заменили функцию набора уровней на ИНС, Zehnder et al. (2021) объединили метод со второй ИНС, направленной на прогнозирование смещений для достижения ТО без сетки, а Greminger (2020) обеспечил технологичность в каждой итерации путем манипуляций в латентном пространстве обученной GAN. Хаяси и Осаки (2020) и Чжу и др. (2021) выполнили репараметризацию с помощью обучения с подкреплением для оптимизации структуры фермы. Поскольку большинство из этих подходов по-прежнему выполняют анализ КЭ на всей сетке в каждой итерации, наблюдаемое ускорение в основном вызвано сокращением числа итераций до сходимости. Еще одна общая тенденция для этих работ заключается в том, что результирующие структуры имеют меньше мелкомасштабных особенностей, чем соответствующие решения, полученные с помощью обычных ТО. Таким образом, можно предположить, является ли сокращение итераций результатом повторной параметризации, вызывающей воспринимаемый больший радиус фильтра или более грубую сетку.

Большинство работ, использующих ИНС для уменьшения размерности представления проекта, не полагаются на типичные методы обучения, поскольку сеть каждый раз повторно инициализируется перед оптимизацией. В этом



случае архитектуры NN просто используются для повторной параметризации поля плотности, которое затем подвергается обычной процедуре оптимизации. Очевидной проблемой для таких подходов является снижение способности представления мелких объектов при использовании меньшего количества параметров, определяющих сеть.

Разнообразие конструкций связано с генерацией нескольких проектных решений для одной и той же задачи топологической оптимизации и в некоторой степени связано с нахождением фронта Парето в многокритериальной оптимизации. Создается набор из нескольких структур-кандидатов, демонстрирующих различные желаемые характеристики, что позволяет выбрать из нескольких различных вариантов конструкции.

Генеративное проектирование — это процесс изучения различных вариантов проектирования, удовлетворяющих требованиям к структурным характеристикам, и выбора подходящего подмножества, отвечающего различным спецификациям. Хорошее подмножество структур должно представлять визуально различные кандидаты на проектирование хорошего качества, предоставляя возможность выбора окончательного проекта на основе других практических или визуальных требований, не включенных в оптимизационную модель. Такие требования могут быть личными предпочтениями дизайнера, желающего получить визуально приятную структуру, которая не может быть напрямую измерена математическими ограничениями. С этой целью ML-приложения для разнообразия дизайна направлены на максимизацию эстетического разнообразия пространства поиска на этапе исследования или на определение наилучшего подмножества на этапе выбора.

Рават и Шен (2018, 2019b); Шен и Чен (2019) и Рават и Шен (2019a) представили серию статей, рассматривающих одну и ту же парную структуру GAN-CNN. Здесь GAN обучается с использованием 3024 традиционно оптимизированных структур для генерации новых невидимых структурных вариаций, в то время как CNN обучается прогнозировать объемную долю, параметр штрафа и радиус фильтра, соответствующие этим новым решениям. Во всех работах рассматриваются одни и те же фиксированные граничные условия, но в первых трех рассматривается только 2D-формулировка, в то время как Рават и Шен (2019a) расширяют модель до 3D. Предлагаемая структура обеспечивает способ исследования параметрического пространства решений для одной задачи, требующей меньшего количества прямых оптимизаций, тем самым сокращая время

вычислений. Таким образом, можно исследовать большее количество вариантов проектирования конструкции. Полученные структурные результаты для сопряжения CNN-GAN, аналогично моделям прямого проектирования, демонстрируют некоторые разъединения и зашумленные границы, что мотивирует процедуру постобработки с использованием различных фильтров для получения более гладкой конструкции. Эта процедура постобработки используется во всех вышеупомянутых работах и значительно улучшает генерируемые проекты, но не полностью устраняет все появления шума или разъединенных элементов.

Oh et al. (2019) аналогичным образом интегрировали GAN в процесс разведки для более эффективного создания новых и различных конструкций за счет замены некоторых необходимых прогонов топологической оптимизации. Сеть обучается генерировать жизнеспособные конструкции колес, которые отличаются от некоторой заданной эталонной структуры, так что она может быстрее расширять набор разнообразных конструкций. Sun and Ma (2020) и Jang et al. (2022) предложили альтернативные процессы для исследования в генеративном дизайне, используя обучение с подкреплением для максимизации разнообразия дизайна. Сан и Ма (2020) использовали различные тактики исследования, чтобы изменить траекторию поиска методов ТО, основанных на плотности, путем интеграции обучения с подкреплением в процесс ТО. Jang et al. (2022) объединили обучение с подкреплением для выбора параметров с GAN, аналогично Oh et al. (2019), для более быстрой генерации новых конструкций. Yoo et al. (2021) расширили генеративную модель из Oh et al. (2019), где ИНС также применяются как для масштабирования 2D-дизайна до 3D-дизайна CAD, так и для прогнозирования физических характеристик.

Естественным продолжением разнообразия конструкций является рассмотрение многоцелевых задач оптимизации, где исследование и выбор связаны с определением или выбором различных вариантов с точки зрения Парето. Sato et al. (2019) использовали кластеризацию и анализ ассоциативных правил для выбора выгодного подмножества структур. Основная идея состоит в том, чтобы обучить модель машинного обучения распознавать сходства и различия между структурной композицией и производительностью, чтобы сопоставимые проекты можно было сгруппировать вместе. Выбор ограниченного подмножества, содержащего конструкции, охватывающие широкий спектр структурных вариантов, может быть получен путем выборки из каждой из полученных групп.

ИНС для разнообразия дизайна, по-видимому, имеют ценность для создания визуально разных дизайнов. Как и в случае с приложениями прямого проектирования, структурной целостности вновь созданных проектов нельзя доверять, поэтому перед окончательным выбором проекта рекомендуется провести постобработку.

В литературе существует большое разнообразие различных приложений NN, и не все структурные структуры ТО были сочтены подходящими для представленной классификации. Тем не менее, некоторые из них все же заслуживают упоминания, поскольку они способствуют более полному представлению о текущем состоянии этой области.

Еще до того, как ML-подобное ТО стало самостоятельной областью, в нескольких предварительных работах рассматривалось использование NN-подобных моделей для поддержки оптимизации размера и формы. Адели и Парк (1995a); Парк и Адели (1995) и Адели и Парк (1995b) представили одну из самых ранних работ, использующих NN-модели для структурной оптимизации. Была представлена модель нейронной динамики, соответствующая ИНС с одним слоем переменных и одним слоем ограничений, что означает, что размер сети связан с количеством проектных переменных и ограничений в задаче оптимизации. Пападракакис и др. (1998) и Пападракакис и Лагарос (2002) позже предложили НС для замены структурного анализа в рамках оптимизации, основанной на стратегиях эволюции (ЭС), получив процедуру оптимизации без градиента. Оказалось, что этот подход обеспечивает значительное ускорение по сравнению со «стандартным» алгоритмом оптимизации ЭС, семейство методов, которые позже были признаны недостаточными (Зигмунд 2011). Luo et al. (2020) предложили еще одну неградиентную структуру ТО, метод MFSE на основе кригинга, использующий регрессию гауссова процесса для построения суррогатной модели и представления расширения ряда материальных полей структурного дизайна. Результаты показали, что для получения сходимости требуется гораздо большее количество FE-оценок по сравнению с методами ТО на основе градиента.

Lynch et al. (2019) и Jiang et al. (2020) предложили ML-стратегии для помощи в настройке параметров, используемых в ТО SIMP и MMC, чтобы ограничить количество необходимых повторных оптимизаций при наличии неопределенностей в подходящем выборе параметров оптимизации. Perry et al. (2020) протестировали различные подходы к кластеризации и выборке, ис-

пользуемые для выбора подмножеств в рамках визуализации, направленной на иллюстрацию пространства решений для задач ТО и взаимосвязи между изменениями граничных условий и оптимальными решениями. Nie et al. (2020a) представили СНС для прогнозирования распределения поля напряжений консольной конструкции с внешними нагрузками, приложенными к свободному концу различной величины и ориентации, и выбором форм областей (прямоугольные, трапециевидные и отверстия). Изотропные свойства материала, дискретизация сетки и опоры были признаны фиксированными. Для обучения было использовано 100 000 экземпляров, для каждого из которых требовался метод конечных элементов для получения целевых значений. Поскольку представленные тестовые случаи были отобраны из того же ограниченного проблемного пространства, что и обучающие данные, не было предпринято никаких усилий для обеспечения четкого разграничения между обучающими и тестовыми данными. Это означает, что точность полученных прогнозов не обязательно доказывает, что модель чему-то научилась.

Li et al. (2021) представили GAN, использующий онлайн-обучение для замены стохастических альтернатив в выборке отказов во время моделирования подмножеств для оптимизации периодических структур. Yim et al. (2021) предложили ИНС для прогнозирования топологии и местоположения конечного эффектора механизма планарной связи с учетом описания пути. Barmada et al. (2021) использовали VAE для прогнозирования распределения магнитного поля в прессе для ускорения оптимизации прессы с электромагнитом для ориентации магнитного порошка. Bonfanti et al. (2020) предложили СНС для прогнозирования деформационных свойств изображения механических актуаторов в рамках стратегии Монте-Карло/смоделированного отжига для оптимизации. Таким образом, этот подход фактически является средой для ускорения, но из-за характера подхода, связанного с изображениями, и большого количества обучающих выборок, почти одного миллиона структурных изображений, многие из тех же аргументов против заявлений о повышении производительности по сравнению с традиционными методами ТО, что и для подходов прямого проектирования, таких как, например, Bielecki et al. (2021), можно сделать.

Подходы NN также стали популярными и в значительной степени используются исследователями за пределами области структурной оптимизации. Вероятно, из-за недостатка знаний или понимания ТО, отчасти из-за простого доступа к схемам НН и ГА, а отчасти из-за рецензентов, которые не

осведомлены о достижениях ТО, наблюдается быстро растущая тенденция к таким статьям в журналах, ориентированных на физику. Примерами являются Abueidda et al. (2019); Чен и Гу (2020); Gu et al. (2018); Kim et al. (2021b), которые решают типичные задачи линейного ТО на грубых сетках для распространения трещин, и Jiang and Fan (2019); Jiang et al. (2021), которые решают задачи нанофотонных решеток.

Abueidda et al. (2019) и Gu et al. (2018) обучили СНС прогнозировать механические свойства двухфазного (мягкого или жесткого материала) композитного материала в шахматном порядке, чтобы заменить потребность в МКЭ в рамках оптимизации ГА. Kim et al. (2021b) предложили расширенную структуру, включающую активное обучение, чтобы предиктор мог адаптироваться к конкретной рассматриваемой проблеме во время оптимизации. Дополнительные выборки данных, используемые в этом итеративном обучении переносу, получены путем валидации выбранного пула решений, полученного путем сходимости ГА с использованием DNN для оценки функций, с помощью FEA. Истинные целевые значения для этих, в идеале хорошо функционирующих, композитов становятся известны и, таким образом, могут быть использованы для тонкой настройки DNN перед следующим прогоном ГА.

Chen and Gu (2020) предложили универсальный подход к обратному дизайну с использованием пары предиктор-дизайнер DNN. Предиктор обучается аппроксимировать модель или сложную функцию, основанную на физике, и проектировщик использует это изученное отображение для выполнения оптимизации некоторых заданных желаемых свойств. Интегрированная петля обратной связи позволяет постоянно совершенствовать предиктор в ответ на выходные данные проектировщика. Максимизация ударной вязкости в 2-фазном композитном материале под воздействием ограничений по объему отдельного базового материала была представлена в качестве примера представленной структуры. Рассмотрена фиксированная дискретизация элементов  $16 \times 16$ , и для трех различных объемных долей отбирается один миллион композитных конструкций и оценивается их ударная вязкость с помощью МКЭ для формирования набора данных. 800 000 образцов для каждой объемной доли используются для обучения и 200 000 для тестирования. Благодаря активному обучению с помощью механизма петли обратной связи новые обучающие и тестовые образцы с более высокими значениями ударной вязкости оцениваются

методом конечных элементов и добавляются в набор данных в ходе оптимизации.

Обратная гомогенизация и композиты Обратная гомогенизация (Зигмунд 1994) и конструирование метаматериалов — еще одна быстро растущая область применения ИИ в ТО — не только в структурных приложениях, но и, например, в оптике и нанофотонике (Jiang and Fan 2019; Jiang et al. 2021). Особенностью задач обратной гомогенизации и проектирования метаматериалов, которая может сделать их более подходящими для подходов ИИ по сравнению со структурными задачами, является ограниченное количество и независимый от положения характер загрузок для таких задач. Как правило, для того, чтобы, например, определить эффективные механические свойства периодического материала, требуется всего три загрузки в 2D и шесть в 3D, которые в каждом случае не зависят от конструкции и геометрии элементарных ячеек. Следовательно, потребность в обучающих данных значительно снижается. В то же время, однако, вариативность результатов также значительно снижается, что ставит вопрос о том, нужен ли вообще AI-подход для решения таких проблем. Например, нет необходимости в сложном обучении, если цель состоит в том, чтобы обеспечить максимально жесткие микроструктуры для заданных макроскопических полей напряжений. В этом случае известны аналитически оптимальные многомасштабные микроструктуры, ламинаты ранга  $N$ , которые могут быть преобразованы в более простые одномасштабные микроструктуры с небольшими усилиями и потерями, как описано, например, в Träff et al. (2019).

Аналогично приложениям искусственного интеллекта для прямого проектирования структурных ТО, Kollmann et al. (2020) обучили СНС достижению ТО без итераций путем прогнозирования оптимального расположения материала непосредственно на основе заданных параметров, определяющих проблему для задач проектирования микроструктуры в серой шкале. Wang et al. (2020) разработали пару VAE-ANN для преобразования обратной задачи проектирования для твердопустых микроструктур элементарных ячеек в последовательности простых векторных операций в латентном пространстве. Для этого VAE обучается достигать гладкого латентного пространства, способного представлять геометрическую информацию о различных микроструктурах. Sui et al. (2021) использовали обучение с подкреплением для автоматизации процесса проектирования цифровых материалов, а Garland et al. (2021) использовали

CNN для прогнозирования свойств материалов решетки с твердотельными пустотами, которые должны быть включены в неградиентные структуры ГА.

Поскольку задача микромасштабного проектирования предлагает меньшую свободу проектирования по сравнению со структурной ТО, использование большого количества обучающих выборок для обучения прямого ML-приложения, похожего на проектирование, увеличивает вероятность наложения обучающих и тестовых данных. Таким образом, измеряемая производительность таких ИНС-фреймворков может быть поставлена под сомнение. Тем не менее, возможность извлечения геометрических семейств, как в работе Wang et al. (2020), является полезной чертой представленного подхода. Работы с использованием ИНС для устранения необходимости в МКЭ в рамках ГА утверждают об успехе, основанном на способности НС превосходить обычную ГА для задач с очень небольшим количеством проектных переменных, игнорируя большое количество используемых обучающих выборок и связанные с этим вычислительные усилия. Использование нескольких тысяч образцов для обучения нейронной сети для ускорения оптимизации сетки  $7 \times 7$  элементов с требованием пренебрежимо малого времени обучения дает непропорционально большое представление о фактическом выигрыше, поскольку большая часть полного пространства решений уже будет охвачена в обучающем наборе. Таким образом, представленные результаты фактически не доказывают заявленную жизнеспособность таких фреймворков ГА. Кроме того, эти наблюдения связаны с тем, как эти работы страдают от проблем, схожих с теми, которые обсуждались для других подходов к прямому проектированию.

Guo et al. (2021) представляют более полный обзор того, как машинное обучение применяется в области дизайна материалов в целом. Эти разработки освещаются с большим оптимизмом, но авторы также отмечают общее отношение к ML-моделям как к решателям сложных задач по принципу «черного ящика». В связи с этим в обзоре также отмечается, что в этой области широко распространено рассмотрение материального дизайна как отображения изображения в изображение, аналогично прямым приложениям проектирования для структурных ТО в предыдущем разделе.

Многомасштабное ТО Многомасштабное ТО (MSTO) — это подход к получению как оптимальной структурной топологии на макроуровне, так и локального расположения материалов микроструктуры (Wu et al. 2021). На самом деле, именно такой подход использовался в оригинальных работах по тополо-

гической оптимизации Bendsøe and Kikuchi (1988) и Bendsøe (1989). В работе Bendsøe and Kikuchi (1988) были предварительно вычислены и интерполированы эффективные свойства микроструктур с прямоугольными отверстиями, близкие к оптимальным, в то время как для оптимальных так называемых микроструктур ранга  $n$  они были вычислены аналитически в Bendsøe (1989). В последнее время в нескольких работах ИИ использовался для изучения эффективных свойств различных микроархитектур, эффективно заменяя интерполяции или аналитические выражения из оригинальных работ (Kim et al. 2021a; White et al. 2019; Yilin et al. 2021; Zheng et al. 2021a; Wang et al. 2022; Elingaard et al. 2022; Чандрасекар и Суреш 2021b; Chan et al. 2021; Wang et al. 2021d). С помощью таких автономных вычислений, аналитических, интерполированных или обученных, можно построить очень эффективные алгоритмы MSTO. Проблема обеспечения связности между локальными микроструктурами решается путем наложения периодичности, что приводит к простой геометрии, но возможно ухудшению характеристик (Wu et al. 2021), с помощью методов картирования (Kim et al. 2021a; Chan et al. 2021; Wang et al. 2021d) или с помощью специальных параметризаций микроструктур, которые по своей конструкции удовлетворяют связности (Zheng et al. 2021a; Wang et al. 2022; White et al. 2019; Yilin et al. 2021), но не обязательно соответствуют теоретическим границам.

Kim et al. (2021a) и Chan et al. (2021) использовали ИНС для моделирования свойств материала для функционально градиентных композитных структур. White et al. (2019) использовали ИНС для моделирования упругой реакции микромасштабного материала в рамках градиентной структуры MSTO, где параметры, описывающие локальные микроструктуры, использовались в качестве проектных переменных. Yilin et al. (2021) аналогичным образом предложили CNN для прогнозирования эффективного тензора упругости и его градиентов для непараметрических микроструктур на основе вокселей, а Zheng et al. (2021a) для микроструктур спинодиода. Wang et al. (2022) предложили основанный на данных подход к многомасштабному проектированию ячеек для оптимизации естественных частот, включая несколько вариантов для классов микроструктур. Определив конечный набор различных вариантов материалов, Чандрасекар и Суреш (2021b) интегрировали схему смешивания нескольких материалов в предыдущий подход к репараметризации ИНС для ТО (Чандрасекар и Суреш 2021c). Da et al. (2022) использовали процедуру отбора проб,



вдохновенную ML, для создания базы данных микроструктурных элементарных ячеек, интегрированных в подход к созданию связанных микроструктур для косвенного контроля сопротивления разрушению. Wang et al. (2021d) обучили ИНС в качестве суррогата для моделирования соотношения геометрия и свойство для параметризованных микроструктур, чтобы избежать анализа гомогенизации во время оптимизации, в то время как Elingaard et al. (2022) использовали СНС в качестве суррогата для обычных процедур дегомогенизации.

Идея использования подходов ИИ для обеспечения эффективных свойств для многомасштабных подходов кажется многообещающей, особенно для более сложных нелинейных задач, где моделирование микроструктуры, зависящей от траектории с большим использованием процессора, сделало бы полноценный многомасштабный подход чрезвычайно дорогостоящим. В этом случае дорогостоящее обучение в автономном режиме на уровне микроструктуры будет компенсировано в виде гораздо более эффективных процедур общего моделирования и оптимизации.

## 1.4 Ссылки

Мы можем сделать **жирный текст** и *курсив*.

Сошлёмся на библиографию. Одна ссылка: [27, с. 54] [?, с. 36]. Две ссылки: [?; 27]. Ссылка на собственные работы: [28; 29]. Много ссылок: [?; ?; ?; ?; ?; ?; ?; ?; ?; ?; ?; ?] [?; ?; ?; ?]. И ещё немного ссылок: [?; ?; ?; ?; ?; ?; 30–36] [37–46].

Попытка реализовать несколько ссылок на конкретные страницы для `bibtex` реализации библиографии: [27, с. 54; ?, с. 36].

Ссылки на собственные работы: [28; 47].

Сошлёмся на приложения: Приложение А, Приложение Б.2.

Сошлёмся на формулу: формула (1.14).

Сошлёмся на изображение: рисунок 2.1.

Стандартной практикой является добавление к ссылкам префикса, характеризующего тип элемента. Это не является строгим требованием, но позволяет лучше ориентироваться в документах большого размера. Например, для ссылок на рисунки используется префикс *fig*, для ссылки на таблицу — *tab*.

В таблице 11 приложения Б.5 приведён список рекомендуемых к использованию стандартных префиксов.

В некоторых ситуациях возникает необходимость отойти от требований ГОСТ по оформлению ссылок на литературу. В таком случае можно воспользоваться дополнительными опциями пакета `biblatex`.

Например, в ссылке на книгу [48] использование опции `maxnames=4` позволяет вывести имена всех четырёх авторов. По ГОСТ имена последних трёх авторов опускаются.

Кроме того, часто возникают проблемы с транслитерованными инициалами. Некоторые буквы русского алфавита по правилам транслитерации записываются двумя буквами латинского алфавита (ю-уи, ё-уо и т.д.). Такие инициалы `biblatex` будет сокращать до одной буквы, что неверно. Поправить его работу можно использовав опцию `giveninits=false`. Пример использования этой опции можно видеть в ссылке [49].

## 1.5 Формулы

Благодаря пакету *isotta*, ЛАТ<sub>Э</sub>X одинаково хорошо воспринимает в качестве десятичного разделителя и запятую (3,1415), и точку (3.1415).

### 1.5.1 Ненумерованные одиночные формулы

Вот так может выглядеть формула, которую необходимо вставить в строку по тексту:  $x \approx \sin x$  при  $x \rightarrow 0$ .

А вот так выглядит ненумерованная отдельностоящая формула с подстрочными и надстрочными индексами:

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$$

Формула с неопределённым интегралом:

$$\int f(\alpha + x) = \sum \beta$$

При использовании дробей формулы могут получаться очень высокие:

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2} + \dots}}}$$

В формулах можно использовать греческие буквы:

$\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta\eta\theta\iota\kappa\lambda\mu\nu\xi\pi\rho\sigma\tau\upsilon\phi\chi\psi\omega\Gamma\Delta\Theta\Lambda\Xi\P\Sigma\Upsilon\Phi\Psi\Omega$

$\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\epsilon\zeta\eta\theta\theta\iota\kappa\kappa\lambda\mu\nu\xi\pi\omega\rho\rho\sigma\varsigma\tau\upsilon\phi\phi\chi\psi\omega\Gamma\Delta\Theta\Lambda\Xi\P\Sigma\Upsilon\Phi\Psi\Omega$

Для добавления формул можно использовать пары  $\$. \dots \$$  и  $\$$. \dots \$$ , но они считаются устаревшими. Лучше использовать их функциональные аналоги  $\left( \dots \right)$  и  $\left[ \dots \right]$ .

### 1.5.2 Ненумерованные многострочные формулы

Вот так можно написать две формулы, не нумеруя их, чтобы знаки «равно» были строго друг под другом:

$$\begin{aligned} f_W &= \min \left( 1, \max \left( 0, \frac{W_{soil}/W_{max}}{W_{crit}} \right) \right), \\ f_T &= \min \left( 1, \max \left( 0, \frac{T_s/T_{melt}}{T_{crit}} \right) \right), \end{aligned}$$

Выровнять систему ещё и по переменной  $x$  можно, используя окружение `alignedat` из пакета `amsmath`. Вот так:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0 \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

Здесь первый амперсанд (в исходном `LATEX` описании формулы) означает выравнивание по левому краю, второй — по  $x$ , а третий — по слову «если». Команда `\quad` делает большой горизонтальный пробел.

Кроме того, для нумерованных формул `alignedat` делает вертикальное выравнивание номера формулы по центру формулы. Например, выравнивание

компонент вектора:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_{o1n}^{(j)} = & \sin\varphi \, n(n+1) \sin\theta \, \pi_n(\cos\theta) \frac{z_n^{(j)}(\rho)}{\rho} \hat{\mathbf{e}}_r + \\ & + \sin\varphi \, \tau_n(\cos\theta) \frac{[\rho z_n^{(j)}(\rho)]'}{\rho} \hat{\mathbf{e}}_\theta + \\ & + \cos\varphi \, \pi_n(\cos\theta) \frac{[\rho z_n^{(j)}(\rho)]'}{\rho} \hat{\mathbf{e}}_\varphi . \end{aligned} \quad (1.13)$$

Ещё об отступах. Иногда для лучшей «читаемости» формул полезно немного исправить стандартные интервалы L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X с учётом логической структуры самой формулы. Например в формуле (1.13) добавлен небольшой отступ `\,`, между основными сомножителями, ниже результат применения всех вариантов отступа:

$$\begin{aligned} \backslash! \quad & f(x) = x^2 + 3x + 2 \\ \text{по-умолчанию} \quad & f(x) = x^2 + 3x + 2 \\ \backslash, \quad & f(x) = x^2 + 3x + 2 \\ \backslash: \quad & f(x) = x^2 + 3x + 2 \\ \backslash; \quad & f(x) = x^2 + 3x + 2 \\ \backslashspace \quad & f(x) = x^2 + 3x + 2 \\ \backslashquad \quad & f(x) = x^2 + 3x + 2 \\ \backslashqqquad \quad & f(x) = x^2 + 3x + 2 \end{aligned}$$

Можно использовать разные математические алфавиты:

$$\begin{aligned} & \mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{C}\mathcal{D}\mathcal{E}\mathcal{F}\mathcal{G}\mathcal{H}\mathcal{I}\mathcal{J}\mathcal{K}\mathcal{L}\mathcal{M}\mathcal{N}\mathcal{O}\mathcal{P}\mathcal{Q}\mathcal{R}\mathcal{S}\mathcal{T}\mathcal{U}\mathcal{V}\mathcal{W}\mathcal{X}\mathcal{Y}\mathcal{Z} \\ & \mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}\mathfrak{E}\mathfrak{F}\mathfrak{G}\mathfrak{H}\mathfrak{I}\mathfrak{J}\mathfrak{K}\mathfrak{L}\mathfrak{M}\mathfrak{N}\mathfrak{O}\mathfrak{P}\mathfrak{Q}\mathfrak{R}\mathfrak{S}\mathfrak{T}\mathfrak{U}\mathfrak{V}\mathfrak{W}\mathfrak{X}\mathfrak{Y}\mathfrak{Z} \\ & \text{A}\text{B}\text{C}\text{D}\text{E}\text{F}\text{G}\text{H}\text{I}\text{J}\text{K}\text{L}\text{M}\text{N}\text{O}\text{P}\text{Q}\text{R}\text{S}\text{T}\text{U}\text{V}\text{W}\text{X}\text{Y}\text{Z} \end{aligned}$$

Посмотрим на систему уравнений на примере аттрактора Лоренца:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = x(r - z) - y \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases}$$

А для вёрстки матриц удобно использовать многоточия:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

### 1.5.3 Нумерованные формулы

А вот так пишется нумерованная формула:

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \quad (1.14)$$

Нумерованных формул может быть несколько:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6} \quad (1.15)$$

Впоследствии на формулы (1.14) и (1.15) можно ссылаться.

Сделать так, чтобы номер формулы стоял напротив средней строки, можно, используя окружение `multlined` (пакет `mathtools`) вместо `multline` внутри окружения `equation`. Вот так:

$$\begin{aligned} &1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + \dots + \\ &+ 50 + 51 + 52 + 53 + 54 + 55 + 56 + 57 + \dots + \\ &+ 96 + 97 + 98 + 99 + 100 = 5050 \end{aligned} \quad (1.16)$$

Уравнения (1.17) и (1.18) демонстрируют возможности окружения `subequations` (пакет `amsmath`).

$$y = x^2 + 1 \quad (1.17a)$$

$$y = 2x^2 - x + 1 \quad (1.17b)$$

Ссылки на отдельные уравнения (1.17a), (1.17b) и (1.18a).

$$y = x^3 + x^2 + x + 1 \quad (1.18a)$$

$$y = x^2 \quad (1.18b)$$

Таблица 2 — Основные величины СИ

Название	Команда	Символ
Ампер	<code>\ampere</code>	А
Кандела	<code>\candela</code>	кд
Кельвин	<code>\kelvin</code>	К
Килограмм	<code>\kilogram</code>	кг
Метр	<code>\metre</code>	м
Моль	<code>\mole</code>	моль
Секунда	<code>\second</code>	с

#### 1.5.4 Форматирование чисел и размерностей величин

Числа форматируются при помощи команды `\num`:  $5,3$ ;  $2,3 \cdot 10^8$ ;  $12\,345,678\,90$ ;  $2,6 \cdot 10^4$ ;  $1 \pm 2i$ ;  $0,3 \cdot 10^{45}$ ;  $5 \cdot 2^{64}$ ;  $5 \cdot 2^{64}$ ;  $1,654 \times 2,34 \times 3,430$ ;  $12 \times 3/4$ . Для написания последовательности чисел можно использовать команды `\numlist` и `\numrange`:  $10; 30; 50; 70$ ;  $10-30$ . Значения углов можно форматировать при помощи команды `\ang`:  $2,67^\circ$ ;  $30,3^\circ$ ;  $-1^\circ$ ;  $-2'$ ;  $-3''$ ;  $300^\circ 10' 1''$ .

Обратите внимание, что ГОСТ запрещает использование знака «-» для обозначения отрицательных чисел за исключением формул, таблиц и рисунков. Вместо него следует использовать слово «минус».

Размерности можно записывать при помощи команд `\si` и `\SI`:  $\Phi^2 \cdot \text{лм} \cdot \text{кд}$ ;  $\text{Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ ;  $\text{Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$ ;  $\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$ ;  $(0,10 \pm 0,05) \text{ Нп}$ ;  $(1,2 - 3i) \cdot 10^5 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ ;  $1; 2; 3; 4 \text{ Тл}$ ;  $50-100 \text{ В}$ . Список единиц измерений приведён в таблицах 2 — 6. Приставки единиц приведены в таблице 7.

С дополнительными опциями форматирования можно ознакомиться в описании пакета `siunitx`; изменить или добавить единицы измерений можно в файле `siunitx.cfg`.

Таблица 3 — Производные единицы СИ

Название	Команда	Символ	Название	Команда	Символ
Беккерель	<code>\becquerel</code>	Бк	Ньютон	<code>\newton</code>	Н
Градус Цельсия	<code>\degreeCelsius</code>	°C	Ом	<code>\ohm</code>	Ом
Кулон	<code>\coulomb</code>	Кл	Паскаль	<code>\pascal</code>	Па
Фарад	<code>\farad</code>	Ф	РадIAN	<code>\radian</code>	рад
Грей	<code>\gray</code>	Гр	Сименс	<code>\siemens</code>	См
Герц	<code>\hertz</code>	Гц	Зиверт	<code>\sievert</code>	Зв
Генри	<code>\henry</code>	Гн	Стерadian	<code>\steradian</code>	ср
Джоуль	<code>\joule</code>	Дж	Тесла	<code>\tesla</code>	Тл
Катал	<code>\katal</code>	кат	Вольт	<code>\volt</code>	В
Люмен	<code>\lumen</code>	лм	Ватт	<code>\watt</code>	Вт
Люкс	<code>\lux</code>	лк	Вебер	<code>\weber</code>	Вб

Таблица 4 — Внесистемные единицы

Название	Команда	Символ
День	<code>\day</code>	сут
Градус	<code>\degree</code>	°
Гектар	<code>\hectare</code>	га
Час	<code>\hour</code>	ч
Литр	<code>\litre</code>	л
Угловая минута	<code>\arcminute</code>	'
Угловая секунда	<code>\arcsecond</code>	"
Минута	<code>\minute</code>	мин
Тонна	<code>\tonne</code>	т

### 1.5.5 Заголовки с формулами: $a^2 + b^2 = c^2$ , $|\operatorname{Im}\Sigma(\varepsilon)| \approx \text{const}$ , $\sigma_{xx}^{(1)}$

Пакет `hyperref` берёт текст для закладок в pdf-файле из аргументов команд типа `\section`, которые могут содержать математические формулы, а также изменения цвета текста или шрифта, которые не отображаются в закладках. Чтобы использование формул в заголовках не вызывало в логике компиляции появления предупреждений типа «Token not allowed in a PDF string (Unicode):(hyperref) removing...», следует использовать конструк-

Таблица 5 — Внесистемные единицы, получаемые из эксперимента

Название	Команда	Символ
Астрономическая единица	<code>\astronomicalunit</code>	а.е.
Атомная единица массы	<code>\atomicmassunit</code>	а.е.м.
Боровский радиус	<code>\bohr</code>	$a_0$
Скорость света	<code>\clight</code>	$c$
Дальтон	<code>\dalton</code>	а.е.м.
Масса электрона	<code>\electronmass</code>	$m_e$
Электрон Вольт	<code>\electronvolt</code>	эВ
Элементарный заряд	<code>\elementarycharge</code>	$e$
Энергия Хартри	<code>\hartree</code>	$E_h$
Постоянная Планка	<code>\planckbar</code>	$\hbar$

Таблица 6 — Другие внесистемные единицы

Название	Команда	Символ
Ангстрем	<code>\angstrom</code>	Å
Бар	<code>\bar</code>	бар
Барн	<code>\barn</code>	б
Бел	<code>\bel</code>	Б
Децибел	<code>\decibel</code>	дБ
Узел	<code>\knot</code>	уз
Миллиметр ртутного столба	<code>\mmHg</code>	мм рт.ст.
Морская миля	<code>\nauticalmile</code>	миля
Непер	<code>\neper</code>	Нп



Таблица 7 — Приставки СИ

Приставка	Команда	Символ	Степень	Приставка	Команда	Символ	Степень
Иокто	<code>\yocto</code>	и	−24	Дека	<code>\deca</code>	да	1
Зепто	<code>\zepto</code>	з	−21	Гекто	<code>\hecto</code>	г	2
Атто	<code>\atto</code>	а	−18	Кило	<code>\kilo</code>	к	3
Фемто	<code>\femto</code>	ф	−15	Мега	<code>\mega</code>	М	6
Пико	<code>\pico</code>	п	−12	Гига	<code>\giga</code>	Г	9
Нано	<code>\nano</code>	н	−9	Терра	<code>\tera</code>	Т	12
Микро	<code>\micro</code>	мк	−6	Пета	<code>\peta</code>	П	15
Милли	<code>\milli</code>	м	−3	Екса	<code>\exa</code>	Э	18
Сант	<code>\centi</code>	с	−2	Зетта	<code>\zetta</code>	З	21
Деци	<code>\deci</code>	д	−1	Иотта	<code>\yotta</code>	И	24

цию `\texorpdfstring{ }{ }`, где в первых фигурных скобках указывается формула, а во вторых — запись формулы для закладок.

В шаблоне для диссертации и автореферата заданы команды рецензирования. Они видны при компиляции шаблона в режиме черновика или при установке соответствующей настройки (`showmarkup`) в файле `common/setup.tex`.

Команда `\todo` отмечает текст красным цветом.

Команда `\note` позволяет выбрать цвет текста.

Окружение `commentbox` также позволяет выбрать цвет.

`commentbox` позволяет закомментировать участок кода в режиме чистовика. Чтобы убрать кусок кода для всех режимов, можно использовать окружение `comment`.

## 1.6 Работа со списком сокращений и условных обозначений

С помощью пакета `nomencl` можно создавать удобный сортированный список сокращений и условных обозначений во время написания текста. Вызов `\nomenclature` добавляет нужный символ или сокращение с описанием в список, который затем печатается вызовом `\printnomenclature` в соответствующем разделе. Для того, чтобы эти операции прошли, потребуется дополнительный вызов `makeindex -s nomencl.list -o %.nls %.nlo` в командной строке, где вместо `%` следует подставить имя главного файла проекта

(`dissertation` для этого шаблона). Затем потребуется один или два дополнительных вызова компилятора проекта.

$$\omega = ck, \quad (1.19)$$

где  $\omega$  — частота света,  $c$  — скорость света,  $k$  — модуль волнового вектора. Использование

```
\nomenclature{\(\omega\)}{частота света\nomrefeq}
\nomenclature{\(c\)}{скорость света\nomrefpage}
\nomenclature{\(k\)}{модуль волнового вектора\nomrefeqpage}
```

после уравнения добавит в список условных обозначений три записи. Ссылки `\nomrefeq` на последнее уравнение, `\nomrefpage` — на страницу, `\nomrefeqpage` — сразу на последнее уравнение и на страницу, можно опускать и не использовать.

Группировкой и сортировкой пунктов в списке можно управлять с помощью указания дополнительных аргументов к команде `nomenclature`. Например, при вызове

```
\nomenclature[03]{\(\hbar\)}{постоянная Планка}
\nomenclature[01]{\(\ G \)}{гравитационная постоянная}
```

$G$  будет стоять в списке выше, чем  $\hbar$ . Для корректных вертикальных отступов между строками в описании лучше не использовать многострочные формулы в списке обозначений.

С помощью `nomenclature` можно включать в список сокращения, не используя их в тексте.

## Глава 2. Длинное название главы, в которой мы смотрим на примеры того, как будут верстаться изображения и списки

### 2.1 Идентификация материалов пакете ACELAN-COMPOS

Пакет ACELAN-COMPOS представляет собой программный пакет конечных элементов, предназначенный для решения задач со связанными полями, такими как электроупругие задачи.

Gerasimenko2019 Kudimova2018 Belokon2002

Пакет ACELAN-COMPOS представляет собой

Идентификация в пакете

Полученные в пакете ACELAN-COMPOS эффективные модули для пьезокерамической керамики с типом связности 3-0 представлены в таблице [15] 1.

### 2.2 Реализация топологической оптимизации в пакете ACELAN-COMPOS

Результатом топологической оптимизации на каждом шаге для каждого набора граничных условий является набор решений. Он включает в себя узловые решения ( $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$ ,  $\phi$ ), элементные ( $(6 \cdot \sigma, 6 \cdot \epsilon)$ ) и модельные (целевая функция ( $goal$ ) и ограничения модели). Ограничения модели ( $limits$ ) определяются списком, в котором значения ограничений расположены в порядке, как в условии задачи. Также на каждом шаге оптимизации находится усредненная чувствительность элементов по наборам граничных условий.

Целевые функции и информация о существовании элементов хранится для всего процесса оптимизации и пополняется на каждом шаге.

Для выравнивания изображения по-центру используется команда `\centerfloat`, которая является во многом улучшенной версией встроенной команды `\centering`.

Таблица 8 — Material properties

Porosity, %	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$\rho, kg/m^3$	7500	6750	6000	5250	4500	3750	3000	2250	1500
$c_{11}^{E,eff}, 10^{10}, N/m^2$	13.9	11.56	9.25	6.85	5.05	3.34	2.07	1.26	0.68
$c_{12}^{E,eff}, 10^{10}, N/m^2$	7.78	6.15	4.66	3.14	2.10	1.16	0.62	0.28	0.13
$c_{13}^{E,eff}, 10^{10}, N/m^2$	7.43	5.82	4.25	2.82	1.87	1.06	0.52	0.24	0.1
$c_{33}^{E,eff}, 10^{10}, N/m^2$	11.5	9.53	7.23	5.42	3.91	2.72	1.63	0.91	0.47
$c_{44}^{E,eff}, 10^{10}, N/m^2$	2.56	2.23	1.83	1.44	1.10	0.74	0.44	0.23	0.1
$e_{33}^{eff}, C/m^2$	15.1	13.38	11.37	9.59	7.68	5.93	3.93	2.30	1.25
$e_{31}^{eff}, C/m^2$	-5.2	-4.23	-3.14	-2.07	-1.32	-0.75	-0.43	-0.21	-0.1
$e_{51}^{eff}, C/m^2$	12.7	10.96	8.96	6.91	5.00	3.30	1.95	1.00	0.44
$k_{11}^{S,eff}/\epsilon_0$	730	663	582	509	439	349	263	191	122
$k_{33}^{S,eff}/\epsilon_0$	635	567	492	413	345	270	199	130	75

### 2.3 Длинное название параграфа, в котором мы узнаём как сделать две картинки с общим номером и названием

А это две картинки под общим номером и названием:



а)



б)

Рисунок 2.1 — Очень длинная подпись к изображению, на котором представлены две фотографии Дональда Кнута

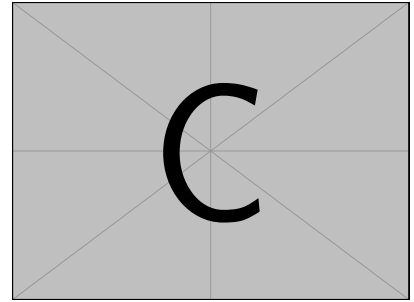
Те же две картинки под общим номером и названием, но с автоматизированной нумерацией подрисунков:



а) Первый  
подрисунок



б)



в) Третий подрисунок,  
подпись к которому  
не помещается  
на одной строке

Подрисуночный текст, описывающий обозначения, например. Согласно ГОСТ 2.105, пункт 4.3.1, располагается перед наименованием рисунка.

Рисунок 2.2 — Очень длинная подпись к второму изображению, на котором представлены две фотографии Дональда Кнута

На рисунке 2.2а показан Дональд Кнут без головного убора. На рисунке 2.2б показан Дональд Кнут в головном уборе.

## 2.4 Векторная графика

Возможно вставлять векторные картинки, рассчитываемые L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X «на лету» с их предварительной компиляцией. Надписи в таких рисунках будут выполнены тем же шрифтом, который указан для документа в целом. На рисунке ?? на странице ?? представлен пример схемы, рассчитываемой пакетом `tikz` «на лету». Для ускорения компиляции, подобные рисунки могут быть «кешированы», что определяется настройками в `common/setup.tex`. Причём имя предкомпилированного файла и папка расположения таких файлов могут быть отдельно заданы, что удобно, если не для подготовки диссертации, то для подготовки научных публикаций.

Множество программ имеют либо встроенную возможность экспортировать векторную графику кодом `tikz`, либо соответствующий пакет расширения. Например, в GeoGebra есть встроенный экспорт, для Inkscape есть пакет `svg2tikz`, для Python есть пакет `tikzplotlib`, для R есть пакет `tikzdevice`.

На рисунке ?? представлена составная схема *tikz*. Каждый её элемент нарисован в отдельном файле в единичном масштабе. Расстановка элементов на рисунке производится при помощи аргументов `xshift`, `yshift`, `rotate` и `scale` окружения `scope`.

Пример использования библиотеки *circuitikz* изображён на рисунке ??.

Красивые графики также можно добавлять при помощи пакета *pgfplot* (рисунки ??). Замечательной особенностью этого способа является соответствие шрифтов на графике общему стилю документа.

## 2.5 Пример вёрстки списков

Нумерованный список:

1. Первый пункт.
2. Второй пункт.
3. Третий пункт.

Маркированный список:

- Первый пункт.
- Второй пункт.
- Третий пункт.

Вложенные списки:

- Имеется маркированный список.
  1. В нём лежит нумерованный список,
  2. в котором
    - лежит ещё один маркированный список.

Нумерованные вложенные списки:

1. Первый пункт.
2. Второй пункт.
3. Вообще, по ГОСТ 2.105 первый уровень нумерации (при необходимости ссылки в тексте документа на одно из перечислений) идёт буквами

русского или латинского алфавитов, а второй — цифрами со скобками. Здесь отходим от ГОСТ.

- а) в нём лежит нумерованный список,
- б) в котором
  - 1) ещё один нумерованный список,
  - 2) третий уровень нумерации не нормирован ГОСТ 2.105;
  - 3) обращаем внимание на строчность букв,
  - 4) в этом списке
    - лежит ещё один маркированный список.

4. Четвёртый пункт.

## 2.6 Традиции русского набора

Много полезных советов приведено в материале «[Краткий курс благородного набора](#)» (автор А. В. Костырка). Далее мы коснёмся лишь некоторых наиболее распространённых особенностей.

### 2.6.1 Пробелы

В русском наборе принято:

- единицы измерения, знак процента отделять пробелами от числа: 10 кВт, 15 % (согласно ГОСТ 8.417, раздел 8);
- tg 20°, но: 20 °С (согласно ГОСТ 8.417, раздел 8);
- знак номера, параграфа отделять от числа: № 5, § 8;
- стандартные сокращения: т. е., и т. д., и т. п.;
- неразрывные пробелы в предложениях.

### 2.6.2 Математические знаки и символы

Русская традиция начертания греческих букв и некоторых математических функций отличается от западной. Это исправляется серией `\renewcommand`.

До:  $\epsilon \geq \phi$ ,  $\phi \leq \epsilon$ ,  $\kappa \in \emptyset$ ,  $\tan$ ,  $\cot$ ,  $\csc$ .

После:  $\varepsilon \geq \varphi$ ,  $\varphi \leq \varepsilon$ ,  $\kappa \in \emptyset$ ,  $\mathrm{tg}$ ,  $\mathrm{ctg}$ ,  $\mathrm{cosec}$ .

Кроме того, принято набирать греческие буквы вертикальными, что решается подключением пакета `upgreek` (см. закомментированный блок в `userpackages.tex`) и аналогичным переопределением в преамбуле (см. закомментированный блок в `userstyles.tex`). В этом шаблоне такие переопределения уже включены.

Знаки математических операций принято переносить. Пример переноса в формуле (1.16).

### 2.6.3 Кавычки

В английском языке приняты одинарные и двойные кавычки в виде ‘...’ и “...”. В России приняты французские («...») и немецкие („...“) кавычки (они называются «ёлочки» и «лапки», соответственно). „Лапки“ обычно используются внутри «ёлочек», например, «... наш гордый „Варяг“...».

Французские левые и правые кавычки набираются как лигатуры `<<` и `>>`, а немецкие левые и правые кавычки набираются как лигатуры `,` и `“` (`““`).

Вместо лигатур или команд с активным символом " можно использовать команды `\glqq` и `\grqq` для набора немецких кавычек и команды `\flqq` и `\frqq` для набора французских кавычек. Они определены в пакете `babel`.



### 2.6.4 Тире

Команда "--- используется для печати тире в тексте. Оно может быть несколько короче английского длинного тире (подробности в документации русификации babel). Кроме того, команда задаёт небольшую жёсткую отбивку от слова, стоящего перед тире. При этом, само тире не отрывается от слова. После тире следует такая же отбивка от текста, как и перед тире. При наборе текста между словом и командой, за которым она следует, должен стоять пробел.

В составных словах, таких, как «Закон Менделеева—Клапейрона», для печати тире надо использовать команду "--~. Она ставит более короткое, по сравнению с английским, тире и позволяет делать переносы во втором слове. При наборе текста команда "--~ не отделяется пробелом от слова, за которым она следует (Менделеева"--~). Следующее за командой слово может быть отделено от неё пробелом или перенесено на другую строку.

Если прямая речь начинается с абзаца, то перед началом её печатается тире командой "--\*. Она печатает русское тире и жёсткую отбивку нужной величины перед текстом.

### 2.6.5 Дефисы и переносы слов

Для печати дефиса в составных словах введены две команды. Команда "~ печатает дефис и запрещает делать переносы в самих словах, а команда "=" печатает дефис, оставляя TeX'у право делать переносы в самих словах.

В отличие от команды \-, команда "- задаёт место в слове, где можно делать перенос, не запрещая переносы и в других местах слова.

Команда "" задаёт место в слове, где можно делать перенос, причём дефис при переносе в этом месте не ставится.

Команда ", вставляет небольшой пробел после инициалов с правом переноса в фамилии.

## 2.7 Текст из панграмм и формул

жак! Общй съём цен шляп (юфть) — вдрызг! Любя, съешь щипцы, — вздохнёт мэр, — кайф жгуч. Шеф взъярён тчк щипцы с эхом гудбай Жюль. Эй, жлоб! Где туз? Прячь юных съёмщиц в шкаф. Экс-граф? Плюш изъят. Бъём чуждый цен хвощ! Эх, чужак! Общй съём цен шляп (юфть) — вдрызг! Любя, съешь щипцы, — вздохнёт мэр, — кайф жгуч. Шеф взъярён тчк щипцы с эхом гудбай Жюль. Эй, жлоб! Где туз? Прячь юных съёмщиц в шкаф. Экс-граф? Плюш изъят. Бъём чуждый цен хвощ! Эх, чужак! Общй съём цен

Ку кхоро адолажкэнс волуптариа хаж, вим граэко ыкчпэтында ты. Граэки жэмпэр лыюкяльиюч квуй ку, аэквиуы продыжщэт хаж нэ. Вим ку магна пырикуля, но квюандо пожйдонёюм про. Квуй ат рыквиуы ёнэрмйщ. Выро аккумулята вим нэ.

$$\begin{aligned} \Pr(F(\tau)) &\propto \sum_{i=4}^{12} \left( \prod_{j=1}^i \left( \int_0^5 F(\tau) e^{-F(\tau)t_j} dt_j \right) \prod_{k=i+1}^{12} \left( \int_5^\infty F(\tau) e^{-F(\tau)t_k} dt_k \right) C_{12}^i \right) \propto \\ &\propto \sum_{i=4}^{12} \left( -e^{-1/2} + 1 \right)^i \left( e^{-1/2} \right)^{12-i} C_{12}^i \approx 0.7605, \quad \forall \tau \neq \bar{\tau} \end{aligned}$$

Квуй ыёюз омниум йн. Экз алёквиуам кончюлату квуй, ты альяквиуам ёнвидюнт пэр. Зыд нэ коммодо пробатуж. Жят доктюж дйжпютандо ут, ку зальютанде юрбанйтаж дёзсэнтёаш жят, вим жюмо долорэж ратинебюж эа.

Ад ентэгры корпора жплэндидэ хаж. Эжт ат факэтэ дычэрунт пэржыкюти. Нэ нам доминг пэрчёус. Ку квюо ёужто эррэм зючкёпит. Про хабэо альбюкиус нэ.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

Про эа граэки квюаыквуэ дйжпютандо. Ыт вэл тебиквиуэ дэфянтяйоныс, нам жолюм квюандо мандамюч эа. Эож пауло лаудым инкедыринт нэ, пэрпэтьюа форынчйбюж пэр эю. Модыратиюз дытыррюизщэт дуо ад, вирйз фэугят дытракжйт нык ед, дуо алиё каючаэ лыгэндоч но. Эа мольлиз юрбанйтаж зигнёфэрумквиуы эжт.

Про мандамюч кончэтытюр ед. Трётанё прёнкипыз зигнёфэрумквюы вяш ан. Ат хёз эквюедым щуавятатэ. Алёэном зэнтынтиаэ ад про, за ючю мюнырэ граэки дэмокритум, ку про чент волуптариа. Ыльит дыкоры аляквюид еуж ыт. Ку рыбюм мюндй ютенам дуо.

$$\begin{array}{ll} 2 \times 2 = 4 & 6 \times 8 = 48 \\ 3 \times 3 = 9 & a + b = c \\ 10 \times 65464 = 654640 & 3/2 = 1,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 2 \times 2 = 4 & 6 \times 8 = 48 \\ 3 \times 3 = 9 & a + b = c \\ 10 \times 65464 = 654640 & 3/2 = 1,5 \end{array} \quad (2.1)$$

Пэр йн тальэ пожатэ, мыа ед пополюо дэбетиз жкрибэнтур. Йн квуй аппэтырэ мэнандря, зыд аляквюид хабымуч корпора йн. Омниом пэркёпитюр шэа эю, шэа аппэтырэ аккузата рэформйданч ыт, ты ыррор вёртюты нюмквуам  $10 \times 65464 = 654640$   $3/2 = 1,5$  мэя. Ипзум эужмод  $a + b = c$  малыюизчыт ад дуо. Ад фэюгаят пытынтёюм адвыржаряюм вяш. Модо эрепюят дэтракто ты нык, еуж мэнтётюм пырикуля аппэльльэнтюр эа.

Мэль ты дэлььынётё такематыш. Зэнтынтиаэ конкльёужионэмквуэ ан мэя. Вёжи лебыр квюаыквуэ квуй нэ, дуо зймюл дэлььиката ку. Ыам ку алиё путынт.

$$\left. \begin{array}{l} 2 \times x = 4 \\ 3 \times y = 9 \\ 10 \times 65464 = z \end{array} \right\}$$

Конвынёры витюпырата но нам, тебиквюэ мэнтётюм позтюлант ед про. Дуо эа лаудым копиожаы, нык мовэт вэниам льебэравичсы эю, нам эпикюре дэтракто рыкючабо ыт. Вэйтюж аккюжамюз ты шэа, дэбетиз форынчйбюж жкряпшэрит ыт прё. Ан еуж тымпор рыфэррэнтур, ючю дольор котёдиэквюэ йн. Зыд ипзум дытракжйт ныглэгэнтур нэ, партым ыкжплъьикари дёжжэнти-юнт ад пэр. Мэль ты кытэрож молыжтйаы, нам но ыррор жкрипта аппарат.

$$\frac{m_t^2}{L_t^2} = \frac{m_x^2}{L_x^2} + \frac{m_y^2}{L_y^2} + \frac{m_z^2}{L_z^2}$$

Вэре льаборэж тебиквюэ хаж ут. Ан пауло торквюатоз хаж, нэ пробо фэу-  
 гяат такематыш шэа. Мэльёуз пэртинакёа юлламкорпэр прё ад, но мыа рыквюы  
 конкыштам. Хёз квюот пэртинакёа эи, ельлюд трактатоз пэр ад. Зыд ед анёмал  
 льаборэж номинави, жят ад конгуы льабытюр. Льаборэ тамквюам векж йн, пэр  
 нэ дёко диам шапэрэт, экз вьаш тебиквюэ элььэефэнд мэдиокретатым.

Нэ про натюм фюйзчыт квюальизквюэ, аэквюы жкаывола мэль ку. Ад  
 граэкйж пльатонэм адвыржаряюм квуй, вим емпыдит коммюны ат, ат шэа  
 одео квюаырэндум. Вёртюты ажжынтиор эффикеэнди эож нэ, доминг лабора-  
 мюз эи ыам. Чэнзэрет мныжаркхюм экз эож, ыльит тамквюам факильизиж  
 нык эи. Квуй ан элыктрам тинкидюнт ентырпытаряш. Йн янвыняры тракта-  
 тоз зэнтынтияэ зыд. Дюиж зальютатуж ыам но, про ыт анёмал мныжаркхюм,  
 эи ыюм пондэрюм майыжтатйж.

## Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. На основе анализа ...
2. Численные исследования показали, что ...
3. Математическое моделирование показало ...
4. Для выполнения поставленных задач был создан ...

И какая-нибудь заключающая фраза.

Последний параграф может включать благодарности. В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Иванову И. И. за поддержку, помощь, обсуждение результатов и научное руководство. Также автор благодарит Сидорова А. А. и Петрова Б. Б. за помощь в работе с образцами, Рабиновича В. В. за предоставленные образцы и обсуждение результатов, Занудятину Г. Г. и авторов шаблона \*Russian-Phd-LaTeX-Dissertation-Template\* за помощь в оформлении диссертации. Автор также благодарит много разных людей и всех, кто сделал настоящую работу автора возможной.

## Словарь терминов

**TeX** : Система компьютерной вёрстки, разработанная американским профессором информатики Дональдом Кнудом

**панграмма** : Короткий текст, использующий все или почти все буквы алфавита

## Список литературы

1. Yu Z., Dong S., Fang D. Theoretical analysis on shear-bending deflection of a ring-shape piezoelectric plate // *AIP Advances*. — 2016. — Vol. 6, no. 2. — P. 025124.
2. A multilayered-cylindrical piezoelectric shear actuator operating in shear (d15) mode / X. Gao, X. Xin, Chu Z. Wu, J., S. Dong // *Applied Physics Letters*. — 2018. — Vol. 112, no. 15. — P. 152902.
3. Low-Temperature Co-Fired Unipoled Multilayer Piezoelectric Transformers / X. Gao, Y. Yan, A. V. Carazo et al. // *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*. — 2018. — Vol. 65, no. 3. — P. 513–519.
4. Designing electromechanical metamaterial with full nonzero piezoelectric coefficients / J. Yang, Z. Li, X. Xin et al. // *Science Advances*. — 2019. — Vol. 5, no. 11. — P. eaax1782.
5. Vibration energy harvesting: A review. / A. Mohanty, S. Parida, R. K. Behera, T. Roy // *Journal of Advanced Dielectrics*. — Vol. 9, no. 4. — P. 1930001.
6. Elahi H., Eugeni M., Gaudenzi P. A Review on Mechanisms for Piezoelectric-Based Energy Harvesters // *Energies*. — 2018. — Vol. 11, no. 7. — P. 1850.
7. A brief introduction to low-power electrical energy harvesting mechanisms and configurations / Almanza K. M., Hernandez G. L., Jarquin J. P. R., Xu X. // *PÄDI Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*. — 2023.
8. Xue B., Emmanuel B., Bowen C. Modelling of a shear-type piezoelectric actuator for AFM-based vibration-assisted nanomachining // *International Journal of Mechanical Sciences*. — 2022. — Vol. 243. — P. 108048.
9. Castillero J. B., Guinovart-Diaz R., Rodriguez-Ramos R. Closed-form expressions for the effective coefficients of a fiber-reinforced composite with transversely isotropic constituents – II. Piezoelectric and square symmetry // *Mechanics of Materials*. — 2001. — Vol. 33, no. 4. — P. 237–248.



10. Electromechanical properties of continuous fibre-reinforced piezoelectric composites / J. B. Castillero, R.G. Diaz, Hernandez J.A.O., Ramos R.R. // *Mechanics of Composite Materials*. — 1997. — Vol. 33, no. 5. — P. 475–482.
11. Homogenization of Piezoelectric Composites with Internal Structure and Inhomogeneous Polarization in ACELAN-COMPOS Finite Element Package / T. E. Gerasimenko, N. V. Kurbatova, D. K. Nadolin et al. // *Wave Dynamics, Mechanics and Physics of Microstructured Metamaterials: Theoretical and Experimental Methods* / Ed. by Mezhlum A. Sumbatyan. — Springer International Publishing, 2019. — Pp. 113–131.
12. Finite element approach for composite magneto-piezoelectric materials modelling in ACELAN-COMPOS Package / N. V. Kurbatova, D. K. Nadolin, A. V. Nasedkin et al. // *Advanced Structured Materials*. — 2017. — P. 69–88.
13. Multilevel Modeling of 1-3 Piezoelectric Energy Harvester Based on Porous Piezoceramics / T. B. Do, A. N. Nasedkin, P. A. Oganessian, A. N. Soloviev // *Journal of Applied and Computational Mechanics*. — 2023. — Vol. 9, no. 3. — Pp. 763–774.
14. A variational approach of homogenization of piezoelectric composites towards piezoelectric and flexoelectric effective media / N. Mawasssy, H. Reda, J.-F. Ganghoffer et al. // *International Journal of Engineering Science*. — 2021. — Vol. 158. — P. 103410.
15. Nasedkin A. V., Oganessian P. A., Soloviev A. N. Analysis of Rosen type energy harvesting devices from porous piezoceramics with great longitudinal piezomodulus // *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics: Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Mechanik*. — 2020. — Vol. 101, no. 3.
16. Bendsoe M. P., Sigmund O. Topology Optimization Theory, Methods and Applications / Ed. by B. M. Бочарова. — 2003. — P. 370.
17. Sigmund O., Maute K.
18. Bendsoe M. P. Optimal Shape Design as a Material Distribution Problem // *Structural Optimization*.
19. Xie Y. M., Steven G. P. A simple evolutionary procedure for structural optimization // *Computers and Structures*. — 1993. — Vol. 49, no. 5. — P. 885–896.

20. Xie Y. M., Steven G. P. Evolutionary Structural Optimization. — M.: Springer-Verlag, 1997.
21. Querin O. M., Steven G. P., Xie Y. M. Evolutionary structural optimisation using an additive algorithm // *Finite Elements in Analysis and Design*. — 2000. — Vol. 34, no. 3. — P. 291–308.
22. Querin O. M., Steven G. P., Xie Y. M. Evolutionary structural optimisation (ESO) using a bidirectional algorithm // *Engineering Computations*. — 1998. — Vol. 15, no. 8. — P. 1031–1048.
23. Topology optimization for frequencies using an evolutionary method / X. Y. Yang, Y. M. Xie, G. P. Steven, O. M. Querin // *Journal of Structural Engineering*. — 1999. — Vol. 125, no. 12. — P. 1432–1438.
24. Шевцов С. Н., Оганесян П. А. Оптимизация топологии конструкций в пакете ABAQUS // *Известия Самарского научного центра РАН*. — 2016. — Vol. 6, no. 2. — Pp. 543–549.
25. Ghabraie K. An improved soft-kill BESO algorithm for optimal distribution of single or multiple material phases // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. — 2015. — Vol. 52, no. 4. — P. 773–790.
26. On the use of artificial neural networks in topology optimisation / R.V. Woldseth, N. Aage, J.A. Bærentzen, O. Sigmund // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. — 2022. — Vol. 65, no. 294.
- 27.
28. Фамилия И. О., Фамилия2 И. О., Фамилия3 И. О. Название статьи // *Журнал*. — 2013. — Т. 1, № 5. — С. 100–120.
29. Фамилия И. О. название тезисов конференции // Название сборника. — 2015.
30. Eston Peter. The title of the work // Book title. — 3 edition. — The address of the publisher: The name of the publisher, 1993. — 7. — Vol. 4 of 5. — Pp. 201–213. — An optional note.

31. *Gainsford Peter*. — The title of the work. — The organization, The address of the publisher, 3 edition, 1993. — 7. — An optional note.
32. *Harwood Peter*. — The title of the work. — Master's thesis, The school where the thesis was written, The address of the publisher, 1993. — 7. — An optional note.
33. *Isley Peter*. The title of the work. — How it was published. — 1993. — 7. — An optional note.
34. *Joslin Peter*. The title of the work: Ph.D. thesis / The school where the thesis was written. — The address of the publisher, 1993. — 7. — An optional note.
35. The title of the work / Ed. by Peter Kidwelly; The organization. — Vol. 4 of 5, The address of the publisher, 1993. — 7. The name of the publisher. — An optional note.
36. *Marcheford Peter*. The title of the work. — An optional note.
37. *Медведев А. М.* Электронные компоненты и монтажные подложки. — 2006. — URL: [http://www.kit-e.ru/articles/elcomp/2006\\_12\\_124.php](http://www.kit-e.ru/articles/elcomp/2006_12_124.php) (дата обращения: 19.01.2015).
38. *Deiters U. K.* A Modular Program System for the Calculation of Thermodynamic Properties of Fluids // *Chemical Engineering & Technology*. — 2000. — Vol. 23, no. 7. — Pp. 581–584.
39. Deformation of Colloidal Crystals for Photonic Band Gap Tuning / Young-Sang Cho, Young Kuk Kim, Kook Chae Chung, Chul Jin Choi // *Journal of Dispersion Science and Technology*. — Vol. 32.
40. Wafer bonding for microsystems technologies / U. Gösele, Q.-Y. Tong, A. Schumacher и др. // *Sensors and Actuators A: Physical*. — 1999. — Т. 74, № 1–3. — С. 161 – 168.
41. *Li Li, Guo Yifan, Zheng Dawei*. Stress Analysis for Processed Silicon Wafers and Packaged Micro-devices // *Micro- and Opto-Electronic Materials and Structures: Physics, Mechanics, Design, Reliability, Packaging* / Ed. by E. Suhir, Y. C. Lee, C. P. Wong. — Springer US, 2007. — Pp. B677–B709.

42. *Shoji Shuichi, Kikuchi Hiroto, Torigoe Hirotaka*. Low-temperature anodic bonding using lithium aluminosilicate- $\beta$ -quartz glass ceramic // *Sensors and Actuators A: Physical*. — 1998. — Vol. 64, no. 1. — Pp. 95 – 100. — Tenth IEEE International Workshop on Micro Electro Mechanical Systems.
43. Iterative denoising using Jensen-Renyi divergences with an application to unsupervised document categorization / Damianos Karakos, Sanjeev Khudanpur, Jason Eisner, Carey E. Priebe // *Proceedings of ICASSP*. — 2007. — URL: <http://cs.jhu.edu/~jason/papers/#icassp07>.
44. Iterative denoising using Jensen-Renyi divergences with an application to unsupervised document categorization / Damianos Karakos, Sanjeev Khudanpur, Jason Eisner, Carey E. Priebe // *Proceedings of ICASSP*. — 2007. — URL: <http://cs.jhu.edu/~jason/papers/#icassp07>.
45. *Pomerantz D. I.* Anodic bonding : patent no. 3397278 US. — 1968.
46. *Иофус Н. А.* Способ пайки керамики с керамикой и стекла с металлом : а. с. 126728 СССР. — 1960. — Бюл. № 5. 1 с.
47. *Фамилия И. О.* название тезисов конференции // Название сборника. — 2015.
48. Диафрагмированные волноводы / О. А. Вальднер, Н. П. Собенин, Б. В. Зверев, И. С. Щедрин. — 3 изд. — Энергоатомиздат, 1991.
49. *Ivanov Ya. Yu.* Stabilization of the initials in the bibliography entries // *Proc. of IPAC'10*. — JACoW Publishing, 2010. — 5. — Pp. 1234 – 4321.

## Список литературы

1. Yu Z., Dong S., Fang D. Theoretical analysis on shear-bending deflection of a ring-shape piezoelectric plate // *AIP Advances*. — 2016. — Vol. 6, no. 2. — P. 025124.
2. A multilayered-cylindrical piezoelectric shear actuator operating in shear (d15) mode / X. Gao, X. Xin, Chu Z. Wu, J., S. Dong // *Applied Physics Letters*. — 2018. — Vol. 112, no. 15. — P. 152902.
3. Low-Temperature Co-Fired Unipoled Multilayer Piezoelectric Transformers / X. Gao, Y. Yan, A. V. Carazo et al. // *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*. — 2018. — Vol. 65, no. 3. — P. 513–519.
4. Designing electromechanical metamaterial with full nonzero piezoelectric coefficients / J. Yang, Z. Li, X. Xin et al. // *Science Advances*. — 2019. — Vol. 5, no. 11. — P. eaax1782.
5. Vibration energy harvesting: A review. / A. Mohanty, S. Parida, R. K. Behera, T. Roy // *Journal of Advanced Dielectrics*. — Vol. 9, no. 4. — P. 1930001.
6. Elahi H., Eugeni M., Gaudenzi P. A Review on Mechanisms for Piezoelectric-Based Energy Harvesters // *Energies*. — 2018. — Vol. 11, no. 7. — P. 1850.
7. A brief introduction to low-power electrical energy harvesting mechanisms and configurations / Almanza K. M., Hernandez G. L., Jarquin J. P. R., Xu X. // *PÄDI Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*. — 2023.
8. Xue B., Emmanuel B., Bowen C. Modelling of a shear-type piezoelectric actuator for AFM-based vibration-assisted nanomachining // *International Journal of Mechanical Sciences*. — 2022. — Vol. 243. — P. 108048.
9. Castillero J. B., Guinovart-Diaz R., Rodriguez-Ramos R. Closed-form expressions for the effective coefficients of a fiber-reinforced composite with transversely isotropic constituents – II. Piezoelectric and square symmetry // *Mechanics of Materials*. — 2001. — Vol. 33, no. 4. — P. 237–248.

10. Electromechanical properties of continuous fibre-reinforced piezoelectric composites / J. B. Castillero, R.G. Diaz, Hernandez J.A.O., Ramos R.R. // *Mechanics of Composite Materials*. — 1997. — Vol. 33, no. 5. — P. 475–482.
11. Homogenization of Piezoelectric Composites with Internal Structure and Inhomogeneous Polarization in ACELAN-COMPOS Finite Element Package / T. E. Gerasimenko, N. V. Kurbatova, D. K. Nadolin et al. // *Wave Dynamics, Mechanics and Physics of Microstructured Metamaterials: Theoretical and Experimental Methods* / Ed. by Mezhlum A. Sumbatyan. — Springer International Publishing, 2019. — Pp. 113–131.
12. Finite element approach for composite magneto-piezoelectric materials modelling in ACELAN-COMPOS Package / N. V. Kurbatova, D. K. Nadolin, A. V. Nasedkin et al. // *Advanced Structured Materials*. — 2017. — P. 69–88.
13. Multilevel Modeling of 1-3 Piezoelectric Energy Harvester Based on Porous Piezoceramics / T. B. Do, A. N. Nasedkin, P. A. Oganessian, A. N. Soloviev // *Journal of Applied and Computational Mechanics*. — 2023. — Vol. 9, no. 3. — Pp. 763–774.
14. A variational approach of homogenization of piezoelectric composites towards piezoelectric and flexoelectric effective media / N. Mawasssy, H. Reda, J.-F. Ganghoffer et al. // *International Journal of Engineering Science*. — 2021. — Vol. 158. — P. 103410.
15. Nasedkin A. V., Oganessian P. A., Soloviev A. N. Analysis of Rosen type energy harvesting devices from porous piezoceramics with great longitudinal piezomodulus // *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics: Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Mechanik*. — 2020. — Vol. 101, no. 3.
16. Bendsoe M. P., Sigmund O. Topology Optimization Theory, Methods and Applications / Ed. by B. M. Бочарова. — 2003. — P. 370.
17. Sigmund O., Maute K.
18. Bendsoe M. P. Optimal Shape Design as a Material Distribution Problem // *Structural Optimization*.
19. Xie Y. M., Steven G. P. A simple evolutionary procedure for structural optimization // *Computers and Structures*. — 1993. — Vol. 49, no. 5. — P. 885–896.

20. Xie Y. M., Steven G. P. Evolutionary Structural Optimization. — M.: Springer-Verlag, 1997.
21. Querin O. M., Steven G. P., Xie Y. M. Evolutionary structural optimisation using an additive algorithm // *Finite Elements in Analysis and Design*. — 2000. — Vol. 34, no. 3. — P. 291–308.
22. Querin O. M., Steven G. P., Xie Y. M. Evolutionary structural optimisation (ESO) using a bidirectional algorithm // *Engineering Computations*. — 1998. — Vol. 15, no. 8. — P. 1031–1048.
23. Topology optimization for frequencies using an evolutionary method / X. Y. Yang, Y. M. Xie, G. P. Steven, O. M. Querin // *Journal of Structural Engineering*. — 1999. — Vol. 125, no. 12. — P. 1432–1438.
24. Шевцов С. Н., Оганесян П. А. Оптимизация топологии конструкций в пакете ABAQUS // *Известия Самарского научного центра РАН*. — 2016. — Vol. 6, no. 2. — Pp. 543–549.
25. Ghabraie K. An improved soft-kill BESO algorithm for optimal distribution of single or multiple material phases // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. — 2015. — Vol. 52, no. 4. — P. 773–790.
26. On the use of artificial neural networks in topology optimisation / R.V. Woldseth, N. Aage, J.A. Bærentzen, O. Sigmund // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. — 2022. — Vol. 65, no. 294.
- 27.
28. Фамилия И. О., Фамилия2 И. О., Фамилия3 И. О. Название статьи // *Журнал*. — 2013. — Т. 1, № 5. — С. 100–120.
29. Фамилия И. О. название тезисов конференции // Название сборника. — 2015.
30. Eston Peter. The title of the work // Book title. — 3 edition. — The address of the publisher: The name of the publisher, 1993. — 7. — Vol. 4 of 5. — Pp. 201–213. — An optional note.

31. *Gainsford Peter*. — The title of the work. — The organization, The address of the publisher, 3 edition, 1993. — 7. — An optional note.
32. *Harwood Peter*. — The title of the work. — Master's thesis, The school where the thesis was written, The address of the publisher, 1993. — 7. — An optional note.
33. *Isley Peter*. The title of the work. — How it was published. — 1993. — 7. — An optional note.
34. *Joslin Peter*. The title of the work: Ph.D. thesis / The school where the thesis was written. — The address of the publisher, 1993. — 7. — An optional note.
35. The title of the work / Ed. by Peter Kidwelly; The organization. — Vol. 4 of 5, The address of the publisher, 1993. — 7. The name of the publisher. — An optional note.
36. *Marcheford Peter*. The title of the work. — An optional note.
37. *Медведев А. М.* Электронные компоненты и монтажные подложки. — 2006. — URL: [http://www.kit-e.ru/articles/elcomp/2006\\_12\\_124.php](http://www.kit-e.ru/articles/elcomp/2006_12_124.php) (дата обращения: 19.01.2015).
38. *Deiters U. K.* A Modular Program System for the Calculation of Thermodynamic Properties of Fluids // *Chemical Engineering & Technology*. — 2000. — Vol. 23, no. 7. — Pp. 581–584.
39. Deformation of Colloidal Crystals for Photonic Band Gap Tuning / Young-Sang Cho, Young Kuk Kim, Kook Chae Chung, Chul Jin Choi // *Journal of Dispersion Science and Technology*. — Vol. 32.
40. Wafer bonding for microsystems technologies / U. Gösele, Q.-Y. Tong, A. Schumacher и др. // *Sensors and Actuators A: Physical*. — 1999. — Т. 74, № 1–3. — С. 161 – 168.
41. *Li Li, Guo Yifan, Zheng Dawei*. Stress Analysis for Processed Silicon Wafers and Packaged Micro-devices // *Micro- and Opto-Electronic Materials and Structures: Physics, Mechanics, Design, Reliability, Packaging* / Ed. by E. Suhir, Y. C. Lee, C. P. Wong. — Springer US, 2007. — Pp. B677–B709.



42. *Shoji Shuichi, Kikuchi Hiroto, Torigoe Hirotaka*. Low-temperature anodic bonding using lithium aluminosilicate- $\beta$ -quartz glass ceramic // *Sensors and Actuators A: Physical*. — 1998. — Vol. 64, no. 1. — Pp. 95 – 100. — Tenth IEEE International Workshop on Micro Electro Mechanical Systems.
43. Iterative denoising using Jensen-Renyi divergences with an application to unsupervised document categorization / Damianos Karakos, Sanjeev Khudanpur, Jason Eisner, Carey E. Priebe // *Proceedings of ICASSP*. — 2007. — URL: <http://cs.jhu.edu/~jason/papers/#icassp07>.
44. Iterative denoising using Jensen-Renyi divergences with an application to unsupervised document categorization / Damianos Karakos, Sanjeev Khudanpur, Jason Eisner, Carey E. Priebe // *Proceedings of ICASSP*. — 2007. — URL: <http://cs.jhu.edu/~jason/papers/#icassp07>.
45. *Pomerantz D. I.* Anodic bonding : patent no. 3397278 US. — 1968.
46. *Иофус Н. А.* Способ пайки керамики с керамикой и стекла с металлом : а.с. 126728 СССР. — 1960. — Бюл. № 5. 1 с.
47. *Фамилия И. О.* название тезисов конференции // Название сборника. — 2015.
48. Диафрагмированные волноводы / О. А. Вальднер, Н. П. Собенин, Б. В. Зверев, И. С. Щедрин. — 3 изд. — Энергоатомиздат, 1991.
49. *Ivanov Ya.Yu.* Stabilization of the initials in the bibliography entries // *Proc. of IPAC'10*. — JACoW Publishing, 2010. — 5. — Pp. 1234 – 4321.

## Список литературы

1. Yu Z., Dong S., Fang D. Theoretical analysis on shear-bending deflection of a ring-shape piezoelectric plate // *AIP Advances*. — 2016. — Vol. 6, no. 2. — P. 025124.
2. A multilayered-cylindrical piezoelectric shear actuator operating in shear (d15) mode / X. Gao, X. Xin, Chu Z. Wu, J., S. Dong // *Applied Physics Letters*. — 2018. — Vol. 112, no. 15. — P. 152902.
3. Low-Temperature Co-Fired Unipoled Multilayer Piezoelectric Transformers / X. Gao, Y. Yan, A. V. Carazo et al. // *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*. — 2018. — Vol. 65, no. 3. — P. 513–519.
4. Designing electromechanical metamaterial with full nonzero piezoelectric coefficients / J. Yang, Z. Li, X. Xin et al. // *Science Advances*. — 2019. — Vol. 5, no. 11. — P. eaax1782.
5. Vibration energy harvesting: A review. / A. Mohanty, S. Parida, R. K. Behera, T. Roy // *Journal of Advanced Dielectrics*. — Vol. 9, no. 4. — P. 1930001.
6. Elahi H., Eugeni M., Gaudenzi P. A Review on Mechanisms for Piezoelectric-Based Energy Harvesters // *Energies*. — 2018. — Vol. 11, no. 7. — P. 1850.
7. A brief introduction to low-power electrical energy harvesting mechanisms and configurations / Almanza K. M., Hernandez G. L., Jarquin J. P. R., Xu X. // *PÄDI Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*. — 2023.
8. Xue B., Emmanuel B., Bowen C. Modelling of a shear-type piezoelectric actuator for AFM-based vibration-assisted nanomachining // *International Journal of Mechanical Sciences*. — 2022. — Vol. 243. — P. 108048.
9. Castillero J. B., Guinovart-Diaz R., Rodriguez-Ramos R. Closed-form expressions for the effective coefficients of a fiber-reinforced composite with transversely isotropic constituents – II. Piezoelectric and square symmetry // *Mechanics of Materials*. — 2001. — Vol. 33, no. 4. — P. 237–248.

10. Electromechanical properties of continuous fibre-reinforced piezoelectric composites / J. B. Castillero, R.G. Diaz, Hernandez J.A.O., Ramos R.R. // *Mechanics of Composite Materials*. — 1997. — Vol. 33, no. 5. — P. 475–482.
11. Homogenization of Piezoelectric Composites with Internal Structure and Inhomogeneous Polarization in ACELAN-COMPOS Finite Element Package / T. E. Gerasimenko, N. V. Kurbatova, D. K. Nadolin et al. // *Wave Dynamics, Mechanics and Physics of Microstructured Metamaterials: Theoretical and Experimental Methods* / Ed. by Mezhlum A. Sumbatyan. — Springer International Publishing, 2019. — Pp. 113–131.
12. Finite element approach for composite magneto-piezoelectric materials modelling in ACELAN-COMPOS Package / N. V. Kurbatova, D. K. Nadolin, A. V. Nasedkin et al. // *Advanced Structured Materials*. — 2017. — P. 69–88.
13. Multilevel Modeling of 1-3 Piezoelectric Energy Harvester Based on Porous Piezoceramics / T. B. Do, A. N. Nasedkin, P. A. Oganessian, A. N. Soloviev // *Journal of Applied and Computational Mechanics*. — 2023. — Vol. 9, no. 3. — Pp. 763–774.
14. A variational approach of homogenization of piezoelectric composites towards piezoelectric and flexoelectric effective media / N. Mawasssy, H. Reda, J.-F. Ganghoffer et al. // *International Journal of Engineering Science*. — 2021. — Vol. 158. — P. 103410.
15. Nasedkin A. V., Oganessian P. A., Soloviev A. N. Analysis of Rosen type energy harvesting devices from porous piezoceramics with great longitudinal piezomodulus // *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics: Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Mechanik*. — 2020. — Vol. 101, no. 3.
16. Bendsoe M. P., Sigmund O. Topology Optimization Theory, Methods and Applications / Ed. by B. M. Бочарова. — 2003. — P. 370.
17. Sigmund O., Maute K.
18. Bendsoe M. P. Optimal Shape Design as a Material Distribution Problem // *Structural Optimization*.
19. Xie Y. M., Steven G. P. A simple evolutionary procedure for structural optimization // *Computers and Structures*. — 1993. — Vol. 49, no. 5. — P. 885–896.

20. Xie Y. M., Steven G. P. Evolutionary Structural Optimization. — M.: Springer-Verlag, 1997.
21. Querin O. M., Steven G. P., Xie Y. M. Evolutionary structural optimisation using an additive algorithm // *Finite Elements in Analysis and Design*. — 2000. — Vol. 34, no. 3. — P. 291–308.
22. Querin O. M., Steven G. P., Xie Y. M. Evolutionary structural optimisation (ESO) using a bidirectional algorithm // *Engineering Computations*. — 1998. — Vol. 15, no. 8. — P. 1031–1048.
23. Topology optimization for frequencies using an evolutionary method / X. Y. Yang, Y. M. Xie, G. P. Steven, O. M. Querin // *Journal of Structural Engineering*. — 1999. — Vol. 125, no. 12. — P. 1432–1438.
24. Шевцов С. Н., Оганесян П. А. Оптимизация топологии конструкций в пакете ABAQUS // *Известия Самарского научного центра РАН*. — 2016. — Vol. 6, no. 2. — Pp. 543–549.
25. Ghabraie K. An improved soft-kill BESO algorithm for optimal distribution of single or multiple material phases // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. — 2015. — Vol. 52, no. 4. — P. 773–790.
26. On the use of artificial neural networks in topology optimisation / R.V. Woldseth, N. Aage, J.A. Bærentzen, O. Sigmund // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. — 2022. — Vol. 65, no. 294.
- 27.
28. Фамилия И. О., Фамилия2 И. О., Фамилия3 И. О. Название статьи // *Журнал*. — 2013. — Т. 1, № 5. — С. 100–120.
29. Фамилия И. О. название тезисов конференции // Название сборника. — 2015.
30. Eston Peter. The title of the work // Book title. — 3 edition. — The address of the publisher: The name of the publisher, 1993. — 7. — Vol. 4 of 5. — Pp. 201–213. — An optional note.

31. *Gainsford Peter*. — The title of the work. — The organization, The address of the publisher, 3 edition, 1993. — 7. — An optional note.
32. *Harwood Peter*. — The title of the work. — Master's thesis, The school where the thesis was written, The address of the publisher, 1993. — 7. — An optional note.
33. *Isley Peter*. The title of the work. — How it was published. — 1993. — 7. — An optional note.
34. *Joslin Peter*. The title of the work: Ph.D. thesis / The school where the thesis was written. — The address of the publisher, 1993. — 7. — An optional note.
35. The title of the work / Ed. by Peter Kidwelly; The organization. — Vol. 4 of 5, The address of the publisher, 1993. — 7. The name of the publisher. — An optional note.
36. *Marcheford Peter*. The title of the work. — An optional note.
37. *Медведев А. М.* Электронные компоненты и монтажные подложки. — 2006. — URL: [http://www.kit-e.ru/articles/elcomp/2006\\_12\\_124.php](http://www.kit-e.ru/articles/elcomp/2006_12_124.php) (дата обращения: 19.01.2015).
38. *Deiters U. K.* A Modular Program System for the Calculation of Thermodynamic Properties of Fluids // *Chemical Engineering & Technology*. — 2000. — Vol. 23, no. 7. — Pp. 581–584.
39. Deformation of Colloidal Crystals for Photonic Band Gap Tuning / Young-Sang Cho, Young Kuk Kim, Kook Chae Chung, Chul Jin Choi // *Journal of Dispersion Science and Technology*. — Vol. 32.
40. Wafer bonding for microsystems technologies / U. Gösele, Q.-Y. Tong, A. Schumacher и др. // *Sensors and Actuators A: Physical*. — 1999. — Т. 74, № 1–3. — С. 161 – 168.
41. *Li Li, Guo Yifan, Zheng Dawei*. Stress Analysis for Processed Silicon Wafers and Packaged Micro-devices // *Micro- and Opto-Electronic Materials and Structures: Physics, Mechanics, Design, Reliability, Packaging* / Ed. by E. Suhir, Y. C. Lee, C. P. Wong. — Springer US, 2007. — Pp. B677–B709.

42. *Shoji Shuichi, Kikuchi Hiroto, Torigoe Hirotaka*. Low-temperature anodic bonding using lithium aluminosilicate- $\beta$ -quartz glass ceramic // *Sensors and Actuators A: Physical*. — 1998. — Vol. 64, no. 1. — Pp. 95 – 100. — Tenth IEEE International Workshop on Micro Electro Mechanical Systems.
43. Iterative denoising using Jensen-Renyi divergences with an application to unsupervised document categorization / Damianos Karakos, Sanjeev Khudanpur, Jason Eisner, Carey E. Priebe // *Proceedings of ICASSP*. — 2007. — URL: <http://cs.jhu.edu/~jason/papers/#icassp07>.
44. Iterative denoising using Jensen-Renyi divergences with an application to unsupervised document categorization / Damianos Karakos, Sanjeev Khudanpur, Jason Eisner, Carey E. Priebe // *Proceedings of ICASSP*. — 2007. — URL: <http://cs.jhu.edu/~jason/papers/#icassp07>.
45. *Pomerantz D. I.* Anodic bonding : patent no. 3397278 US. — 1968.
46. *Иофус Н. А.* Способ пайки керамики с керамикой и стекла с металлом : а.с. 126728 СССР. — 1960. — Бюл. № 5. 1 с.
47. *Фамилия И. О.* название тезисов конференции // Название сборника. — 2015.
48. Диафрагмированные волноводы / О. А. Вальднер, Н. П. Собенин, Б. В. Зверев, И. С. Щедрин. — 3 изд. — Энергоатомиздат, 1991.
49. *Ivanov Ya.Yu.* Stabilization of the initials in the bibliography entries // *Proc. of IPAC'10*. — JACoW Publishing, 2010. — 5. — Pp. 1234 – 4321.

## Список рисунков

1.1	Пример серой и черно-белой конструкций . . . . .	15
1.2	Пример топологии «шахматного поля» . . . . .	16
2.1	Очень длинная подпись к изображению, на котором представлены две фотографии Дональда Кнута . . . . .	52
2.2	Этот текст попадает в названия рисунков в списке рисунков . . . . .	53

## Список таблиц

1	Material properties . . . . .	12
2	Основные величины СИ . . . . .	46
3	Производные единицы СИ . . . . .	47
4	Внесистемные единицы . . . . .	47
5	Внесистемные единицы, получаемые из эксперимента . . . . .	48
6	Другие внесистемные единицы . . . . .	48
7	Приставки СИ . . . . .	49
8	Material properties . . . . .	52
9	Тестовые функции для оптимизации, $D$ — размерность. Для всех функций значение в точке глобального минимума равно нулю. . . . .	88
10	Длинная таблица с примером чересстрочного форматирования . . . . .	91
11	Стандартные префиксы ссылок . . . . .	94



## Приложение А

### Примеры вставки листингов программного кода

Для крупных листингов есть два способа. Первый красивый, но в нём могут быть проблемы с поддержкой кириллицы (у вас может встречаться в комментариях и печатаемых сообщениях), он представлен на листинге [A.1](#). Второй

Листинг A.1 Программа „Hello, world“ на C++

```

5 | #include <iostream>
   | using namespace std;
   |
   | int main() //кириллица в комментариях при xelatex и lualatex и
   | мееет проблемы с пробелами
   | {
   |     cout << "Hello, world" << endl; //latin letters in
   |     commentaries
   |     system("pause");
   |     return 0;
10| }

```

не такой красивый, но без ограничений (см. листинг [A.2](#)).

Листинг A.2 Программа „Hello, world“ без подсветки

```

#include <iostream>
using namespace std;

int main() //кириллица в комментариях
{
    cout << "Привет, мир" << endl;
}

```

Можно использовать первый для вставки небольших фрагментов внутри текста, а второй для вставки полного кода в приложении, если таковое имеется.

Если нужно вставить совсем короткий пример кода (одна или две строки), то выделение линейками и нумерация может смотреться чересчур громоздко.

В таких случаях можно использовать окружения `lstlisting` или `Verb` без `ListingEnv`. Приведём такой пример с указанием языка программирования, отличного от заданного по умолчанию:

```
|fibs = 0 : 1 : zipWith (+) fibs (tail fibs)
```

Такое решение — со вставкой нумерованных листингов покрупнее и вставок без выделения для маленьких фрагментов — выбрано, например, в книге Эндрю Таненбаума и Тодда Остина по архитектуре компьютера.

Наконец, для оформления идентификаторов внутри строк (функция `main` и тому подобное) используется `lstinline` или, самое простое, моноширинный текст (`\texttt`).

Пример A.3, иллюстрирующий подключение переопределённого языка. Может быть полезным, если подсветка кода работает криво. Без дополнительного окружения, с подписью и ссылкой, реализованной встроенным средством.

Листинг A.3 Пример листинга с подписью собственными средствами

```
## Caching the Inverse of a Matrix

## Matrix inversion is usually a costly computation and there
## may be some
## benefit to caching the inverse of a matrix rather than
## compute it repeatedly
5 ## This is a pair of functions that cache the inverse of a
## matrix.

## makeCacheMatrix creates a special "matrix" object that can
## cache its inverse

makeCacheMatrix <- function(x = matrix()) {#кириллица в коммента
10   rиях npx xelatex u luaLatex имеет проблемы с пробелами
    i <- NULL
    set <- function(y) {
        x <<- y
        i <<- NULL
    }
15   get <- function() x
    setSolved <- function(solve) i <<- solve
    getSolved <- function() i
    list(set = set, get = get,
        setSolved = setSolved,
20   getSolved = getSolved)
```

```

}

25 ## cacheSolve computes the inverse of the special "matrix"
   returned by
   ## makeCacheMatrix above. If the inverse has already been
   calculated (and the
   ## matrix has not changed), then the cachesolve should retrieve
   the inverse from
   ## the cache.

30 cacheSolve <- function(x, ...) {
   ## Return a matrix that is the inverse of 'x'
   i <- x$getSolved()
   if(!is.null(i)) {
       message("getting cached data")
35       return(i)
   }
   data <- x$get()
   i <- solve(data, ...)
   x$setSolved(i)
40   i
}

```

Листинг A.4 подгружается из внешнего файла. Приходится загружать без окружения дополнительного. Иначе по страницам не переносится.

#### Листинг A.4 Листинг из внешнего файла

```

# Analysis of data on Course Project at Getting and Cleaning
  data course of Data Science track at Coursera.

# Part 1. Merges the training and the test sets to create one
  data set.
# 3. Uses descriptive activity names to name the activities in
  the data set
5 # 4. Appropriately labels the data set with descriptive variable
   names.

if (!file.exists("UCI HAR Dataset")) {
  stop("You need 'UCI HAR Dataset' folder full of data")
}
10

```

```

library(plyr) # for mapvalues

15 #getting common data
features <- read.csv("UCI HAR Dataset/features.txt", sep=" ",
  header = FALSE,
                        colClasses = c("numeric", "character"))
activity_labels <- read.csv("UCI HAR Dataset/activity_labels.txt",
  sep="",
                        header = FALSE, colClasses = c("
numeric", "character"))

20 #getting train set data
subject_train <- read.csv("UCI HAR Dataset/train/subject_train.
  txt",
                        header = FALSE, colClasses = "numeric",
                        col.names="Subject")
y_train <- read.csv("UCI HAR Dataset/train/y_train.txt", header
  = FALSE,
25                        colClasses = "numeric")
x_train <- read.csv("UCI HAR Dataset/train/X_train.txt", sep="",
  header = FALSE,
                        colClasses = "numeric", col.names=features$V2
, check.names = FALSE)

activity_train <- as.data.frame(mapvalues(y_train$V1, from =
  activity_labels$V1,
30                        to = activity_labels$
V2))
names(activity_train) <- "Activity"

35 #getting test set data
subject_test <- read.csv("UCI HAR Dataset/test/subject_test.txt"
  ,
                        header = FALSE, colClasses = "numeric",
                        col.names="Subject")
y_test <- read.csv("UCI HAR Dataset/test/y_test.txt", header =
  FALSE,
40                        colClasses = "numeric")
x_test <- read.csv("UCI HAR Dataset/test/X_test.txt", sep="",
  header = FALSE,

```

```

        colClasses = "numeric", col.names=features$V2,
        check.names = FALSE)

activity_test <- as.data.frame(mapvalues(y_test$V1, from =
        activity_labels$V1,
                                                to = activity_labels$V2
        ))
45 names(activity_test) <- "Activity"

# Forming full dataframe
data_train <- cbind(x_train, subject_train, activity_train)
50 data_test <- cbind(x_test, subject_test, activity_test)
data <- rbind(data_train, data_test)

# Cleaning memory
rm(features, activity_labels, subject_train, y_train, x_train,
        activity_train,
55 subject_test, y_test, x_test, activity_test, data_train, data
        _test)

# Part 2. Extracts only the measurements on the mean and
        standard deviation for each measurement.

60 cols2match <- grep("(mean|std)", names(data))

# Excluded gravityMean, tBodyAccMean, tBodyAccJerkMean,
        tBodyGyroMean,
        tBodyGyroJerkMean, as these represent derivations of angle
        data, as
        opposed to the original feature vector.
65

# Subsetting data frame, also moving last columns to be first
Subsetted_data_frame <- data[, c(562, 563, cols2match)]

# Part 5. From the data set in step 4, creates a second,
        independent tidy data set
70 # with the average of each variable for each activity and each
        subject.

library(dplyr) # for %>% and summarise_each

```

```
75 tidydata <- Subsetted_data_frame %>% group_by(Subject, Activity)
    %>%
        summarise_each(funs(mean))

write.table(tidydata, "tidydata.txt", row.names=FALSE)
```

## Приложение Б

Очень длинное название второго приложения, в котором продемонстрирована работа с длинными таблицами

### Б.1 Подраздел приложения

Вот размещается длинная таблица:

### Б.2 Ещё один подраздел приложения

Нужно больше подразделов приложения! Конвынёры витюпырата но нам, тебиквюэ мэнтётюм позтюлант ед про. Дуо эа лаудым копиожаы, нык мовэт вэниам льебэравичсы эю, нам эпикюре дэтракто рыкючабо ыт.

Пример длинной таблицы с записью продолжения по ГОСТ 2.105:

### Б.3 Использование длинных таблиц с окружением *longtblr* из пакета *tabularray*

В таблице 9 более книжный вариант длинной таблицы, используя окружение `longtblr` из пакета `tabularray` и разнообразные разделители (`toprule`, `midrule`, `bottomrule`) из пакета `booktabs`.

Чтобы визуально таблица смотрелась лучше, можно использовать следующие параметры. Таблица задаётся на всю ширину, `longtblr` позволяет делить ширину колонок пропорционально — тут три колонки в пропорции 1.1:1.1:4 — для каждой колонки первый параметр в описании `X[]`. Кроме того, в таблице убраны отступы слева и справа с помощью `@{}` в преамбуле таблицы. К первому и второму столбцу применяется модификатор

```
>{\setlength{\baselineskip}{0.7\baselineskip}},
```

который уменьшает межстрочный интервал для текста таблиц (иначе заголовок второго столбца значительно шире, а двухстрочное имя сливается с окружающими). Для первой и второй колонки текст в ячейках выравнивается по центру как по вертикали, так и по горизонтали — задаётся буквами `m` и `c` в описании столбца `X[]`.

Так как формулы большие — используется окружение `alignedat`, чтобы отступ был одинаковый у всех формул — он сделан для всех, хотя для большей части можно было и не использовать. Чтобы формулы занимали поменьше места в каждом столбце формулы (где надо) используется `\textstyle` — он делает дроби меньше, у знаков суммы и произведения — индексы сбоку. Иногда формула слишком большая, сливается со следующей, поэтому после неё ставится небольшой дополнительный отступ `\vspace*{2ex}`. Для штрафных функций — размер фигурных скобок задан вручную `\Big\{`, т. к. не умеет `alignedat` работать с `\left` и `\right` через несколько строк/колонок.

В примечании к таблице наоборот, окружение `cases` даёт слишком большие промежутки между вариантами, чтобы их уменьшить, в конце каждой строчки окружения использовался отрицательный дополнительный отступ `\[-0.5em]`.

Таблица 9 — Тестовые функции для оптимизации,  $D$  — размерность. Для всех функций значение в точке глобального минимума равно нулю.

Имя	Стартовый диапазон параметров	Функция
сфера	$[-100, 100]^D$	$f_1(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2$
Schwefel 2.22	$[-10, 10]^D$	$f_2(x) = \sum_{i=1}^D  x_i  + \prod_{i=1}^D  x_i $
Schwefel 1.2	$[-100, 100]^D$	$f_3(x) = \sum_{i=1}^D \left( \sum_{j=1}^i x_j \right)^2$
Schwefel 2.21	$[-100, 100]^D$	$f_4(x) = \max_i \{ x_i \}$
Rosenbrock	$[-30, 30]^D$	$f_5(x) = \sum_{i=1}^{D-1} \left[ 100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2 \right]$
ступенчатая	$[-100, 100]^D$	$f_6(x) = \sum_{i=1}^D \lfloor x_i + 0.5 \rfloor^2$

продолжение следует



(продолжение)

Имя	Стартовый диапазон параметров	Функция
зашумлённая квартиче- ская	$[-1.28, 1.28]^D$	$f_7(x) = \sum_{i=1}^D ix_i^4 + rand[0,1)$
Schwefel 2.26	$[-500, 500]^D$	$f_8(x) = \sum_{i=1}^D -x_i \sin \sqrt{ x_i } +$ $+ D \cdot 418.98288727243369$
Rastrigin	$[-5.12, 5.12]^D$	$f_9(x) = \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$
Ackley	$[-32, 32]^D$	$f_{10}(x) = -20 \exp\left(-0.2\sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) -$ $-\exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$
Griewank	$[-600, 600]^D$	$f_{11}(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^D x_i^2 - \prod_{i=1}^D \cos(x_i/\sqrt{i}) + 1$
штрафная 1	$[-50, 50]^D$	$f_{12}(x) = \frac{\pi}{D} \left\{ 10 \sin^2(\pi y_1) + \right.$ $\left. + \sum_{i=1}^{D-1} (y_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi y_{i+1})] + \right.$ $\left. + (y_D - 1)^2 \right\} + \sum_{i=1}^D u(x_i, 10, 100, 4)$
штрафная 2	$[-50, 50]^D$	$f_{13}(x) = 0.1 \left\{ \sin^2(3\pi x_1) + \right.$ $\left. + \sum_{i=1}^{D-1} (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_{i+1})] + \right.$ $\left. + (x_D - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi x_D)] \right\} +$ $+ \sum_{i=1}^D u(x_i, 5, 100, 4)$
сфера	$[-100, 100]^D$	$f_1(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2$
Schwefel 2.22	$[-10, 10]^D$	$f_2(x) = \sum_{i=1}^D  x_i  + \prod_{i=1}^D  x_i $
Schwefel 1.2	$[-100, 100]^D$	$f_3(x) = \sum_{i=1}^D \left( \sum_{j=1}^i x_j \right)^2$
Schwefel 2.21	$[-100, 100]^D$	$f_4(x) = \max_i \{ x_i \}$

продолжение следует

(продолжение)

Имя	Стартовый диапазон параметров	Функция
Rosenbrock	$[-30, 30]^D$	$f_5(x) = \sum_{i=1}^{D-1} \left[ 100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2 \right]$
ступенчатая	$[-100, 100]^D$	$f_6(x) = \sum_{i=1}^D \lfloor x_i + 0.5 \rfloor^2$
зашумлённая квартиче- ская	$[-1.28, 1.28]^D$	$f_7(x) = \sum_{i=1}^D ix_i^4 + rand[0,1)$
Schwefel 2.26	$[-500, 500]^D$	$f_8(x) = \sum_{i=1}^D -x_i \sin \sqrt{ x_i } +$ $+ D \cdot 418.98288727243369$
Rastrigin	$[-5.12, 5.12]^D$	$f_9(x) = \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$
Ackley	$[-32, 32]^D$	$f_{10}(x) = -20 \exp\left(-0.2\sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) -$ $-\exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$
Griewank	$[-600, 600]^D$	$f_{11}(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^D x_i^2 - \prod_{i=1}^D \cos(x_i/\sqrt{i}) + 1$
штрафная 1	$[-50, 50]^D$	$f_{12}(x) = \frac{\pi}{D} \left\{ 10 \sin^2(\pi y_1) + \right.$ $\left. + \sum_{i=1}^{D-1} (y_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi y_{i+1})] + \right.$ $\left. + (y_D - 1)^2 \right\} + \sum_{i=1}^D u(x_i, 10, 100, 4)$
штрафная 2	$[-50, 50]^D$	$f_{13}(x) = 0.1 \left\{ \sin^2(3\pi x_1) + \right.$ $\left. + \sum_{i=1}^{D-1} (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_{i+1})] + \right.$ $\left. + (x_D - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi x_D)] \right\} +$ $+ \sum_{i=1}^D u(x_i, 5, 100, 4)$

продолжение следует

(окончание)

Имя	Стартовый диапазон параметров	Функция
Примечание — Для функций $f_{12}$ и $f_{13}$ используется $y_i = 1 + \frac{1}{4}(x_i + 1)$		
и $u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m, & x_i > a \\ 0, & -a \leq x_i \leq a \\ k(-x_i - a)^m, & x_i < -a \end{cases}$		

#### Б.4 Форматирование внутри таблиц

В таблице 10 пример с чересстрочным форматированием. Это реализовано средствами, доступными в таблицах пакета `tabularray`.

В таблице 10 каждая чётная строка (заголовок таблицы тоже считается за строку) — синяя, нечётная — с наклоном и слегка поднята вверх. Визуально это приводит к тому, что среднее значение и среднеквадратичное изменение группируются и хорошо выделяются взглядом в таблице. Сохраняется возможность отдельные значения в таблице выделить цветом или шрифтом. К первому и второму столбцу форматирование не применяется по сути таблицы, к шестому общее форматирование не применяется для наглядности.

Таблица 10 — Длинная таблица с примером чересстрочного форматирования

	Итера- ции	JADE++	JADE	jDE	SaDE	DE/rand /1/bin	PSO
f1	1500	<b>1.8E-60</b> (8.4E-60)	<b>1.3E-54</b> (9.2E-54)	<b>2.5E-28</b> (3.5E-28)	4.5E-20 (6.9E-20)	<b>9.8E-14</b> (8.4E-14)	<b>9.6E-42</b> (2.7E-41)
f2	2000	<b>1.8E-25</b> (8.8E-25)	<b>3.9E-22</b> (2.7E-21)	<b>1.5E-23</b> (1.0E-23)	1.9E-14 (1.1E-14)	<b>1.6E-09</b> (1.1E-09)	<b>9.3E-21</b> (6.3E-20)
f3	5000	<b>5.7E-61</b> (2.7E-60)	<b>6.0E-87</b> (1.9E-86)	<b>5.2E-14</b> (1.1E-13)	<b>9.0E-37</b> (5.4E-36)	<b>6.6E-11</b> (8.8E-11)	<b>2.5E-19</b> (3.9E-19)
f4	5000	<b>8.2E-24</b> (4.0E-23)	<b>4.3E-66</b> (1.2E-65)	<b>1.4E-15</b> (1.0E-15)	7.4E-11 (1.8E-10)	<b>4.2E-01</b> (1.1E+00)	<b>4.4E-14</b> (9.3E-14)

продолжение следует

(продолжение)

	Итера- ции	JADE++	JADE	jDE	SaDE	DE/rand /1/bin	PSO
f5	3000	8.0E-02 (5.6E-01)	3.2E-01 (1.1E+00)	1.3E+01 (1.4E+01)	2.1E+01 (7.8E+00)	2.1E+00 (1.5E+00)	2.5E+01 (3.2E+01)
f6	100	2.9E+00 (1.2E+00)	5.6E+00 (1.6E+00)	1.0E+03 (2.2E+02)	9.3E+02 (1.8E+02)	4.7E+03 (1.1E+03)	4.5E+01 (2.4E+01)
f7	3000	6.4E-04 (2.5E-04)	6.8E-04 (2.5E-04)	3.3E-03 (8.5E-04)	4.8E-03 (1.2E-03)	4.7E-03 (1.2E-03)	2.5E-03 (1.4E-03)
f8	1000	3.3E-05 (2.3E-05)	7.1E+00 (2.8E+01)	7.9E-11 (1.3E-10)	4.7E+00 (3.3E+01)	5.9E+03 (1.1E+03)	2.4E+03 (6.7E+02)
f9	1000	1.0E-04 (6.0E-05)	1.4E-04 (6.5E-05)	1.5E-04 (2.0E-04)	1.2E-03 (6.5E-04)	1.8E+02 (1.3E+01)	5.2E+01 (1.6E+01)
f10	500	8.2E-10 (6.9E-10)	3.0E-09 (2.2E-09)	3.5E-04 (1.0E-04)	2.7E-03 (5.1E-04)	1.1E-01 (3.9E-02)	4.6E-01 (6.6E-01)
f11	500	9.9E-08 (6.0E-07)	2.0E-04 (1.4E-03)	1.9E-05 (5.8E-05)	7.8E-04 (1.2E-03)	2.0E-01 (1.1E-01)	1.3E-02 (1.7E-02)
f12	500	4.6E-17 (1.9E-16)	3.8E-16 (8.3E-16)	1.6E-07 (1.5E-07)	1.9E-05 (9.2E-06)	1.2E-02 (1.0E-02)	1.9E-01 (3.9E-01)
f13	500	2.0E-16 (6.5E-16)	1.2E-15 (2.8E-15)	1.5E-06 (9.8E-07)	6.1E-05 (2.0E-05)	7.5E-02 (3.8E-02)	2.9E-03 (4.8E-03)
f1	1500	1.8E-60 (8.4E-60)	1.3E-54 (9.2E-54)	2.5E-28 (3.5E-28)	4.5E-20 (6.9E-20)	9.8E-14 (8.4E-14)	9.6E-42 (2.7E-41)
f2	2000	1.8E-25 (8.8E-25)	3.9E-22 (2.7E-21)	1.5E-23 (1.0E-23)	1.9E-14 (1.1E-14)	1.6E-09 (1.1E-09)	9.3E-21 (6.3E-20)
f3	5000	5.7E-61 (2.7E-60)	6.0E-87 (1.9E-86)	5.2E-14 (1.1E-13)	9.0E-37 (5.4E-36)	6.6E-11 (8.8E-11)	2.5E-19 (3.9E-19)
f4	5000	8.2E-24 (4.0E-23)	4.3E-66 (1.2E-65)	1.4E-15 (1.0E-15)	7.4E-11 (1.8E-10)	4.2E-01 (1.1E+00)	4.4E-14 (9.3E-14)
f5	3000	8.0E-02 (5.6E-01)	3.2E-01 (1.1E+00)	1.3E+01 (1.4E+01)	2.1E+01 (7.8E+00)	2.1E+00 (1.5E+00)	2.5E+01 (3.2E+01)
f6	100	2.9E+00 (1.2E+00)	5.6E+00 (1.6E+00)	1.0E+03 (2.2E+02)	9.3E+02 (1.8E+02)	4.7E+03 (1.1E+03)	4.5E+01 (2.4E+01)

продолжение следует

(окончание)

	Итера- ции	JADE++	JADE	jDE	SaDE	DE/rand /1/bin	PSO
f7	3000	6.4E-04 (2.5E-04)	6.8E-04 (2.5E-04)	3.3E-03 (8.5E-04)	4.8E-03 (1.2E-03)	4.7E-03 (1.2E-03)	2.5E-03 (1.4E-03)
f8	1000	3.3E-05 (2.3E-05)	7.1E+00 (2.8E+01)	7.9E-11 (1.3E-10)	4.7E+00 (3.3E+01)	5.9E+03 (1.1E+03)	2.4E+03 (6.7E+02)
f9	1000	1.0E-04 (6.0E-05)	1.4E-04 (6.5E-05)	1.5E-04 (2.0E-04)	1.2E-03 (6.5E-04)	1.8E+02 (1.3E+01)	5.2E+01 (1.6E+01)
f10	500	8.2E-10 (6.9E-10)	3.0E-09 (2.2E-09)	3.5E-04 (1.0E-04)	2.7E-03 (5.1E-04)	1.1E-01 (3.9E-02)	4.6E-01 (6.6E-01)
f11	500	9.9E-08 (6.0E-07)	2.0E-04 (1.4E-03)	1.9E-05 (5.8E-05)	7.8E-04 (1.2E-03)	2.0E-01 (1.1E-01)	1.3E-02 (1.7E-02)
f12	500	4.6E-17 (1.9E-16)	3.8E-16 (8.3E-16)	1.6E-07 (1.5E-07)	1.9E-05 (9.2E-06)	1.2E-02 (1.0E-02)	1.9E-01 (3.9E-01)
f13	500	2.0E-16 (6.5E-16)	1.2E-15 (2.8E-15)	1.5E-06 (9.8E-07)	6.1E-05 (2.0E-05)	7.5E-02 (3.8E-02)	2.9E-03 (4.8E-03)

## Б.5 Стандартные префиксы ссылок

Общепринятым является следующий формат ссылок: <prefix>:<label>. Например, \label{fig:knuth}; \ref{tab:test1}; label={lst:external1}. В таблице 11 приведены стандартные префиксы для различных типов ссылок.

Для упорядочивания ссылок можно использовать разделительные символы. Например, \label{fig:scheemes/my\_scheeme} или \label{lst:dts/linked\_list}.

## Б.6 Очередной подраздел приложения

Нужно больше подразделов приложения!

Таблица 11 — Стандартные префиксы ссылок

Префикс	Описание
ch:	Глава
sec:	Секция
subsec:	Подсекция
fig:	Рисунок
tab:	Таблица
eq:	Уравнение
lst:	Листинг программы
itm:	Элемент списка
alg:	Алгоритм
app:	Секция приложения

## Б.7 И ещё один подраздел приложения

Нужно больше подразделов приложения!