Ecole polytechnique fédérale de Zurich Politecnico federale di Zurigo Federal Institute of Technology at Zurich

27. März 2013

Institut für Theoretische Informatik Peter Widmayer Sandro Montanari Tobias Pröger

Datenstrukturen & Algorithmen Programmieraufgabe 6 FS 13

In dieser Aufgabe soll der Algorithmus von Blum zur Medianberechnung implementiert werden. Sei $x_1, ..., x_n$ eine Folge mit n > 1 Elementen. Der Algorithmus führt die folgenden Schritte aus, um das k-kleinste Element zu finden.

- 1) Teile die Elemente in $\lfloor \frac{n}{5} \rfloor$ Fünfergruppen sowie maximal eine Gruppe mit den verbleibenden $n \mod 5$ Elementen auf.
- 2) Für jede der obigen Gruppen, berechne den Median jeder Gruppe, indem die enthaltenen Elemente sortiert werden (für eine Gruppe mit 2 Elementen ist der Median das kleinere Element, für eine Gruppe mit 4 Elementen ist der Median das zweitkleinste Element).
- 3) Berechne den Median m der Mediane aus dem vorigen Schritt rekursiv. Dieses Element wird $Median\ der\ Mediane\ genannt.$
- 4) Führe den Aufteilungsschritt von Quicksort durch, um das Element m an die korrekte Position p_m in der sortierten Folge zu bringen. Dann gibt es $p_m 1$ Elemente links von m (mit Wert höchstens m) und $n p_m$ Elemente rechts vom m (mit Wert mindestens m).
- 5) Falls $k=p_m$, dann wissen wir, dass das Pivotelement sich auf der gesuchten Position befindet, und wir liefern m zurück. Ist dagegen $k < p_m$, dann befindet sich das k-kleinste Element links vom m, und wir suchen rekursiv nach dem k-kleinsten Element unter den p_m-1 Elementen links von m. Ansonsten ist $k>p_m$, und wir suchen rekursiv nach dem $(k-p_m)$ -kleinsten Element unter den $n-p_m$ Elementen rechts vom m.

Unser Ziel ist die Berechnung des Medians, d.h. des $\lceil n/2 \rceil$ -kleinsten Elements. Für die Sequenz 3, 4, 2, 6, 4, 7, 1 ist der Median 4. Für ein Beispiel des Algorithmus sei auf die entsprechende Theorieübung verwiesen.

Eingabe Die erste Zeile der Eingabe enthält lediglich die Anzahl t der Testinstanzen. Es folgt eine Zeile für jede Testinstanz mit den Zahlen $n, x_1, ..., x_n$. Dabei ist $n \in \mathbb{N}$, $1 \le n \le 1000$, die Anzahl der folgenden Ganzzahlen, und $x_i \in \mathbb{Z}$, $-10^8 \le x_i \le 10^8$, die i-te Zahl der Eingabesequenz.

Ausgabe Für jede Testinstanz soll lediglich eine Zeile ausgegeben werden. Sie enthält die Mediane der Fünfgruppen im ersten Schritt, den Median der Mediane im ersten Schritt sowie den Median der gesamten Sequenz.

Beispiel

Eingabe:		
2		
5 1 2 3 4 5		
13 7 3 5 1 9 8 11 21 4 10 2 6 9		
Ausgabe:		
3 3 3		
5 10 6 6 7		

Abgabe: Bis Mittwoch, den 10. April 2013.