Modélisation statistique des matchs de football par la loi de Poisson

Positionnements thématiques :

- Mathématiques
- Informatique pratique

Code cnc : CA217M

Oudrhiri Idrissi
Safwane

Graphique n°14 : évolution des principaux indicateurs économiques en pari sportif en ligne entre 2018 et 2022 (en M€)

Image 1 et 2 : paris sportifs

Image 3 : avis d'un coach
sur les statistiques dans le football

échauffement

Visualisation mathématique du football

- ✓ Loi de Bernoulli
- ✓ Loi binomiale
- ✓ De la loi binomiale à la loi de Poisson

1ère mi-temps

Une première modélisation :

- ✓ Un lambda pas si lambda
- ✓ Comment simuler un championnat
- ✓ Un premier résultat
- ✓ Une piste d'amélioration

2ème mi-temps

Une modèlisation plus poussé :

- ✓ Optimisation
- ✓ Un comparatif
- ✓ Un programme pratique

Échauffements

Visualisation mathématique du football:

Objectif :

Trouver un modèle mathématique fiable pour modéliser le football

Loi de Bernoulli

But= réussite:

P(X_n= but) = p

Pas but= échec:

P(X_n= pas but) = 1 - p

Loi de Bernoulli

Proposition 1:

La variable aléatoire X_n donnant le nombre de buts marqués sur une période n suit une loi de Bernoulli de paramètre p $X \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$

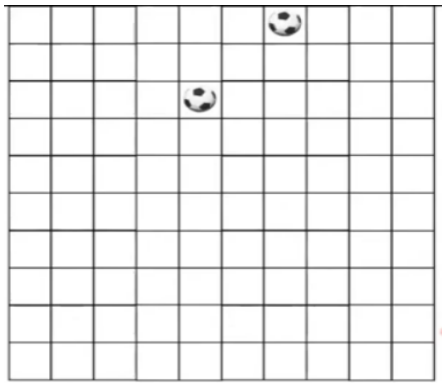
Hyothèses:

- **p est constant**
- **un unique but peut etre marqué sur chaque période**

Loi binomiale

Proposition 2:

La variable aléatoire X donnant le nombre de buts au cours du match suit une loi binomiale de paramètre n et p $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n,p)$



Exemple 1: match de 100 périodes

Contraintes :

- **Plusieurs buts pourraient etre marqués sur une meme période**
- **Choix de la durée d'une période**

Image 4 : 2 buts coup sur coup

Solution :

Avoir une infinité de petites périodes

De la loi binomiale à la loi de Poisson

Théorème :

Soit (X_n) une suite de variables aléatoires telles que:

$$\forall n \in \mathbb{N};\quad X_n \hookrightarrow \mathcal{B}(n,p)$$

Si p $\longrightarrow$ 0 :
Alors (X_n) converge en loi vers une variable aléatoire de Poisson de paramètre np, c-à-d:

$$\forall k \in \mathbb{N};\quad P(X_n = k) \to \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$


Coup d'envoi

Une première modélisation :

Objectifs :

Détermination du lambda et première simulation d'un championnat

Proposition 1:

Soit $\lambda > 0$ **et X une variable aléatoire telle que :** $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$

Alors : $E(X) = \lambda$

Conséquence:

λ **représente la valeur prise par X en moyenne .**

Un lambda pas si lambda

$$\lambda = \frac{\text{Total buts marqués } \text{Arsenal}}{\text{Arsenal} \diagup \text{Manchester City} + \text{Arsenal} \diagup \text{Chelsea} + \dots\dots}$$

Une première modélisation : Un premier résultat

```python
def remplir_matrice_X(data, equipes):
    nb_equipes = len(equipes)
    X = np.zeros((nb_equipes, nb_equipes))
    for index, row in data.iterrows(): #.iterrows
        equipe_domicile = row['HomeTeam'] # le nom
        equipe_exterieure = row['AwayTeam'] #celui
        buts_domicile = row['FTHG']
        #on récupère les indices des équipes dans
        i = equipes.index(equipe_domicile)
        j = equipes.index(equipe_exterieure)
        X[i][j] = buts_domicile
    return X
#la matrice Y dont le coefficient de la ième ligne
def remplir_matrice_Y(data, equipes):
    nb_equipes = len(equipes)
    Y = np.zeros((nb_equipes, nb_equipes))
    for index, row in data.iterrows():
        equipe_domicile = row['HomeTeam']
        equipe_exterieure = row['AwayTeam']
        buts_domicile = row['FTAG']
        i = equipes.index(equipe_domicile)
        j = equipes.index(equipe_exterieure)
        Y[i][j] = buts_domicile
    return Y
```

Man city

```
Arsenal          [0. 0. 3. 2. 2. 3. 5. 5. 2. 2. 3. 2. 1. 3. 4. 2. 5. 2. 0. 2.]
Aston Villa      [1. 0. 3. 3. 6. 3. 2. 3. 4. 3. 3. 3. 1. 1. 1. 4. 1. 0. 4. 2.]
Bournemouth      [0. 2. 0. 1. 3. 2. 0. 1. 2. 3. 0. 4. 0. 2. 2. 1. 2. 0. 1. 1.]
Brentford        [0. 1. 2. 0. 0. 3. 2. 1. 1. 0. 1. 3. 1. 1. 2. 3. 2. 2. 3. 1.]
Brighton         [0. 1. 3. 2. 0. 1. 1. 4. 1. 1. 2. 4. 0. 0. 3. 1. 1. 4. 1. 0.]
Burnley          [0. 1. 0. 2. 1. 0. 1. 0. 0. 2. 0. 1. 0. 0. 1. 1. 5. 2. 1. 1.]
Chelsea          [2. 0. 2. 0. 3. 2. 0. 2. 6. 1. 1. 3. 4. 4. 3. 0. 2. 2. 5. 2.]
Crystal Palace   [0. 5. 0. 3. 1. 3. 1. 0. 2. 0. 1. 1. 2. 4. 2. 0. 3. 1. 5. 3.]
Everton          [0. 0. 3. 1. 1. 1. 2. 1. 0. 0. 2. 1. 1. 0. 3. 2. 1. 2. 1. 0.]
Fulham           [2. 1. 3. 0. 3. 0. 0. 1. 0. 0. 1. 1. 0. 0. 0. 5. 3. 3. 5. 3.]
Liverpool        [1. 3. 3. 3. 2. 3. 4. 0. 2. 4. 0. 4. 1. 0. 4. 3. 3. 4. 3. 2.]
Luton            [3. 2. 2. 1. 4. 1. 2. 2. 1. 2. 1. 0. 1. 1. 1. 1. 1. 0. 1. 1.]
Man City         [0. 4. 6. 1. 2. 3. 1. 2. 2. 5. 1. 5. 0. 3. 1. 2. 2. 3. 3. 5.]
Man United       [0. 3. 0. 2. 1. 1. 2. 0. 2. 1. 2. 1. 0. 0. 3. 3. 4. 2. 3. 1.]
Newcastle        [1. 5. 2. 1. 1. 2. 4. 4. 1. 3. 1. 4. 2. 1. 0. 1. 5. 4. 4. 3.]
Nott'm Forest    [1. 2. 2. 1. 2. 1. 2. 1. 0. 3. 0. 2. 0. 2. 2. 0. 2. 0. 2. 2.]
Sheffield United [0. 0. 1. 1. 0. 1. 2. 0. 2. 3. 0. 2. 1. 1. 0. 1. 0. 0. 2. 2.]
Tottenham        [2. 1. 3. 3. 2. 2. 1. 3. 2. 2. 2. 2. 0. 2. 4. 3. 2. 0. 1. 1.]
West Ham         [0. 1. 1. 4. 0. 2. 3. 1. 0. 0. 2. 3. 1. 2. 2. 3. 2. 1. 0. 3.]
Wolves           [0. 1. 0. 0. 1. 1. 2. 1. 3. 2. 1. 2. 2. 3. 2. 1. 1. 2. 1. 0.]]
```

Exemple 2 : correspondance entre X et équipes

Une première modélisation :

Un premier résultat

```python
def somme_buts_marqués(X, Y, i):
    tot_buts = 0
    for j in range(len(X)):
        if j != i:
            tot_buts += X[i][j] + Y[j][i]
    return tot_buts
#calcule le nombre de buts marqués en moyenne par une
def calcul_lambda(X,Y,n):
    lamda=np.zeros((n,1))
    for i in range(n):
        tot_buts_i=somme_buts_marqués(X,Y,i)
        tot_matchs= (n-1)*2
        lamda[i][0]=tot_buts_i/tot_matchs
    return lamda
```

```python
def simu_match_1(lamda,i, j):
    team1_goals = np.random.poisson(lamda[i][0])
    team2_goals = np.random.poisson(lamda[j][0])

    if team1_goals > team2_goals:
        result = 'Team 1 wins'
    elif team1_goals < team2_goals:
        result = 'Team 2 wins'
    else:
        result = 'Draw'

    return team1_goals, team2_goals, result
```

```python
#simulation complète 1
def simu_champ_1(data):
    equipes= sorted(set(data['HomeTeam']))
    X=remplir_matrice_X(data,equipes)
    Y=remplir_matrice_Y(data, equipes)
    lamdas= calcul_lambda(X,Y,len(equipes))
    print('classement espéré:')
    classement_esp=classement_1(lamdas,equipes, 10000)
    print(classement_esp)
```

3/

Une première modélisation :

Un premier résultat

```python
def classement_1(lamda, equipes, n):
    num_simulations = n
    total_points = {team: 0 for team in equipes}#dictionnaire qui va contenir le nombre tot
    points_esp ={team: 0 for team in equipes}#dictionnaire qui va contenir le nombre de poi

    for _ in range(num_simulations):
        points = {team: 0 for team in equipes}

        for i in range(len(equipes)):
            for j in range(len(equipes)):
                if i != j:
                    team1_goals, team2_goals, result = simulate_match_1(lamda, i, j)
                    if team1_goals > team2_goals:
                        points[equipes[i]] += 3
                    elif team1_goals < team2_goals:
                        points[equipes[j]] += 3
                    else:
                        points[equipes[i]] += 1
                        points[equipes[j]] += 1

        for team in equipes:
            total_points[team] += points[team]
    for team in equipes:
        points_esp[team]=total_points[team]/num_simulations

    # conversion du dictionnaire des points en moyenne en DataFrame pour un tri facile et u
    df_classement = pd.DataFrame.from_dict(points_esp, orient='index', columns=['Points'])
    df_classement = df_classement.sort_values(by='Points', ascending=False)

    return df_classement
```

```python
#simulation complète 1
def simu_champ_1(data):
    equipes= sorted(set(data['HomeTeam']))
    X=remplir_matrice_X(data,equipes)
    Y=remplir_matrice_Y(data, equipes)
    lamdas= calcul_lambda(X,Y,len(equipes))
    print('classement espéré:')
    classement_esp=classement_1(lamdas,equipes, 10000)
    print(classement_esp)
```

Une première modélisation :

Un premier résultat

	points
Man City	91
Arsenal	89
Liverpool	82
Aston Villa	68
Tottenham	66
Chelsea	63
Newcastle	60
Man United	60
West Ham	52
Crystal Palace	49
Brighton	48
Everton	48
Bournemouth	48
Fulham	47
Wolves	46
Brentford	39
Nott'm Forest	36
Luton	26
Burnley	24
Sheffield United	16

Classement réel

	Points
Man City	73.3459
Arsenal	70.6318
Liverpool	67.9901
Newcastle	67.4121
Chelsea	62.7062
Aston Villa	62.1597
Tottenham	60.8343
West Ham	51.7053
Crystal Palace	49.8482
Man United	49.7536
Brentford	49.0098
Fulham	48.5034
Brighton	48.4078
Bournemouth	47.6998
Luton	46.2814
Wolves	44.9190
Nott'm Forest	44.2838
Burnley	38.2936
Everton	37.5610
Sheffield United	33.6780

Classement simulé

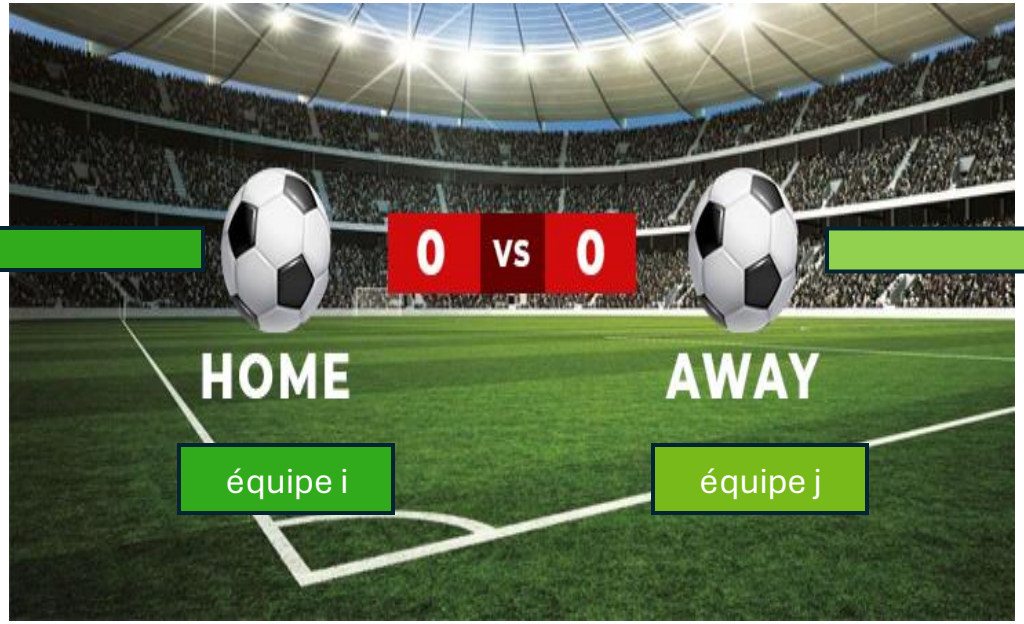
Une première modélisation :

Une piste d'amélioration

	points	buts_marques	buts_encaisses	diff_buts
Man City	91	96	34	62
Arsenal	89	91	29	62
Liverpool	82	86	41	45
Aston Villa	68	76	61	15
Tottenham	66	74	61	13
Chelsea	63	77	63	14
Newcastle	60	85	62	23
Man United	60	57	58	-1
West Ham	52	60	74	-14
Crystal Palace	49	57	58	-1
Brighton	48	55	62	-7
Everton	48	40	51	-11
Bournemouth	48	54	67	-13
Fulham	47	55	61	-6
Wolves	46	50	65	-15
Brentford	39	56	65	-9
Nott'm Forest	36	49	67	-18
Luton	26	52	85	-33
Burnley	24	41	78	-37
Sheffield United	16	35	104	-69

Classement avec les buts

Une première modélisation : Une piste d'amélioration



$X_{i,j}$

Variable aléatoire donnant le nombre de buts marqués par l'équipe i contre l'équipe j

$$X_{ij} \hookrightarrow P(\lambda_{ij})$$

$Y_{i,j}$

Variable aléatoire donnant le nombre de buts marqués par l'équipe j contre l'équipe i

$$Y_{ij} \hookrightarrow P(\mu_{ij})$$

Hyothèses:

- $X_{i,j}$ et $Y_{i,j}$ sont indépendantes
- $\lambda_{ij} = \alpha_i \beta_j$ et $\mu_{ij} = \alpha_j \beta_i$

$\alpha_{Arsenal}$ = ATTAQUE 

β_{City} = DEFENSE 

conséquence:

$$P(X_{i,j} = x, Y_{i,j} = y) = P(X_{i,j} = x)\ P(Y_{i,j} = y)$$

Une meilleure modélisation :

Objectif :

- **Déterminer les coefficients α et β**
- **Effectuer une nouvelle modélisation**

Une meilleure modélisation : Optimisation

Problème :

Comment déterminer ces coefficients

Solution :

La vraisemblance

Une meilleure modélisation : Optimisation

Dans notre cas :

Fonction de vraisemblance ;

$$F : \mathbb{R}^{2n} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$(\alpha_1,\ldots\ldots,\alpha_n,\beta_1,\ldots\ldots,\beta_n) \mapsto \prod_{1\le i\ne j\le n} P\left(X_{ij}=x_{ij}\cap Y_{ij}=y_{ij}\right)$$

Problème :

Comment maximiser la vraisemblance ?

Une meilleure modélisation : Optimisation

En pratique:

On étudie: $$\ln(F(\alpha,\beta)) = \sum_{\substack{1\le i,j\le n \\ i\neq j}} x_{ij}\ln(\lambda_{ij}) - \lambda_{ij} + y_{ij}\ln(\mu_{jj}) \quad -\mu_{ij} - \ln(x_{ij}!y_{ij}!))$$

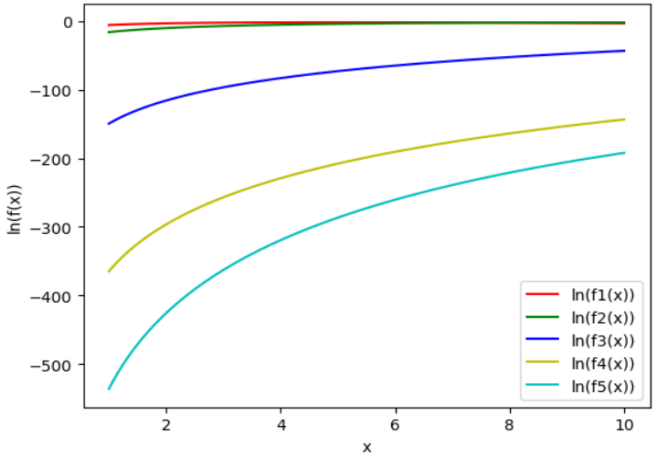


Figure 1 :
concavité de le fonction ln o F

Une meilleure modélisation : Optimisation

Remarque :

ln(F) est concave

Conséquence:

Elle atteint un maximum en un point si et seulement si sa différentielle y est nulle

$$\frac{\partial(lnF)}{\partial\alpha_i} = 0, \text{ pour i} = 1, ..., n$$

$$\frac{\partial(lnF)}{\partial\beta_i} = 0, \text{ pour i} = 1, ..., n$$

Une meilleure modélisation : Optimisation

$$\alpha_{Arsenal} = \frac{\text{Total buts marqués}}{2} \Big/ \left(\text{DEFENSE}_{\text{City}} + \text{DEFENSE}_{\text{Chelsea}} + \cdots \right)$$

$$\beta_{City} = \frac{\text{Total buts encaissés}}{2} \Big/ \left(\text{ATTAQUE}_{\text{Arsenal}} + \text{ATTAQUE}_{\text{Chelsea}} + \cdots \right)$$

Une meilleure modélisation : Optimisation

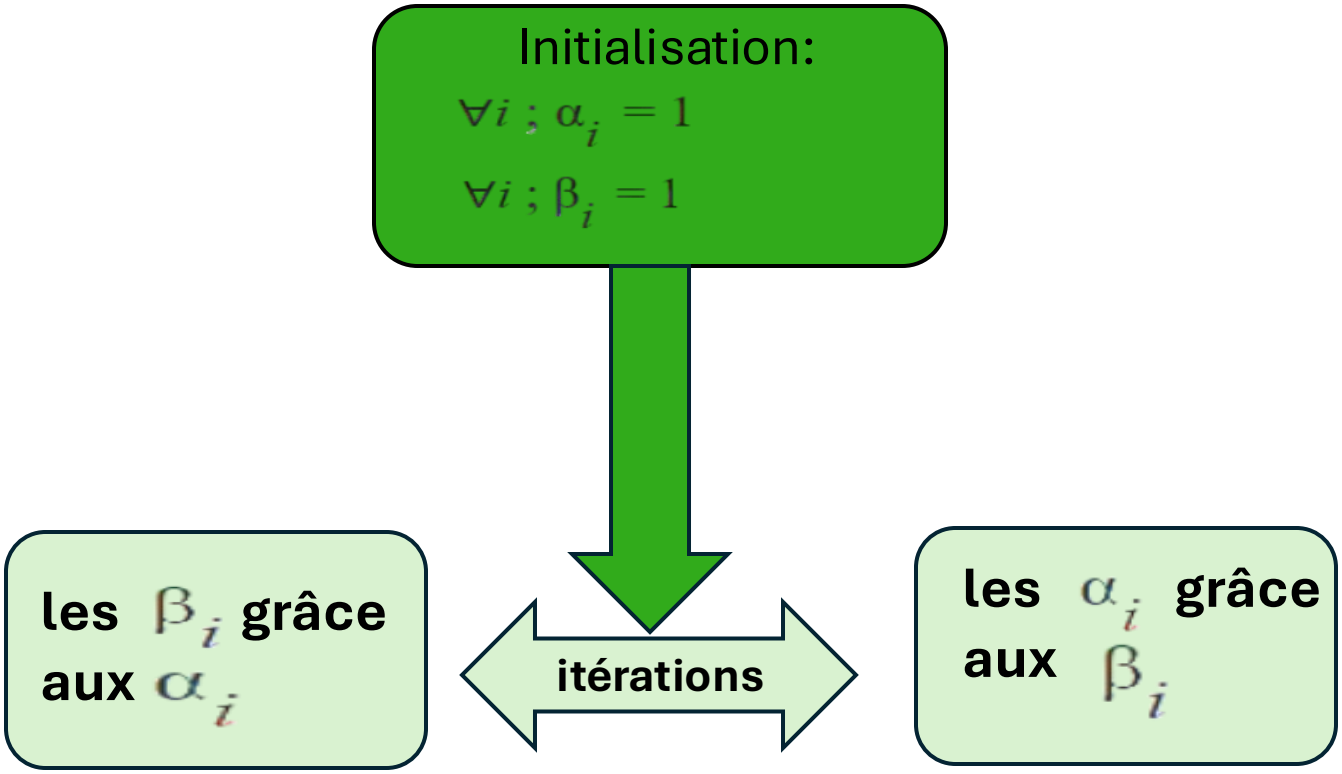


Schéma 1 : algorithme de résolution

Une meilleure modélisation : Optimisation

```python
def calcul_coeffs(X, Y):
    nb_equipes = len(X)
    alpha = np.ones((nb_equipes, 1))
    beta = np.ones((nb_equipes, 1))
    for a in range(500):
        for i in range(nb_equipes):
            if i!=16:
                S2 = somme_coeffs(beta, i)
                S1 = somme_buts_marqués(X, Y, i)
                if S2 != 0:
                    alpha[i] = S1 / S2
        for i in range(nb_equipes):
            S4 = somme_buts_encaissés(X, Y, i)
            S3 = somme_coeffs(alpha, i)
            if S3 != 0:
                beta[i] = S4 / S3
    return alpha, beta
```

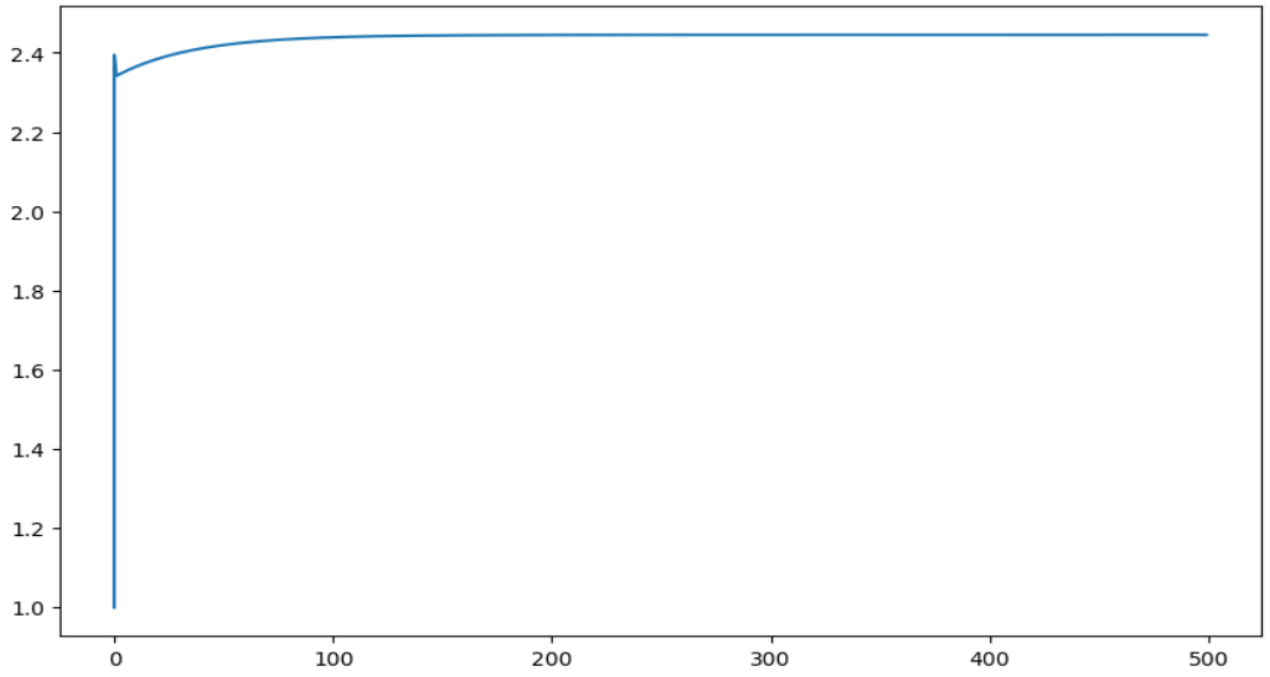


Figure 2 : convergence de l'algorithme

Une meilleure modélisation : Optimisation

```python
#calcule du lambda et du mu associés au match de i cont
def lamda(alpha_beta, i, j):
    alpha_i = alpha_beta[i][0]
    beta_j = alpha_beta[j][1]
    return alpha_i * beta_j

def mu(alpha_beta, i, j):
    beta_i = alpha_beta[i][1]
    alpha_j = alpha_beta[j][0]
    return alpha_j * beta_i
```

```python
#on réunit tous les lambda et les mu dans respectivemer
def matrices(alpha_beta):
    L = np.zeros((20, 20))
    M = np.zeros((20, 20))
    for i in range(20):
        for j in range(20):
            if j != i:
                L[i][j] = lamda(alpha_beta, i, j)
                M[i][j] = mu(alpha_beta, i, j)
    return L, M
```

```python
def simu_champ_2(data):
    equipes = sorted(set(data['HomeTeam']))
    X = remplir_matrice_X(data, equipes)
    Y = remplir_matrice_Y(data, equipes)
    alpha, beta = calcul_coeffs(X, Y)
    alpha_beta = np.concatenate((alpha, beta), axis=1)
    L, M = matrices(alpha_beta)
    classement_final=classement_2(L, M, equipes, 10000)
    print('le classement espéré est')
    print(classement_final)
```

Une meilleure modélisation : Optimisation

	alphas	betas
Man City	2.591135	0.535715
Arsenal	2.445504	0.454846
Newcastle	2.349245	0.969503
Liverpool	2.334471	0.640827
Chelsea	2.129188	0.978406
Aston Villa	2.097825	0.946424
Tottenham	2.042436	0.944800
West Ham	1.673433	1.133198
Crystal Palace	1.568080	0.885325
Man United	1.568080	0.885325
Brentford	1.549632	0.991616
Brighton	1.518039	0.944939
Fulham	1.516760	0.929661
Bournemouth	1.496679	1.020479
Luton	1.463380	1.293326
Wolves	1.383217	0.986607
Nott'm Forest	1.357774	1.016179
Burnley	1.146215	1.175471
Everton	1.093311	0.767354
Sheffield United	1.000000	1.560418

	Points
Arsenal	88.5302
Man City	87.1299
Liverpool	78.5916
Newcastle	65.7663
Aston Villa	61.6101
Chelsea	61.0918
Tottenham	60.6101
Crystal Palace	52.2456
Man United	52.1020
Fulham	49.3677
Brighton	48.7735
Brentford	47.8343
West Ham	45.6413
Bournemouth	45.5123
Everton	44.5823
Wolves	44.0133
Nott'm Forest	42.1188
Luton	35.6009
Burnley	31.7280
Sheffield United	19.1805

Une meilleure modélisation : Comparatif

	points
Man City	91
Arsenal	89
Liverpool	82
Aston Villa	68
Tottenham	66
Chelsea	63
Newcastle	60
Man United	60
West Ham	52
Crystal Palace	49
Brighton	48
Everton	48
Bournemouth	48
Fulham	47
Wolves	46
Brentford	39
Nott'm Forest	36
Luton	26
Burnley	24
Sheffield United	16

Classement réel

	Points
Arsenal	88.5302
Man City	87.1299
Liverpool	78.5916
Newcastle	65.7663
Aston Villa	61.6101
Chelsea	61.0918
Tottenham	60.6101
Crystal Palace	52.2456
Man United	52.1020
Fulham	49.3677
Brighton	48.7735
Brentford	47.8343
West Ham	45.6413
Bournemouth	45.5123
Everton	44.5823
Wolves	44.0133
Nott'm Forest	42.1188
Luton	35.6009
Burnley	31.7280
Sheffield United	19.1805

optimisé

	Points
Man City	73.3459
Arsenal	70.6318
Liverpool	67.9901
Newcastle	67.4121
Chelsea	62.7062
Aston Villa	62.1597
Tottenham	60.8343
West Ham	51.7053
Crystal Palace	49.8482
Man United	49.7536
Brentford	49.0098
Fulham	48.5034
Brighton	48.4078
Bournemouth	47.6998
Luton	46.2814
Wolves	44.9190
Nott'm Forest	44.2838
Burnley	38.2936
Everton	37.5610
Sheffield United	33.6780

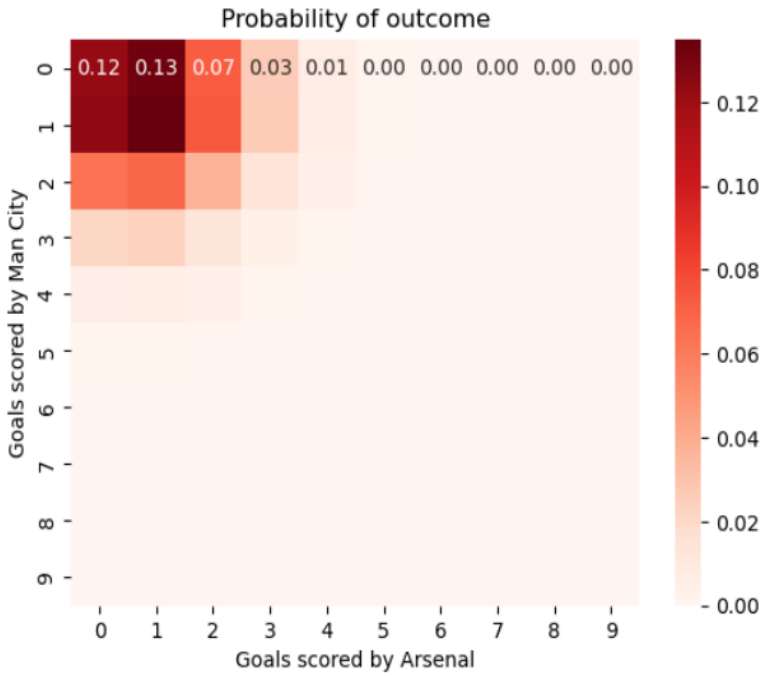
initial

Une meilleure modélisation : Un programme pratique

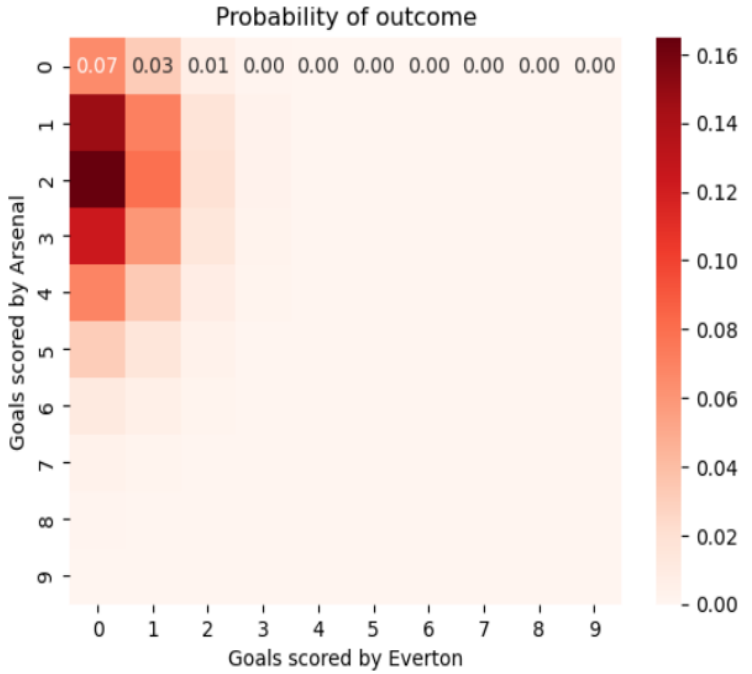
```
def coeffs(matchs_vus, equipes):
    X= remplir_matrice_X(matchs_vus, equipes)
    Y= remplir_matrice_Y(matchs_vus, equipes)
    return calcul_coeffs(X,Y)
```

```
def simu(data, equipe_dom, equipe_ext, n):
    equipes=sorted(set(data['HomeTeam']))
    journée=n-1
    matchs_joués=10*journée
    matchs_vus = data.iloc[:matchs_joués]
    alpha, beta= coeffs(matchs_vus, equipes)
    alpha_beta= np.concatenate((alpha, beta), axis=1)
    gamm= gamma(matchs_vus)
    L, M=matrices(alpha_beta)
    i=equipes.index(equipe_dom)
    j=equipes.index(equipe_ext)
    lmda=L[i][j]*gamm
    mu=M[i][j]
    probas=proba(lmda,mu,10)
    seab.heatmap(probas, annot=True, fmt='.2f', cmap="Reds", cbar=True)

#configuration des labels
    plt.xlabel(f'Goals scored by {equipe_ext}')
    plt.ylabel(f'Goals scored by {equipe_dom}')
    plt.title('Probability of outcome')
#affichage de la heatmap
    plt.show()

equipe_dom=input('entrez l_équpie qui joue à domicile')
equipe_ext=input('entrez l_équipe qui joue à l_extérieur')
data=pd.read_csv(input('entrez un fichier csv contenant les données du championnat'))
journee=int(input('quelle journée voulez vous simuler'))
simu(data, equipe_dom, equipe_ext, journee)
```

Une meilleure modélisation : Un programme pratique



Man City - Arsenal
1 1



Arsenal - Everton
2 1

Conclusion

Positifs

- ✓ Les résultats sont concluants .
- ✓ Le programme est simple à utiliser .

Conclusion

Négatifs

Beaucoup de paramètres n'ont pas été pris en compte.

Annexe

```python
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as seab
import math
```

```python
#la matrice X dont le coefficient de la ième ligne et jème colonne contiendra le nombre de buts marqueés par i contre j avec i jouant à domicile
#la ième équipe est l'équipe ayant l'indice i dans la liste équipe qui est ordonné selon l'ordre alphabétique
def remplir_matrice_X(data, equipes):
    nb_equipes = len(equipes)
    X = np.zeros((nb_equipes, nb_equipes))
    for index, row in data.iterrows(): #.iterrows renvoie des tuples contenant l'indice d'une ligne et la ligne elle meme qui est sous forme d'une sorte
        equipe_domicile = row['HomeTeam'] # le nom de l'équipe jouant à domicile
        equipe_exterieure = row['AwayTeam'] #celui de celle jouant à l'extérieur
        buts_domicile = row['FTHG']
        #on récupère les indices des équipes dans la liste equipes
        i = equipes.index(equipe_domicile)
        j = equipes.index(equipe_exterieure)
        X[i][j] = buts_domicile
    return X
#la matrice Y dont le coefficient de la ième ligne et jèeme colonne contiendra le nombre de buts marqueés par j contre i avec j jouant à l'extérieur
def remplir_matrice_Y(data, equipes):
    nb_equipes = len(equipes)
    Y = np.zeros((nb_equipes, nb_equipes))
    for index, row in data.iterrows():
        equipe_domicile = row['HomeTeam']
        equipe_exterieure = row['AwayTeam']
        buts_domicile = row['FTAG']
        i = equipes.index(equipe_domicile)
        j = equipes.index(equipe_exterieure)
        Y[i][j] = buts_domicile
    return Y
```

Annexe

```python
#on calcule le nombre total de buts marqués par la ième équipe
def somme_buts_marqués(X, Y, i):
    tot_buts = 0
    for j in range(len(X)):
        if j != i:
            tot_buts += X[i][j] + Y[j][i]
    return tot_buts
#calcule le nombre de buts marqués en moyenne par une équipe et qui est à la fois le paramètre de la loi de Poisson
def calcul_lambda(X,Y,n):
    lamda=np.zeros((n,1))
    for i in range(n):
        tot_buts_i=somme_buts_marqués(X,Y,i)
        tot_matchs= (n-1)*2
        lamda[i][0]=tot_buts_i/tot_matchs
    return lamda
```

```python
#simule un match on faisant un tirage aléatoire des buts selon la loi de Poisson
def simulate_match_1(lamda,i, j):
    team1_goals = np.random.poisson(lamda[i][0])
    team2_goals = np.random.poisson(lamda[j][0])

    if team1_goals > team2_goals:
        result = 'Team 1 wins'
    elif team1_goals < team2_goals:
        result = 'Team 2 wins'
    else:
        result = 'Draw'

    return team1_goals, team2_goals, result
```

Programme python 1ère simulation

```python
#simulation du classement obtenu en moyenne à partir des données
def classement_1(lamda, equipes, n):
    num_simulations = n
    total_points = {team: 0 for team in equipes}#dictionnaire qui va contenir le nombre total de points de chaque équipe sur toutes les simulations
    points_esp ={team: 0 for team in equipes}#dictionnaire qui va contenir le nombre de points gagnés en moyenne

    for _ in range(num_simulations):
        points = {team: 0 for team in equipes}

        for i in range(len(equipes)):
            for j in range(len(equipes)):
                if i != j:
                    team1_goals, team2_goals, result = simulate_match_1(lamda, i, j)
                    if team1_goals > team2_goals:
                        points[equipes[i]] += 3
                    elif team1_goals < team2_goals:
                        points[equipes[j]] += 3
                    else:
                        points[equipes[i]] += 1
                        points[equipes[j]] += 1

        for team in equipes:
            total_points[team] += points[team]
    for team in equipes:
        points_esp[team]=total_points[team]/num_simulations

    # conversion du dictionnaire des points en moyenne en DataFrame pour un tri facile
    df_classement = pd.DataFrame.from_dict(points_esp, orient='index', columns=['Points'])
    df_classement = df_classement.sort_values(by='Points', ascending=False)

    return df_classement
```

Annexe

```
def simu_champ_1(data):
    equipes= sorted(set(data['HomeTeam']))
    X=remplir_matrice_X(data,equipes)
    Y=remplir_matrice_Y(data, equipes)
    lamdas= calcul_lambda(X,Y,len(equipes))
    print('classement espéré:')
    classement_esp=classement_1(lamdas,equipes, 10000)
    print(classement_esp)
```

Annexe

```python
#somme des buts encaissés par l'équipe i
def somme_buts_encaissés(X, Y, i):
    tot_buts = 0
    for j in range(len(X)):
        if j != i:
            tot_buts += X[j][i] + Y[i][j]
    return tot_buts
```

```python
#somme des beta ou des alpha
def somme_coeffs(beta, i):
    tot_beta = 0
    for j in range(len(beta)):
        if j != i:
            tot_beta += beta[j]
    return 2 * tot_beta
```

```python
#calcule des matrices colonnes contenant les capacités offensives et défensives de manière itérative
def calcul_coeffs(X, Y):
    nb_equipes = len(X)
    alpha = np.ones((nb_equipes, 1))
    beta = np.ones((nb_equipes, 1))
    for a in range(500):
        for i in range(nb_equipes):
            if i!=16:
                S2 = somme_coeffs(beta, i)
                S1 = somme_buts_marqués(X, Y, i)
                if S2 != 0:
                    alpha[i] = S1 / S2
        for i in range(nb_equipes):
            S4 = somme_buts_encaissés(X, Y, i)
            S3 = somme_coeffs(alpha, i)
            if S3 != 0:
                beta[i] = S4 / S3
    return alpha, beta
```

Annexe

```python
#calcule du lambda et du mu associés au match de i contre j à partir d'une matrice à 2 colonnes contenant les alpha et beta
def lamda(alpha_beta, i, j):
    alpha_i = alpha_beta[i][0]
    beta_j = alpha_beta[j][1]
    return alpha_i * beta_j

def mu(alpha_beta, i, j):
    beta_i = alpha_beta[i][1]
    alpha_j = alpha_beta[j][0]
    return alpha_j * beta_i
```

```python
#on réunit tous les lambda et les mu dans respectivement une matrice L et une matrice M
def matrices(alpha_beta):
    L = np.zeros((20, 20))
    M = np.zeros((20, 20))
    for i in range(20):
        for j in range(20):
            if j != i:
                L[i][j] = lamda(alpha_beta, i, j)
                M[i][j] = mu(alpha_beta, i, j)
    return L, M
```

Annexe

```python
#on simule le championnat grace à cette 1ère amélioration
def simulate_match_2(L, M, i, j):
    team1_goals = np.random.poisson(L[i][j])
    team2_goals = np.random.poisson(M[i][j])
    if team1_goals > team2_goals:
        result = 'Team 1 wins'
    elif team1_goals < team2_goals:
        result = 'Team 2 wins'
    else:
        result = 'Draw'
    return team1_goals, team2_goals, result

def classement_2(L, M, equipes, n):
    num_simulations = n
    total_points = {team: 0 for team in equipes}
    points_esp={teams: 0 for teams in equipes}
    for _ in range(num_simulations):
        points = {team: 0 for team in equipes}
        for i in range(len(equipes)):
            for j in range(len(equipes)):
                if i != j:
                    team1_goals, team2_goals, result = simulate_match_2(L, M, i, j)
                    if team1_goals > team2_goals:
                        points[equipes[i]] += 3
                    elif team1_goals < team2_goals:
                        points[equipes[j]] += 3
                    else:
                        points[equipes[i]] += 1
                        points[equipes[j]] += 1
        for team in equipes:
            total_points[team] += points[team]
    for team in equipes:
        points_esp[team]=total_points[team]/num_simulations

    #conversion du dictionnaire des points en moyenne en DataFrame pour un tri facile
    df_classement = pd.DataFrame.from_dict(points_esp, orient='index', columns=['Points'])
    df_classement = df_classement.sort_values(by='Points', ascending=False)

    return df_classement
```

Annexe

```python
#simulation complète 2
def simu_champ_2(data):
    equipes = sorted(set(data['HomeTeam']))
    X = remplir_matrice_X(data, equipes)
    Y = remplir_matrice_Y(data, equipes)
    alpha, beta = calcul_coeffs(X, Y)
    alpha_beta = np.concatenate((alpha, beta), axis=1)
    L, M = matrices(alpha_beta)
    classement_final=classement_2(L, M, equipes, 10000)
    print('le classement espéré est')
    print(classement_final)
```

Annexe

```python
#le gamma qui représente l'avantage de jouer à domicile
def gamma(data):
    matchs = sorted(list(zip(data['HomeTeam'], data['AwayTeam'], data['FTHG'], data['FTAG'])))
# Initialiser un dictionnaire pour stocker les buts marqués à domicile et à l'extérieur par chaque équipe
    buts_par_equipe = {}
    facteurs=[]

    for equipe_domicile, equipe_exterieur, buts_domicile, buts_exterieur in matchs:
    # Ajouter les buts marqués à domicile à l'équipe à domicile
        if equipe_domicile not in buts_par_equipe:
            buts_par_equipe[equipe_domicile] = {"domicile": 0, "exterieur": 0}
        buts_par_equipe[equipe_domicile]["domicile"] += buts_domicile
# Ajouter les buts marqués à l'extérieur à l'équipe à l'extérieur
        if equipe_exterieur not in buts_par_equipe:
            buts_par_equipe[equipe_exterieur] = {"domicile": 0, "exterieur": 0}
        buts_par_equipe[equipe_exterieur]["exterieur"] += buts_exterieur
    for equipe, buts in buts_par_equipe.items():
        facteurs.append(buts['domicile']/buts['exterieur'])
    somme=0
    for i in range(20):
        somme+=facteurs[i]
    gamma=somme/20
    return gamma
```

Annexe

```python
#simulation avec cette 2ème amélioration
def simulate_match_3(L, M, i, j, gamma):
    team1_goals = np.random.poisson(L[i][j] * gamma)
    team2_goals = np.random.poisson(M[i][j])
    if team1_goals > team2_goals:
        result = 'Team 1 wins'
    elif team1_goals < team2_goals:
        result = 'Team 2 wins'
    else:
        result = 'Draw'
    return team1_goals, team2_goals, result

def classement_3(L, M, data, equipes, n, gamma):
    num_simulations = n
    total_points = {team: 0 for team in equipes}
    points_esp = {team: 0 for team in equipes}
    for _ in range(n):
        points = {team: 0 for team in equipes}
        for index, row in data.iterrows():
            equipe_dom= row['HomeTeam']
            equipe_ext=row['AwayTeam']
            i= equipes.index(equipe_dom)
            j= equipes.index(equipe_ext)
            equipe_dom_buts, equipe_ext_buts, result = simulate_match_3(L, M, i, j, gamma)
            if equipe_dom_buts > equipe_ext_buts:
                points[equipes[i]] += 3
            elif equipe_dom_buts < equipe_ext_buts:
                points[equipes[j]] += 3
            else:
                points[equipes[i]] += 1
                points[equipes[j]] += 1
        for team in equipes:
            total_points[team] += points[team]
    for team in equipes:
        points_esp[team]=total_points[team]/num_simulations

    # Convertir le dictionnaire des points totaux en DataFrame pour un tri facile
    df_classement = pd.DataFrame.from_dict(points_esp, orient='index', columns=['Points'])
    df_classement = df_classement.sort_values(by='Points', ascending=False)

    return df_classement
```

Annexe

```python
#simulation complète 3
def simu_champ_3(data):
    equipes = sorted(set(data['HomeTeam']))
    X = remplir_matrice_X(data, equipes)
    Y = remplir_matrice_Y(data, equipes)
    alpha, beta = calcul_coeffs(X, Y)
    alpha_beta = np.concatenate((alpha, beta), axis=1)
    gamma_val = gamma(data)
    L, M = matrices(alpha_beta)
    classement_final=classement_3(L, M, data, equipes, 10000, gamma_val)
    print('le classement espéré est')
    print(classement_final)
```

Annexe

```python
#loi de poisson
def poisson(lamda,k):
    return (math.exp(-lamda)*((lamda)**k))/math.factorial(k)
```

```python
#matrice cintenant les différentes probabilités de résultat d'un match donné
def proba(lamda,mu,n):
    probas=np.zeros((10,10))
    for i in range(10):
        for j in range(10):
            probas[i][j]=poisson(lamda,i)*poisson(mu,j)
    return probas
```

```python
#calcul des capacités offensives et défensives après une certaine journée de championnat
def coeffs(data, journée, equipes):
    matchs_joués=0
    matchs_joués+=10*journée
    matchs_vus=data.iloc[:matchs_joués]
    X= remplir_matrice_X(matchs_vus, equipes)
    Y= remplir_matrice_Y(matchs_vus, equipes)
    return calcul_coeffs(X,Y)
```

Annexe

```python
#résultats probables d'un match à partie des matchs précèdents
def simu(data, equipe_dom, equipe_ext, n):
    equipes=sorted(set(data['HomeTeam']))
    journée=n-1
    alpha, beta= coeffs(data,journée, equipes)
    alpha_beta = np.concatenate((alpha, beta), axis=1)
    gamm= gamma(data)
    L, M=matrices(alpha_beta)
    i=equipes.index(equipe_dom)
    j=equipes.index(equipe_ext)
    lmda=L[i][j]*gamm
    mu=M[i][j]
    probas=proba(lmda,mu,10)
    seab.heatmap(probas, fmt='.2f', cmap="Reds", cbar=True)

#configuration des labels
    plt.xlabel(f'Goals scored by {equipe_ext}')
    plt.ylabel(f'Goals scored by {equipe_dom}')
    plt.title('Probability of outcome')
#affichage de la heatmap
    plt.show()

equipe_dom=input('entrez l_équpie qui joue à domicile')
equipe_ext=input('entrez l_équipe qui joue à l_extérieur')
data=pd.read_csv(input('entrez un fichier csv contenant les données du championnat'))
journee=int(input('quelle journée voulez vous simuler'))
simu(data, equipe_dom, equipe_ext, journee)
```

Annexe

Programme python figure 1

```python
# Définir la plage de valeurs pour x
x = np.linspace(1, 10, 1000)
# Calculer les valeurs de ln(x)
y1 = np.zeros((1000,1))
y2= np.zeros((1000,1))
y3= np.zeros((1000,1))
y4 = np.zeros((1000,1))
y5=np.zeros((1000,1))
for i in range(1000):
    y1[i]=np.log(f1(x[i]))
    y2[i]=np.log(f2(x[i]))
    y3[i]=np.log(f3(x[i]))
    y4[i]=np.log(f4(x[i]))
    y5[i]=np.log(f1(x[i])*f2(x[i])*f3(x[i])*f4(x[i]))

plt.plot(x, y1, 'r', label='ln(f1(x))')
plt.plot(x, y2, 'g', label='ln(f2(x))')
plt.plot(x, y3,'b', label='ln(f3(x))')
plt.plot(x, y4, 'y',label='ln(f4(x))')
plt.plot(x,y5, 'c', label='ln(f5(x))')

# Ajouter des titres et des légendes
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('ln(f(x))')
plt.legend()

# Afficher le graphique
plt.show()
```

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
def f1(x):
    exp=math.exp(-x)
    fact=math.factorial(5)
    return ((x**5)*exp)/fact

def f2(x):
    exp=math.exp(-x)
    fact=math.factorial(10)
    return ((x**10)*exp)/fact

def f3(x):
    exp=math.exp(-x)
    fact=math.factorial(50)
    return ((x**50)*exp)/fact

def f4(x):
    exp=math.exp(-x)
    fact=math.factorial(100)
    return ((x**100)*exp)/fact
```

Annexe

Programme python pour figure 2

```
def calcul_coeffs(X, Y):
    nb_equipes = len(X)
    alpha = np.ones((nb_equipes, 1))
    beta = np.ones((nb_equipes, 1))
    x=np.zeros(501)
    y=np.zeros(501)
    y[0]=1
    for a in range(500):
        for i in range(nb_equipes):
            if i!=16:
                S2 = somme_coeffs(beta, i)
                S1 = somme_buts_marqués(X, Y, i)
                if S2 != 0:
                    alpha[i] = S1 / S2
            y[a+1] = alpha[0][0]
            x[a+1]=a
        for i in range(nb_equipes):
            S4 = somme_buts_encaissés(X, Y, i)
            S3 = somme_coeffs(alpha, i)
            if S3 != 0:
                beta[i] = S4 / S3
    return alpha, beta, x, y

alpha, beta, x, y= calcul_coeffs_test(X,Y)
```

```
plt.figure(figsize=(10,6))
plt.plot(x,y)
plt.show()
```

Annexe

$$F(\alpha,\beta) = \prod_{\substack{1\leq i,j\leq n \\ i\neq j}} \frac{\lambda_{ij}^{x_{ij}} e^{-\lambda_{ij}}}{x_{ij}!} \times \frac{\mu_{ij}^{p_{ij}} e^{-\mu_{ij}}}{y_{ij}!}$$

$$\ln(F(\alpha,\beta)) = \sum_{\substack{1\leq i,j\leq n \\ i\neq j}} x_{ij}\ln(\lambda_{ij}) - \lambda_{ij} + y_{ij}\ln(\mu_{jj}) \quad -\mu_{ij} - \ln(x_{ij}!y_{ij}!))$$

$$\frac{\partial \lambda_{ij}}{\partial \alpha_k} = \begin{cases} 0, & \text{si } i \neq k \\ \beta_j, & \text{si } i = k \end{cases}$$

$$\frac{\partial \mu_{ij}}{\partial \alpha_k} = \begin{cases} 0, & \text{si } j \neq k \\ \beta_i, & \text{si } j = k \end{cases}$$

$$\frac{\partial \ln(F)}{\partial \alpha_k} = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq k}}^{n} (x_{kj} + y_{jk}) \times \frac{1}{\alpha_k} - 2\beta_i$$

Annexe

$\frac{\partial(lnF)}{\partial\alpha_i} = 0,$ pour i $= 1, ..., n$ donne

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j\neq i}(x_{i,j} + y_{j,i})}{2\sum_{j\neq i}\beta_j},$$

De même, $\frac{\partial(lnF)}{\partial\beta_i} = 0,$ pour i $= 1, ..., n$ donne

$$\beta_i = \frac{\sum_{j\neq i}(x_{j,i} + y_{i,j})}{2\sum_{j\neq i}\alpha_j},$$

Annexe

$$P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

$$= \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$= \frac{n(n-1).....(n-k+1)}{k!} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$\simeq \frac{n^k}{k!} p^k e^{(n-k)\ln(1-p)}$$

$$\simeq \frac{(np)^k}{k!} e^{-np}$$