UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO - UFMA
Disciplina: Álgebra Linear
Aluno(a):

9,0

Segundo exercício

Atenção: Resolva até **5 (cinco)** questões dentre as questões abaixo. Resolução de questão ou item excedente será desconsiderada, respeitando-se a ordem de apresentação das soluções.

1. (2,5 pontos) Determine $(F)_B$, em que $F \in L(\mathbb{R}^2)$ é dado por $F(x, y) = (x, 0)$ e $B = \{(1, -1), (1, 0)\}$.

2. (2,5 pontos) Obtenha o operador linear F sobre $\mathbb{R}^2$ cuja matriz na base $B = \{(1, 1), (1, 0)\}$ é dada por $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Seja A uma matriz fixa de $M_n(\mathbb{R})$.

   (a) (1,5 ponto) Verifique que $F : M_n(\mathbb{R}) \to M_n(\mathbb{R})$ dada por $F(X) = AX$, $\forall X \in M_n(\mathbb{R})$ é uma transformação linear.

   (b) (1,5 ponto) Se $A \neq 0$, mostre que $G : M_n(\mathbb{R}) \to M_n(\mathbb{R})$ dada por $G(X) = A + X$, $\forall X \in M_n(\mathbb{R})$ não é uma transformação linear.

4. (2,5 pontos) Dada a aplicação linear $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $F(x, y) = x - y$, determine uma base e a dimensão do núcleo e da imagem.

5. (2,5 pontos) Determine um operador linear $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ cuja imagem é gerada por $(1, 0, 1)$ e $(-1, 1, 0)$.

6. (2,5 pontos) Determine um operador linear de $\mathbb{R}^4$ cujo núcleo é gerado por $(1, 0, 1, 0)$ e $(0, 1, 1, -1)$.

7. (2,5 pontos) Chama-se *traço* de uma matriz $A = (a_{ij})$, quadrada de ordem n, a soma dos termos da sua diagonal principal e o denotamos por $\mathrm{tr}(A)$. Assim,

   $$\mathrm{tr}(A) = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn}.$$

   Sendo $V = M_n(\mathbb{R})$, então $\langle A, B\rangle = \mathrm{tr}(B^t A)$ define um produto interno sobre V.

   Considerando $V = M_2(\mathbb{R})$, munido desse produto interno, calcule $\langle A, B\rangle$, $\|A\|$, $\|B\|$, onde A e B são as matrizes $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

São Luís, 16 de novembro de 2023.