<table>
<tr><td colspan="2">UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
Centro de Ciências Exatas e Tecnologia</td><td colspan="2">Departamento de Informática - DEINF
Internet: www.deinf.ufma.br</td><td colspan="2">3a AVALIAÇÃO</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td>P</td><td>5,5</td></tr>
<tr><td colspan="2">Disciplina: Matemática Discreta e Lógica</td><td colspan="2">Curso: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO</td><td>T</td><td></td></tr>
<tr><td>Código 5595.8</td><td colspan="2">Carga Horária: 60 horas</td><td>Créditos: 4.0.0</td><td colspan="2">MEDIA</td></tr>
<tr><td colspan="2">Professor: Luciano Reis Coutinho</td><td colspan="2">Email: lrc@deinf.ufma.br</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

+1,0 (listas exercícios)

6,5

Terceira Avaliação: Prova Escrita **Data: 07 de dezembro de 2023.**

Aluno : [illegible] **Código:** ____________

INSTRUÇÕES

- Cada questão consiste de enunciado e requisitos. Dentre os requisitos, encontra-se apresentar a devida justificativa para cada resposta apresentada. Respostas não atendendo aos requisitos podem em última instância ser desconsideradas durante a correção.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e correspondente resposta. Todas as questões devem ser interpretadas tendo em vista que foi discutido nas aulas de Matemática Discreta e Lógica.
- O tempo total de prova é de 100 min. Tem **início** às 14h00 e **término** às 15h40.

QUESTÕES

1. (2,0 pontos) Utilizando o **princípio de indução matemática**, demonstre o teorema de De Moivre,
$$\left(\cos x + i \sin x\right)^n = \cos nx + i \sin nx,$$
para todo $n \geq 1$. **Dica**: Utilize as fórmulas da trigonometria
$$\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \text{sen}\, a.\,\text{sen}\, b$$
$$\text{sen}(a+b) = \text{sen}\, a.\cos b + \text{sen}\, b.\cos a$$
bem como o fato de que $i * i = -1$. **Lembrete**: primeiro, prove a proposição para $n = 1$ (passo base); em seguida, prove que se a proposição é verdadeira para um valor $n = k$ arbitrário, então ela também é verdadeira para $n = k + 1$ (passo de indução).

2. (1,5 ponto) Uma coleção S de cadeias de caracteres (strings) é definida recursivamente por: (i) "a" e "b" pertencem a S; (ii) se X pertence a S, então "Xb" pertence a S. Quais das seguintes cadeias pertencem a S. Para as que pertencem, explique como podem ser obtidas a partir das regras (i) e (ii).
a) "a" b) "ab" c) "aba" d) "aaab" e) "bbbbb"

3. (1,0 ponto) A, B, C e D são nodos (nós) de uma rede de computadores. Existem dois caminhos entre A e C, dois entre B e D, três entre A e B e quatro entre C e D. Por quantos caminhos diferentes uma mensagem de A para D pode ser enviada? Justifique sua resposta apontando que **princípios de contagem** discutidos em sala de aula foram utilizados na resolução do problema.

4. (1,0 ponto) Um conectivo lógico binário (como E, OU) pode ser definido fornecendo sua tabela-verdade. **Pergunta-se**: Quantos conectivos lógicos diferentes podem ser definidos. Justifique sua resposta apontando que **princípios de contagem** discutidos em sala de aula foram utilizados na resolução do problema.

5. (1,0 ponto) Em um grupo de 25 pessoas podemos afirmar que existem pelo menos 3 que nasceram no mesmo mês? Se sim, como podemos justificar tal afirmação usando explicitamente o **princípio da casa de pombo?**

6. Seja R uma relação binária sobre um conjunto S. Definam-se as seguintes propriedades:
R é **irreflexiva** quando $\forall x \in S.\ (x,x) \notin R$.
R é **assimétrica** quando $\forall x \in S. \forall y \in S.\ \ (x,y) \in R \Rightarrow (y,x) \notin R$.

(a) (1,0 ponto) Apresente uma relação binária R sobre S = {1,2,3} que não seja reflexiva e nem irreflexiva. Justifique sua resposta.
(b) (1,0 ponto) Apresente uma relação binária R sobre S = {1,2,3} que não seja simétrica e nem assimétrica. Justifique sua resposta.

7. (1,5 ponto) Seja R a relação binária sobre o conjunto de pares ordenados de inteiros positivos tais que ((a,b), (c,d)) ∈R se e somente se ad=bc. Mostre que R é uma **relação de equivalência**, ou seja, que é ao mesmo tempo reflexiva, simétrica e transitiva.

Boa Sorte!