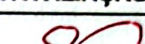


UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO Centro de Ciências Exatas e Tecnologia		Departamento de Informática - DEINF Internet: <a href="http://www.deinf.ufma.br">www.deinf.ufma.br</a>		3a AVALIAÇÃO		
Disciplina: Matemática Discreta e Lógica		Curso: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO		P		
Código 5595.8		Carga Horária: 60 horas		T		
Professor: Luciano Reis Coutinho		Email: <a href="mailto:lrc@deinf.ufma.br">lrc@deinf.ufma.br</a>		MEDIA		

### Terceira Avaliação: Prova Escrita

Data: 07 de dezembro de 2023.

Aluno: Samuel Magalhães Pereira

Código: \_\_\_\_\_

### INSTRUÇÕES

- Cada questão consiste de enunciado e requisitos. Dentre os requisitos, encontra-se apresentar a devida justificativa para cada resposta apresentada. Respostas não atendendo aos requisitos podem em última instância ser desconsideradas durante a correção.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e correspondente resposta. Todas as questões devem ser interpretadas tendo em vista que foi discutido nas aulas de Matemática Discreta e Lógica.
- O tempo total de prova é de 100 min. Tem início às 14h00 e término às 15h40.

### QUESTÕES

- (2,0 pontos) Utilizando o **princípio de indução matemática**, demonstre o teorema de De Moivre,  

$$(\cos x + i \sin x)^n = \cos nx + i \sin nx,$$
para todo  $n \geq 1$ . **Dica:** Utilize as fórmulas da trigonometria  

$$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$$
bem como o fato de que  $i * i = -1$ . **Lembrete:** primeiro, prove a proposição para  $n = 1$  (passo base); em seguida, prove que se a proposição é verdadeira para um valor  $n = k$  arbitrário, então ela também é verdadeira para  $n = k + 1$  (passo de indução).
- (1,5 ponto) Uma coleção  $S$  de cadeias de caracteres (strings) é definida recursivamente por: (i) "a" e "b" pertencem a  $S$ ; (ii) se  $X$  pertence a  $S$ , então " $Xb$ " pertence a  $S$ . Quais das seguintes cadeias pertencem a  $S$ . Para as que pertencem, explique como podem ser obtidas a partir das regras (i) e (ii).  
a) "a"   b) "ab"   c) "aba"   d) "aaab"   e) "bbbbbb"
- (1,0 ponto)  $A, B, C$  e  $D$  são nodos (nós) de uma rede de computadores. Existem dois caminhos entre  $A$  e  $C$ , dois entre  $B$  e  $D$ , três entre  $A$  e  $B$  e quatro entre  $C$  e  $D$ . Por quantos caminhos diferentes uma mensagem de  $A$  para  $D$  pode ser enviada? Justifique sua resposta apontando que **princípios de contagem** discutidos em sala de aula foram utilizados na resolução do problema.
- (1,0 ponto) Um conectivo lógico binário (como E, OU) pode ser definido fornecendo sua tabela-verdade. **Pergunta-se:** Quantos conectivos lógicos diferentes podem ser definidos. Justifique sua resposta apontando que **princípios de contagem** discutidos em sala de aula foram utilizados na resolução do problema.
- (1,0 ponto) Em um grupo de 25 pessoas podemos afirmar que existem pelo menos 3 que nasceram no mesmo mês? Se sim, como podemos justificar tal afirmação usando explicitamente o **princípio da casa de pombo**?
- Seja  $R$  uma relação binária sobre um conjunto  $S$ . Definam-se as seguintes propriedades:  
 $R$  é **irreflexiva** quando  $\forall x \in S. (x, x) \notin R$ .  
 $R$  é **assimétrica** quando  $\forall x \in S. \forall y \in S. (x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \notin R$ .  
(a) (1,0 ponto) Apresente uma relação binária  $R$  sobre  $S = \{1, 2, 3\}$  que não seja reflexiva e nem irreflexiva. Justifique sua resposta.  
(b) (1,0 ponto) Apresente uma relação binária  $R$  sobre  $S = \{1, 2, 3\}$  que não seja simétrica e nem assimétrica. Justifique sua resposta.
- (1,5 ponto) Seja  $R$  a relação binária sobre o conjunto de pares ordenados de inteiros positivos tais que  $((a, b), (c, d)) \in R$  se e somente se  $ad = bc$ . Mostre que  $R$  é uma **relação de equivalência**, ou seja, que é ao mesmo tempo reflexiva, simétrica e transitiva.

Boa Sorte!