

10,0

Primeiro exercício

Atenção: Resolva até 4 (quatro) questões dentre as 5 questões abaixo. Questão ou item excedentes serão desconsideradas, respeitando-se a ordem em que forem apresentadas na solução.

1. (2,0 pontos) Mostrar que se $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, então $A^2 - 6A + 5I_2 = O$, em que I_2 é a matriz identidade de ordem 2 e O é a matriz nula de ordem 2.
2. Quais dos seguintes conjuntos W abaixo são subespaços vetoriais de \mathbb{R}^3 ?
 - (a) (1,5 ponto) $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | z = 5\}$
 - (c) (1,5 ponto) $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x - 2z = 0\}$
3. Sejam U e V os seguintes subespaços de \mathbb{R}^5 :
 $U = \{(x, y, z, t, w) | y = t = w = 0\}$
 $V = \{(x, y, z, t, w) | x = z = 0\}$
 - (a) (1,5 ponto) Verifique que $U + V = \mathbb{R}^5$.
 - (b) (1,0 ponto) A soma é direta? Justifique.
4. Considere o sistema linear homogêneo

$$S = \begin{cases} x + y + z + w - t = 0 \\ x - y - z + 2w - t = 0 \end{cases}$$

- (a) (2,0 pontos) Discuta e resolva o sistema S .
 - (b) (2,0 pontos) Determine uma base e a dimensão do espaço solução de S .
5. Considere o subespaço $W = [(1, 0, 1, 0), (1, -2, 2, 1), (1, 2, 0, -1)]$ de \mathbb{R}^4 .
- (a) (1,0 ponto) Obtenha uma base para W .
 - (b) (0,5 ponto) Qual a dimensão de W ?
 - (c) (1,0 ponto) Determine uma base para \mathbb{R}^4 que contenha os vetores da base de W obtida no item (a).

São Luís, 05 de outubro de 2023.