UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO Centro de Ciências Exatas e Tecnologia		Departamento de Informática - DEINF Internet: www.deinf.ufma.br	3a AVALIAÇÃO P
Disciplina: Matemática Discreta e Lógica		Curso: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO	T
Código 5595.8	Carga Horária: 60 horas	Créditos: 4.0.0	MEDIA
Professor: Luciano Reis Coutinho		Email: luciano.rc@ufma.br	

Terceira Avaliação: Prova Escrita — Data: 15 de dezembro de 2022.

Aluno : ______________________ **Código:** ______________

INSTRUÇOES

- Cada questão consiste de enunciado e requisitos que a resposta deve satisfazer. Respostas dadas que não atendam aos requisitos podem em última instância ser desconsideradas durante a correção da prova.
- Além dos requisitos particulares a cada questão, as respostas de **todas as questões devem ser justificadas** textualmente e **acompanhadas explicitamente com os devidos cálculos realizados.** Sem justificativos e/ou cálculos explícitos, as respostas podem ser desconsideradas durante a correção.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação. Caso ache um enunciado ambíguo ou impreciso escreva na folha de resposta sua interpretação e a correspondente resposta. Todas as questões devem ser interpretadas tendo em vista que foi discutido nas aulas de Matemática Discreta e Lógica.
- A folha de questões não deve ser utilizada para escrever as respostas. Todas as repostas devem constar das folhas de respostas anexas.
- O tempo total de prova é de 100 min. Tem **início** às 14h00 e **término** às 15h40.

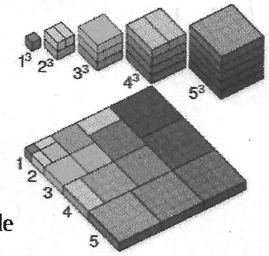
QUESTÕES

1. (2,0 pontos) Na teoria dos números, a soma dos primeiros n cubos é o quadrado do enésimo número triangular. Ou seja:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \cdots + n)^2.$$

Ou, na forma de somatório:

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\sum_{k=1}^{n} k\right)^2.$$



Essa identidade às vezes é chamada de *teorema de Nicômaco*, em homenagem a Nicômaco de Gerasa (c. 60 – c. 120 AC).

Utilizando **indução matemática**, prove o *teorema de Nicômaco*. **Lembrete**: primeiro, prove a proposição P(n) para $n = 1$; em seguida, prove que se a proposição é verdadeira para um valor $n = k$ arbitrário, então ela também é verdadeira para $n = k + 1$, ou seja que $P(k) \rightarrow P(k+1)$. Assuma que o enésimo número triangular, 1+2+3+...+n, é dado pela fórmula $n(n+1)/2$.

2. (2,0 pontos) Suponha que a senha de um sistema computacional deva ter pelo menos 6, mas não mais que 10, caracteres de tamaho, sendo cada caractere uma letra minúscula ou maiúscula, um dígito, ou um de seis caracteres especiais *,>,<,!,+ e =. (a) Quantas senhas diferentes são possíveis neste sistema? (b) Quantas dessas senhas contêm pelo menos uma ocorrência de pelo menos um dos seis caracteres especiais?

3. (1,0 ponto) Começa-se um jogo de computador fazendo uma seleção em cada um de três menus. O primeiro (número de jogadores) tem quatro opções, o segundo (nível de dificuldade) tem oito e o terceiro (velocidade) tem seis. Quantas configurações possíveis têm o jogo? Justifique a sua resposta indicando e aplicando explicitamente algum dos princípios de contagem discutidos em aula.

4. (1,0 ponto) Mostre que em uma classe com 30 alunos há pelo menos dois que têm sobrenomes começando com a mesma letra. Utilize o **princípio da casa de pombos** conforme discutido em sala de aula.

5. (1,0 ponto) Liste os **pares ordenados na relação** R de A={0,1,2,3,4,5} para B={1,2,3,4}, em que $(x,y) \in R$ se e somente se: (a) $x + y = 4$ (b) $x < 2y$

6. (2,0 pontos) Determine se a relação R sobre o conjunto das pessoas é **reflexiva**, **simétrica**, **anti-simétrica** e/ou **transitiva** quando x R y se, somente se:

   (a) x é mais alto que y (b) x e y nasceram no mesmo dia

   (c) x tem o mesmo nome que y (d) x e y tem um avö em comum.

7. (1,0 ponto) Mostre que a relação R consistindo de pares (x,y) tais que x e y são strings binárias que concordam em seus três primeiros bits é uma **relação de equivalência** sobre o conjunto das strings binárias de tamanho três ou mais. (Ou seja, mostre que R é reflexiva, simétrica e transitiva).

Boa Sorte!