1. **גזירה נומרית** היא גזירה של פולינום לגרנג' באחת מנקודות האינטרפולציה.

נוסחת גזירה דו נקודתית הקדמית/אחורית: יהיו $x_1 = x_0 + h$, x_0 שתי נקודות, $h > 0$ / $h < 0$ בהתאם.

$f'(x_0) = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{h} - \frac{h}{2} f''(\xi)$, הנקודה ξ נמצאת בין x_0 , x_1.

נוסחאות גזירה תלת נקודתיות:

נקודת האמצע: $f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h} - \frac{h^2}{6} f^{(3)}(\xi)$, $x_0 - h < \xi < x_0 + h$.

נקודת הקצה: $f'(x_0) = \frac{-3f(x_0) + 4f(x_0+h) - f(x_0+2h)}{2h} - \frac{h^2}{3} f^{(3)}(\xi)$, $x_0 < \xi < x_0 + 2h$

או $x_0 + 2h < \xi < x_0$ אם h שלילי.

נוסחאות גזירה חמש נקודתיות:

נקודת האמצע: $f'(x_0) = \frac{f(x_0-2h) - 8f(x_0-h) + 8f(x_0+h) - f(x_0+2h)}{12h} - \frac{h^4}{30} f^{(5)}(\xi)$,

$x_0 - 2h < \xi < x_0 + 2h$.

נקודת הקצה:

$f'(x_0) = \frac{-25f(x_0) + 48f(x_0+h) - 36f(x_0+2h) + 16f(x_0+3h) - 3f(x_0+4h)}{12h} - \frac{h^4}{5} f^{(5)}(\xi)$,

$x_0 < \xi < x_0 + 4h$ או $x_0 + 4h < \xi < x_0$ אם h שלילי.

נגזרת השניה: $f''(x_0) = \frac{f(x_0-h) - 2f(x_0) + f(x_0+h)}{h^2} - \frac{h^2}{12} f^{(4)}(\xi)$, $x_0 - h < \xi < x_0 + h$.

2. **אקסטרפולצית ריצ'רדסון:** נניח כי נוסחא $N_1(h)$ מקרבת את ערך M במובן $\lim_{h\to 0} N_1(h) = M$.

נניח כי סטית הקירוב בעלת צורה פולינומיאלית: $M - N_1(h) = K_1 h^{m_1} + K_2 h^{m_2} + K_3 h^{m_3} + \ldots$;

כאן $m_1 < m_2 < m_3 < \ldots$ ערכים טבעים ו- $K_1, K_2, K_3, \ldots$ קבועים. אז

$M - N_1(2h) = K_1 2^{m_1} h^{m_1} + K_2 2^{m_2} h^{m_2} + K_3 2^{m_3} h^{m_3} + \ldots$;

נגדיר $N_2(h) = \frac{1}{2^{m_1} - 1}\left(2^{m_1} N_1(h) - N_1(2h)\right)$ ונקבל

$M - N_2(h) = M - \frac{1}{2^{m_1} - 1}\left(2^{m_1} N_1(h) - N_1(2h)\right) = \tilde{K}_2 h^{m_2} + \tilde{K}_3 h^{m_3} + \ldots$, שזה אומר שאנו קבלנו

סדר הקירוב יותר גבוה. תהליך הזה אפשר להמשיך: $N_3(h) = \frac{1}{2^{m_2} - 1}\left(2^{m_2} N_2(h) - N_2(2h)\right)$ והלאה.