Fondamenti di Automatica

Introduzione a Matlab

Indice del materiale

- Descrizione generale di Matlab
- Alcune funzioni predefinite
- Definizione di matrici e vettori
- Definizione di polinomi
- Rappresentazione grafica dei dati
- Sistemi dinamici lineari
- Sistemi dinamici nonlineari

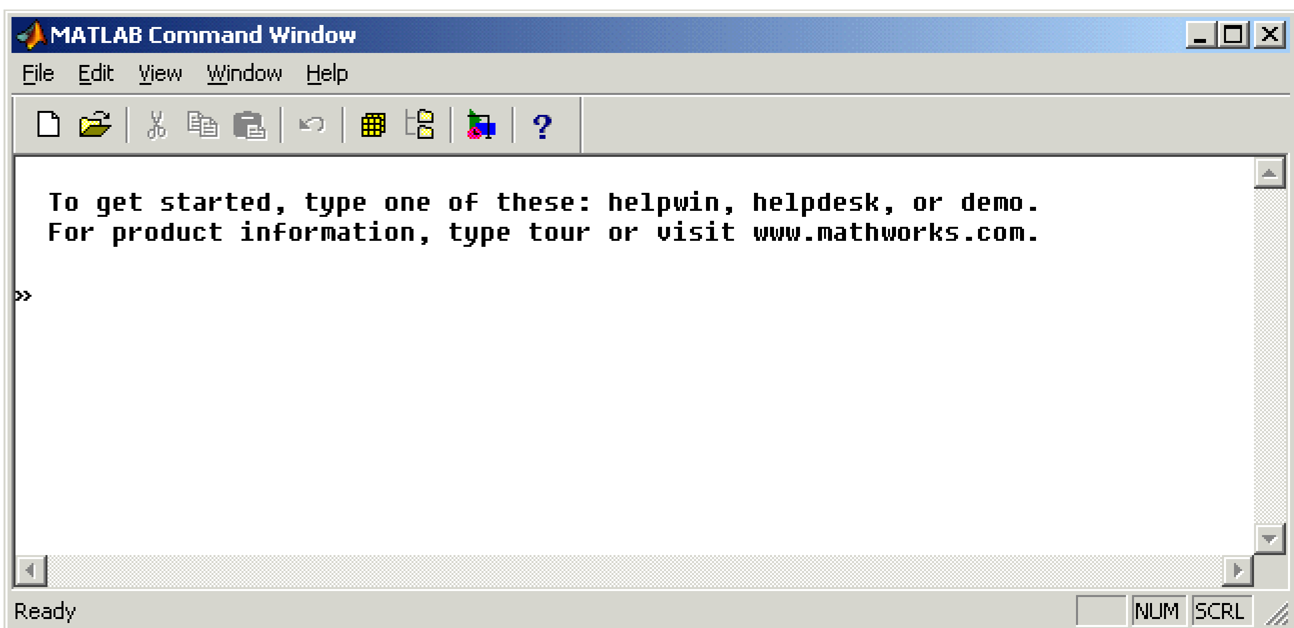
Descrizione generale di Matlab

MATLAB (= MATrix LABoratory)

- un linguaggio di programmazione per applicazioni scientifiche e numeriche
- vasto insieme di funzioni predefinite
- interprete di comandi
- possibilità di definire nuove funzioni
- libreria di TOOLBOX per svariate applicazioni (ad es. analisi dei sistemi e dei segnali, analisi e sintesi di sistemi di controllo, ecc.)

L’interfaccia di Matlab

Interfaccia utente: la Command Window dà accesso all’interprete mediante scrittura diretta dei comandi al prompt »



Matlab come calcolatrice

- La modalità di impiego più semplice è quella per valutare espressioni numeriche
- Esempio: per calcolare $4+\sqrt{2}-\sin(0.2\,\pi)^2+e^2$
  - » x=4 + sqrt(2) - sin(0.2*pi)^2 + exp(2)

    x =

      12.4578
- Il risultato viene scritto nella variabile x
- Aggiungendo ; (punto e virgola) alla fine del comando si evita la visualizzazione del risultato

Definizione di variabili

- E’ possibile calcolare espressioni algebriche in cui appaiono variabili già definite
- Esempio
  - » a=4; b=2;
  - » c=a*b

```
c =

      8
```

- Per cancellare una variabile (ad esempio a)
  - » clear a
- Per cancellare tutte le variabili
  - » clear all

Il Workspace

- Ogni variabile definita in questo modo viene conservata in memoria, nel Workspace
- Nella corrispondente finestra viene mostrata una lista delle variabili definite, con dimensioni e tipo.
- Cliccando su una variabile del Workspace si accede alla modalità di editing.

Funzioni e variabili

- Esiste un insieme molto vasto di funzioni predefinite (come sin, exp e sqrt nell'esempio precedente)

- A differenza di altri linguaggi (C, Pascal, …) non occorre dichiarare le variabili (l'assegnazione coincide con la dichiarazione)

Esempi di funzioni predefinite

- Funzioni trigonometriche (sin, cos, tan, acos, asin, atan, …)
- Esponenziale e logaritmo (exp, log, log10, …)
- Radice quadrata (sqrt)
- Numeri complessi (abs ⇨ modulo, angle ⇨ fase, real ⇨ parte reale, imag ⇨ parte immaginaria, …)
- L’unità immaginaria è indicata con i oppure j

Esempi di uso di funzioni predefinite

```
» x=abs(2+3*i)
x =
      3.6056

» y=20*log10(200)
y =
     46.0206

» z=sqrt(-4)
z =
     0 + 2.0000i
```

Un comando molto utile

help

- seguito dal nome di una funzione restituisce una sintetica descrizione e la sintassi d’uso
- “da solo” restituisce l’elenco di TUTTE le funzioni di Matlab, ordinate per categorie

Definizione di matrici

- Come si definisce una matrice in Matlab?

  Esempio

  » A=[1 , 2 ; 3 , 4]

  A =

  1 2

  3 4

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

- Come si accede agli elementi di una matrice?

  » x=A(2,1)

  x =

  3

Indici (riga e colonna) dell'elemento di interesse

La wildcard :

- Per accedere a intere righe o colonne di una matrice, si usa la wildcard :
- Es.: selezionare la prima riga di A

```
» x=A(1,:)
x =
    1     2
```

- Es.: selezionare la seconda colonna di A

```
» y=A(:,2)
y =
    2
    4
```

Operazioni elementari sulle matrici (1)

- Sono definiti gli operatori +,-,*,^
- Esempio: prodotto di matrici

```
» A=[1 , 2 ; 3 , 4];
» B=[1 , 2 , 3 ; 4 , 5 , 6];
» C=A*B
C =
     9    12    15
    19    26    33
```

- Esempio: potenza di matrice

```
» A2=A^2
A2 =
     7    10
    15    22
```

Operazioni elementari sulle matrici (2)

- Matrice trasposta
  - » Atrasp=A'

```
Atrasp =
   1   3
   2   4
```

- Matrice inversa
  - » Ainv=inv(A)

```
Ainv =
  -2.0000   1.0000
   1.5000  -0.5000
```

Operazioni elementari sulle matrici (3)

- Dimensioni di una matrice

```
» dimA=size(A)
dimA =

     2     2
```

- Matrice con elementi unitari

```
» A1=ones(size(A))
A1 =
     1     1
     1     1
```

Operazioni elementari sulle matrici (4)

- Matrice identità

» Id=eye(size(A))

```
Id =
      1     0
      0     1
```

- Matrice nulla

» N=zeros(size(A))

```
N =
      0     0
      0     0
```

Operazioni elementari sulle matrici (5)

- Determinante

```
» dA=det(A)
dA =
    -2
```

- Traccia

```
» tA=trace(A)
tA =
     5
```

Operazioni elementari sulle matrici (6)

- Autovalori

```
» lambda=eig(A)
lambda =
        -0.3723
         5.3723
```

- Autovalori e autovettori

```
» [M,D]=eig(A)
M =
        -0.8246   -0.4160
         0.5658   -0.9094
D =
        -0.3723         0
              0    5.3723
```

Vettori

- I vettori hanno altre due funzioni fondamentali in Matlab:
  - rappresentazione dei polinomi (un polinomio è descritto dal vettore dei suoi coefficienti)
  - rappresentazione di segnali (un segnale è rappresentato mediante la sequenza dei valori che assume in un insieme di istanti di tempo)

Definizione di vettori (1)

» v=0:10

v =

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

» v=1:0.5:3

v =

1.0000 1.5000 2.0000 2.5000 3.0000

Passo

Valore iniziale

Valore finale

Definizione di vettori (2)

- Come matrici riga o colonna

```
» v=[3 6 1 7]
v =
     3     6     1     7

» w=[3 6 1 7]'
w =
     3
     6
     1
     7
```

Polinomi

- I polinomi sono rappresentati come vettori

  » p=[3 2 1]

  p =

  3 2 1

  $$3s^2 + 2s + 1$$

- Operazioni con polinomi

  » y=polyval(p,x); valutazione in x

  » r=roots(p); radici

  » pc=poly(A); pol. caratteristico di A

Rappresentazioni grafiche

plot(x,y) traccia il grafico dei punti che hanno come ascisse e come ordinate gli elementi dei vettori x e y

- Esempio

» x=0:0.01:5;

» y=sin(2*pi*x);

» figure;

» plot(x,y,'--','color','r');

» grid on

Colore
('r': rosso,'b': blu,…)

Stile
('--': tratteggiato,…)

Griglia

Rappresentazioni grafiche

- Esempio

» x=0:0.01:5;

» y1=sin(2*pi*x);

» y2=cos(2*pi*x);

» figure; hold on

» plot(x,y1);

» plot(x,y2);

» xlabel(‘x’); ylabel(‘y’)

» grid on

Per inserire più plot nella figura

Etichette per assi x e y

Rappresentazioni grafiche

- Esempio

» x=0:0.01:5;

» y1=sin(2*pi*x);

» y2=cos(2*pi*x);

» figure; hold on

» plot(x,y1);

» plot(x,y2);

» xlabel('x'); ylabel('y')

» grid on

» close all

Per inserire più plot nella figura

Etichette per assi x e y

Chiude tutte le figure

Sistemi dinamici lineari

- Un sistema dinamico lineare invariante può essere descritto in forma di variabili di stato mediante il comando ss
  - a tempo continuo
    - » sistc=ss(A,B,C,D);
  - a tempo discreto
    - » sistd=ss(F,G,H,L,-1);

Esempi (1)

- Definizione del sistema

$$\dot{x}(t) = -x(t) + 3u(t)$$
$$y(t) = 4x(t) + 2u(t)$$

```
» A=-1;B=3;C=4;D=2;
» sistema=ss(A,B,C,D)
a =
                 x1
        x1       -1
b =
                 u1
        x1        3
c =
                 x1
        y1        4
d =
                 u1
        y1        2

Continuous-time model.
```

Esempi (2)

- Definizione del sistema

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

» A=[1 2 ; 3 4];
» B=[1 0]';
» C=[1 1];
» sistema=ss(A,B,C,0);

Esempi (3)

- Definizione del sistema

$$x_{k+1} = 0.5x_k + 2u_k$$
$$y_k = -x_k + 4u_k$$

```
» F=0.5;G=2;H=-1;L=4;
» sistema=ss(F,G,H,L,-1)
```

Per sistemi a tempo discreto

Simulazione di sistemi lineari

- Funzioni disponibili per la simulazione
  - impulse -> simulazione risposta all'impulso
  - step -> simulazione risposta allo scalino
  - initial -> simulazione movimento libero
  - lsim -> simulazione con ingresso qualsiasi e stato iniziale qualsiasi
- Sintassi

» [y,t,x]=step(sistema);

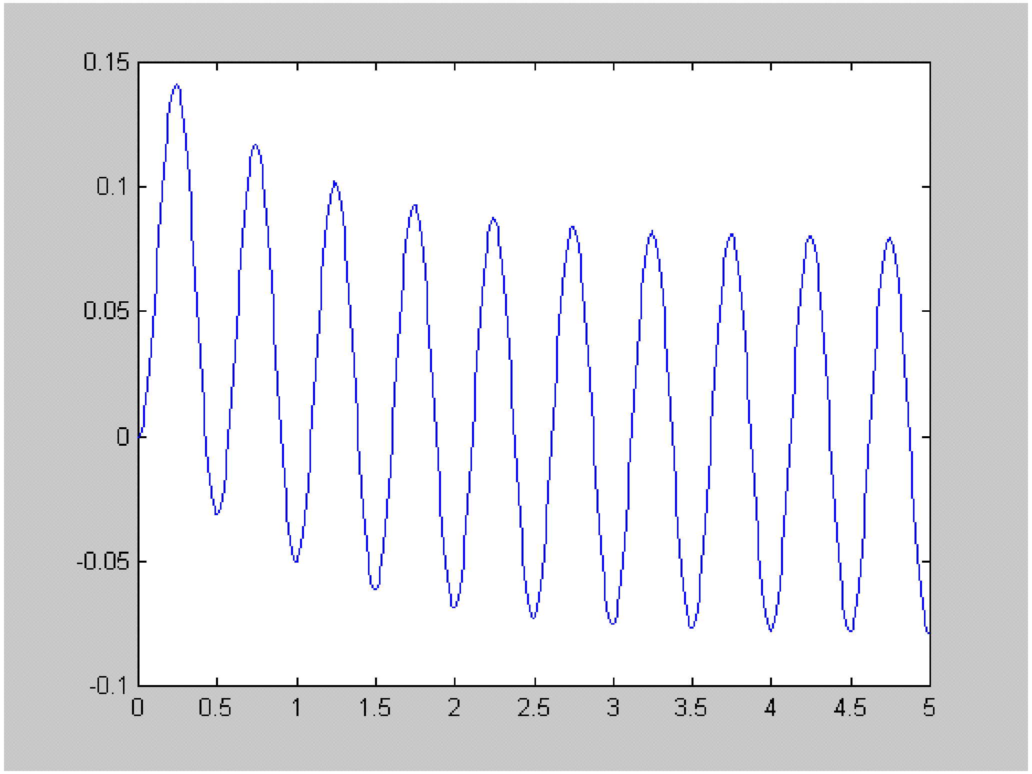
» [y,t,x]=lsim(sistema,u,t);

Vettore sequenza ingresso

Vettore dei tempi

Esempio

» sistema=ss(-1,1,1,0);
» t=(0:0.01:5);
» u=sin(4*pi*t);
» y=lsim(sistema,u,t);
» plot(t,y)



- Chiamando le funzioni di simulazione senza output si ottiene direttamente il grafico

Sistemi dinamici nonlineari

- Un sistema dinamico nonlineare viene descritto con le sue equazioni di stato mediante una funzione che restituisce i valori delle derivate dello stato, funzione dello stato, del tempo e dell'ingresso.
- Ad esempio:

$$\dot{x} = x^2 + u$$

```
» sistema_nl = @(x,u) (x^2 + u);
```

Sistemi dinamici nonlineari - equilibrio

- Per trovare l'equilibrio (stato costante quando ingresso è costante), occorre risolvere il sistema algebrico nonlineare.

$$0 = f(x,u)$$

- La funzione che svolge questo compito, numericamente è *fsolve*
- Esempio:

$$\dot{x} = (x-1)^2 + u$$

```
» sistema_nl = @(x,u) ( (x-1)^2 + u);
» u_bar = -1;
» x0 = 10;
» x_bar = fsolve(@(x) sistema_nl(x,u_bar),x0)
```

N.B Attenzione ai valori di ingresso e di x0!

Sistemi dinamici nonlineari - movimento

- Per trovare il movimento del sistema nonlineare, occorre integrare le equazioni di stato.
- Una funzione che svolge questo compito numericamente è *ode3*
- Esempio:

$$\dot{x} = u \cdot (1 - x)^2$$

```
» sistema_nl = @(x,u,t) ( u*(1-x)^2);
» t = [0:0.01:10];
» x0 = -10;
» u = 1;
» x = ode3(@(t,x) sistema_nl(x,u,t),t,x0);
```